

NGÔ ĐỨC MINH

TÀI LIỆU TÓM TẮT
HƯỚNG DẪN
SỬ DỤNG PHẦN MỀM EFG1.3⁺

The Editing Functions and Graphs
*(Công cụ hỗ trợ dạy và học Toán THPT-
Phần Đại số, Giải tích và Hình học giải tích)*



05-2007

Hiệu đính: 10-2018

LỜI NÓI ĐẦU

Trong xu thế đổi mới phương pháp dạy-học, đổi mới phương thức đánh giá hiệu quả của hoạt động dạy-học hiện nay, vai trò của các phương tiện hiện đại trong đó đặc biệt phải kể đến các thiết bị đa phương tiện (*multimedia*), là rất quan trọng.

Xu thế đó đòi hỏi cả thầy và trò phải rất nỗ lực trong việc tiếp cận, sử dụng và khai thác một cách có hiệu quả các phương tiện dạy học mới, nhất là máy vi tính cùng với các phần mềm ứng dụng thiết thực.

Bên cạnh một số phần mềm hiện đang được thầy và trò sử dụng bước đầu có hiệu quả, phần mềm EFG (The Editing Function and Graphs) ra đời với mong muốn được góp mặt thêm vào "kho công cụ" nhiều ý nghĩa này của mỗi thầy cô giáo cũng như mỗi em học sinh.

Không có công cụ nào là vạn năng! Càng không có sản phẩm nào là hoàn thiện, nhất là khi nó mới được xuất xưởng trong những lần đầu tiên! Sản phẩm EFG đương nhiên không thể là ngoại lệ.

Các tác giả đã rất nỗ lực để EFG (vừa trực tiếp, vừa gián tiếp) mang lại niềm hứng khởi, tự tin và đam mê cho thầy và trò trong công cuộc khai phá và chinh phục một trong những thành quả vĩ đại nhất của con người- máy vi tính- nhằm mang lại cho bản thân những lợi ích thiết thực trước mắt cũng như lâu dài. Tuy nhiên, còn phải cần có sự đầu tư thêm nhiều thời gian, công sức,... từ nhiều phía. Rất cần sự ủng hộ và góp ý, góp sức của nhiều người, trong đó đặc biệt phải kể đến các nhà giáo, các em học sinh, sinh viên... để EFG ngày càng đáp ứng được tốt hơn yêu cầu của công tác dạy và học trong các nhà trường.

EFG (phiên bản 1.0, hoàn thành cuối tháng 10/2016) đã vinh dự đoạt một trong hai Giải Ba - **Giải thưởng Sáng tạo Khoa học và Công nghệ Việt Nam** (VIFOTEC) năm 2006 trong lĩnh vực **Công nghệ thông tin – Điện tử và Viễn thông** (không có giải nhất, nhì).

Phiên bản mới nhất 1.3⁺ của EFG được đóng gói vào cuối tháng 2/2007, đã có nhiều nâng cấp vượt trội so với các phiên bản 1.1, 1.2, 1.3 trước đó.

Ngày 10 tháng 5 năm 2007

Tác giả

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG EFG 1.3⁺

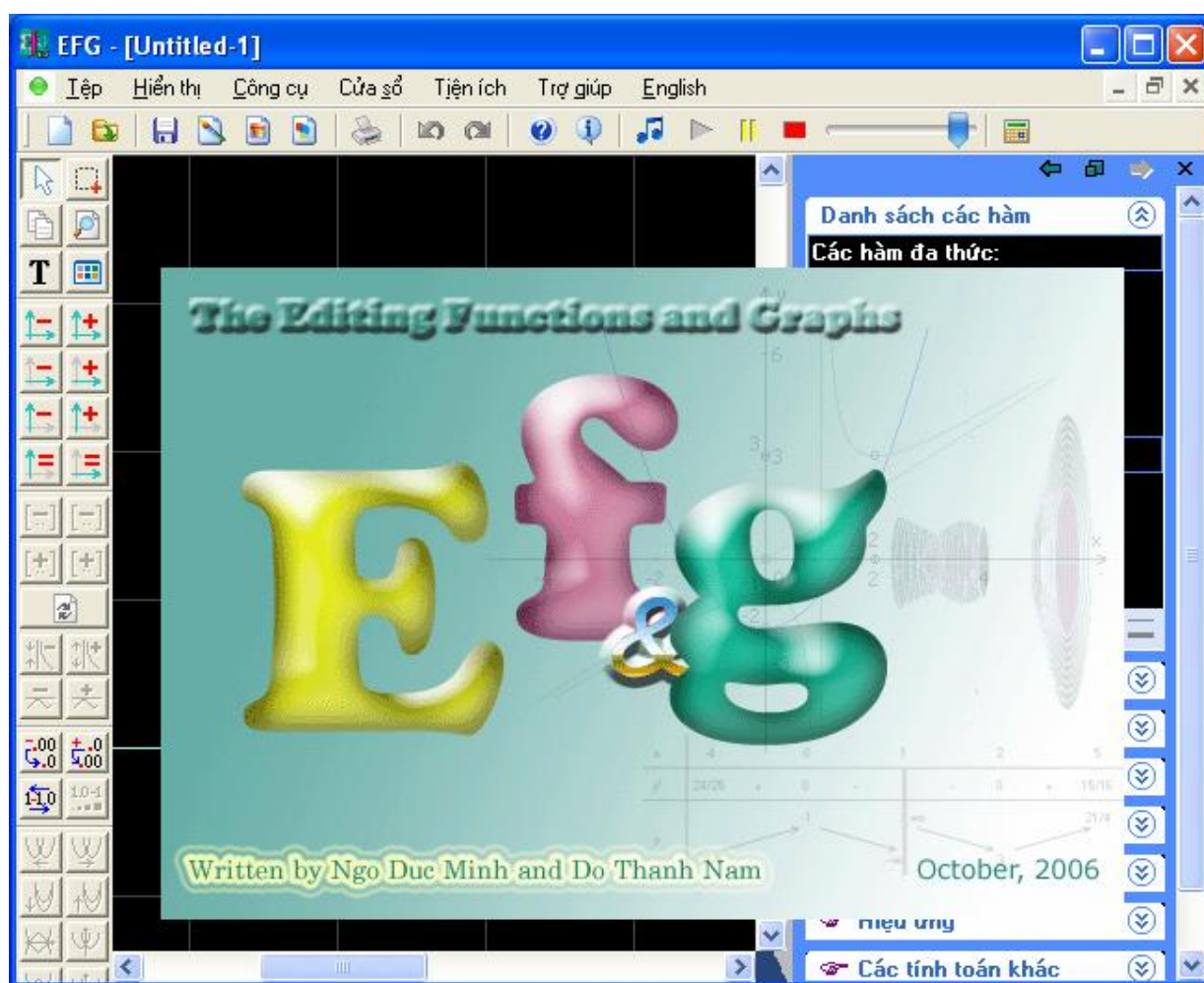
I. Cài đặt và chạy chương trình

1. Thư viện cài đặt EFG1.3⁺ chỉ gồm hai tệp EFG-SETUP.EXE và Huongdan.bmp.

Hãy chạy tệp EFG-SETUP.EXE và chỉ cần chọn <Next> trong tất cả các hội thoại rồi kết thúc bởi chọn <Finish>, sẽ hoàn tất việc cài đặt. Biểu tượng (shortcut) của chương trình (hình bên) sẽ được tự động gắn trên Desktop của Windows.



2. Chạy tệp chương trình chủ đạo của EFG1.3⁺ là EFG.EXE thông qua shortcut nói trên, sẽ nhận được cửa sổ toàn thể của EFG với giao diện xuất phát như hình 1.



Hình 1 - Giao diện xuất phát của chương trình.

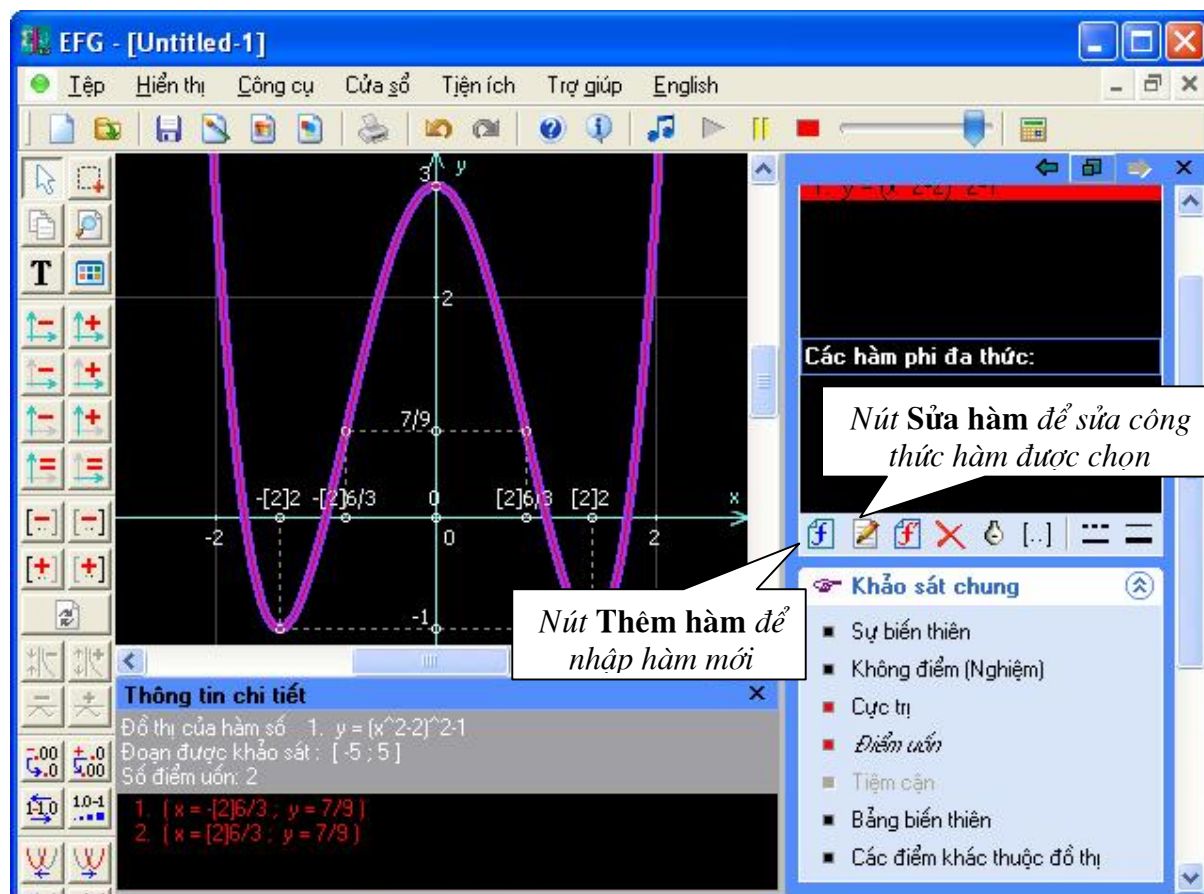
II. Nhập các hàm cần khảo sát

- Có thể nhập lần lượt nhiều hàm (để có đồ thị, khảo sát,...) trong một cửa sổ con chương trình.

- Thực chất của nhập hàm đa thức là nhập đa thức. Vì vậy, sẽ có một cách nhập cho hàm bất kỳ và ba cách nhập đặc biệt sau đây cho các hàm đa thức.

1. Nhập đa thức hoặc hàm theo công thức:

- Chọn nút công cụ **Thêm hàm** (hình 2) hoặc ấn tổ hợp phím <Ctrl+A>.



