Phương trình có dạng $\sqrt{A} = B$

- **Kiến thức cần nhớ:** đây là dạng bài giải phương trình vô tỉ. Đối với loại phương trình này, ta cần xác định điều kiện có nghĩa của căn thức và biến đổi phương trình thành phương trình tương đương không chứa căn để giải. Việc này đa số được thực hiện bằng cách bình phương cả hai vế hoặc biến đổi biểu thức trong căn và sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$
- **Đối với phương trình có dạng** $\sqrt{A} = \mathrm{B}$, với A,B là các đa thức:
  Với B < 0: ta kết luận phương trình vô nghiệm dựa trên tính chất của căn thức: $\sqrt{\boldsymbol{A}} \geq \mathbf{0}\ \forall\ \boldsymbol{B} \in \boldsymbol{R}$
  Với B > 0 ta biến đổi như sau: $\sqrt{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{B} \Leftrightarrow \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}^2$ (ĐKXĐ: $A\ \geq\ 0$)
  Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Ví dụ 1: giải phương trình $\sqrt{\boldsymbol{2x+1}} = \mathbf{4}\ (\mathbf{1})$

ĐKXĐ: $x \geq -\frac{1}{2}$

$(1) \Rightarrow 2x + 1 = 16$

$\Rightarrow x = \frac{15}{2}$ (thỏa)

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}$

Ví dụ 2: giải phương trình $\sqrt{\boldsymbol{2x+1}} = \boldsymbol{x}\ -\mathbf{4}\ (\mathbf{2})$

ĐKXĐ: $x \geq -\frac{1}{2}$

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x + 1 = (x-4)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x - 1 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x - 1 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 0 = x^2 - 10x + 17 \end{cases}$

Giải phương trình bậc 2 trên, ta được: $x = 5 + 2\sqrt{2}$ (nhận)

và $x = 5 - 2\sqrt{2}$ (loại vì $x\ \geq 4$)

Vậy: phương trình có 1 nghiệm $x = 5 + 2\sqrt{2}$

Trong trường hợp không xác định được giá trị của B, ta đặt điều kiện cho $\mathrm{B} \geq 0$ và kết hợp với điều kiện xác định của căn thức để cho ra điều kiện chung.

Ví dụ 3: Giải phương trình $\sqrt{5x^2 - 2x + 1} = 2x$ (*)

Điều kiện của phương trình : $2x \geq 0$ và $5\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$ $và$ $x \in \mathrm{R}$

Phương trình (*) tương đương : $5x^2 - 2x + 1 = 4x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ (nhận)

Ví dụ 4: giải phương trình $\sqrt{\boldsymbol{x^2 - 8x + 16}} = \boldsymbol{x} + \mathbf{2}$

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-4)^2} = x + 2 \\ (x-4)^2 \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-4| = x+2 \\ (x-4)^2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-4 = x+2 \text{ với } x \geq 4 \\ x-4 = -x-2 \text{ với } x < 4 \end{array}\right. \\ x \in \mathbb{R} \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 0x = 6 \text{ với } x \geq 4 \\ 2x = 2 \text{ với } x < 4 \end{array}\right. \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$