

SPRING CONTEST 2021

Lưu ý: Các thí sinh có thể nộp bằng ngôn ngữ Pascal, C++ hoặc Java tùy theo ngôn ngữ nào thí sinh thấy thuận tiện. Tên các bài là Tenbai.*, trong đó * tương ứng với pas, cpp hay java. Tenbai là tên của bài sẽ được quy định trong cụ thể từng bài.

Bài 1 (SPC1.*):

Có N người mẹ cùng dẫn những đứa con của mình vào một nhà hàng. Người mẹ thứ i dẫn theo a_i người con. Nhà hàng hiện tại có k cái bàn được đánh số từ 1 đến k . Biết k bàn đều nhau và không giới hạn số người ngồi vào bàn. Những bà mẹ đều rất sợ mất con, chính vì vậy họ không cho phép con mình ngồi cùng bàn với 1 bà mẹ khác mà bàn đó không có mình ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách để họ có thể ngồi trong nhà hàng đó.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC1.INP):**

- Đọc từ file SPC1.INP
- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$) là số lượng bộ dữ liệu của đề bài.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương N và k , tương ứng là số lượng bà mẹ và số lượng bàn trong nhà hàng
 - Dòng thứ 2 gồm N số nguyên không âm, trong đó số nguyên không âm thứ i mang giá trị a_i , tương ứng là số con của người mẹ thứ i .

- **Dữ liệu đầu ra (SPC1.OUT):**

- Ghi ra file SPC1.OUT
- Gồm T dòng, mỗi dòng gồm một số nguyên dương duy nhất là số cách xếp những người mẹ và những đứa con trong nhà hàng. Vì số cách có thể rất lớn, ta in ra phần dư của số cách cho 1000000007.

- **Ví dụ:**

SPC1.INP	SPC1.OUT
5	1
2 1	4
5 5	22
2 2	7918656
0 0	993886344
3 2	
1 1 1	
10 17	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	
10 17	
0 0 0 0 0 0 0 0 0	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Với ví dụ 1: Có 2 người mẹ, mỗi người mẹ có 5 đứa con nhưng nhà hàng chỉ có 1 bàn. Toàn bộ mọi người chỉ có thể ngồi vào 1 bàn đó nên chỉ có 1 cách xếp.
- Với ví dụ 2: Có 2 người mẹ nhưng đều hiếm muộn. Do đó, hoặc là 2 người mẹ ngồi cùng bàn, hoặc mỗi người 1 bàn. Có 4 cách như sau (gọi 2 người mẹ là A và B):
 - {A, B}, { }

- $\{ \}, \{A, B\}$
- $\{A\}, \{B\}$
- $\{B\}, \{A\}$
- Với ví dụ 3: Có 3 người mẹ, mỗi người mẹ chỉ có 1 người con. Ta ký hiệu 3 người mẹ lần lượt là A, B và C. 3 người con ta ký hiệu là a, b, c. Có 22 cách xếp họ vào 2 bàn như sau:
 - $\{A, a, B, b, C, c\}, \{ \}$
 - $\{ \}, \{A, a, B, b, C, c\}$
 - $\{A, B, C\}, \{a, b, c\}$
 - $\{a, b, c\}, \{A, B, C\}$
 - $\{A, a, B, b\}, \{C, c\}$
 - $\{C, c\}, \{A, a, B, b\}$
 - $\{A, a, C, c\}, \{B, b\}$
 - $\{B, b\}, \{A, a, C, c\}$
 - $\{B, b, C, c\}, \{A, a\}$
 - $\{A, a\}, \{B, b, C, c\}$
 - $\{A, a, B, b, C\}, \{c\}$
 - $\{c\}, \{A, a, B, b, C\}$
 - $\{A, a, B, C, c\}, \{b\}$
 - $\{b\}, \{A, a, B, C, c\}$
 - $\{A, B, b, C, c\}, \{a\}$
 - $\{a\}, \{A, B, b, C, c\}$
 - $\{A, a, B, C\}, \{b, c\}$
 - $\{b, c\}, \{A, a, B, C\}$
 - $\{A, B, b, C\}, \{a, c\}$
 - $\{a, c\}, \{A, B, b, C\}$
 - $\{A, B, C, c\}, \{a, b\}$
 - $\{a, b\}, \{A, B, C, c\}$
- Những ví dụ còn lại, chỉ dành để cho các bạn kiểm tra xem thuật toán của mình đã đúng hay chưa mà thôi.
- **Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:**
 - Small Dataset: $k = 2$
 - Large Dataset: $1 \leq k \leq 1000$.
 - Trong mọi Dataset, ta luôn có $1 \leq k \leq n \leq 1000$ và $1 \leq a_i \leq 1000$
- **Giới hạn thời gian và bộ nhớ:**
 - 5s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