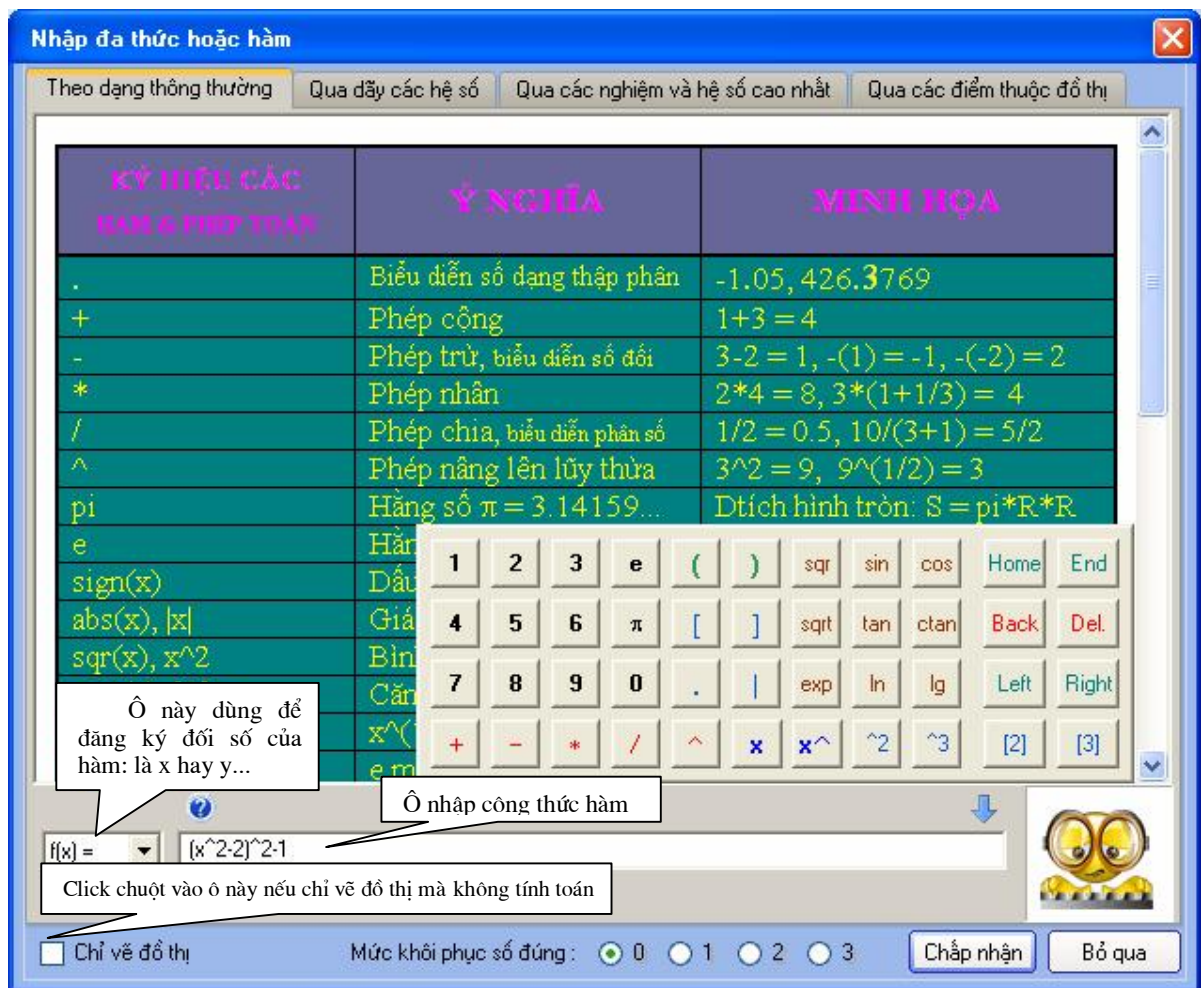
Hình 2 - Nút **Thêm hàm** để nhập bổ sung một hàm mới.

- Tại cửa sổ **Nhập đa thức hoặc hàm** (hình 3), chọn thẻ **Theo dạng thông thường** rồi nhập công thức hàm vào ô ở phía dưới (xem chú thích trên hình 3).

- Quy cách là nhập trên một dòng duy nhất.

- Các số, biểu thức số có thể là biểu thức tổng quát, với sự tham gia của các hàm và phép toán được liệt kê trong danh sách hiện trong cửa sổ này.

- Chẳng hạn, để nhập đa thức $x^2 + 2x - 1$, phải gõ là $x^2 + 2*x - 1$; để nhập hàm $\sin \frac{x}{2}$, phải gõ là $\sin(x/2)$ hay $\sin(1/2*x)$;



Hình 3 - Cửa sổ **Nhập đa thức hoặc hàm** và thẻ nhập **Theo dạng thông thường**.

2. Nhập đa thức qua dãy hệ số

- Tại cửa sổ đang nói, chọn thẻ **Qua dãy các hệ số**, nhận được giao diện như hình 4.
- Tại cửa sổ này, việc nhập tiến hành theo trình tự: đăng ký bậc của đa thức, đối số (nếu cần thay đổi so với mặc định) rồi lần lượt gõ các hệ số vào các ô tương ứng.

3. Nhập đa thức qua các nghiệm và hệ số cao nhất.

- Tình huống này, bạn sẽ nhận được duy nhất một đa thức bậc n (bậc bé nhất) với hệ số cao nhất (hệ số của x^n) như bạn đã đăng ký mà có n nghiệm như bạn đã chọn.
- Để nhập theo dạng này, hãy chọn thẻ **Qua các nghiệm và hệ số cao nhất** rồi đăng ký và gõ vào các ô các thông tin cần thiết.

Hình 4 - Thẻ nhập đa thức qua dãy hệ số

4. Nhập đa thức qua các điểm thuộc đồ thị hàm đa thức tương ứng

- Nếu bạn chọn trước $n+1$ điểm trên mặt phẳng tọa độ sao cho không có hai điểm nào có cùng "hoành độ", sẽ nhận được hàm đa thức bậc n duy nhất (sai khác một nhân tử là hệ số cao nhất) mà đồ thị của nó đi qua $n+1$ điểm đã chọn (phương pháp nội suy đa thức).
- Để nhập theo dạng này, hãy chọn thẻ **Qua các điểm thuộc đồ thị** rồi đăng ký và gõ thông tin vào các ô cần thiết.

Sau khi nhập xong hàm như trên (theo một trong 4 cách), bạn sẽ phải nhập tiếp khoảng giá trị được xét của đối số. Tất nhiên, bạn có thể chấp nhận khoảng mặc định là $[-5; 5]$ (hình dưới) hoặc điều chỉnh lại khoảng này theo nhiều cách về sau này.

III. Hiệu chỉnh (sửa) công thức hàm

Đây là một phần của chức năng biên tập không chỉ với hàm số mà còn cả với đồ thị tương ứng. Vì vậy, cần sử dụng chức năng **Undo**, **Redo** (2 nút mũi tên cong trên thanh công cụ chuẩn nằm ngay dưới thanh thực đơn chính).

1. Cách sửa trực tiếp công thức hàm

Theo cách này, bạn sẽ trở về cửa sổ nhập nói trên để thao tác tựa như khi nhập mới. Chỉ việc ấn <Ctrl+M> (M=Modify) hoặc chọn nút công cụ **Sửa hàm** để trở về cửa sổ nhập vừa nói.

2. Cách dùng các phép biến đổi đồ thị



Theo cách này, bạn sử dụng hình ảnh trực quan của đồ thị để đưa ra dự định sẽ sử dụng phép biến đổi nào trong các phép biến đổi dưới đây. Mỗi khi đồ thị thay đổi, công thức hàm cũng thay đổi theo tương ứng (đương nhiên phải như vậy).

Danh mục các phép biến đổi đồ thị tổng quát được chỉ ra trong mục **Biến đổi đồ thị** thuộc khung tác vụ phải (hình 5). Các trường hợp đặc biệt của chúng được thực hiện nhờ các nút công cụ trên thanh công cụ trái (hình bên).

a) Tịnh tiến (Tịnh tiến):

- Các nút công cụ trên thanh công cụ trái giúp bạn tịnh tiến theo 4 hướng cơ bản đi 1 đơn vị (sang trái, sang phải, lên trên, xuống dưới).

- Để tịnh tiến theo hướng và khoảng cách tùy ý khác, bạn phải sử dụng công cụ **Tịnh tiến** trong mục **Biến đổi đồ thị** trên khung tác vụ phải (hình 5).

b) Đối xứng trục: chương trình có đưa ra 3 phép đối xứng trục cơ bản (để mới nhận được đường cong là đồ thị của một hàm số !): hai trục tọa độ và đường phân giác của các góc phần tư thứ nhất, thứ ba.

Trên thanh công cụ trái có 3 nút đảm nhận lần lượt các chức năng này.

c) Nửa đối xứng trục: liên quan đến các phép toán lấy giá trị tuyệt đối:

- Lấy giá trị tuyệt đối của đối số (nửa đối xứng qua trục hàm).
- Lấy giá trị tuyệt đối của hàm số (nửa đối xứng qua trục đối số).

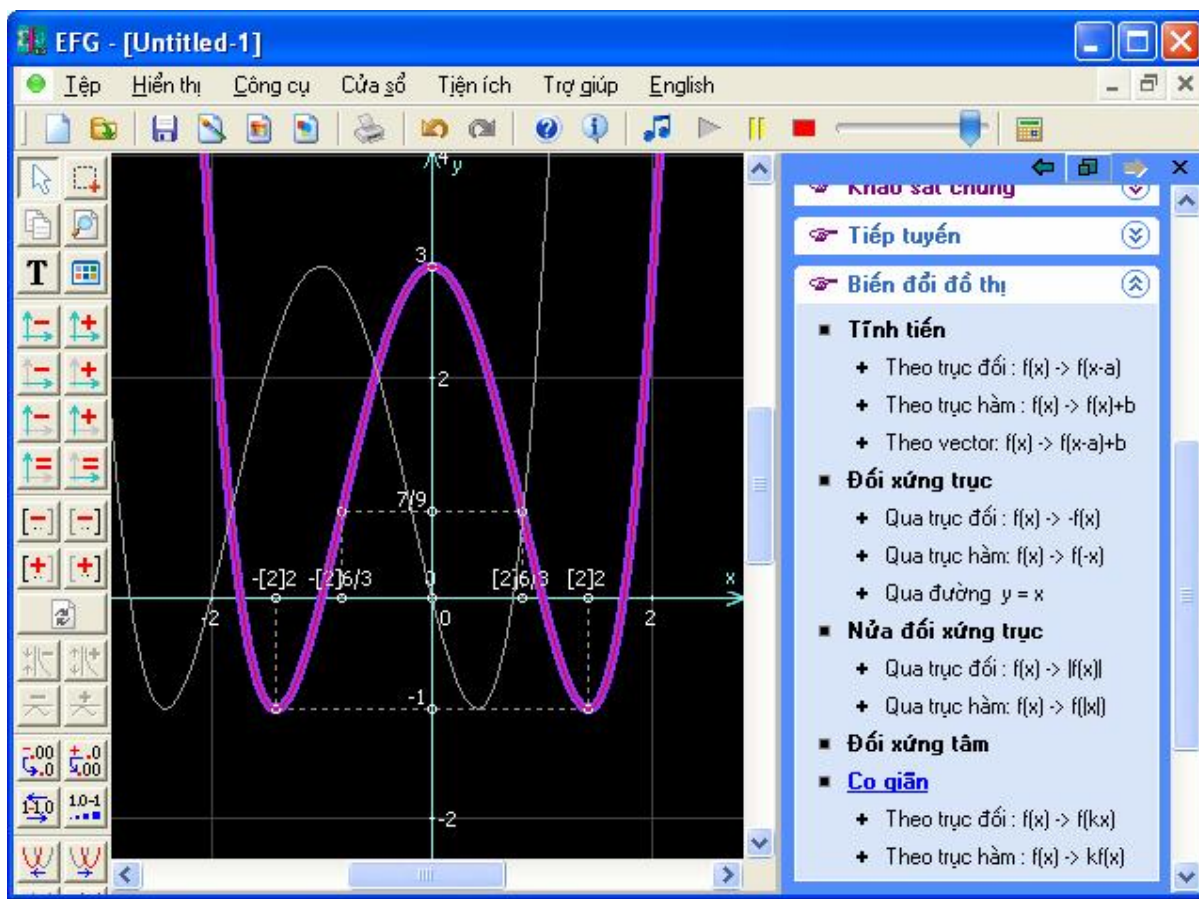
Trên thanh công cụ trái có 2 nút đảm nhận lần lượt các chức năng này.

d) Đối xứng tâm: chọn chức năng này, bạn cần nhập vào tọa độ của tâm đối xứng.

