

- **Đối với bài toán tìm điều kiện xác định của căn thức bậc chẵn:** Ta sử dụng định nghĩa về căn thức (biểu thức trong căn phải dương hoặc bằng 0) để xác định điều kiện của phương trình từ đó giải quyết yêu cầu đề bài.

Dạng $\sqrt[n]{A}$, $\forall n \in \mathbb{Z}$ với A là một đa thức hoặc một số:

Điều kiện xác định của biểu thức lúc này là $A \geq 0$:

Lưu ý: nếu giá trị của A phụ thuộc vào một biến (thường là biến x hoặc y) thì điều kiện xác định của biểu thức lúc này sẽ là điều kiện của biến đó

Bài tập minh họa:

Tìm điều kiện của x để biểu thức có nghĩa: a) $\sqrt{-3x}$

$$\text{b) } \sqrt{7x + 1}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{1}{-5x+3}}$$

Hướng dẫn giải:

Với yêu cầu a) :

$$\text{Điều kiện xác định của biểu thức} \Leftrightarrow -3x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0$$

$$\text{Vậy điều kiện của x để biểu thức có nghĩa là: } x \in (-\infty; 0]$$

Với yêu cầu b) :

$$\text{Điều kiện xác định của biểu thức} \Leftrightarrow 7x + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq -1$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{-1}{7}$$

$$\text{Vậy điều kiện của x để biểu thức có nghĩa là: } x \in \left[\frac{-1}{7}; +\infty\right)$$

Với yêu cầu c):

$$\text{Điều kiện xác định của phương trình} \Leftrightarrow \frac{1}{-5x+3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 3 \neq 0 \\ -5x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -5x + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow -5x > -3$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{3}{5}$$

Vậy điều kiện của x để biểu thức có nghĩa là: $x \in (-\infty; \frac{3}{5})$

- **Đối với dạng bài liên quan đến biến đổi căn thức (trục căn thức ở mẫu, chứng minh về trái bằng về phải,...), ta giải như sau:**

Các công thức cần nhớ:

1. \sqrt{A} có nghĩa khi $A \geq 0$
2. $\sqrt{A^2} = |A|$
3. $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ với $A, B \geq 0$
4. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ với $A \geq 0, B > 0$
5. $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \sqrt{B}$ với $A, B \geq 0$
6. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$ với $A, B \geq 0$
7. $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$ với $A < 0, B \geq 0$
8. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$ với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$
9. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ với $B > 0$
10. $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$ với $A \geq 0, A \neq B^2$
11. $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}$ với $A, B \geq 0, A \neq B$

- **Trục căn thức ở mẫu** (biến đổi biểu thức $\frac{A}{\sqrt{B}}$ hoặc $\frac{A}{\sqrt{B} + C}$ với $B > 0$ sao cho mất dấu căn ở mẫu): Thông thường ta sẽ áp dụng phương pháp nhân tử mẫu cho \sqrt{B} hoặc nhân với với lượng liên hợp và biến đổi biểu thức trong căn (áp dụng hằng đẳng thức số 3 $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ để phá căn. Cụ thể hơn, ta biến đổi như sau:

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$$

$$\frac{A}{\sqrt{B} + C} = \frac{A(\sqrt{B} - C)}{(\sqrt{B} + C)(\sqrt{B} - C)} = \frac{A(\sqrt{B} - C)}{B - C^2} \text{ (Với } \sqrt{B} \neq C \text{)}$$

Ví dụ 1: **Bài 50 (trang 30 SGK Toán 9 Tập 1):** Trục căn thức ở mẫu với giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa.

$$\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{20}} = \frac{1}{3\sqrt{2^2 \cdot 5}} = \frac{1}{6\sqrt{5}} = \frac{1\sqrt{5}}{6 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{30}$$

Ví dụ 2: $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} (x \neq y)$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}$$

- **Chứng minh về trái bằng về phải / rút gọn:** Đối với dạng bài này: có thể có nhiều loại yêu cầu từ đề bài như chứng minh, so sánh rút gọn,... Nhưng đối với tất cả loại yêu cầu ta vẫn sử dụng một số phương pháp chung như các phép biến đổi biểu thức:

đặt thừa số chung, đặt ẩn phụ, quy đồng mẫu số hoặc biện luận dựa trên điều kiện của phương trình,... . Lưu ý: dạng bài này yêu cầu ta thực hiện nhiều phép biến đổi nhất có thể để rút gọn biểu thức về dạng một số nhất định (hoặc phân số tối giản). Một số phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử bao gồm:

- Đặt nhân tử chung.
- Dùng hằng đẳng thức.
- Nhóm các hạng tử.
- Tách một hạng tử thành nhiều hạng tử....

Bằng việc tách đa thức thành các nhân tử giống nhau, ta có thể rút gọn nhân tử chung ở cả tử và mẫu của một phân thức hoặc thực hiện các phép biến đổi khác.

Đối với dạng bài rút gọn biểu thức số ta cần sử dụng các phép biến đổi đơn giản: Nhân, chia căn bậc hai; đưa thừa số ra ngoài, vào trong dấu căn; khử mẫu biểu thức lấy căn để làm xuất hiện căn thức đồng dạng.

Ví dụ 1: rút gọn $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} - \sqrt{72}$

$$A = \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{3^2 \cdot 5} + 3\sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{6^2 \cdot 2}$$

$$A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

$$A = 3\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

Ví dụ 2: rút gọn biểu thức $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

Ở đây ta thấy $4 \pm 2\sqrt{3}$ có thể biến đổi về dạng $(a \pm b)^2$, nên ta tiến hành tách như sau:

$$\begin{aligned} \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} &= \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + 1^2} - \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + 1^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\ &= |\sqrt{3} + 1| - |\sqrt{3} - 1| \\ &= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Đối với dạng rút gọn biểu thức chứa biến và số: ta cũng biến đổi tương tự dạng trên nhưng cần phải kèm theo điều kiện.

Ví dụ: rút gọn biểu thức $B = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

Đối với biểu thức này, ta nhận thấy căn thức luôn có nghĩa $\forall x \in R$, vì biểu thức trong căn có thể biến đổi lần lượt thành $(x + 2)^2$ và $(x - 2)^2 \geq 0 \forall x$

$$B = \sqrt{x^2 + 2.2x + 2^2} - \sqrt{x^2 - 2.2x + 2^2} = \sqrt{(x + 2)^2} - \sqrt{(x - 2)^2} = |x + 2| - |x - 2|$$

$$B = \begin{cases} -x - 2 + x - 2 & \text{với } x < -2 \\ x + 2 + x - 2 & \text{với } -2 \leq x < 2 \\ x + 2 - x + 2 & \text{với } x \geq 2 \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} -4 & \text{với } x < -2 \\ 2x & \text{với } -2 \leq x < 2 \\ 4 & \text{với } x \geq 2 \end{cases}$$

Tham khảo thêm: [Chuyên đề rút gọn căn thức của sở giáo dục và đào tạo Vĩnh Phúc](#)