

SPRING CONTEST 2020 (Ngày 1)

Lưu ý: Các thí sinh có thể nộp bằng ngôn ngữ Pascal, C++ hoặc Java tùy theo ngôn ngữ nào thí sinh thấy thuận tiện. Tên các bài là Tenbai.*, trong đó * tương ứng với pas, cpp hay java. Tenbai là tên của bài sẽ được quy định trong cụ thể từng bài.

Bài 1 (SPC1.*):

Ta định nghĩa dãy c là một dãy con của một dãy số nguyên a khi dãy c được tạo nên bởi việc xóa đi 0, 1 hoặc nhiều số trong dãy a.

Ví dụ: những dãy $c = \{1, 2\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$ đều là những dãy con của dãy $a = \{1, 2, 3, 5, 4\}$ bởi vì dãy $c = \{1, 2\}$ được tạo nên từ dãy a bằng việc xóa đi các số 3, 5, 4. Dãy $c = \{1, 3, 4\}$ được tạo nên từ dãy a bằng việc xóa đi các số 2, 5 và dãy $c = \{2, 3, 4\}$ được tạo nên từ việc xóa đi 2 số 1, 5 của dãy a.

Dãy $c = \{1, 3, 2\}$ không phải là một dãy con của dãy $a = \{1, 2, 3, 5, 4\}$ bởi vì không tồn tại cách xóa số nào trong dãy a để ra được dãy c cả.

Bạn được cho 2 dãy số nguyên a và b, dãy số nguyên a gồm N phần tử, dãy số nguyên b gồm M phần tử. Bạn hãy tìm một dãy c có độ dài dài nhất mà dãy c vừa là dãy con của dãy a vừa là dãy con của dãy b. Bạn hãy trả ra độ dài của dãy c thỏa mãn.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC1.INP):**

- Đọc từ file SPC1.INP
- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$) là số lượng bộ dữ liệu của đề bài.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương N và M, lần lượt là số lượng phần tử của dãy a và dãy b.
 - Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương, số nguyên dương thứ i lần lượt là giá trị a_i , là giá trị thứ i của dãy a.
 - Dòng thứ ba chứa M số nguyên dương, số nguyên dương thứ i lần lượt là giá trị b_i là giá trị thứ i của dãy b.

- **Dữ liệu đầu ra (SPC1.OUT):**

- Ghi ra file SPC1.OUT
- Gồm T dòng, mỗi dòng gồm một số nguyên dương duy nhất là độ dài dài nhất của dãy c thỏa mãn.

- Ví dụ:

SPC1.INP	SPC1.OUT
5	0
1 1	4
2	1
3	7
5 4	3
1 2 5 4 3	
1 5 4 3	
4 4	
4 3 2 1	
1 2 3 4	
7 7	
20 20 20 20 20 20 20	
20 20 20 20 20 20 20	
7 7	
1 5 2 4 8 9 3	
2 5 4 9 2 5 6	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Với ví dụ 1: Dãy a chỉ có 1 phần tử là {2}, dãy b chỉ có 1 phần tử là {3} và 2 phần tử này khác nhau nên độ dài dãy con chung dài nhất là 0.
- Với ví dụ 2: Ta thấy rằng dãy b chính là một dãy con của dãy a. Do đó độ dài dãy con chung dài nhất chính là độ dài dãy b.
- Với ví dụ 3: Có nhiều dãy con chung, là {1}, {2}, {3} hoặc {4} và dãy nào cũng cho ra độ dài là 1.
- Với ví dụ 4: Cả 2 dãy a và b đều giống nhau nên độ dài dãy con chung dài nhất có độ dài là độ dài của cả 2 dãy.
- Với ví dụ 5: Dãy con chung dài nhất của 2 dãy a và b là {5, 4, 9}

- **Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:**

- Small Dataset : $1 \leq N, M \leq 2000$
- Large Dataset : $1 \leq M \leq 2000, 1 \leq N \leq 200000$.
- Trong mọi Dataset, ta có: $1 \leq a_i \leq 2000$.

- **Giới hạn thời gian và bộ nhớ:**

- 8s / Dataset.
- 512Mb / Dataset.

Bài 2 (SPC2.*):

Pokemon Go là một trò chơi rất nổi tiếng vào những năm 2015 - 2016. Khi chơi trò chơi này, các loài Pokemon sẽ xuất hiện trên bản đồ và người chơi sẽ lần lượt đi thu phục chúng. Huy là một tín đồ cuồng trò chơi này và cậu ấy muốn thu phục toàn bộ N con pokemon. Hôm nay Huy quyết định bắt chúng trên con đường gần nhà. Có thể xem con đường gần nhà Huy là một đường thẳng, nhà Huy nằm ở điểm S , coi như là điểm 0 . N con Pokemon sẽ xuất hiện được minh họa bằng các điểm nằm trên con đường đó. Điểm thứ i sẽ cách nhà của Huy một đoạn là a_i đơn vị ($a_i > 0$).