Trên thanh công cụ trái có 1 nút đảm nhận chức năng này nhưng tâm đối xứng được mặc định là gốc tọa độ.

e) Co giãn: bạn cần nhập vào hệ số co giãn trong từng trường hợp: theo trục đối hay trục hàm.

Trên thanh công cụ trái có trang bị các nút công cụ giúp làm các việc này nhưng chỉ với hai giá trị đặc biệt của hệ số co giãn là 2 và 1/2.



Hình 5 - Các phép biến đổi đồ thị có thể thực hiện

IV. Khảo sát một hàm số cụ thể

1. Thao tác chọn hàm

Chọn một hàm có nghĩa là chỉ định hàm đó trở thành hàm hiện hành (hiện thời) để ưu tiên làm việc với hàm đó hay tác động lên hàm đó.

Muốn chọn một hàm, có hai cách:

- Nhấp trái chuột vào công thức hàm trong danh sách hàm ở khung tác vụ phải.
- Nhấp trái chuột vào vị trí bất kỳ thuộc (hoặc đủ gần) đồ thị tương ứng.

Hàm được chọn có dấu hiệu phân biệt với các hàm khác: đồ thị được vẽ rất đậm và dòng công thức hàm được tô màu cùng với màu của đồ thị.

2. Các chức năng chính của khảo sát (khảo sát chung)

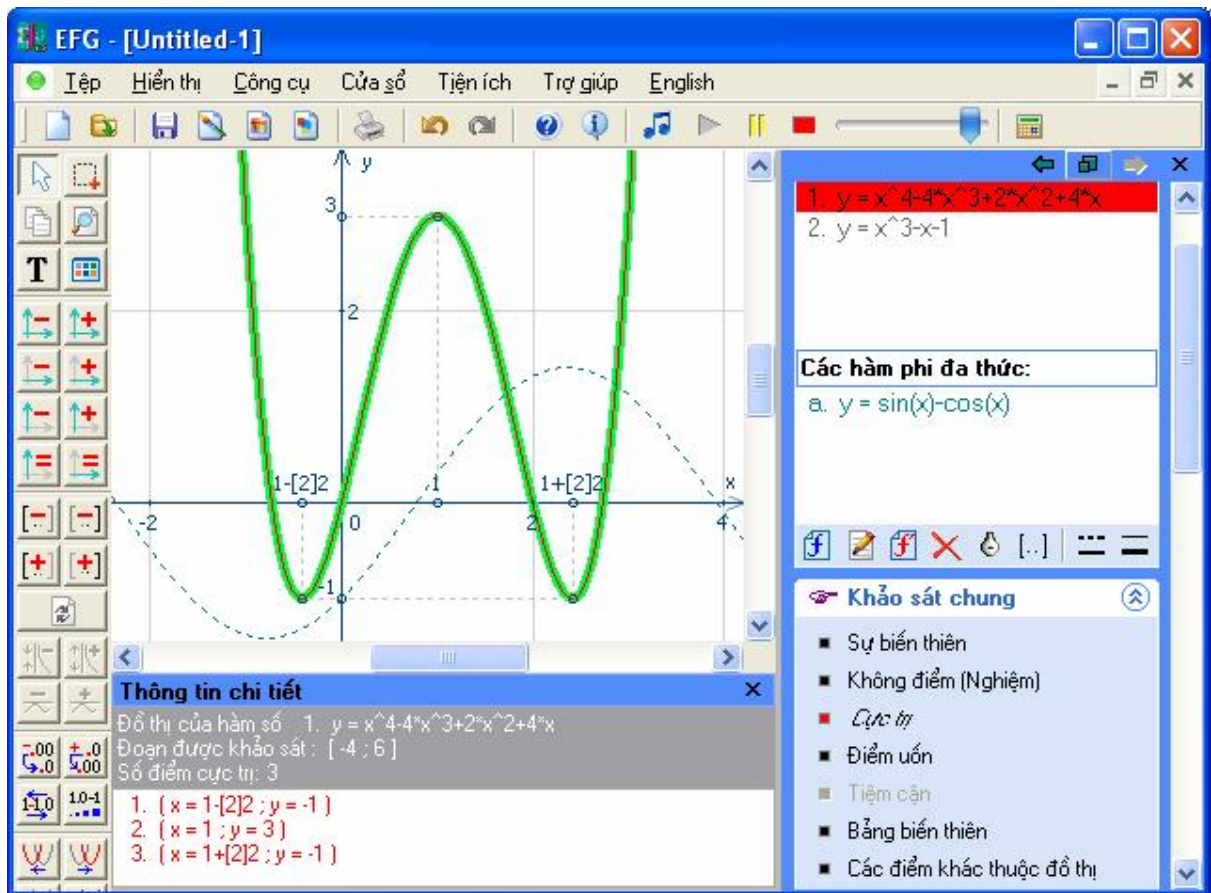
a) Để khảo sát hàm nào, trước tiên phải chọn nó.

b) Có 7 mục giúp bạn khảo sát hàm và đồ thị tương ứng (hình 6).

c) Mỗi khi chọn một mục có hiệu lực (không bị mờ) trong các mục **Sự biến thiên, Không điểm, Cực trị, Điểm uốn, Tiệm cận** bạn đều nhận được:

- Thông tin tương ứng hiện trong khung **Thông tin chi tiết** ở đáy cửa sổ. Bạn cần chú ý rằng có thể trích ra thông tin trong khung này bằng cách nhấp đúp trái hoặc nhấp đơn phải chuột vào dòng/vùng nào đó của khung này.

- Trừ mục đầu, đều sẽ ẩn/hiện luân phiên thông tin tương ứng trên trang đồ họa.



Hình 6 - Các điểm cực trị được thông báo đồng thời ở hai vị trí

d) Mục **Bảng biến thiên** khi được chọn, sẽ làm xuất hiện cửa sổ con **Bảng biến thiên** (hình 7a) chứa thông tin về bảng biến thiên (trên khoảng đang xét của đối số) và bạn có thể sao bảng này vào *clipboard* để rồi dán nó sang các ứng dụng khác (như khi bạn làm việc với MS Word,...).

- Thực đơn có 2 mục **Công cụ** và **Tùy biến**.

x	-4	1-[2]2	1	1+[2]2	6				
y'	-460	-	0	+	0	-	0	+	460
y	528	-1	3	-1	528				

Diagram showing connections between y values: 528 → -1 → 3 → -1 → 528.

Hình 7a - Cửa sổ con **Bảng biến thiên**

- Thanh công cụ có 8 nút dùng để thao tác với bảng biến thiên này.
- Mục **Tùy biến** khi được chọn, sẽ làm xuất hiện cửa sổ con **Tùy biến cho các cận** như hình 7b.

Hình 7b - Cửa sổ con để tùy biến cho các đầu mút của khoảng được xét

Đây là tình huống khi mà bạn muốn chỉnh sửa một cách hình thức bảng biến thiên hoặc khi bạn muốn "đẩy" các đầu mút của khoảng được khảo sát ra vô cực ($-\infty$ và $+\infty$). Bạn phải tự đảm bảo rằng việc làm này không gây ra sự "bất thường" nào so với khoảng hiện hành (?!).

Bạn có thể chỉ việc chọn (click chuột) nút tròn tương ứng trên dòng đầu cho đối số, chương trình sẽ tính và điền tự động các giá trị còn lại để hoàn tất bảng biến thiên (hình 7b và 7c).

Chọn nút **Chấp nhận** (hoặc **Bỏ qua**) để trở về cửa sổ con **Bảng biến thiên**. Lúc này, bảng biến thiên đã được cập nhật, chẳng hạn như hình 7c.

x	$-\infty$	$1-[2]2$	1	$1+[2]2$	$+\infty$
y'	$-\infty$	-	0	+	$+\infty$
y	$+\infty$				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -1 3 -1

Hình 7c - Bảng biến thiên hoàn chỉnh

e) Mục **Tiệm cận** khi chọn, bạn sẽ nhận được thông tin về phương trình của các tiệm cận tại khung **Thông tin chi tiết** đồng thời sẽ làm ẩn/hiện các tiệm cận trên trang đồ họa.

f) Mục **Các điểm khác thuộc đồ thị** khi được chọn, sẽ làm xuất hiện cửa sổ con **Các điểm thuộc đồ thị và tiếp tuyến tại chúng** (hình dưới) giúp bạn có thể:

- . Tính giá trị của hàm tại một số giá trị của đối số (không quá 5 giá trị tại một thời điểm).
- . Vẽ thêm một số điểm "tựa" thuộc đồ thị.
- . Có thể ẩn/hiện tiếp tuyến (nếu có) tại từng điểm đang xét (hình dưới).

Các điểm thuộc đồ thị và tiếp tuyến tại chúng

☐ Không hiện tất cả

Hiện tiếp tuyến

<input checked="" type="checkbox"/> x1 =	-1	y1 =	0.8987174743	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/> x2 =	2/3	y2 =	0.1216522108	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> x3 =		y3 =		<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> x4 =		y4 =		<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/> x5 =		y5 =		<input type="checkbox"/>

Chấp nhận Bỏ qua

3. Khảo sát hàm đạo hàm

- Đây là tình huống bạn gián tiếp nhập bổ sung hàm đạo hàm của hàm đang xét để rồi khảo sát nó trong mối liên hệ với hàm "nguyên thủy".
- Bạn chỉ việc chọn nút **Khảo sát hàm đạo hàm** (cạnh nút **Sửa hàm**) rồi chọn **Chấp nhận** trong hộp hội thoại xuất hiện (hình dưới).

EFG

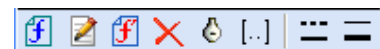
Bạn sẽ khảo sát bổ sung hàm đạo hàm ?

Chấp nhận Bỏ qua

V. Các thao tác khác với hàm số và đồ thị

- Đây là các thao tác áp đặt các thuộc tính nào đó cho một hàm số nào đó hoặc với đồ thị của nó. Bạn có thể biết thêm các thao tác này nhờ thực đơn có được bằng cách nhấp phải chuột lên công thức hàm hoặc đồ thị tương ứng.
- Thuộc loại này, ngoài **Chọn một hàm**, **Sửa hàm**, **Khảo sát hàm đạo hàm** như đã nói ở trên, còn có các thao tác khác như sau (chú ý các nút công cụ trong khung tác vụ phải):

1. **Xóa hàm và đồ thị tương ứng** (nút hình gạch chéo).



2. **Ẩn/Hiện đồ thị** của hàm tương ứng (nút hình bóng đèn điện tắt/sáng).

3. **Điều chỉnh khoảng giá trị của đôi số** (nút hình [...]). Trên thanh công cụ trái còn có 4 nút để tăng/giảm giá trị cho từng đầu mút của khoảng này. Nếu dùng các nút này, có thể bạn phải chọn nút **Tính toán lại...** để có thông tin đầy đủ, chính xác về nghiệm,...

