

WINTER CONTEST 2019

Lưu ý: Các thí sinh có thể nộp bằng ngôn ngữ Pascal, C++ hoặc Java tùy theo ngôn ngữ nào thí sinh thấy thuận tiện. Tên các bài là Tenbai.*, trong đó * tương ứng với pas, cpp hay java. Tenbai là tên của bài sẽ được quy định trong cụ thể từng bài.

Bài 4 (WC4.*):

“Tập hợp” là một khái niệm quen thuộc trong toán học, dùng để chỉ một tập hợp gồm các phần tử nhất định có cùng một tính chất nào đó. Ta hãy xét tập hợp gồm N phần tử, là các số nguyên dương, có giá trị từ 1 đến N . Bạn hãy đếm xem có bao nhiêu cách có thể chia tập hợp N số nguyên dương này thành một hoặc nhiều tập hợp con, đảm bảo rằng mỗi phần tử trong tập hợp ban đầu đều thuộc một tập hợp con. Vì kết quả rất lớn, nên ta hãy in ra phần dư của kết quả cho giá trị 1000000007 ($10^9 + 7$).

- **Dữ liệu đầu vào (WC4.INP):**

- Đọc từ file WC4.INP
- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$) là số lượng bộ dữ liệu của đề bài.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu chỉ gồm một dòng duy nhất, là một số nguyên dương N .

- **Dữ liệu đầu ra (WC4.OUT):**

- Ghi ra file WC4.OUT
- Với bộ dữ liệu thứ i , ta in ra một số nguyên duy nhất là số lượng tập hợp có thể chia với kết quả được lấy phần dư cho ($10^9 + 7$).

- **Ví dụ:**

WC4.INP	WC4.OUT
5	1
1	5
3	15
4	4140
8	465231251
1000	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Với test ví dụ 1: $N = 1$ nên tập hợp chỉ có 1 phần tử. Chỉ có duy nhất 1 cách chia là $\{1\}$
- Với test ví dụ 2: $N = 3$, có 5 cách phân chia:
 $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
 $\{1, 2\}, \{3\}$

$\{1, 3\}, \{2\}$

$\{2, 3\}, \{1\}$

$\{1, 2, 3\}$

- Với test ví dụ 3: $N = 4$, có 15 cách phân chia:

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$

$\{1, 2\}, \{3\}, \{4\}$

$\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}$

$\{1, 4\}, \{2\}, \{3\}$

$\{2, 3\}, \{1\}, \{4\}$

$\{2, 4\}, \{1\}, \{3\}$

$\{3, 4\}, \{1\}, \{2\}$

$\{1, 2\}, \{3, 4\}$

$\{1, 3\}, \{2, 4\}$

$\{1, 4\}, \{2, 3\}$

$\{1, 2, 3\}, \{4\}$

$\{1, 3, 4\}, \{2\}$

$\{1, 2, 4\}, \{3\}$

$\{2, 3, 4\}, \{1\}$

$\{1, 2, 3, 4\}$

- Với 2 test ví dụ còn lại, là để bạn đọc kiểm tra xem cách làm của mình đã đúng hay chưa.

- **Bài toán có 2 Dataset**

- Small Dataset: $1 \leq N \leq 8$. (test ví dụ số 5 sẽ không có mặt trong Small Dataset).
- Large Dataset: $1 \leq N \leq 1000$.

- **Giới hạn thời gian và bộ nhớ:**

- 3s / Dataset.
- 512Mb / Dataset.

Bài 5 (AC5.*):

Bạn được cho 2 chuỗi X và Y. Chuỗi X có độ dài gồm N ký tự, chuỗi Y có độ dài gồm M ký tự. Ta định nghĩa một chuỗi T là “chuỗi trộn” từ 2 chuỗi X và Y nếu như thỏa mãn 3 điều:

- Các ký tự có trong chuỗi X và Y đều lần lượt xuất hiện trong chuỗi T. Như vậy chuỗi T sẽ có độ dài $N + M$.
- Các ký tự trong chuỗi X xuất hiện trong T phải theo đúng thứ tự đã xuất hiện trong chuỗi X.
- Các ký tự trong chuỗi Y xuất hiện trong T phải theo đúng thứ tự đã xuất hiện trong chuỗi Y.

Ví dụ: Ta có chuỗi $X = "ab"$, $Y = "cd"$, một số chuỗi T có thể trở thành chuỗi trộn của X và Y là: $T = \{ "abcd", "acbd", "acdb", "cdab", "cadb", "cabd" \}$

Ta sẽ tiến hành “trộn” 2 chuỗi X và Y này lại thành một chuỗi T, sao cho chi phí trộn là nhỏ nhất. Chi phí trộn 2 chuỗi được tính như sau:

Xét mọi cặp ký tự liên tiếp (t_i, t_{i+1}) trong chuỗi t, gọi $cost(t_i, t_{i+1})$ là chi phí cho 2 ký tự này.

Nếu 2 ký tự này cùng thuộc chuỗi X hoặc cùng thuộc chuỗi Y, chi phí là 0.

Nếu 2 ký tự này, một ký tự thuộc chuỗi X, ký tự còn lại thuộc chuỗi Y, chi phí sẽ là $C[x][y]$, với x là vị trí mà t_i hoặc t_{i+1} xuất hiện trong X, và y là vị trí mà ký tự còn lại xuất hiện trong chuỗi Y.