Huy biết trước được rằng các con Pokemon sẽ xuất hiện ở những điểm nào và Huy biết điểm đó cách nhà của Huy bao xa. Tuy nhiên, Huy không biết thứ tự mà chúng xuất hiện lần lượt như thế nào. Chính vì vậy, với N Pokemon, thì sẽ có $N!$ trường hợp chúng xuất hiện. Khi có một Pokemon xuất hiện, Huy sẽ đi đến điểm đó ngay để bắt, bắt xong sẽ tiếp tục có một Pokemon khác xuất hiện ở một điểm khác và Huy sẽ lập tức chạy đến đó. Nếu Pokemon xuất hiện ở vị trí cách điểm xuất phát là a_x , sau đó khi Huy tới điểm này bắt xong, và tới một điểm khác cách điểm xuất phát là a_y . Quãng đường mà Huy phải chạy đi để bắt là $|a_x - a_y|$.

Vì không biết thứ tự xuất hiện của N con Pokemon, Huy muốn tính tổng khoảng cách trung bình của $N!$ trường hợp Pokemon xuất hiện. Bạn cần trả ra tổng khoảng cách trung bình dưới dạng phân số tối giản. Giả sử phân số tối giản đó có dạng $a : b$, thì bạn cần tính giá trị a và b đó.

Giá trị trung bình được ký hiệu trong toán học là avg (average), avg được tính như sau:

$$\text{avg} = (\text{Tổng giá trị của các trường hợp}) / (\text{Số trường hợp sinh ra})$$

Ví dụ: Lớp 10Tin có 3 bạn có chiều cao lần lượt là 157cm, 167cm và 174cm. Vậy chiều cao trung bình của các bạn trong lớp 10Tin là:

$$\text{avg} = (157 + 167 + 174) / 3 = 498 / 3 = 166\text{cm}$$

Quay lại bài toán, ta xét ví dụ sau.

Ví dụ: Có 3 con Pokemon, Pokemon thứ 1 cách nhà Huy 2 đơn vị, Pokemon thứ 2 cách nhà Huy 3 đơn vị và Pokemon thứ 3 cách nhà Huy 5 đơn vị. Giá trị trung bình là 22:3, bởi vì:

Danh sách 3 con Pokemon có $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, có 6 trường hợp xuất hiện Pokemon như sau. (S thể hiện là nơi Huy xuất phát, được quy định với khoảng cách là 0)

- S -> 1 -> 2 -> 3. Độ dài: $|2 - 0| + |3 - 2| + |5 - 3| = 5$

- S -> 1 -> 3 -> 2. Độ dài: $|2 - 0| + |5 - 2| + |3 - 5| = 7$

- S -> 2 -> 1 -> 3. Độ dài: $|3 - 0| + |2 - 3| + |5 - 2| = 7$

- S -> 2 -> 3 -> 1. Độ dài: $|3 - 0| + |5 - 3| + |2 - 5| = 8$

- S -> 3 -> 1 -> 2. Độ dài: $|5 - 0| + |2 - 5| + |2 - 3| = 9$

- S -> 3 -> 2 -> 1. Độ dài: $|5 - 0| + |3 - 5| + |2 - 3| = 8$

Độ dài trung bình là: $\text{avg} = (5 + 7 + 7 + 8 + 9 + 8) : 6 = 44 : 6 = 22 : 3$

- **Dữ liệu đầu vào (SPC2.INP):**

- Đọc từ file SPC2.INP.
- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$) là số lượng bộ dữ liệu cần xử lý
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng thứ 1 chứa một số nguyên dương N là số lượng phần tử trong dãy a .
 - Dòng thứ 2 chứa N số nguyên dương khác nhau, số nguyên dương thứ i tương ứng là giá trị thứ i của dãy a , với a_i là khoảng cách từ điểm thứ i đến điểm xuất phát.

- **Dữ liệu đầu ra (SPC2.OUT):**

- Ghi vào file SPC2.OUT.
- Gồm T dòng, dòng thứ i gồm 2 số nguyên dương tương ứng là tử số và mẫu số của phân số tối giản thể hiện cho khoảng cách trung bình mà ta có thể di chuyển được.

- **Ví dụ:**

SPC2.INP	SPC2.OUT
4	19 1
1	14 1
19	22 3
2	287 2
2 10	
3	
2 3 5	
20	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	
18 19 20	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Ví dụ 1: Vì chỉ có một điểm duy nhất và điểm đó cách vạch xuất phát 19 đơn vị độ dài. Do đó chỉ có 1 cách đi là S -> 1. Khi đó độ dài của đường đi là 19 và chỉ có 1 cách đi nên độ dài trung bình của đường đi là $19 : 1$

- Ví dụ 2: Có 2 cách đi
 - Cách đi 1: $S \rightarrow 1 \rightarrow 2$. Cách đi này cho ra độ dài là $|2 - 0| + |10 - 2| = 10$
 - Cách đi 2: $S \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Cách đi này cho ra độ dài là $|10 - 0| + |2 - 10| = 18$

