**Evaluate metric**

| Prophet | Train - test - validate | MAE | MAPE | RMSE | MSE | R-squared |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 70-10-20 | 12089.69 | 110.21% | 12138.42 | 147341256.10 | -103.9519 |
| **75-10-15** | 11240.94 | 102.67% | 11356.56 | 128971439.73 | -111.4602 |
| 65-10-25 | 27669.62 | 251.47% | 27707.57 | 767709461.49 | -545.8431 |

* **Facebook Prophet** là một mô hình dự báo chuỗi thời gian được thiết kế bởi Facebook (nay là Meta), với mục tiêu:
  + Dễ sử dụng cho cả chuyên gia lẫn người không chuyên
  + Dự báo **dữ liệu chuỗi thời gian có tính mùa vụ (seasonal) mạnh và xu hướng phi tuyến**
  + Xử lý tốt **ngày lễ, outliers, thay đổi xu hướng**
* Prophet mô hình hóa chuỗi thời gian theo công thức:

yₜ = g(t) + s(t) + h(t) + εₜ

* Trong đó:
  + g(t): thành phần xu hướng (trend)
  + s(t): thành phần mùa vụ (seasonality)
  + h(t): thành phần ngày lễ (holiday effects)
  + εt: phần nhiễu (noise)

# **Thành phần xu hướng (trend)**

* Prophet sử dụng mô hình tuyến tính phân khúc (piecewise linear):

g(t) = (k + a(t)ᵀδ)(t - t₀) + (m + a(t)ᵀγ)

* Trong đó:
  + k: tốc độ tăng trưởng ban đầu (initial growth rate)
  + δ: vector các thay đổi về tốc độ (tại các điểm gãy - changepoints)
  + a(t): hàm chỉ định xem điểm $t$ có phải là changepoint
  + m: điểm giao tuyến y-intercept
  + t₀: mốc thời gian chuẩn hóa

# **Thành phần mùa vụ (seasonality)**

* Mùa vụ được mô hình hóa bằng chuỗi Fourier:

s(t) = Σⁿ₌₁ [ aₙ cos(2πnt/P) + bₙ sin(2πnt/P) ]

* Trong đó:
  + P: chu kỳ mùa vụ (ví dụ: $365$ ngày cho chu kỳ năm, $7$ ngày cho tuần)
  + n: số lượng thành phần Fourier (càng lớn thì mô hình càng linh hoạt)
  + aₙ, bₙ: các hệ số Fourier được học trong quá trình huấn luyện

# **Thành phần ngày lễ (holiday effects)**

* Ảnh hưởng của các ngày lễ được biểu diễn như sau:

h(t) = Σʲ₌₁ Zⱼ(t) κⱼ

* Trong đó:
  + Zⱼ(t): biến chỉ thị (bằng $1$ nếu $t$ là ngày lễ thứ $j$, ngược lại bằng $0$)
  + κⱼ: mức ảnh hưởng của ngày lễ thứ $j$

# **Phần nhiễu (noise)**

* Phần dư sau khi loại bỏ các thành phần trên được giả định là nhiễu trắng:

εₜ ∼ 𝓝(0, σ²)

* Trong đó:
  + εₜ: sai số tại thời điểm $t$
  + σ²: phương sai của nhiễu

Tham khảo: “Prophet Github” <https://github.com/facebook/prophet>

“Prophet documents” https://facebook.github.io/prophet/docs/quick\_start.html