4. **Đổi từ đường liên nét sang nét đứt (và ngược lại)** cho đường cong (nút gần cuối)

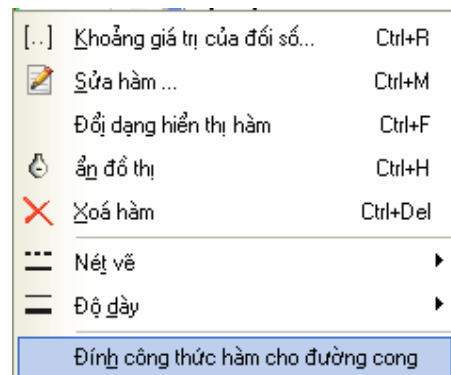
5. **Thay đổi độ dày mỏng của đường cong** (nút cuối trên thanh công cụ nhỏ đang nói).

6. Đính công thức hàm cho đồ thị tương ứng:

Nhấp phải chuột tại một vị trí thuộc đồ thị, bạn sẽ nhận được thực đơn như hình bên. Chọn mục cuối cùng, lập tức công thức hàm sẽ được "đính" tự động vào đồ thị tương ứng.

7. Tăng/giảm độ dài của các tiếp tuyến/tiếp

cận: nếu đồ thị hiện hành có tiếp tuyến/tiếp cận đang được khảo sát và hiển thị thì có 2/2 nút công cụ trên thanh công cụ trái giúp bạn làm việc này.



8. Mức khôi phục số đúng: việc tính toán dựa theo nguyên lý xấp xỉ song do đạt độ chính xác cao nên có thể khôi phục nhiều số trong các số này thành số đúng. Nút công cụ này trên thanh công cụ trái (hình có 4 dấu chấm) cho phép bạn đăng ký một trong 4 mức tại thời điểm bất kỳ (mỗi hàm có thể có mức riêng của nó do bạn đăng ký). Do mức càng cao thì càng tiêu tốn nhiều thời gian nên bạn nên chọn mức vừa đủ:

- Mức 0: khôi phục chỉ các số nguyên.
- Mức 1: khôi phục thêm các số dạng m/n , $(m+n*[2]p)/q$ và $[2]((m+[n]p)/q)$ (với m, n, p, q là các số nguyên).
- Mức 2: khôi phục thêm các số dạng $(m+n*[3]p)/q$.
- Mức 3: khôi phục thêm các số dạng $(m+n*\pi)/p$, $(m+n*e)/p$, $(m+n*\ln(p))/q$.

9. Các phép biến đổi đồ thị (và công thức hàm): đã trình bày ở trên.

VI. Các thao tác với toàn mặt phẳng tọa độ

Các thao tác nói trong phần này tác động lên toàn trang đồ họa (biểu diễn mặt phẳng tọa độ) hiện hành (thuộc cửa sổ con hiện hành) chứ không riêng với một đồ thị hay hàm nào nhưng cũng không ảnh hưởng đến trang đồ họa khác (cửa sổ khác) nếu có.

1. Xác lập kích thước trang đồ họa

Mở thực đơn **Hiển thị -> Kích thước trang đồ họa**.

Chương trình chỉ cung cấp 3 kích thước. Mặc định là 1200 x 1500.

2. Đổi ký hiệu hệ trục:

Cách 1: mở thực đơn **Hiển thị -> Đổi ký hiệu hệ trục**.

Cách 2: mở thực đơn phải chuột nhấp trên nền trang đồ họa rồi chọn ...



Bạn cần chọn tên các trục (cũng chính là tên đối số và tên hàm) theo thứ tự cho trục hoành trước rồi đến trục tung sau.

Sau khi bạn chọn lại (**Chấp nhận**), tất cả các công thức hàm đang được khảo sát (nếu có) cùng với các thông tin liên quan trong toàn bộ giao diện của chương trình sẽ được đổi theo.

3. Đánh dấu trên hệ trục: cho phép bạn thay cách đánh dấu cho từng trục để tiện quan sát thông tin (hình dưới).



Ngoài việc đăng ký hệ số (ở 2 ô đầu - dạng danh sách), có 3 lựa chọn cho bộ của chúng: 1, π (số pi) và e (số e).

4. Thay đổi tỉ lệ xích: đây là một biến thể của **Đánh dấu trên hệ trục**. Có nhóm gồm 8 nút trên thanh công cụ trái (hình bên) giúp bạn làm việc này. Nhớ rằng các thao tác này chỉ đơn thuần là để tiện quan sát hoặc chỉ phối việc sao chép (cắt-dán) chứ không phải là phép co giãn đã nói ở phần trên do công thức hàm không hề thay đổi.



Bạn có thể phóng to/ thu nhỏ các đồ thị rất thoải mái và tiện lợi (nhỏ đến không thấy gì hoặc lớn đến mức một đơn vị chiếm cả chiều ngang trang đồ họa).

Để biết công dụng của từng nút, hãy lướt trỏ chuột đến mặt từng nút, sẽ nhận được chú thích cần thiết (điều này đúng với bất kỳ nút công cụ hiện hữu nào).

5. Ẩn/Hiện số đánh dấu trên các trục.

6. Ẩn/Hiện các dòng text ẩn: các dòng văn bản do bạn tạo ra trên trang đồ họa có thể có thuộc tính ẩn (không in ra hoặc không được sao chép) song có thể vẫn nhìn thấy chúng. Chức năng này (cũng trong nhóm chức năng đang nói) nhằm cho phép chúng hiện ra hay ẩn đi cho đỡ rườm rà.

7. Định dạng số: có 3 nút trên thanh công cụ trái đáng chú ý:

- Các nút tăng, giảm số chữ số thập phân hiển thị.
- Nút chuyển đổi định dạng số hiển thị: từ dạng thập phân sang dạng số đúng (nếu đã khôi phục trước đó nhờ các mức bạn đăng ký như đã nói ở phần trước).

8. Vùng quan sát được của trang đồ họa: mặc định là khung tác vụ phải được cho xuất hiện nên cùng với khung **Thông tin chi tiết** xuất hiện ở đáy cửa sổ chương trình, có thể gây chiếm chỗ khá nhiều cho trang đồ họa. Nếu thấy cần thiết, bạn có thể làm cho ẩn đi (rồi thì lại cho hiện ra khi nào muốn) nhờ các nút điều khiển tương ứng trên mỗi khung, đặc biệt là có thể sử dụng 2 nút dưới cùng trên thanh công cụ trái.

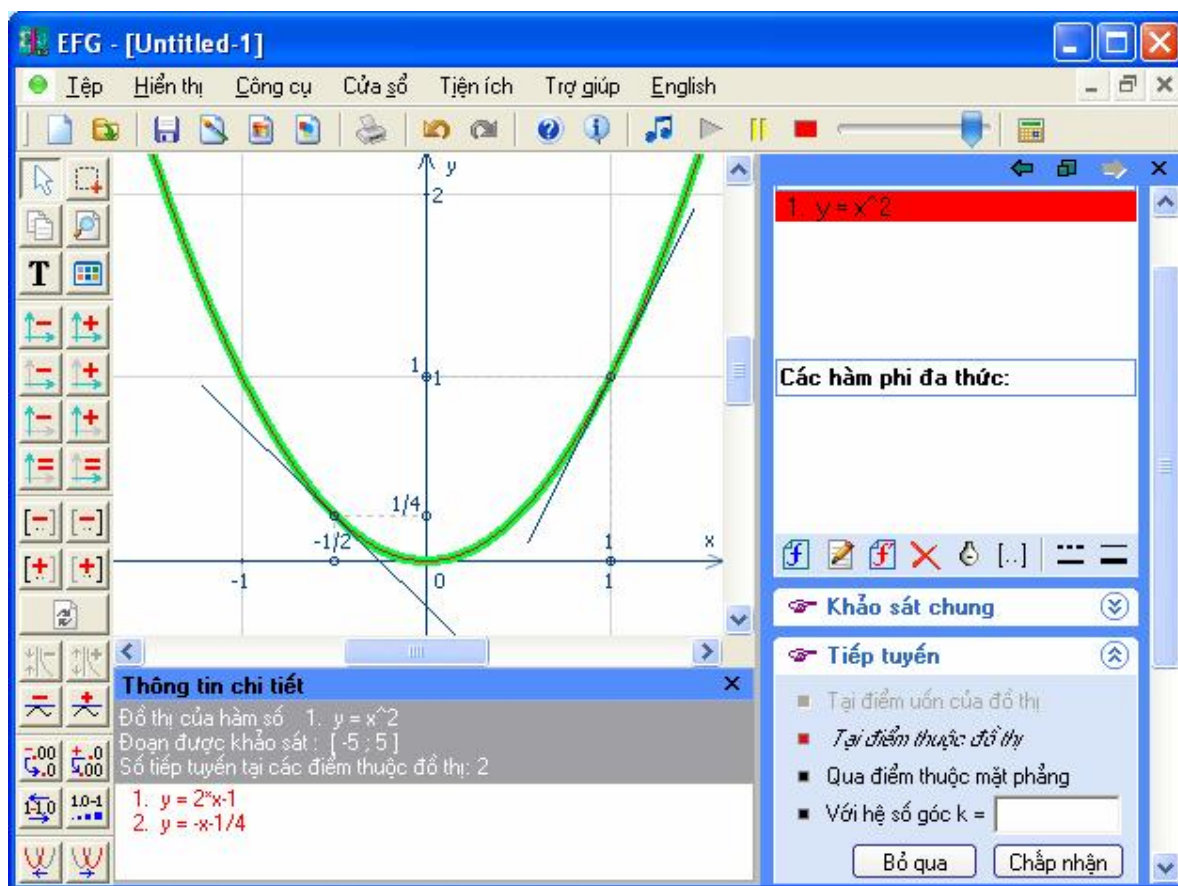
9. Thay đổi gam màu:

- Có 3 gam màu mà bất kỳ tại thời điểm nào bạn đều có thể lựa chọn một trong chúng: Black, Blue, White là 3 cái tên lấy theo màu cơ bản là màu nền. Với mỗi gam, màu của các đối tượng khác trên trang đồ họa được xác lập theo cho phù hợp.
- Để thay đổi gam màu, chỉ việc chọn nút công cụ này rồi chọn một gam trong số đó.

VII. Khảo sát tiếp tuyến

Mục **Tiếp tuyến** trong khung tác vụ phải có 4 mục con (hình 8):

- Mục thứ nhất **Tại điểm uốn** sẽ dùng để thông báo (trong khung **Thông tin chi tiết**) phương trình của các tiếp tuyến tại các điểm uốn (nếu có) đồng thời dùng để bật/tắt luân phiên chế độ hiển thị các tiếp tuyến trên trang đồ họa.



Hình 8 - Có hai tiếp tuyến tại các điểm thuộc đồ thị đang được khảo sát

- Mục thứ hai **Tại điểm thuộc đồ thị** sẽ cho phép bạn đăng ký không quá 5 giá trị của đối số (hình dưới) để bạn khảo sát tiếp tuyến tại các điểm tương ứng (hình 8).

Windows window titled "Các điểm thuộc đồ thị và tiếp tuyến tại chúng".

Options: ☐ Không hiện tất cả, Hiện tiếp tuyến

Point	x	y	Selected
x1	1	1	<input checked="" type="checkbox"/>
x2	-1/2	1/4	<input checked="" type="checkbox"/>
x3	2/3	4/9	<input checked="" type="checkbox"/>
x4			<input type="checkbox"/>
x5			<input type="checkbox"/>

Buttons: Chấp nhận, Bỏ qua

- Mục thứ ba **Qua điểm thuộc mặt phẳng** cũng tương tự như mục trên song sẽ là thông tin về các tiếp tuyến kẻ từ các điểm của mặt phẳng đến đồ thị.

Bạn cần chú ý rằng các tiếp tuyến được tìm thấy phải có tiếp điểm thuộc đường cong hiện hành, vốn chỉ được xét trên khoảng hiện hành của đối số. Vì vậy, có thể bạn cần mở rộng khoảng giá trị của đối số thì mới chắc không "sót" kết quả.

