GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

- **Đây là dạng bài giải hệ phương trình cơ bản**. Giải hệ phương trình bao gồm hai phương pháp chính là phương pháp thế và phương pháp cộng.
- **Hệ phương trình** $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, có nghiệm duy nhất ⇔ $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ vô nghiệm ⇔ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$, vô số nghiệm ⇔ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
- **Phương pháp thế:**
  - Với hệ phương trình có dạng $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ta có thể biến đổi trở thành $\begin{cases} x = \frac{c-by}{a}\ (1) \\ a'x + b'y = c'(2) \end{cases}$ rồi thay giá trị của ẩn x ở phương trình (1) vào phương trình (2), từ đó giải ra y, rồi lại thay giá trị của y vào phương trình (1) để giải ra x
    (lưu ý: học sinh có thể chọn tìm ra giá trị của x và y theo thứ tự bất kì)
  - Ví dụ: giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$
    HPT ⇔ $\begin{cases} x = 1 + 2y\ (1) \\ y = 1 - x\ (2) \end{cases}$
    Thay (1) vào (2), ta được: $y = 1 - (1 + 2y) = -2y$ ⇔ $3y = 0$ ⇔ $y = 0$
    Thay $y = 0$ vào (1), ta được: $x = 1 + 2.0 = 1$
    Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 0)$
- **Phương pháp cộng đại số:**
  - **Phương pháp cộng đại số** là việc ta cộng (hoặc trừ) hai vế của hai phương trình trong hệ để tạo ra một phương trình mới chỉ có một ẩn và thay thế phương trình đó vào một trong hai phương trình cho trước, từ đó tìm ra nghiệm.
  - **Ví dụ 1:** giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 1\ (1) \\ x + y = 1\ (2) \end{cases}$

    Nhận xét: nếu ta lấy hai vế của (2) lần lượt trừ cho hai vế của (1) (hoặc ngược lại, lấy (1) – (2)), ta sẽ được một phương trình mới không có ẩn x.

    $(2) - (1)$ ⇔ $x + y - (x - 2y) = 1 - 1$

    ⇔ $3y = 0$

    ⇔ $y = 0$

    Thay $y = 0$ vào (1), ta được: $x = 1 + 2.0 = 1$
    Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 0)$
  - **Ví dụ 2:** giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 4\ (1) \\ 3x + 2y = 5\ (2) \end{cases}$
    Nhận xét: nếu chỉ lấy $(1) - (2)$ hoặc $(2) - (1)$ thì ta không thể làm mất một trong hai ẩn của phương trình. Để thực hiện được điều này, ta cần tiến hành nhân hai vế của một trong hai phương trình (hoặc cả hai) làm sao cho hệ số của ẩn x (hoặc y) ở cả hai phương trình là giống nhau trước khi tiến hành trừ hai vế. Ta có thể tiến hành như sau:

HPT ⇔ $\begin{cases}6x - 9y = 12\ (3)\\6x + 4y = 10\ (4)\end{cases}$ ((3) = 3*(1), (4) = 2*(2))

$(4) - (3) \Leftrightarrow 13y = -2 \Leftrightarrow y = \frac{-2}{13}$

Đến đây, ta có thể giải bằng cách thay $y = \frac{-2}{13}$ vào phương trình bất kì hoặc lặp lại các bước tương tự để tạo ra phương trình mới chỉ mang ẩn x

- **Phương pháp đặt ẩn phụ:** đặt ẩn phụ là cách chia một bài toán thành nhiều bài toán nhỏ hơn. Ví dụ: thay vì trực tiếp giải ra nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3\\\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2\end{cases}$, ta có thể đặt $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$, tìm u, v và từ đó tính x, y. Thế nhưng nếu đã thành thạo, ta có thể bỏ qua bước đặt ẩn phụ mà trực tiếp tính $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$ rồi tìm x, y

Ví dụ: giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2\\\frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1\end{cases}$

ĐKXĐ: $\boldsymbol{x \neq 0, y \neq 0}$

Đặt $u = \frac{1}{x}, v = \frac{1}{y}$

HPT ⇔ $\begin{cases}2u + v = 2\\6u - 2v = 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4u + 2v = 4\\6u - 2v = 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}10u = 5\\6u - 2v = 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u = \frac{1}{2}\\v = 1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x} = \frac{1}{2}\\\frac{1}{y} = 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 2\\y = 1\end{cases}$

(Lưu ý: hệ phương trình trên vẫn có thể giải bằng cách tìm giá trị của $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ mà không cần thông qua việc đặt ẩn phụ)