

SPRING CONTEST 2022

Lưu ý: Các thí sinh có thể nộp bằng ngôn ngữ Pascal, C++ hoặc Java tùy theo ngôn ngữ nào thí sinh thấy thuận tiện. Tên các bài là Tenbai.*, trong đó * tương ứng với pas, cpp hay java. Tenbai là tên của bài sẽ được quy định trong cụ thể từng bài.

Bài 4 (SPC4.*):

Bún và Đậu là 2 thợ cắt tóc lành nghề và chuyên nghiệp nhất 30 Shine. Hôm nay có N vị khách, mỗi vị khách sẽ yêu cầu một kiểu đầu khác nhau. Bún mất b_i phút để phục vụ cho vị khách thứ i, Đậu mất d_i phút để phục vụ cho vị khách thứ i. Vì gần đến Tết nên ông chủ muốn phân bổ những vị khách để Bún và Đậu phục vụ sao cho cửa tiệm có thể đóng cửa sớm nhất để nhân viên đi về quê. Bún sẽ phục vụ một số vị khách và Đậu sẽ phục vụ một số vị, sao cho thời gian lớn nhất trong tổng thời gian phục vụ của 2 người là nhỏ nhất có thể.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC4.INP):**
 - Đọc từ file SPC4.INP
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$) là số lượng bộ dữ liệu của đề bài.
 - T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức gồm 3 dòng như sau:
 - Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương N là số lượng vị khách
 - Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương, số nguyên dương thứ i tương ứng là b_i , là thời gian để Bún phục vụ vị khách thứ i
 - Dòng thứ ba chứa N số nguyên dương, số nguyên dương thứ i tương ứng là d_i , là thời gian để Đậu phục vụ vị khách thứ i
- **Dữ liệu đầu ra (SPC4.OUT):**
 - Ghi ra file SPC4.OUT
 - Gồm T dòng, mỗi dòng gồm một số nguyên duy nhất là thời gian tối thiểu để phục vụ toàn bộ N vị khách
- **Ví dụ:**

SPC4.INP	SPC4.OUT
4	2
1	3
2	12
3	30
5	
1 1 1 1 1	
2 1 4 3 5	
8	
5 2 5 4 1 3 6 2	
9 1 5 2 4 10 4 2	
15	
9 2 4 12 5 8 10 6 8 29 4 3 5 2 1	
8 5 10 8 2 44 1 50 2 4 12 5 2 4 6	

- **Giải thích test ví dụ:**
 - Với ví dụ 1: Chỉ có duy nhất 1 vị khách nên ai phục vụ nhanh hơn thì để người đó phục vụ. Do Bún phục vụ chỉ trong 2 phút nên Bún sẽ phục vụ người đó

- Với ví dụ 2: Người 1 và 2 sẽ do Đậu phục vụ, người 3, 4, 5 sẽ do Bún phục vụ. Vì Bún phục vụ người nào cũng trong 1 phút nên thời gian Bún phục vụ là 3 phút. Trong khi đó, 2 người đầu tiên do Đậu phục vụ sẽ trong tổng thời gian 3 phút. Nên thời gian để phục vụ cả 5 vị khách là 3 phút.
- Với ví dụ 3 và 4: Đề thí sinh có thể kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán.
- **Bài toán có 2 Dataset:**
 - Small Dataset: $1 \leq N \leq 14$
 - Large Dataset: $1 \leq N \leq 100$
 - Trong mọi Dataset, ta luôn có $1 \leq a_i \leq 100$
- **Giới hạn thời gian và bộ nhớ:**
 - 5s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

Bài 5 (SPC5.*):

Cho một dãy số nguyên dương a gồm N số. Ta gọi $Lcm(a)$ là bội chung nhỏ nhất của các số trong dãy a . Ví dụ $Lcm(\{1, 2, 3\}) = 6$, $Lcm(\{2, 2, 4\}) = 4$.