- Mục thứ tư **Với hệ số góc k =** cho phép bạn khảo sát các tiếp tuyến của đồ thị có cùng hệ số góc mà bạn đã đăng ký vào ô tương ứng.

VIII. Khảo sát tương giao

- Khi số đồ thị đang được xét (kể cả các đồ thị đang bị ẩn đi) nhiều hơn 1, bạn có thể xét bài toán tương giao giữa chúng, nghĩa là xác định tọa độ các giao điểm (nếu có) giữa các cặp đồ thị.

- Các đồ thị tham gia xét tương giao có thể cả ở 2 dạng: đồ thị hàm số dạng $y = f(x)$ và đồ thị hàm số dạng $x = g(y)$. Ví dụ, giữa các đường $y = x^2$ và $x = y^2$.

- Để tiến hành, bạn chọn mục **Tương giao** trong khung tác vụ phải (hình 9) rồi lần lượt đăng ký các cặp đường như vậy.

- Chương trình hạn chế tại mỗi thời điểm, bạn chỉ xét được không quá 3 cặp đường, mỗi cặp là một cặp số hiệu các hàm được thể hiện trong ô **Danh sách các hàm** mà chương trình đã liệt kê sẵn trong các hộp (ComboBox), bạn chỉ việc mở từng hộp ra để chọn.

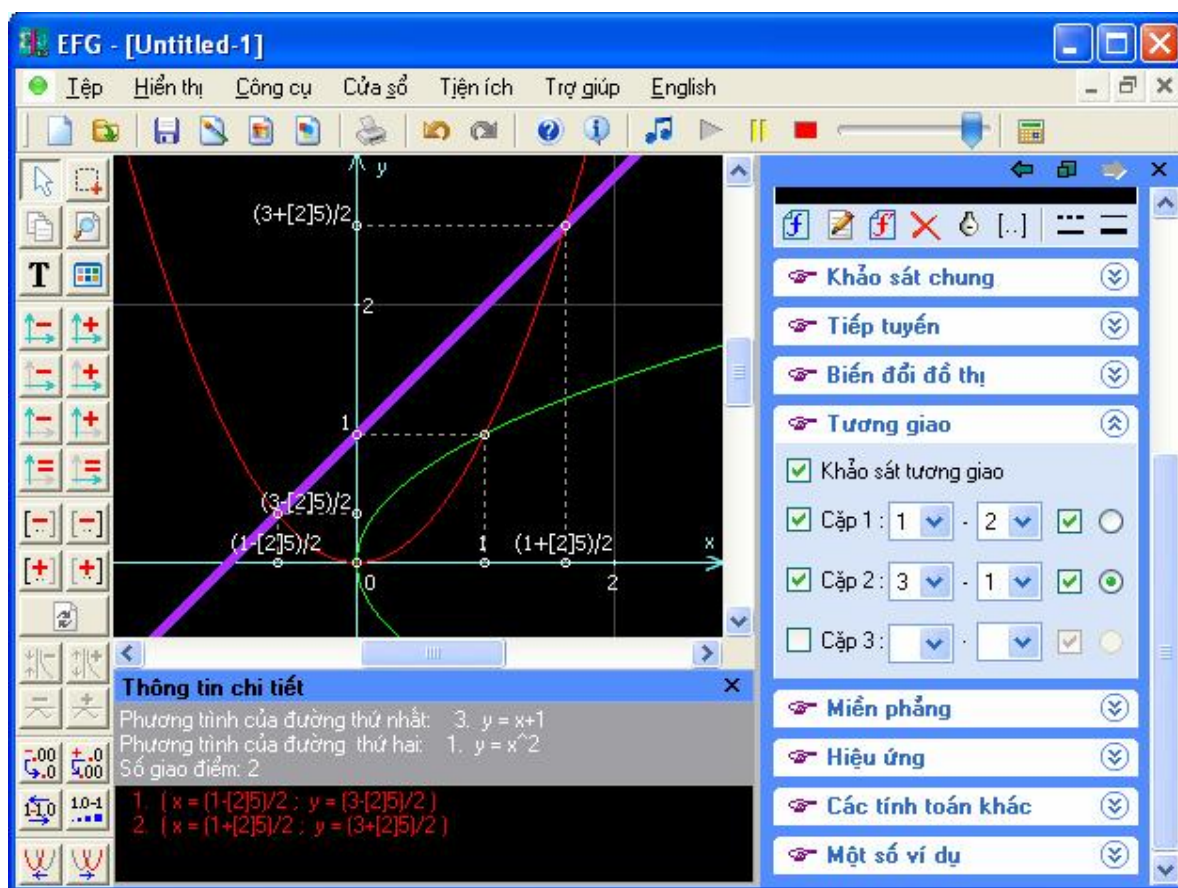
- Mỗi khi đã đăng ký xong một cặp đường, lập tức ở khung **Thông tin chi tiết** sẽ thông báo tọa độ các giao điểm (nếu có) của cặp này đồng thời trên trang đồ họa cũng sẽ hiển thị các thông tin về chúng.

- Bạn có thể sử dụng các hộp kiểm tra vuông (check box) và nút tròn (radio) trên mỗi cặp để:

. Tạm không xét một cặp nào đó (bỏ chọn ở nút vuông ở đầu trái của cặp).

. Tạm ẩn/hiện thông báo tọa độ các giao điểm trên trang đồ họa (bỏ chọn ở nút vuông thứ hai của cặp).

. Chuyển việc hiển thị trong khung **Thông tin chi tiết** các thông tin từ về cặp này sang cặp khác (chọn nút tròn ở đầu phải của cặp).



Hình 9 - Có hai cặp đồ thị được xét tương giao. Thông tin chi tiết là về cặp 2.

IX. Khảo sát miền phẳng và khối tròn xoay

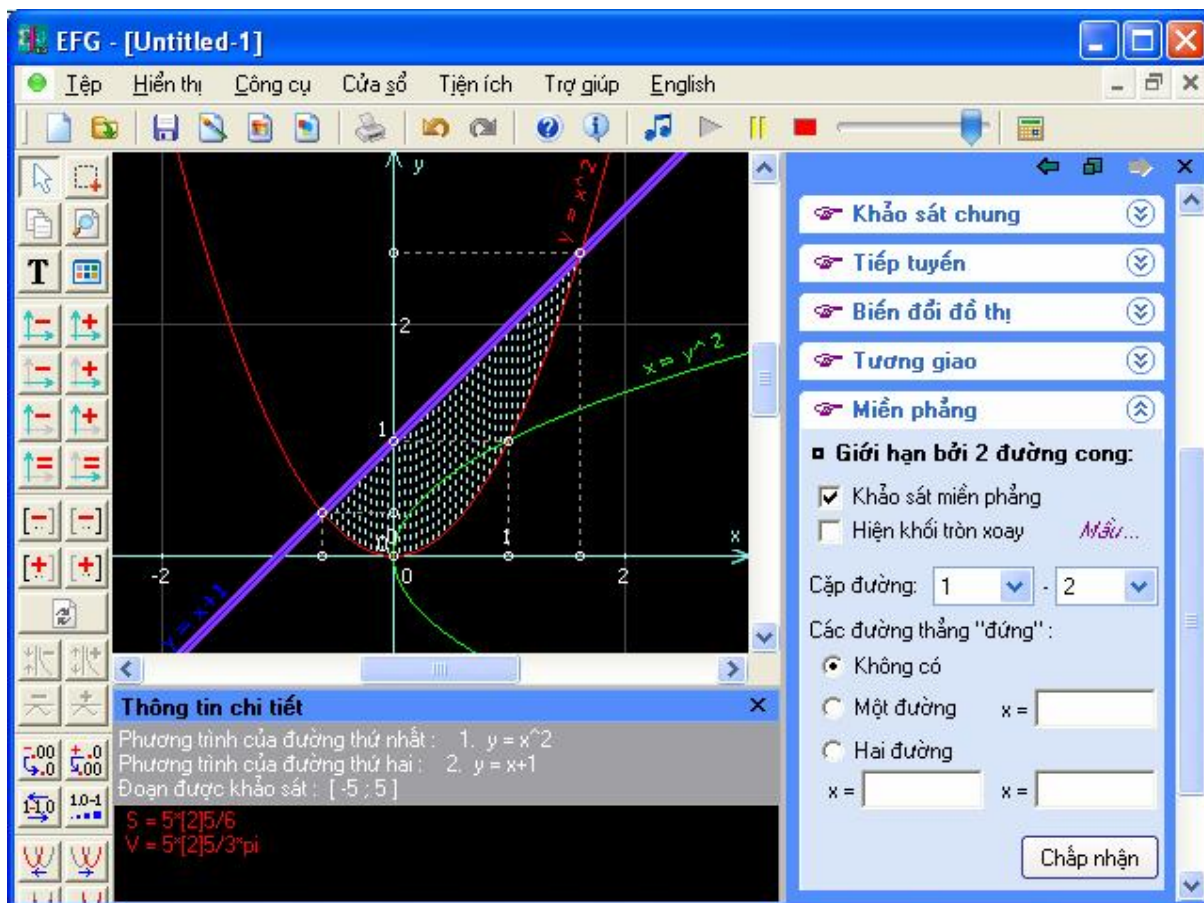
- Miền phẳng được hiểu là miền hữu hạn được giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số có cùng đối số đồng thời có thể có sự tham gia của một hoặc hai đường "thẳng đứng". Nghĩa là, hoặc hai hàm phải có cùng đối số là x (phương trình dạng $y = f(x)$) và các đường thẳng đứng sẽ có phương trình dạng $x = a$, hoặc là hai hàm phải có cùng đối số là y (phương trình dạng $x = f(y)$) và các đường thẳng đứng sẽ có phương trình dạng $y = a$.

- Khối tròn xoay luôn được hiểu là khối có được bằng cách quay miền phẳng đang xét quanh trục đối số chung. Ví dụ, miền phẳng giới hạn bởi 2 đường $y = x^2$ và $y = x + 1$ sẽ cho khối tròn xoay được xét là khối tạo thành khi quay miền phẳng này quanh trục Ox .

- Cũng như với xét tương giao, để xét miền phẳng (và khối tròn xoay), bạn chọn mục **Miền phẳng** trong khung tác vụ phải (hình 10a) rồi đăng ký cặp đồ thị sẽ giới hạn nên miền phẳng. Tiếp đó, bạn có thể đăng ký về sự tham gia của một hay hai đường thẳng đứng bằng cách gõ vào một hay hai ô các biểu thức số mong muốn. Mỗi khi hoàn tất, bạn chọn nút **Chấp nhận** để chương trình tính toán và đưa ra các thông tin:

- . Diện tích S và thể tích V , hiện trong khung **Thông tin chi tiết** (hình 10a).
- . Mô tả miền phẳng trên trang đồ họa (vùng gạch sọc - hình 10a).

. Mô tả khối tròn xoay trên trang đồ họa, nếu như bạn đánh dấu chọn vào hộp kiểm ô vuông **Hiện khối tròn xoay**. Lúc này, bạn có thể nhấp chuột liên tiếp vào chữ *Màu...* để thay đổi màu sắc đặc tả vùng bị che lấp của khối.

