1. **Bản chất Mô hình Không gian Trạng thái:** BSTS giả định rằng dữ liệu quan sát được (yt​) được tạo ra bởi một tập hợp các trạng thái tiềm ẩn (không quan sát được) (αt​) phát triển theo thời gian. Các trạng thái này đại diện cho các thành phần cấu trúc của chuỗi thời gian.
2. **Suy luận Bayes:** BSTS sử dụng các phương pháp Bayes để:
   * Ước tính các trạng thái tiềm ẩn và các tham số mô hình.
   * Kết hợp kiến thức tiên nghiệm (prior knowledge).
   * Định lượng sự không chắc chắn trong các ước tính và dự báo.
3. **Các Thuật Toán Cốt Lõi:**
   * **Bộ lọc Kalman (Kalman Filter):** Dùng để ước tính đệ quy các trạng thái tiềm ẩn.
   * **Tiên nghiệm Spike-and-Slab:** Thường được sử dụng cho lựa chọn biến trong thành phần hồi quy, giúp xác định các yếu tố dự báo quan trọng.
   * **Markov Chain Monte Carlo (MCMC):** Dùng để mô phỏng từ phân phối hậu nghiệm của các tham số và trạng thái, khi tính toán giải tích là khó khăn.
   * **Lấy trung bình mô hình Bayes (Bayesian Model Averaging - BMA):** Kết hợp dự đoán từ nhiều mô hình (hoặc nhiều bộ tham số) để cải thiện độ mạnh mẽ.

### **Công Thức Tổng Quát (Dạng Không Gian Trạng Thái):**

Mô hình BSTS thường được biểu diễn dưới dạng không gian trạng thái với hai phương trình chính :

1. **Phương trình Quan sát (Observation Equation):** Liên kết dữ liệu quan sát được yt​ với vector trạng thái tiềm ẩn αt​: yt​=ZtT​αt​+ϵt​ Trong đó:  
   * yt​: Giá trị quan sát tại thời điểm t.
   * αt​: Vector trạng thái tiềm ẩn (không quan sát được) tại thời điểm t.
   * ZtT​: Vector (hoặc ma trận) liên kết các trạng thái với quan sát.
   * ϵt​: Nhiễu quan sát, thường được giả định là ϵt​∼N(0,Ht​) (ví dụ: Ht​=σϵ2​).
2. **Phương trình Chuyển tiếp Trạng thái (State Transition Equation):** Mô tả sự tiến triển của vector trạng thái αt​ theo thời gian: αt+1​=Tt​αt​+Rt​ηt​ Trong đó:  
   * Tt​: Ma trận chuyển tiếp, mô tả động lực của các trạng thái.
   * Rt​: Ma trận điều khiển (hoặc ma trận tải nhiễu).
   * ηt​: Nhiễu hệ thống (nhiễu trạng thái), thường được giả định là ηt​∼N(0,Qt​).

**Trích dẫn**

1. <https://scholar.ummetro.ac.id/index.php/sciencestatistics/article/download/5023/2221/>
2. <https://scholar.ummetro.ac.id/index.php/sciencestatistics/article/download/5023/2221/>
3. <https://beanmachine.org/docs/overview/tutorials/Bayesian_Structural_Time_Series/BayesianStructuralTimeSeries/>
4. https://www.researchgate.net/publication/264816307\_Predicting\_the\_Present\_with\_Bayesian\_Structural\_Time\_Series

\begin{enumerate}

\item \textbf{Bản chất Mô hình Không gian Trạng thái:} BSTS giả định rằng dữ liệu quan sát được ($y\_t$) được tạo ra bởi một tập hợp các trạng thái tiềm ẩn (không quan sát được) ($\alpha\_t$) phát triển theo thời gian. Các trạng thái này đại diện cho các thành phần cấu trúc của chuỗi thời gian. [1, 2]

\item \textbf{Suy luận Bayes:} BSTS sử dụng các phương pháp Bayes để:

\begin{itemize}

\item Ước tính các trạng thái tiềm ẩn và các tham số mô hình. [1]

\item Kết hợp kiến thức tiên nghiệm (prior knowledge). [4]

\item Định lượng sự không chắc chắn trong các ước tính và dự báo. [4,5]

\end{itemize}

\item \textbf{Các Thuật Toán Cốt Lõi:}

\begin{itemize}

\item \textbf{Bộ lọc Kalman (Kalman Filter):} Dùng để ước tính đệ quy các trạng thái tiềm ẩn. [7, 3, 5]

\item \textbf{Tiên nghiệm Spike-and-Slab:} Thường được sử dụng cho lựa chọn biến trong thành phần hồi quy, giúp xác định các yếu tố dự báo quan trọng. [2, 3]

\item \textbf{Markov Chain Monte Carlo (MCMC):} Dùng để mô phỏng từ phân phối hậu nghiệm của các tham số và trạng thái, khi tính toán giải tích là khó khăn. [1]

\item \textbf{Lấy trung bình mô hình Bayes (Bayesian Model Averaging - BMA):} Kết hợp dự đoán từ nhiều mô hình (hoặc nhiều bộ tham số) để cải thiện độ mạnh mẽ. [1, 2, 4]

\end{itemize}

\section\*{Công Thức Tổng Quát (Dạng Không Gian Trạng Thái)}

Mô hình BSTS thường được biểu diễn dưới dạng không gian trạng thái với hai phương trình chính [2,3]:

\begin{enumerate}

\item \textbf{Phương trình Quan sát (Observation Equation):} Liên kết dữ liệu quan sát được $y\_t$ với vector trạng thái tiềm ẩn $\alpha\_t$:

$$y\_t = Z\_t^T \alpha\_t + \epsilon\_t$$

Trong đó:

\begin{itemize}

\item $y\_t$: Giá trị quan sát tại thời điểm $t$.

\item $\alpha\_t$: Vector trạng thái tiềm ẩn (không quan sát được) tại thời điểm $t$.

\item $Z\_t^T$: Vector (hoặc ma trận) liên kết các trạng thái với quan sát.

\item $\epsilon\_t$: Nhiễu quan sát, thường được giả định là $\epsilon\_t \sim N(0, H\_t)$ (ví dụ: $H\_t = \sigma\_{\epsilon}^2$).

\end{itemize}

\item \textbf{Phương trình Chuyển tiếp Trạng thái (State Transition Equation):} Mô tả sự tiến triển của vector trạng thái $\alpha\_t$ theo thời gian:

$$\alpha\_{t+1} = T\_t \alpha\_t + R\_t \eta\_t$$

Trong đó:

\begin{itemize}

\item $T\_t$: Ma trận chuyển tiếp, mô tả động lực của các trạng thái.

\item $R\_t$: Ma trận điều khiển (hoặc ma trận tải nhiễu).

\item $\eta\_t$: Nhiễu hệ thống (nhiễu trạng thái), thường được giả định là $\eta\_t \sim N(0, Q\_t)$.

\end{itemize}

\end{enumerate}

|  | **MSE** | **RMSE** | **MAPE** | **MAE** | **R-SQUARE** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 65/25/10 | 10396656.00 | 3224.38 | 21.55% | 2569.81 | -6.41 |
| 70/20/10 | 9956523.00 | 3155.40 | 21.04% | 2510.26 | -6.09 |
| 75/15/10 | 10251374.00 | 3201.78 | 21.39% | 2550.30 | -6.30 |