Bạn hãy liệt kê toàn bộ các tập hợp con khác rỗng b của dãy a và tính tổng các $Lcm(b)$. Vì kết quả có thể rất lớn, bạn chỉ cần in ra phần dư của kết quả trong phép chia với số $10^9 + 7$.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC5.INP):**
 - Đọc từ file SPC5.INP.
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$) là số lượng bộ dữ liệu cần xử lý
 - T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng 1: Gồm 1 số nguyên dương N là số lượng phần tử trong dãy a .
 - Dòng 2: Gồm N số nguyên dương, số nguyên dương thứ i có giá trị là a_i .
- **Dữ liệu đầu ra (SPC5.OUT):**
 - Ghi vào file SPC5.OUT.
 - Kết quả trả về cho T bộ test, mỗi bộ test gồm 1 số duy nhất là kết quả của bộ dữ liệu tương ứng.
- **Ví dụ:**

SPC5.INP	SPC5.OUT
4	31
5	23
1 1 1 1 1	238
3	651657343
1 2 3	
6	
4 4 4 2 2 2	
10	
9 5 12 58 1 85 24 90 100 99	

- **Giải thích test ví dụ:**
 - Ví dụ 1: Có tổng cộng $2^5 - 1 = 31$ tập hợp con trích từ 5 phần tử trong dãy a , vì các phần tử đều giống nhau nên bội chung nhỏ nhất của các dãy con đều bằng nhau và bằng 1. Do đó, tổng bội chung nhỏ nhất là 31

- Ví dụ 2: Có những tập hợp con không rỗng từ 3 phần tử trên là $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$ với bội chung nhỏ nhất lần lượt là 1, 2, 3, 2, 3, 6, 6 với tổng là $1 + 2 + 3 + 2 + 3 + 6 + 6 = 23$
- Ví dụ 3: Có tổng cộng $2^6 - 1 = 63$ tập hợp con, trong đó có $2^3 - 1 = 7$ tập hợp con chỉ chứa giá trị 4, $2^3 - 1 = 7$ tập hợp con chỉ chứa giá trị 2 và số tập hợp con còn lại chứa ít nhất một giá trị 2 và một giá trị 4 là $63 - 7 - 7 = 49$. Tổng các bội chung nhỏ nhất là $7 * 4 + 7 * 2 + 49 * 4 = 238$
- Ví dụ 4: Bạn đọc có thể tự kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán với bộ dữ liệu này
- **Bài toán có 2 Dataset:**
 - Small Dataset: $1 \leq N \leq 14$
 - Large Dataset: $1 \leq N \leq 100$
 - Trong mọi Dataset, ta luôn có $1 \leq a_i \leq 500$.
- **Giới hạn dữ liệu:**
 - 10s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

Bài 6 (SPC6.*):

Bạn Quang lớp 12 Toán phát biểu như sau: Cho 2 số nguyên dương N và M , ta luôn chắc chắn rằng các giá trị $0, N, 2N, 3N, \dots, (M-1) \cdot N$, các giá trị này nếu đem chia cho M lấy phần dư thì ta sẽ được các số dư hoàn toàn khác nhau. Bạn hãy kiểm tra nhận định của Quang đúng không nhé ?

- **Dữ liệu đầu vào (SPC6.INP):**
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 40$), là số lượng bộ dữ liệu.
 - T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu chỉ gồm 2 số nguyên dương N và M .
- **Dữ liệu đầu ra (SPC6.OUT):**
 - Kết quả cho T bộ dữ liệu, mỗi bộ dữ liệu gồm một chuỗi “CORRECT” hoặc “INCORRECT” với ý nghĩa lần lượt là phát biểu của Quang đúng hoặc chưa đúng

Ví dụ:

SPC6.INP	SPC6.OUT
3	CORRECT
1 2	CORRECT
5 7	INCORRECT
3 15	

- **Giải thích test ví dụ:**
 - Với test ví dụ 1: Ta có 2 số là 0 và 1, cả 2 số này khi chia 2 lấy phần dư đều ra số chính nó và 2 số khác nhau.
 - Với test ví dụ 2: Dãy số ta có là 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30 với các số dư khi chia cho 7 lần lượt là 0, 5, 3, 1, 6, 4, 2
 - Với test ví dụ 3: Dãy số ta có là 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42 với số dư khi chia 15 lần lượt là 0, 3, 6, 9, 12, 0 Ta thấy rằng có 2 số dư là 0 giống nhau nên phát biểu của Quang đã sai
- **Bài toán sẽ được chia làm 2 Dataset:**
 - Small Dataset: $1 \leq N, M \leq 50$
 - Large Dataset: $1 \leq N, M \leq 10^9$
- **Giới hạn dữ liệu:**

○ 3s / Dataset.

-----Chúc các bạn làm bài tốt <3 <3 <3 -----