

Đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$

- **Lí thuyết:**

- Đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là Parabol với đỉnh O.
 - Nếu $a > 0$ phần đồ thị sẽ có dạng U với O là điểm thấp nhất của đồ thị
 - Nếu $a < 0$ phần đồ thị sẽ có dạng n với O là điểm cao nhất của đồ thị

- **Một số dạng bài thường gặp:**

- Vẽ đồ thị hàm số bậc hai
- Xác định điểm thuộc đồ thị
- Tìm tọa độ giao điểm của Parabol với đường thẳng
- Viết phương trình Parabol
- Tìm vị trí tương đối giữa đường thẳng và Parabol

- **Vẽ đồ thị hàm số**

Lưu ý: để vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ ta cần xác định ít nhất 5 điểm thuộc đồ thị. Giải pháp mà ta thường dùng là lập bảng giá trị để xác định tung và hoành độ của 5 điểm đó

Ví dụ: Vẽ hàm số (d): $y = 3x^2$

Nhận xét: (1) Đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ O(0;0)

(2) Do đồ thị Parabol có tính đối xứng nên ứng với mỗi điểm có hoành độ x thuộc Parabol sẽ tồn tại một điểm có hoành độ -x cũng thuộc Parabol

Khi đó, ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	12	3	0	3	12

(để thấy ta chỉ cần tìm 2 điểm có hoành độ khác 0 và lấy số đối của chúng để có được 5 điểm này)

Việc còn lại ta sẽ biểu diễn các điểm này lên hệ trục tọa độ, nối liền chúng tạo thành hình đường cong Parabol

Với hàm số $y = 3x^2$ ta có hệ số $a = 3 > 0$ nên đồ thị hàm số sẽ có dạng U

- **Xác định điểm thuộc đồ thị:** để làm được dạng toán này ta chỉ cần thay tung độ và hoành độ của điểm đã cho vào hàm số sau đó xác định xem vế trái và vế phải có bằng nhau không, nếu bằng điểm đó sẽ thuộc đồ thị hàm số và ngược lại

(Với một số bài toán có thể yêu cầu tìm giá trị của tham số “m” để một điểm cho trước thuộc đồ thị hàm số ta chỉ cần thay tọa độ của điểm đó vào hàm số và giải phương trình bậc nhất theo ẩn “m”)

Ví dụ 1: cho hàm số $(P): y = 2x^2$, điểm $A(3; 10)$ và điểm $B(1; 2)$. Điểm nào nằm trên đồ thị hàm số đã cho?

Giải

Thay tọa độ điểm A, B vào (P) ta có:

Với $x = 3, y = 10$

$$\Rightarrow 10 = 2.3^2 \text{ (vô lí)}$$

Suy ra: $A \notin (P)$

Với $x = 1, y = 2$

$$\Rightarrow 2 = 2.1^2 \text{ (hiển nhiên đúng)}$$

Suy ra: $B \in (P)$

Vậy $\begin{cases} A \notin (P) \\ B \in (P) \end{cases}$

Ví dụ 2: cho Parabol $(P): y = 2x^2$ tìm giá trị của m để điểm $A(m + 1; 8)$ thuộc đồ thị của hàm số đã cho

Giải

Thay $x = m + 1, y = 8$ vào (P) :

Ta có: $8 = 2(m + 1)^2$

$$\Leftrightarrow 4 = (m + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 2 \\ m + 1 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy để $A \in (d)$ thì $m = 1$ hoặc $m = -3$

- **Tìm tọa độ giao điểm của Parabol với đường thẳng:** Lập phương trình hoành độ giao điểm là phương pháp giải chung cho đa số bài toán ở dạng này

Ví dụ: tìm giao điểm của hai hàm số $(P): y = 2x^2$ và $(d): y = -x + 3$

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = -x + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \quad (1)$$

Giải phương trình (1) ($a = 2, b = 1, c = -3$):

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 1^2 - 4.2.(-3)$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 25 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

- **Viết phương trình Parabol:**

Với dạng này ta chỉ cần nhớ dạng tổng quát của hàm số Parabol $y = ax^2$ sau đó từ các dữ kiện của đề bài ta sẽ tìm được hệ số a

Ví dụ 1: Viết phương trình Parabol (P) đi qua điểm A(2; 8)

Giải

Ta có phương trình Parabol dạng $y = ax^2$

Thay tọa độ A vào ta được:

$$8 = a.2^2$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Vậy (P): $y = 2x^2$

- **Tìm vị trí tương đối giữa đường thẳng (d) và Parabol (P):**

Lý thuyết:

- Đường thẳng (d) tiếp xúc với Parabol (P) khi và chỉ khi phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có $\Delta = 0$
- Đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có $\Delta > 0$
- Đường thẳng (d) không cắt Parabol (P) khi và chỉ khi phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có $\Delta < 0$

Ví dụ: Tìm giá trị của m để đường thẳng (d): $y = -2x + m$ tiếp xúc với Parabol $y = x^2$

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = -2x + m$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - m = 0 \quad (1)$$

Để (d) tiếp xúc (P)

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.1.(-m) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$