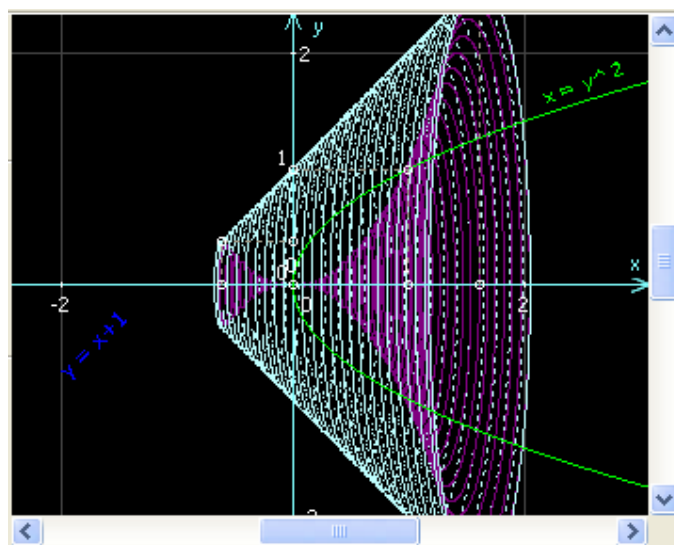


Hình 10a - Miền phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2$ và $y=x+1$

X. Các hiệu ứng chuyển động

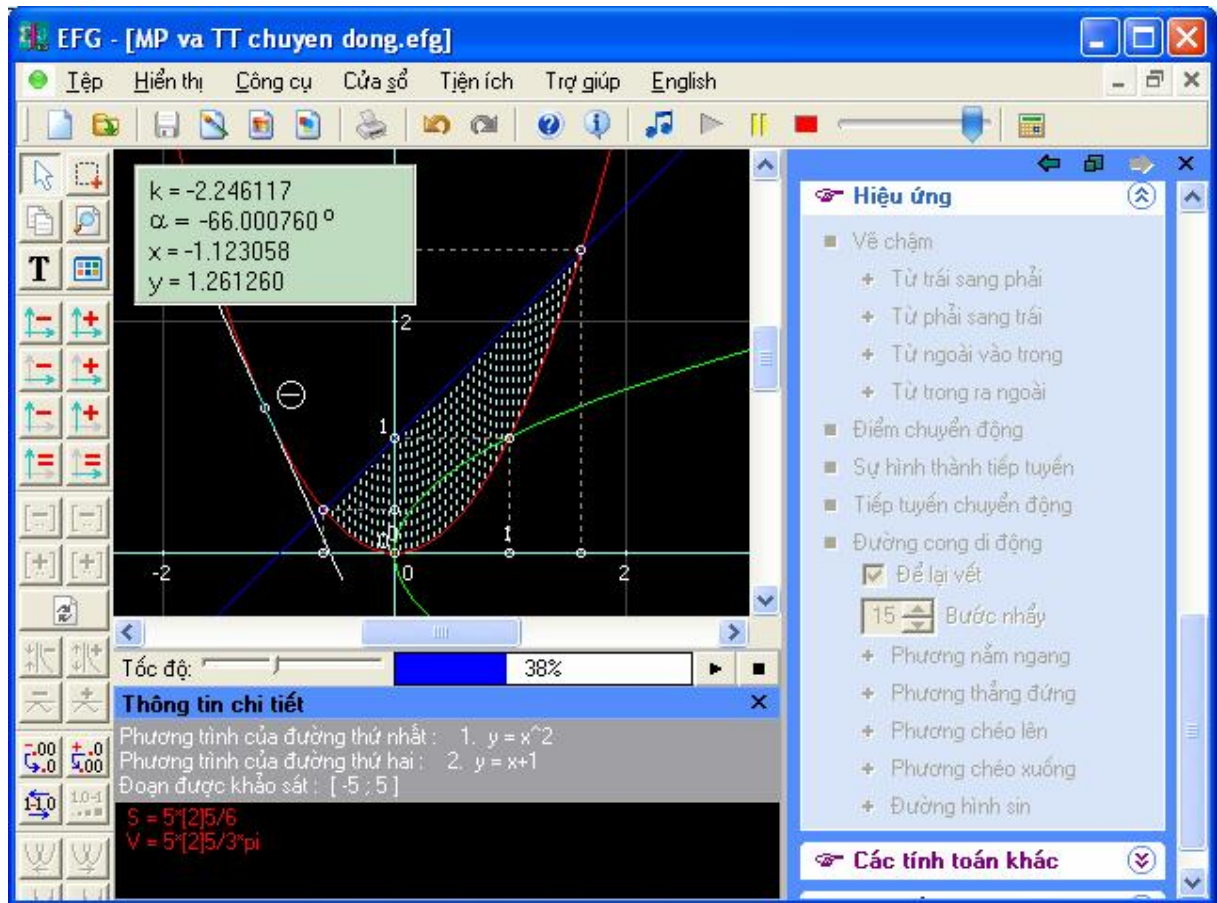
- Với mỗi hàm-đồ thị được chọn, bạn có thể khảo sát một số hiệu ứng liên quan đến chuyển động như:

- . Vẽ lại đồ thị (vẽ chậm).
- . Quan sát điểm chuyển động (cùng với sự thông báo tọa độ của điểm).
- . Quan sát tiếp tuyến chuyển động (cùng sự thông báo về dấu của hệ số góc).
- . Quan sát sự hình thành của tiếp tuyến của đồ thị tại một điểm tùy ý thuộc đồ thị.



Hình 10b - Mô phỏng khối tròn xoay tương ứng với MP.

- . Quan sát sự di chuyển của đồ thị theo một số quỹ đạo đặc biệt.
- Mục **Hiệu ứng** trong khung tác vụ phải sẽ giúp bạn (hình 11).



Hình 11 - Quan sát tiếp tuyến của đồ thị hàm $y=x^2$ chuyển động.

XI. Lưu trữ, sao chụp, in ấn

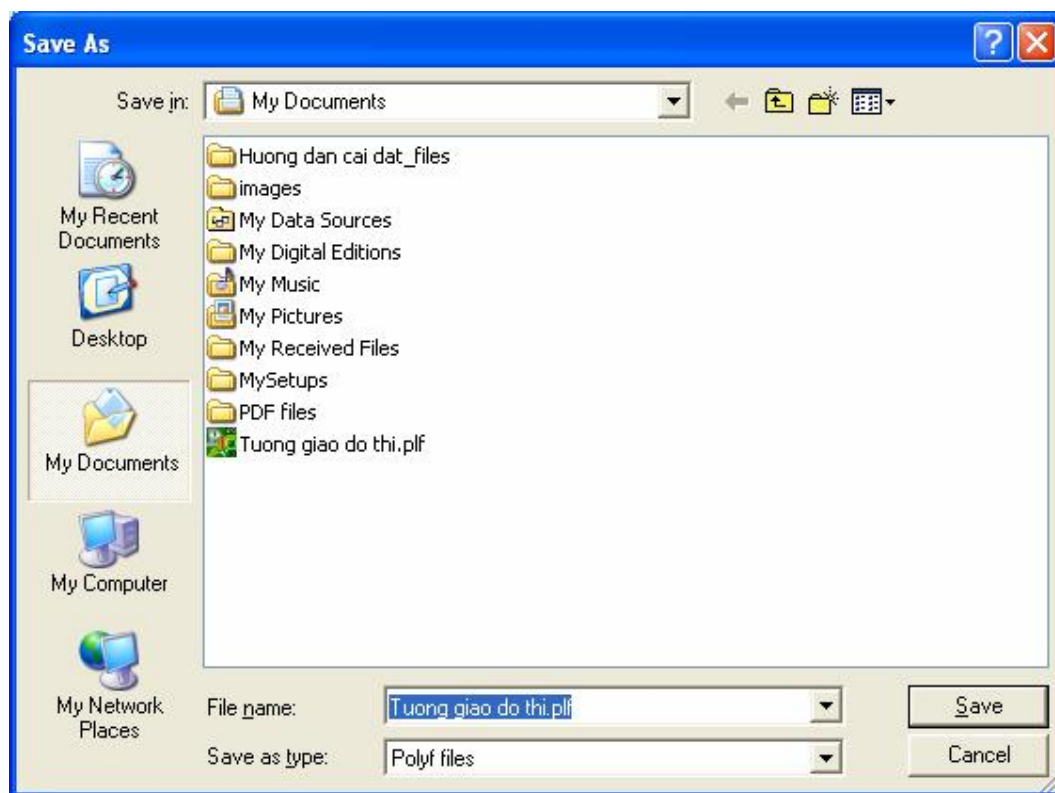
1. Tập cơ sở dữ liệu của EFG

- Mỗi trang đồ họa (ứng với một cửa sổ con) cùng rất nhiều thông tin liên quan đều có thể được chương trình lưu trữ nếu bạn muốn, bằng cách ghi ra bộ nhớ ngoài (đĩa).
- Để ghi, bạn chỉ việc chọn chức năng tương ứng bằng một trong các cách như thông lệ:
 - . Ấn tổ hợp <Ctrl+S>
 - . Chọn nút công cụ **Lưu vào tệp hiện hành** trên thanh công cụ chuẩn.
 - . Chọn một trong hai mục **Lưu vào tệp hiện hành** và **Lưu vào tệp mới...** trong thực đơn **Tệp** của chương trình.

Bạn sẽ nhận được cửa sổ **Save as** (hình 12). Tại đây, các bước tiến hành giống như bất kỳ ứng dụng nào khác.

- Trong quá trình làm việc với các cửa sổ con (nơi bạn đang biên tập, khảo sát,...), bạn có thể ghi lại trạng thái mới nhất của nội dung của tệp vào bất kỳ thời điểm nào muốn (với điều kiện là thực sự đã có sự thay đổi, trái lại, chức năng này không có hiệu lực).

- Các tệp cơ sở dữ liệu của EFG đều có biểu tượng đồ họa là biểu tượng trong shortcut của chương trình (đã nói ở phần đầu) đồng thời phần mở rộng của tệp được mặc định là .EFG (hình 11 có tệp **MP va TT chuyen dong.efg** đang làm việc).
- Dù chương trình EFG đã chạy hay chưa chạy, tại bất kỳ đâu trong các cửa sổ quản lý tệp của hệ điều hành Windows, bạn đều có thể nhấp đúp chuột vào tệp dữ liệu của EFG để mở (Open) nó dưới dạng một trang đồ họa trong một cửa sổ con của chương trình.



Hình 12 - Cửa sổ để ghi trang đồ họa ra tệp cơ sở dữ liệu trên đĩa.

2. Tạo thư viện các ví dụ mẫu

- Mục **Một số ví dụ** trong khung tác vụ phải là nơi chứa danh mục các tệp cơ sở dữ liệu đã được tạo sẵn để dùng lâu dài.
- Bạn có thể tạo cho riêng mình thư viện này bằng cách sao chép các tệp cơ sở dữ liệu vào thư mục `..\EFG1.3\Examples` vốn được tạo ra bởi chương trình cài đặt EFG và nằm trong thư mục con **Program Files** của đĩa cứng. Đương nhiên, tệp nào không cần thiết nữa thì bạn có thể xóa nó trong thư mục này.
- Để mở tệp ví dụ nào trong danh mục, bạn chỉ việc nhấp đúp chuột vào tên tệp tương ứng trong danh mục này.

3. Tạo thư viện nhạc nền (đã bị gỡ bỏ trong phiên bản 1.3⁺)

- Chương trình hỗ trợ chức năng nghe nhạc nền để bạn giải trí (có thể cả trong khi đang làm việc) qua các nút trên thanh công cụ chuẩn.
- Các tệp nhạc với định dạng như *.mid, *.mp3 đều sử dụng được.

- Muốn bổ sung vào danh mục, làm tương tự như với ví dụ mẫu, thư mục chứa các tệp nhạc này là ..\EFG1.3\BgSound.

4. Tạo các dòng văn bản (text row)

- Trên thanh công cụ trái, nút hình chữ T sẽ giúp bạn soạn thảo một dòng text tùy ý. Tất nhiên là điều kiện để gõ được tiếng Việt là giống như với gõ tiếng Việt trong các trình soạn thảo văn bản khác như MS Word,..., nghĩa là máy của bạn phải có các font và bộ gõ cần thiết.