Đối với học sinh lớp 10Tin, để giải được bài này, các em cần biết thêm kiến thức về tổ hợp chập k của N phần tử như sau:

Lý thuyết tổ hợp là một lý thuyết rất quan trọng trong toán rời rạc nói riêng cũng như ngành công nghệ thông tin nói chung.

Tổ hợp chập k của N phần tử thể hiện cho số cách chọn k phần tử ngẫu nhiên trong N phần tử đã cho. Ví dụ: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 số trong tập hợp 5 số tự nhiên đầu tiên $\{1, 2, 3, 4, 5\}$? Có tổng cộng 10 cách chọn như vậy, đó là:

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$.

Các em lớp 10Tin có thể đọc thêm tài liệu về tổ hợp tại đây:

[https://vi.wikipedia.org/wiki/T%E1%BB%95_h%E1%BB%A3p_\(to%C3%A1n_h%E1%BB%8Dc\)](https://vi.wikipedia.org/wiki/T%E1%BB%95_h%E1%BB%A3p_(to%C3%A1n_h%E1%BB%8Dc))

Ngoài cách tính trực tiếp tổ hợp chập k của N phần tử, ta có thể tính dựa trên công thức sau:

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$$

Ví dụ: Ta cần tính tổ hợp chập 3 của 5 phần tử. Ta có thể tính tổ hợp chập 3 của 4 phần tử và tổ hợp chập 2 của 4 phần tử.

Tổ hợp chập 3 của 4 phần tử là 4

Tổ hợp chập 2 của 4 phần tử là 6

Vậy tổ hợp chập 3 của 5 phần tử là $4 + 6 = 10$.

Ngoài ra, đối với bài toán này, còn một khái niệm modulo. Trong đó ta có như sau:

$$(a + b) \% M = (a \% M + b \% M) \% M$$

$$(a - b) \% M = (a \% M - b \% M + M) \% M$$

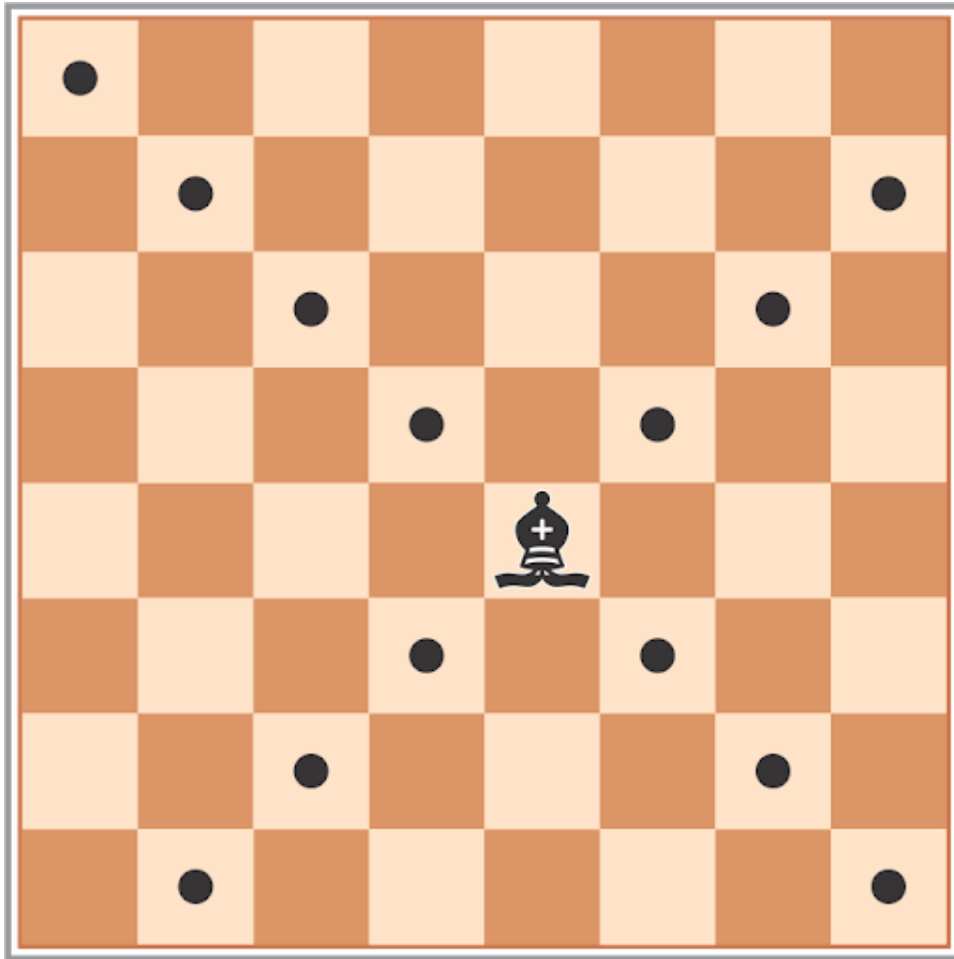
$$(a * b) \% M = ((a \% M) * (b \% M)) \% M$$