Vậy độ dài trung bình là: $(10 + 18) : 2 = 28 : 2 = 14 : 1$
- Ví dụ số 3: Được giải thích ở đề bài
- Ví dụ số 4: Để bạn đọc kiểm tra cách làm của mình đã đúng hay chưa. Test ví dụ số 4 này sẽ không xuất hiện trong Small Dataset.
- **Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:**
 - Small Dataset: $1 \leq N \leq 8$.
 - Large Dataset: $1 \leq N \leq 100000$.
 - Trong mọi dataset, ta có $1 \leq a_i \leq 1000000$.
- **Giới hạn dữ liệu:**
 - 8s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

Bài 3 (SPC3.*):

Môn tin học phần thuật toán đối với một số bạn mới vào lớp 10 khá là khó. Không chỉ là môn phần đòi hỏi tư duy cao, mà nó khó và lạ với một số bạn ở khâu chấm bài. Máy chấm - bộ test là 2 thứ ác mộng đối với các bạn học chuyên Tin, vì chúng dường như không tha thứ cho bất kỳ sai lầm nào của các bạn, khi nếu không trả ra output đúng, thì bài của bạn coi như sai đối với bộ test đó.

Mới đây, trong đề thi Winter Contest 2019, ngay bài số 1, anh Khôi đã ra 1 bài như sau: "**Bạn được cho một dãy số nguyên dương a gồm N phần tử. Ta đặt $K = a_1 * a_2 * a_3 * \dots * a_N$. Bạn đọc hãy in ra N số, số thứ i là giá trị K/a_i . Vì giá trị của kết quả có thể rất lớn, nên ta hãy xuất kết quả khi lấy phần dư cho 68718952446.**"

Giới hạn dữ liệu:

$$1 \leq N \leq 100000, 1 \leq a_i \leq 1000.$$

Ở Winter Contest 2019, chỉ có 3 bạn làm đúng 1 phần của bài toán này, còn lại đều 0 điểm. Rõ ràng tuy bài toán này không phải là một bài toán quá khó, nhưng nó lại có bẫy làm cho các bạn phải tự trách bản thân vì mình không cẩn thận.

Tuy nhiên, bạn Tuấn không phục, bạn Tuấn tuy bị 0 điểm bài này nhưng vẫn chưa biết mình bị sai ở chỗ nào. Source code của bạn Tuấn đã làm với thuật toán có độ phức tạp $O(N)$ như sau:

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
const int MAX_N = 100005;
const long long MOD = 68718952446;
long long F[MAX_N], invF[MAX_N];
int n, test;
long long a[MAX_N];

int main () {
    freopen("WC1.INP", "r", stdin);
    freopen("WC1.OUT", "w", stdout);
    scanf("%d", &test);
    for (int tt = 1; tt <= test; tt++) {
        scanf("%d", &n);
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            scanf("%lld", &a[i]);
        }
        F[0] = 1LL;
        invF[n + 1] = 1LL;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            F[i] = (F[i - 1] * a[i]) % MOD;
        }
        for (int i = n; i >= 1; i--) {
            invF[i] = (invF[i + 1] * a[i]) % MOD;
        }
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            cout << (F[i - 1] * invF[i + 1]) % MOD << ' ';
        }
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
```

Anh Khôi cần chỉ cho Tuấn một bộ test để khiến Tuấn phải sai. Nhưng anh Khôi lại không có laptop ở đây, bạn đang sử dụng máy tính, bạn có thể giúp anh Khôi không ?

- **Dữ liệu đầu ra (SPC3.OUT):**

- Bạn cần trả ra một bộ test để chứng minh rằng source code của bạn Tuấn đã chạy sai. Bộ test bạn cần trả ra được tổ chức như sau:
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$)
 - T bộ test sau, mỗi bộ test bạn cần tổ chức thành 2 dòng
 - Dòng 1 gồm 1 số nguyên dương N , là số lượng số trong dãy a .
 - Dòng 2 gồm N số nguyên dương, số nguyên dương thứ i tương ứng là giá trị a_i trong dãy.

• **Ví dụ:**

SPC3.INP	SPC3.OUT
	5
	5
	1 1 1 1 1
	6
	1 2 3 4 5 6
	1
	100000
	7
	2 2 2 1 2 2 2
	5
	1000 1000 1000 1000 1000

• **Giải thích test ví dụ:**

- Với test ví dụ trên, hệ thống chấm sẽ trả ra kết quả là sai. Bởi vì những bộ test bạn đưa ra thì source code của bạn Tuấn đều cho kết quả đúng.

Bài toán không có Dataset:

- Chỉ cần bạn đưa ra một bộ test, trong bộ test này có T test con. Chỉ cần có một test con làm cho thuật toán bạn Tuấn chạy sai, bạn sẽ có được toàn bộ số điểm của bài toán này.
- Giới hạn các số được sử dụng trong bộ test: $1 \leq T \leq 20$, $1 \leq N \leq 100000$, $1 \leq a_i \leq 1000$.
- Bạn đọc chỉ cần mở file SPC3.OUT ghi dữ liệu vào là được, không cần phải tạo file SPC3.INP vì trong đó cũng không có dữ liệu gì để đọc.
- **Giới hạn dữ liệu:**
 - 3s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

-----Chúc các bạn làm bài tốt <3 <3 -----