- Sau khi chọn nút công cụ nói trên, con trỏ chuột có hình dạng chữ I và bạn nhấp trái chuột tại vị trí thích hợp trên trang đồ họa (vị trí này không cần thật chính xác vì bạn có thể điều chỉnh lại sau). Tại ô chứa con nháy, bạn chỉ việc gõ vào nội dung dòng text này (nội dung này có thể hiệu chỉnh sau). Để kết thúc nhập, chỉ việc nhấp chuột ra ngoài ô.

- Với mỗi dòng text đã tạo, bạn có thể:

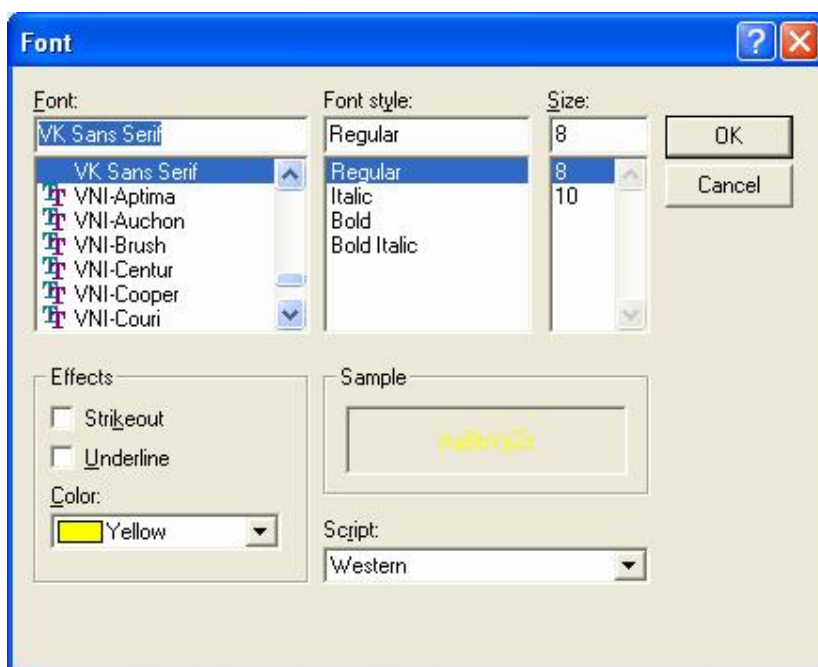
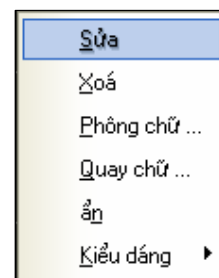
. Di chuyển nó đến vị trí khác bằng cách dùng chuột kéo nó.

. Mở thực đơn chứa các thao tác khác với nó (hình bên).

- Mục **Sửa** giúp bạn quay lại ô nhập ban đầu để soạn lại nội dung.

- Mục **Xóa** nếu chọn, dòng text sẽ thực sự bị xóa và biến mất.

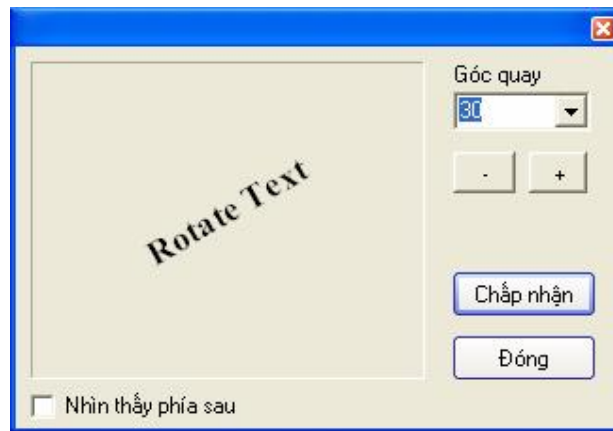
- Mục **Phông chữ** sẽ làm xuất hiện cửa sổ như hình 13, giúp bạn chọn lại phông chữ (mục Font), kiểu dáng chữ (Font style), kích thước chữ (Size), hiệu ứng chữ (Effects), màu sắc chữ (Color).



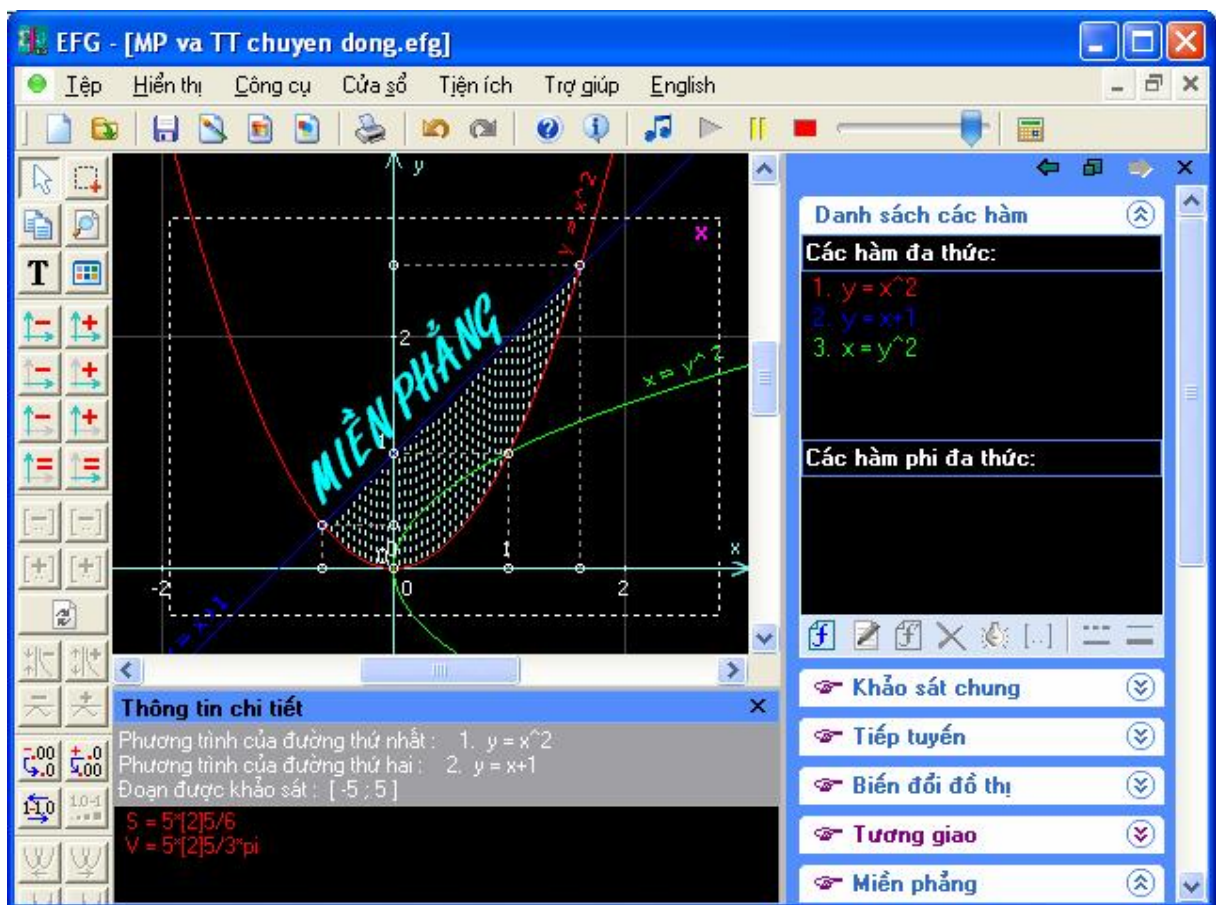
Hình 13 - Điều chỉnh phông chữ, kích thước, màu sắc cho dòng text.

- Mục **Quay chữ** khi được chọn, sẽ làm xuất hiện cửa sổ như hình 14, giúp bạn làm cho dòng text nghiêng đi một góc nào đó tùy ý (hình 15).

- Mục **Ẩn** sẽ làm dòng text có thuộc tính ẩn (không in, chụp được song vẫn có thể nhìn thấy nó hơi mờ).



Hình 14 - Chọn góc nghiêng cho dòng text hiện hành



Hình 15 - Ví dụ về tạo dòng text trên trang đồ họa và xác lập vùng cần cắt-dán

5. Cắt-dán

Đây là chức năng cơ bản trong tất cả các trình biên tập hay soạn thảo nào nên cách dùng là thống nhất. Tuy nhiên, có một số lưu ý sau đây:

- Công cụ chọn vùng trên trang đồ họa để sao chép là tiện lợi hơn nhiều so với nhiều ứng dụng khác. Cụ thể là nút công cụ hình chữ nhật nét đứt (trên phần đầu của thanh công cụ trái) sẽ giúp làm việc này.

- Các thao tác cắt-dán là như sau:

- . Chọn nút công cụ nói trên, con trỏ chuột có dạng dấu cộng (+).
- . rê con trỏ chuột hình dấu cộng này (ấn giữ phím trái của chuột và di chuyển chuột) trên nền trang đồ họa để tạo nên một khung hình chữ nhật chứa đủ vùng cần chọn. Nếu khuôn hình này chưa thích hợp, bạn có thể điều chỉnh 4 cạnh của nó (như với các cửa sổ của Windows) đồng thời có thể di chuột (trỏ chuột hình bàn tay) để di chuyển khuôn hình (xem hình 15).

- . Khi đã ưng ý, bạn có thể chọn một trong hai nút công cụ ngay phía dưới: nút **Sao chép vào clipboard** và nút **Xem trước hình sẽ sao chép**. Dù chọn nút nào, bạn đều phải khai báo thể thức sao chép trong cửa sổ hội thoại như hình 16.

- . Trong cửa sổ **Sao chép** này, nếu cần, bạn phải chọn lại các mục tương ứng.

- . Sau khi đảm bảo là đã sao vào clipboard rồi, bạn có thể dán thả ra bất kỳ ứng dụng soạn thảo nào khác như Word, Excel, PowerPoint, Paint,...

- . Bạn cũng có thể ghi trực tiếp thông tin vùng chọn ra thành tệp ảnh trên đĩa với ba định dạng: *.BMP, *.GIF, *.JPG.



Hình 16 - Cửa sổ đăng ký thể thức sao chép

6. In ấn

- Ngoài việc cắt dán vào các ứng dụng khác để rồi in ấn, bạn có thể in ấn trực tiếp nhờ chương trình.

- Muốn vậy, bạn phải thao tác như cắt dán vừa nói ở trên rồi chọn nút công cụ in ở bất kỳ chỗ nào bạn thấy có nó (có ở nhiều nơi). Nghĩa là chỉ in được một vùng trang đồ họa đã được chọn và đăng ký thể thức như trong hình 16 ở trên.

XII. Bảng tính

Chương trình hỗ trợ một số biểu diễn và tính toán liên quan đến tam giác, đa giác phẳng tùy ý, elip cùng với một số tính toán khác: tính giá trị của biểu thức số, thực hiện các phép toán cơ bản với các đa thức (bậc không vượt quá 30), tìm đạo hàm của các hàm số, tìm một lớp cơ bản các giới hạn thường gặp.

Còn nhiều tính toán quan trọng khác sẽ được trình bày trong các phiên bản tiếp theo của EFG.

1. Các tính năng của **Bảng tính**:

a. Hỗ trợ biểu diễn trên trang đồ họa (mặt phẳng tọa độ):

- Các điểm (cùng lúc không quá 26 điểm): bao gồm các điểm đặc biệt của các đồ thị đang xét thuộc bất kỳ cửa sổ con nào đang được kích hoạt (các điểm cực trị, điểm uốn, giao với các trục, các điểm thuộc đồ thị được bạn đăng ký khảo sát bổ sung,...).

