

ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- **Lí thuyết:**

- Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .

Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$, và trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$

- Đồ thị này cũng được gọi là đường thẳng $y = ax + b$ và b được gọi là tung độ gốc của đường thẳng.
- *Chú ý:* Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) cắt trục hoành tại điểm $Q(-b/a; 0)$

- **Một số dạng bài thường gặp:**

- Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất
- Xác định điểm thuộc và không thuộc đồ thị
- Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng
- Viết phương trình đường thẳng (với một số dữ kiện cho trước)

- **Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất**

Bước 1: Cho $x = 0$ thì $y = b$, ta được điểm $P(0; b)$ thuộc trục tung Oy .

Cho $y = 0$ thì $x = -b/a$ ta được điểm $Q(-b/a; 0)$ thuộc trục hoành Ox

Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm P và Q ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Chú ý: Vì đồ thị $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng nên muốn vẽ nó chỉ cần xác định hai điểm phân biệt thuộc đồ thị.

Do đó trong trường hợp giá trị $(-b/a; 0)$ khó xác định trên trục Ox thì ta có thể thay thế điểm Q bằng cách chọn một giá trị x_1 sao cho $Q(x_1; y_1)$ trong đó $y_1 = ax_1 + b$ để xác định hơn trên mặt phẳng tọa độ.

- **Xác định điểm thuộc và không thuộc đồ thị:** để làm được dạng toán này, ta chỉ cần thay x bằng hoành độ của điểm cần xác định, y bằng tung độ của điểm cần xác định. Nếu hai vế bằng nhau thì điểm thuộc đồ thị hàm số, nếu hai vế không bằng nhau thì điểm không thuộc.

Ví dụ 1: cho hàm số $(d): y = 3x + 1$, điểm $A(3;10)$ và điểm $B(1;1)$. Hai điểm trên có thuộc đồ thị hàm số đã cho không?

Giải

Đầu tiên, ta thay tọa độ điểm $A(3;10)$ vào hàm số.

Với $x = 3$, $y = 10$ hàm số trở thành: $10 = 3.3 + 1 \Rightarrow 10 = 10$

Vậy $A(3; 10) \in (d)$

Tương tự như trên, thay tọa độ điểm B(1;1) vào hàm số ta được:

$$1 = 3.1 + 1 \Rightarrow 1 = 4 \text{ (vô lí)}$$

Vậy $B(1; 1) \notin (d)$

Ví dụ 2: cho hàm số (d') : $y = mx + 1 (m \neq 0)$. Xác định m để điểm A(3;1) thuộc hàm số.

Giải

Thay tọa độ A(3; 1) vào (d') , ta được: $3 = m + 1 \Leftrightarrow m = 2$

Vậy: $A(3; 1) \in (d')$ khi $m = 2$

- **Tìm giao điểm của hai đường thẳng:** Với dạng này, ta có hai cách: lập hệ phương trình hoặc lập phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số.

Ví dụ: tìm giao điểm của hai hàm số (d_1) : $y = 2x + 1$ và (d_2) : $y = x - 3$

Giải

Ta có: phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) : $2x + 1 = x - 3 \Leftrightarrow x = -4$

Thay $x = -4$ vào (d_1) : $y = 2.(-4) + 1 = -7$

Vậy: $(d_1) \cap (d_2) = (-4; -7)$

- **Với dạng bài viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm/cắt trục tung và trục hoành tại 2 điểm/đi qua 1 điểm và song song hay vuông góc với đường thẳng cho trước/.... :**
 - **Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm:** gọi đường thẳng cần tìm có phương trình là (d) : $y = ax + b$, tọa độ 2 điểm đề bài cho là $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$

Khi đó, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b \end{cases}$$

Giải hệ trên để xác định được hàm số.

Ví dụ: Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A(3; 1) và B(1; 3)

Giải

Gọi hàm số cần tìm là (d) : $y = ax + b$

Khi đó, a và b là nghiệm của hệ $\begin{cases} 1 = 3a + b \\ 3 = a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$

Vậy: hàm số cần tìm là (d) : $y = -x + 4$

- **Viết phương trình đường thẳng cắt trục tung và trục hoành tại 2 điểm:** lưu ý rằng khi đường thẳng cắt trục tung tại một điểm, điểm đó sẽ có tung độ $y = 0$, và khi cắt trục hoành thì hoành độ $x = 0$. Dạng toán này được giải tương tự như dạng trên.
- **Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và song song/vuông góc với đường thẳng cho trước:** gọi đường thẳng cần tìm có phương trình là $(d): y = ax + b$, điểm đi qua $A(x_1; y_1)$, đường thẳng song song hoặc vuông góc với (d) có phương trình $(d'): y = a'x + b'$ (a', b' cho trước).
 Đầu tiên ta sẽ xác định hệ số a của hàm số (d) dựa theo tính chất: $a = a'$ nếu $(d) // (d')$ và $a \cdot a' = -1$ nếu $(d) \perp (d')$. Sau khi đã xác định được a , ta thay tọa độ của điểm đi qua $A(x_1, y_1)$ vào (d) và tìm ra b
Ví dụ: viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;1)$ và vuông góc với đường thẳng $y = -2x + 1$

Giải

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm có dạng $(d): y = ax + b$

$$\text{Vì } (d) \perp y = -2x + 1 \Leftrightarrow a \cdot (-2) = -1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (d): y = \frac{1}{2}x + b$$

Thay $A(3;1)$ vào (d) :

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

Vậy: hàm số cần tìm là $(d): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$