

SPRING CONTEST DAY 2018 (Ngày 1)

Lưu ý: Các thí sinh có thể nộp bằng ngôn ngữ Pascal, C++ hoặc Java tùy theo ngôn ngữ nào thí sinh thấy thuận tiện. Tên các bài là Tenbai.*, trong đó * tương ứng với pas, cpp hay java. Tenbai là tên của bài sẽ được quy định trong cụ thể từng bài.

Bài 1 (29 điểm – SPC1.*):

Gọi hàm $Dig(x)$ là hàm tính tổng các chữ số của số x . Bạn được cho một đoạn $[L .. R]$, bạn hãy tính tổng $Dig(L) + Dig(L+1) + + Dig(R)$.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC1.INP):**

- Đọc từ file SPC1.INP
- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$) là số lượng bộ dữ liệu của đề bài.
- T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Gồm một dòng duy nhất là 2 số nguyên dương L và R . Dữ liệu đảm bảo L không lớn hơn R .

- **Dữ liệu đầu ra (SPC1.OUT):**

- Ghi ra file SPC1.OUT
- Gồm T dòng, mỗi dòng gồm một số nguyên dương duy nhất là kết quả của bài toán với bộ test tương ứng.

- **Ví dụ:**

SPC1.INP	SPC1.OUT
6	36
5 10	719
14 90	36
1 8	1706508
1000 80000	108165456532584
5819205919 1990922019384	81
999999999 999999999	

- **Giải thích test ví dụ:**

- Với ví dụ 1: Từ 5 đến 10 gồm những số: {5, 6, 7, 8, 9, 10}. Ta có với số có 1 chữ số thì Dig của số đó là chính số đó, còn $Dig(10) = 1$. Như vậy ta có tổng $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 1 = 36$.
- Với ví dụ 3: Dig của những số có 1 chữ số là chính số đó. Do vậy đáp án là tổng các số từ 1 đến 8 $= (1 + 8) * 8 / 2 = 36$.
- Những ví dụ còn lại, chỉ dành để cho các bạn kiểm tra xem thuật toán của mình đã đúng hay chưa mà thôi.

- **Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:**
 - o Small Dataset (10 điểm): $1 \leq L \leq R \leq 10^6$.
Test ví dụ số 5 và số 6 sẽ không xuất hiện trong Small Dataset.
 - o Large Dataset (19 điểm): $1 \leq L \leq R \leq 10^{15}$.
- **Giới hạn thời gian và bộ nhớ:**
 - o 10s / Dataset.
 - o 512Mb / Dataset.

Bài 2 (33 điểm – SPC2.*):

Prom sắp đến rồi !!! Lớp 10Tin gồm N^2 bạn đang rất háo hức sắm sửa đi chơi Prom. Tại Prom, các bạn nam thanh nữ tú mặc những bộ đồ rất sắc sỡ, tuy nhiên từ trên xuống dưới của mỗi bạn chỉ có 1 màu ☹. Ban tổ chức sắp xếp các bạn lớp 10Tin như một ma trận hình vuông kích thước $N \times N$. Các hàng của ma trận đánh số từ 1 đến N theo thứ tự từ trên xuống dưới và các cột được đánh số từ 1 đến N theo thứ tự từ trái qua phải. Ở mỗi ô trong ma trận sẽ có một bạn đang đứng. Tuy nhiên, trong lớp 10Tin vừa xảy ra bất hòa, một bạn sẽ cảm thấy không thoải mái nếu như trong cùng hàng hoặc cùng cột, có một bạn cùng giới tính với mình và lại mặc cùng màu áo với mình. Hỏi ban tổ chức Prom cần loại ít nhất bao nhiêu bạn ra khỏi ma trận sao cho không còn bạn nào còn lại trong ma trận cảm thấy không thoải mái ?

- **Dữ liệu đầu vào (SPC2.INP):**
 - o Đọc từ file SPC2.INP.
 - o Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$) là số lượng bộ dữ liệu cần xử lý
 - o T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức như sau:
 - Dòng 1 chứa một số nguyên dương N .
 - N dòng sau, mỗi dòng chứa N số nguyên, số nguyên thứ j trên dòng thứ i có giá trị là a_{ij} ($-N \leq a_{ij} \leq N$). Trong đó, $|a_{ij}|$ mô tả là một màu áo mà bạn ở ô (i, j) đang mặc. Nếu $a_{ij} < 0$ thì bạn đứng ở ô (i, j) là bạn nữ, ngược lại là bạn nam.
- **Dữ liệu đầu ra (SPC2.OUT):**
 - o Ghi vào file SPC2.OUT.
 - o Gồm T dòng, dòng thứ i là kết quả của bộ dữ liệu thứ i , là số lượng bạn cần loại ra khỏi ma trận ít nhất sao cho những bạn còn lại trong ma trận cảm thấy thoải mái.