- Dữ liệu đầu vào (WC5.INP):

- o Đọc từ file WC5.INP.
- o Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$) là số lượng bộ dữ liệu cần xử lý
- o T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương N và M, tương ứng là số lượng ký tự của chuỗi X và chuỗi Y.
 - N dòng sau, mỗi dòng gồm M số nguyên dương viết cách nhau một dấu cách. Số nguyên dương thứ j trên dòng i có giá trị là $C[i][j]$, tương ứng đó là chi phí cần bỏ ra nếu bạn ghép ký tự thứ i của chuỗi X đứng cạnh ký tự thứ j của chuỗi Y trong chuỗi trộn.

- Dữ liệu đầu ra (WC5.OUT):

- o Ghi vào file WC5.OUT.
- o Gồm T dòng, dòng thứ i là kết quả của bộ dữ liệu thứ i, là chi phí nhỏ nhất cần thiết để trộn 2 chuỗi X và Y lại thành một chuỗi T.

- Ví dụ:

WC5.INP	WC5.OUT
3	3
2 1	6
3	100
30	
2 3	
3 2 30	
15 5 4	
5 5	
100 100 100 100 100	
100 100 100 100 100	
100 100 100 100 100	
100 100 100 100 100	
100 100 100 100 100	

- Giải thích test ví dụ:

- Ví dụ 1: Chuỗi X có 2 ký tự, chuỗi Y có 1 ký tự. Cách trộn có chi phí thấp nhất sẽ là: $T = Y_1X_1X_2$. Khi đó, ký tự Y_1 và X_1 đứng cạnh nhau, ta có chi phí là $C[1][1] = 3$. Ký tự X_1 và X_2 đứng cạnh nhau, chi phí là 0. Tổng chi phí để trộn là $3 + 0 = 3$. Cách trộn khác đều không đạt được chi phí nhỏ nhất. $T = X_1Y_1X_2$ cho chi phí $3 + 30 = 33$. $T = X_1X_2Y_1$ cho chi phí $0 + 30 = 30$.
- Ví dụ 2: Cách trộn tối ưu là: $Y_1Y_2X_1X_2Y_3$, chi phí là $0 + 2 + 0 + 4 = 6$.
- Ví dụ 3: Vì toàn bộ chi phí đều như nhau và đều là 100, nên cách trộn tối ưu sẽ là: 5 ký tự đầu của chuỗi T thuộc về X hoặc Y, 5 ký tự còn lại thuộc về chuỗi còn lại.

- Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:

- Small Dataset : $1 \leq N, M \leq 10$.
- Large Dataset: $1 \leq N, M \leq 1000$.

- Giới hạn dữ liệu:

- 4s / Dataset.
- 1024Mb / Dataset.

Bài 6 (WC6.*):

Bạn được cho một dãy số nguyên dương a gồm N phần tử. Hãy đếm có bao nhiêu cặp chỉ số (i, j) ($2 \leq i \leq j \leq N - 1$) sao cho thỏa mãn:

$$\sum_{k=1}^{i-1} a_k = \sum_{k=i}^j a_k = \sum_{k=j+1}^N a_k$$

Trong đó:

$$\sum_{k=l}^r a_k = a_l + a_{l+1} + \dots + a_r$$

Dữ liệu đầu vào (WC6.INP):

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 100$), là số lượng bộ dữ liệu.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức dưới dạng như sau:
 - Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương N , là số lượng phần tử của dãy a .
 - Dòng tiếp theo, chứa N số nguyên dương viết cách nhau bởi một dấu cách. Số nguyên dương thứ i có giá trị là a_i .
- **Dữ liệu đầu ra (WC6.OUT):**
 - Ta in ra đáp án với T bộ dữ liệu tương ứng, mỗi đáp án là số lượng cặp chỉ số (i, j) thỏa mãn.
- **Ví dụ:**

WC6.INP	WC6.OUT
4	1
3	4
1 1 1	3
5	0
1 0 1 0 1	
5	
1 1 -1 1 1	
7	
1 1 1 1 1 1 1	

- **Giải thích test ví dụ:**
 - Với test ví dụ 1:
Chỉ có một cách chia duy nhất, là $\{1\}, \{1\}, \{1\}$. Trong trường hợp này, $(i, j) = (2, 2)$.
 - Với test ví dụ 2:
Có 4 cách chia, đó là:
 $\{1\}, \{0, 1, 0\}, \{1\}$
 $\{1, 0\}, \{1, 0\}, \{1\}$
 $\{1\}, \{0, 1\}, \{0, 1\}$
 $\{1, 0\}, \{1\}, \{0, 1\}$
Tương ứng với 4 cặp chỉ số (i, j) .

- Với test ví dụ 3:
Có 3 cặp chỉ số $(i, j) = \{(4, 4), (2, 2), (2, 4)\}$.
- Với test ví dụ 4:
Tổng các số là 7, không chia hết cho 3. Do đó hoàn toàn không thể chia được
dãy thành 3 đoạn có tổng bằng nhau

Bài toán sẽ được chia làm 2 Dataset:

- Small Dataset: $3 \leq N \leq 200$
 - Large Dataset: $3 \leq N \leq 500000$
 - Trong mọi dữ liệu, ta có $-1 \leq a_i \leq 1$.
- **Giới hạn dữ liệu:**
- 3s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

-----Chúc các bạn làm bài tốt <3 <3 <3 -----