Lưu ý: Phép lấy phần dư không đúng với mọi trường hợp trong phép chia.

Bài 2 (SPC2.*):

Trong cờ vua, "Tượng" là một con quân đóng vai trò khá quan trọng, mạnh trong tấn công cũng như phòng thủ. Tượng có sức mạnh có thể được xem ngang ngửa với mã trong bàn cờ. Khi một quân tượng đứng ở 1 ô trên bàn cờ, quân tượng này có thể ăn bất kì con quân nào trên cùng đường chéo đi qua ô mà quân tượng đó đang đứng (Nếu như giữa quân tượng và quân đó không còn quân nào khác đứng giữa trên cùng đường chéo).

Hình ảnh minh họa cho quân tượng và các ô mà quân tượng có thể đi đến như sau:



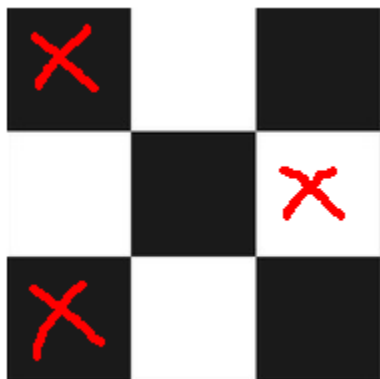
Tú vừa được má mua tặng 1 bộ cờ vua sau khi đã vô địch Winter Contest 2020, bộ cờ vua này đặc biệt ở chỗ đây là bộ cờ gồm N hàng và N cột và trong bộ cờ này có tận N quân tượng. Các hàng trong bàn cờ được đánh số từ 1 đến N , các cột trong bàn cờ được đánh số thứ tự từ 1 đến N . Tú tự hỏi rằng liệu có thể xếp được N quân tượng này, mỗi quân tượng trên 1 hàng sao cho không có 2 quân tượng nào ăn nhau hay không ?????? Tú còn nhỏ và khá lười biếng, Tú tự gọi mình là Tulochoc (Tú lóc chóc), nên nhờ các bạn đang tham dự kỳ thi Spring Contest 2021 giúp Tú tìm ra cách đặt tượng sao cho thỏa mãn nhé :D.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC2.INP):**
 - Đọc từ file SPC2.INP.
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 100$) là số lượng bộ dữ liệu cần xử lý
 - T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu chỉ chứa 1 số nguyên dương N duy nhất là số lượng hàng và cột của bàn cờ mà má đã mua cho Tú.
- **Dữ liệu đầu ra (SPC2.OUT):**
 - Ghi vào file SPC2.OUT.
 - Kết quả trả về cho T bộ test, mỗi bộ Test gồm N cặp số. Mỗi cặp số gồm 2 giá trị (r, c) , tương ứng là vị trí mà Tú có thể đặt quân tượng tại ô đó. Nếu như có nhiều cách có thể đặt quân tượng, Tú chỉ cần 1 cách đặt thỏa mãn thôi !!!!
- **Ví dụ:**