- Ví dụ:

SPC2.INP	SPC2.OUT
4	0
2	1
1 2	2
2 1	1
2	
1 1	
2 1	
2	
1 2	
1 2	
2	
2 2	
-2 2	

- Giải thích test ví dụ:

- Ví dụ 1: Ma trận này đã chuẩn, không có bạn nào cảm thấy không thoải mái nên không cần loại bạn nào ra khỏi ma trận.
- Ví dụ 2: Bạn nam ở vị trí (1, 2) mặc áo màu số 1 trùng với bạn cùng hàng là bạn nam ở ô (1, 1) và bạn nam ở ô (2, 2), nên chỉ cần loại bạn nam ở ô (1, 1) ra khỏi hàng là mọi chuyện ổn thỏa.
- Ví dụ số 4: Giải thích tương tự với ví dụ số 2.
- Ví dụ số 3: Bạn đọc có thể tự tìm hiểu.

- Bài toán sẽ được chia thành 2 Dataset:

- Small Dataset (13 điểm) : $2 \leq N \leq 4$.
- Large Dataset (20 điểm): $2 \leq N \leq 100$.

- Giới hạn dữ liệu:

- 10s / Dataset.
- 512Mb / Dataset.

Bài 3 (38 điểm - SPC3.*):

Bạn được cho một cây gồm N đỉnh được đánh số từ 1 đến N, ta quy định gốc là đỉnh 1. Đỉnh thứ i có trọng số là v_i . Ta định nghĩa "subtree" là một đồ thị được tạo nên từ việc xóa bớt một số cạnh ban đầu của cây. Giá trị của một "subtree" được định nghĩa bằng tổng OR của các trọng số của những đỉnh thuộc subtree đó. Bạn đọc có thể tham khảo về phép OR trong bit ở link sau đây: https://en.wikipedia.org/wiki/Bitwise_operation. Bạn hãy tính tổng các giá trị của tất cả các subtree của cây. Vì kết quả có thể rất lớn nên bạn in ra phần dư kết quả cho $10^9 + 7$.

- **Dữ liệu đầu vào (SPC3.INP):**
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T ($1 \leq T \leq 20$), là số lượng bộ dữ liệu.
 - T bộ dữ liệu tiếp theo, mỗi bộ dữ liệu được tổ chức dưới dạng như sau:
 - Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương N .
 - Dòng thứ hai gồm $N - 1$ số nguyên dương, số nguyên dương thứ i có giá trị là p_i là đỉnh cha của nút thứ $i + 1$. ($2 \leq p_i \leq N$).
 - Dòng thứ ba gồm N số không âm, số nguyên thứ i có giá trị là v_i .
- **Dữ liệu đầu ra (SPC3.OUT):**
 - Gồm T dòng, dòng thứ i là đáp án của bộ dữ liệu thứ i là tổng các giá trị của tất cả các subtree trong cây.
- **Ví dụ:**

SPC3.INP	SPC3.OUT
4	6
2	23
1	33999993
1 2	6378
3	
1 2	
1 2 4	
11	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
1000000 1000000 1000000 1000000	
1000000 1000000 1000000 1000000	
1000000 1000000 1000000	
12	
1 1 2 1 3 3 4 1 1 3 2	
4 5 6 7 0 8 9 5 1 2 3 6	

- **Giải thích test ví dụ:**
 - Với test ví dụ 1:

Ta có tổng cộng 3 subtree, là $\{1\}$, $\{2\}$ và $\{1, 2\}$. Subtree $\{1\}$ có giá trị là $v_1 = 1$, subtree $\{2\}$ có giá trị là $v_2 = 2$, subtree $\{1, 2\}$ có giá trị là $v_1 \text{ OR } v_2 = 1 \text{ OR } 2 = 3$. Như vậy tổng giá trị các subtree là $1 + 2 + 3 = 6$. Kết quả là $6 \bmod 10^9 + 7 = 6$.
 - Với test ví dụ 2:

Ta có các subtree là: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3\}$ với các giá trị tương ứng là: $\{v_1, v_2, v_3, v_1 \text{ OR } v_2, v_2 \text{ OR } v_3, v_1 \text{ OR } v_2 \text{ OR } v_3\} = \{1, 2, 4, 3, 6, 7\}$. Tổng là $1 + 2 + 4 + 3 + 6 + 7 = 23$. Giá trị là $23 \bmod 10^9 + 7 = 23$.
 - Với test ví dụ 3:

Vì giá trị của toàn bộ các đỉnh đều là bằng nhau nên giá trị của các subtree đều bằng giá trị của mỗi đỉnh. Ta có tổng cộng 1034 subtree nên tổng giá trị là: $1000000 * 1034 = 1.034.000.000$. Kết quả lấy mod cho $10^9 + 7$ là 33999993.

- Với test ví dụ 4 chỉ để cho các bạn có thể kiểm tra thuật toán của mình đúng hay không.
- **Bài toán sẽ được chia làm 2 Dataset:**
 - Small Dataset (17 điểm): $2 \leq N \leq 15$.
 - Large Dataset (21 điểm): $2 \leq N \leq 100$.
 - Trong mọi dataset, ta luôn có $0 \leq v_i \leq 10^9$.
- **Giới hạn dữ liệu:**
 - 15s / Dataset.
 - 512Mb / Dataset.

-----Chúc các bạn làm bài tốt <3 <3 <3 -----