

Thứ..... Ngày..... Tháng..... Năm.....

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\det(A - \lambda I) = (1 - \lambda)(5 - \lambda)(2 - \lambda) + 0 + 0 - 0 - 0 - (2 - \lambda)(2)(-2) \\ = -\lambda^3 + 8\lambda^2 - 13\lambda + 2.$$

$$\det(A - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 5,828 \\ \lambda = 2 \\ \lambda = 0,172 \end{cases}.$$

Với $\lambda = 5,828$.

$$(A - \lambda I)x = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4,828 & -2 & 0 \\ -2 & -0,828 & 0 \\ 0 & 0 & -3,828 \end{pmatrix} x = 0.$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2,828}{6,828} x_2 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 0,414 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Với $\lambda = 2$.

$$(A - 2I)x = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x = 0.$$

$$\Rightarrow x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ với } t \text{ tự do.}$$

Với $k = 0, 172$

$(A - kI)x = 0 \Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} 0,828 & -2 & 0 \\ -2 & 4,828 & 0 \\ 0 & 0 & 1,828 \end{pmatrix} x = 0.$$

$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{2,828}{1,172} x_2 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = x \begin{pmatrix} -2,44 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ Với x

Tỷ lệ PCA: mean vector: $m = \left(\frac{-1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$.

$$S = \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{-5}{3} \\ \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{-5}{3} & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

$$+ \begin{pmatrix} \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & -\frac{11}{2} & \frac{1}{3} \\ -\frac{11}{2} & 13 & -1 \\ \frac{1}{3} & -1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 2,33 & -5,5 & 9,33 \\ -5,5 & 13 & -1 \\ 9,33 & -1 & 1,33 \end{pmatrix}$$

Thứ..... Ngày..... Tháng..... Năm.....

$$\det(S - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow -\lambda^3 + 16,66\lambda^2 - 19,32\lambda - 3,77 = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 15,39 \\ \lambda = 1,44 \\ \lambda = 0,17. \end{cases}$$

Với λ và γ do.

$$\text{Với } \lambda = 15,39: (S - \lambda I)x = 0 \quad (\Rightarrow) \begin{pmatrix} -13,06 & -5,5 & 0,33 \\ -5,5 & -2,39 & -1 \\ 0,33 & -1 & -14,06 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0.$$

$$\text{Ta có hệ hpt: } \begin{cases} -13,06x_1 - 5,5x_2 - 0,33x_3 = 0. & (1) \\ -5,5x_1 - 2,39x_2 - x_3 = 0. & (2) \\ 0,33x_1 - x_2 - 14,06x_3 = 0. & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x_3 = -13,06x_1 - 5,5x_2.$$

$$(2) \Leftrightarrow x_3 = -5,5x_1 - 2,39x_2. \text{ Thay vào (1) ta được: } 13,06x_1 - 5,5x_2 + 0,33(-5,5x_1 - 2,39x_2) = 0.$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{1,79}{2,79}x_1 \text{ thay vào (3) ta được}$$

$$0,33x_1 - 2,79x_1 - 14,06x_3 = 0.$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{-1,46}{14,06} \approx 0,104x_1.$$

$$\text{Ta được: } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ 1,79x_1 \\ 0,104x_1 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1,79 \\ 0,104 \end{pmatrix} \text{ với } x_1 \text{ tùy ý.}$$

Thứ..... Ngày..... Tháng..... Năm.....

Với $k = 1,44$

$$(S - kI)x = 0 \quad (?) \quad \begin{pmatrix} 0,89 & -5,5 & 0,33 \\ -5,5 & 1,56 & -1 \\ 0,33 & -1 & -0,11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

Giải hệ tự do ta được:

~~$x_3 = -5,5x_1 + 1,56x_2$ thay vào đợ~~

$x_2 = 0,29x_1$

$x_3 = 0,363x_1$

Ta được $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0,29x_1 \\ 0,363x_1 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,29 \\ 0,363 \end{pmatrix}$ với x_1 tự do

Với $k = 0,17$

$x_2 = 0,4x_1$

$x_3 = 0,06x_1$

Ta được $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0,4x_1 \\ 0,06x_1 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,4 \\ 0,06 \end{pmatrix}$

với x_1 tự do