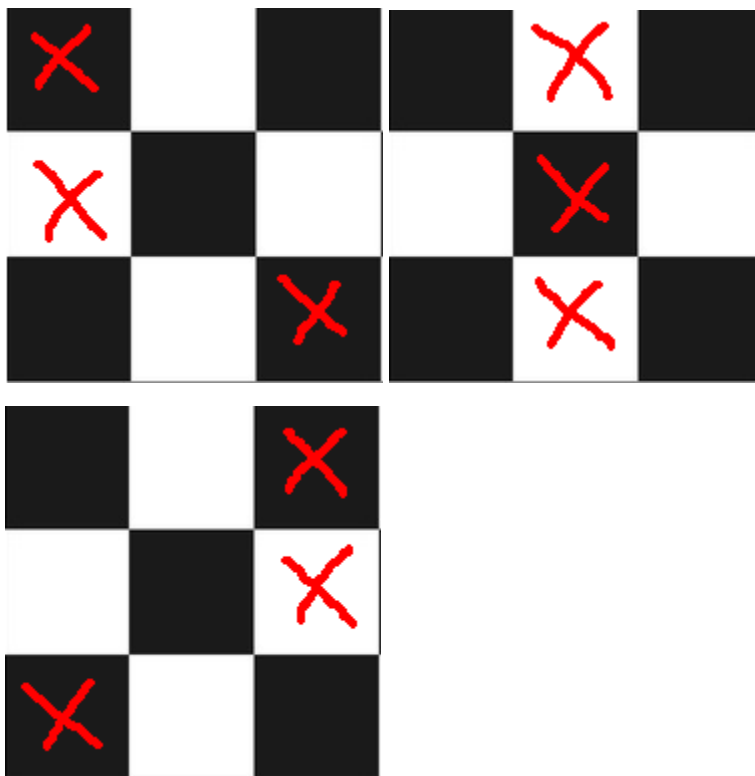
SPC2.INP		SPC2.OUT	
2		1 1	
1		1 1	
3		3 1	
		2 3	

• **Giải thích test ví dụ:**

- Ví dụ 1: Bàn cờ má mua cho Tú chỉ có 1 hàng và 1 cột, tức chỉ có 1 ô mà thôi. Do đó Tú chỉ cần đặt tượng tại ô (1, 1).
- Hình vẽ minh họa cho cách đặt tượng của Tú.



Ngoài cách đặt trên, ta vẫn còn có một số cách đặt khác như sau:



- **Bài toán sẽ chỉ có 1 Dataset duy nhất:**

- Giới hạn: $1 \leq N \leq 1000$.

- **Giới hạn dữ liệu:**

- 2s / Dataset.
- 512Mb / Dataset.

Bài 3 (SPC3.*):

Ta có một mảng a gồm N số, các số chỉ có giá trị 0 hoặc 1. Bạn được phép biến đổi tối đa k số từ 0 thành số 1. Bạn hãy biến đổi dãy a sao cho được một đoạn gồm các số 1 liên tục dài nhất.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC3.INP):**

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$), là số lượng bộ dữ liệu.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức dưới dạng như sau:
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương N, k .
 - Dòng thứ hai gồm N số nguyên không âm, số nguyên không âm thứ i tương ứng là giá trị a_i

- **Dữ liệu đầu ra (SPC3.OUT):**

- Gồm T dòng, dòng thứ i là đáp án của bộ dữ liệu thứ i , là độ dài lớn nhất của dãy con gồm các số 1 liên tục.

- **Ví dụ:**

SPC3.INP	SPC3.OUT
5	2
2 2	2
1 1	4
2 2	5
0 0	10
7 1	
1 0 0 1 1 0 1	
10 2	
1 0 0 1 0 1 0 1 0 1	
15 4	
0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Với test ví dụ 1:

Toàn bộ các số trong dãy a đều đã mang giá trị là 1, do đó dãy liên tục có độ dài dài nhất và các phần tử đều = 1 có độ dài là 2.

- Với test ví dụ 2:

Ta có thể thay đổi nhiều nhất 2 số 0 thành 1. Do đó dãy liên tục gồm các số 1 có độ dài dài nhất là 2.

- Với test ví dụ 3:

Ta thay đổi số 0 ở vị trí 6 thành 1. Dãy sẽ biến đổi thành $[1, 0, 0, 1, 1, 1, 1]$. Độ dài dãy liên tục dài nhất gồm các số 1 là 4.

- Với test ví dụ 4 và 5, bạn đọc có thể tự kiểm chứng.

- **Bài toán sẽ được chia làm 2 Dataset:**

- Small Dataset: $1 \leq k \leq N \leq 200$.
 - Large Dataset: $1 \leq k \leq N \leq 200000$.
- **Giới hạn dữ liệu:**
 - 5s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

-----Chúc các bạn làm bài tốt <3 <3 <3 -----