Hình 17 - Bảng tính và Giải tam giác

- Các elip, đường tròn, đoạn thẳng, các tam giác, các đa giác với các đầu mút hay đỉnh thuộc số các điểm nói trên.

- Riêng với tam giác, bạn có thể biểu diễn thêm (tùy chọn) các yếu tố đặc biệt có liên quan như: trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp IR, tâm đường tròn nội tiếp Ir, các đường cao, trung tuyến, các đường tròn nội, ngoại tiếp.

- Với đa giác, nếu là đa giác nội hay ngoại tiếp, bạn có thể biểu diễn các đường tròn ngoại hay nội tiếp đa giác.

- Với elip (đường tròn), có thể biểu diễn tâm cùng các tiêu điểm và bản thân elip (đường tròn).

b. Hỗ trợ tính toán chính xác cho hình biểu diễn:

- Với đoạn thẳng AB: độ dài đoạn AB, tọa độ trung điểm của đoạn AB, tọa độ của điểm chia đoạn AB theo tỉ số k (do bạn đăng ký tại ô tương ứng).

- Với tam giác ABC: tất cả các thông số liên quan đến tam giác như diện tích, độ dài của các cạnh, các trung tuyến, đường cao, phân giác trong, độ lớn của các góc, bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp, bàng tiếp, các tọa độ của trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn nội, ngoại tiếp.

- Với đa giác ABCD...: ngoài diện tích, chu vi, còn cho biết: đa giác có tự cắt không. Trong trường hợp không tự cắt, có thể biết thêm các thông tin sau: độ lớn của các góc trong ở đỉnh, đa giác có là lồi không, có là nội tiếp không, có là ngoại tiếp không (nếu là phải, sẽ biết bán kính và tọa độ của tâm của các đường tròn này).

- Với elip, biết được chu vi, diện tích, tiêu cự, tâm sai, tọa độ của tâm và các tiêu điểm.

c. Hỗ trợ tính các tính toán phụ:

- Tính giá trị của các biểu thức số (biểu thức tổng quát chứa các hàm và các phép toán trong danh mục đã biết).

- Xác định đạo hàm $f'(x)$ và $f''(x)$ của hàm $f(x)$ (biến số bắt buộc là x).

- Khai triển và thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân, lũy thừa (số mũ nguyên dương) với các đa thức (các đa thức thành phần cũng như đa thức kết quả phải có bậc không vượt quá 30).

- Tính các giới hạn (lim) không quá phức tạp.

2. Cách sử dụng **Bảng tính**.

a) Khung **Các điểm đặc biệt**

Đây là nơi chứa danh sách các điểm đặc biệt của đồ thị của hàm được bạn chọn trong danh sách các hàm ở hộp **Đồ thị chứa** phía bên trái, nằm ngay phía trên danh sách.

Để sử dụng các điểm này, bạn cần chọn điểm nào bạn muốn rồi chuyển nó sang khung **Các điểm được khảo sát** ở bên phải, bằng cách chọn nút mũi tên phải ở giữa hai khung đang nói.

b) Khung **Các điểm được khảo sát**.

Các điểm có trong khung này hoặc do bạn chuyển từ khung trái sang hoặc do bạn nhập bổ sung nhờ nút công cụ **Thêm...** (bên phải khung có 6 nút công cụ).

Bạn có thể điều chỉnh danh sách này theo các cách:

- Chọn một mẫu danh sách các điểm điểm từ danh sách mẫu (hình 17) mà chương trình cung cấp sẵn (có 6 mẫu trong hộp **DS mẫu** bên phải).

- Chọn một điểm, bằng cách nhấp chuột vào dòng tương ứng trên nền của danh sách.

- Đánh dấu hoặc bỏ đánh dấu một điểm, bằng cách nhấp chuột vào hộp kiểm hình vuông.

- Sửa một điểm mà bạn chọn, bằng cách chọn nút **Sửa...** rồi nhập lại tọa độ cho điểm.

- Xóa một điểm mà bạn chọn, bằng cách chọn nút **Xóa**.

- Xóa tất cả chúng, bằng cách chọn nút **Xóa hết**.

- Đảo thứ tự của một điểm nào đó mà bạn đã chọn, bằng cách nhấp chuột vào một trong các nút mũi tên **lên/xuống** nằm giữa hai khung.

Để sử dụng hoặc thôi sử dụng các điểm có trong khung, bạn phải đánh dấu hoặc bỏ đánh dấu chúng ở các hộp kiểm ở đầu trái (khác với chọn thông thường là chỉ nhấp chuột vào dòng tương ứng- trên hình 17 có ba điểm được đánh dấu).

c) Biểu diễn các điểm, đoạn thẳng, tam giác hay đa giác.

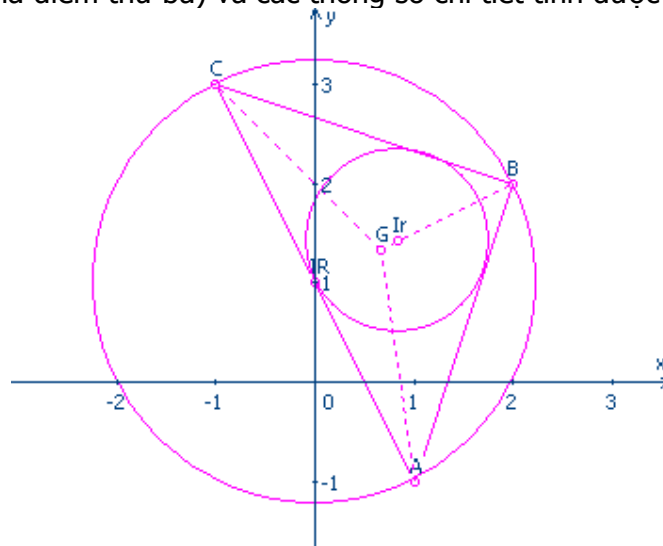
- Tùy theo số lượng điểm được đánh dấu (là 1, 2, 3,...) mà bạn sẽ nhận được hình cần biểu diễn là điểm, đoạn thẳng, tam giác hay đa giác.

- Khi bạn đã đánh dấu ít nhất một điểm, bạn có thể biểu diễn ngay chúng lên trang đồ họa hiện hành bằng cách nhấp chuột vào một trong 3 hộp kiểm (xem hình 17): **Hiện cạnh** (để hiện điểm, đoạn thẳng, tam giác hay đa giác), **Hiện ký hiệu** (để hiện tên các điểm hay đỉnh và là các ký hiệu A, B,...), **Hiện tọa độ** (để hiện tọa độ các điểm). Đương nhiên bạn có thể cho thôi hiện (ẩn) bằng cách nhấp chuột vào vắn các hộp kiểm tương ứng.

d) Tính toán.

Để có các thông số chi tiết về các đối tượng được biểu diễn, bạn cần phải chọn nút công cụ **Tính toán** (hình 17). Theo đó, tùy theo tình huống số điểm được chọn mà sẽ xuất hiện thẻ thông báo nào trong 3 thẻ: **Tam giác**, **Đa giác**, **Đoạn thẳng** (xem hình 17).

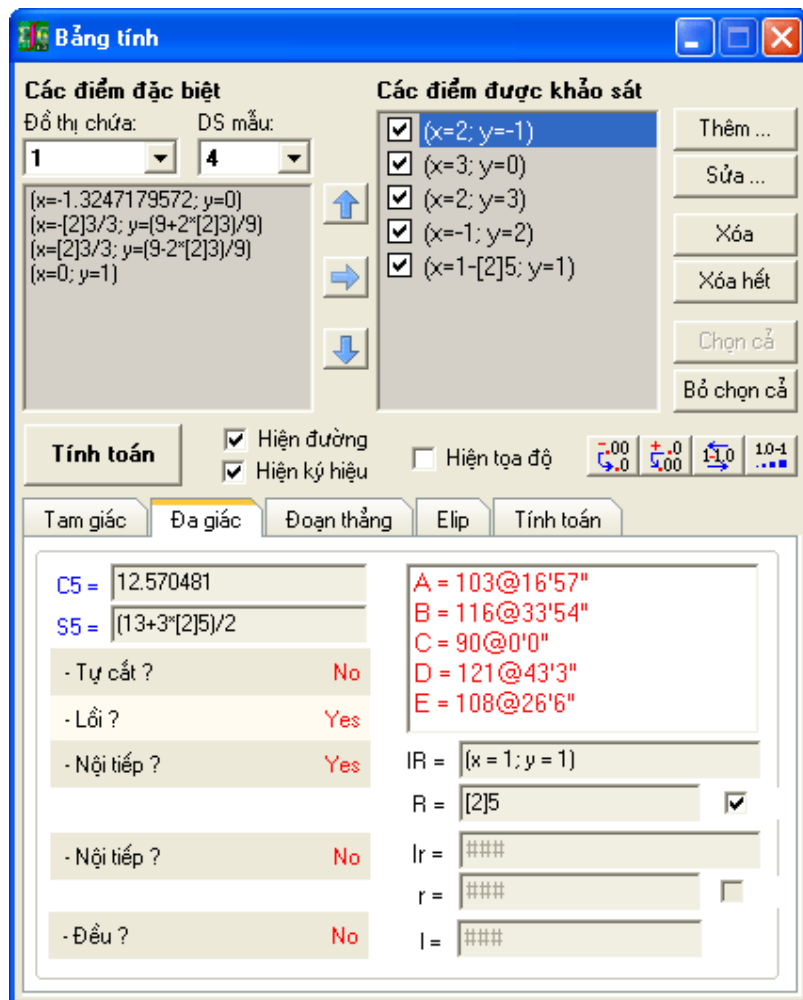
Hình 18 cho thấy tam giác ABC chính là tam giác ứng với 3 điểm đã được chọn (A là điểm đầu tiên và C là điểm thứ ba) và các thông số chi tiết tính được là như trong hình 17.



Hình 18 - Tam giác cùng một số yếu tố khác của nó

Hình 18 còn cho thấy có sự biểu diễn của các đường tròn nội, ngoại tiếp tam giác và một phần của các đường trung tuyến, đó là vì có hai hộp kiểm tương ứng với chúng đã được đánh dấu (quan sát khu vực phía dưới của hình 17).

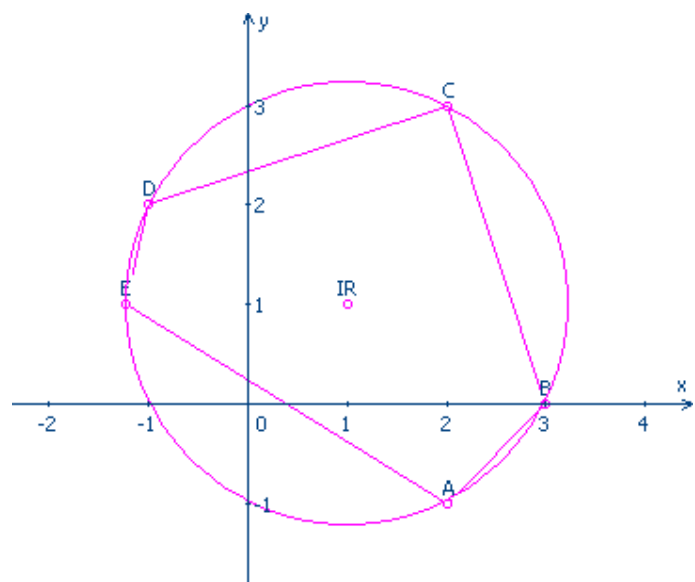
Phải nói thêm rằng ngoài việc bạn có thể biết số đo độ hay radian của các góc A, B, C (chọn nút **deg/rad**), bạn có thể biết độ dài các đường cao h_a , h_b , h_c của tam giác bằng cách nhấp chuột liên tiếp vào nút nằm ngay bên phải chữ h. Tình hình là tương tự với các đường trung tuyến m_a, \dots , các phân giác trong l_a, \dots , các bán kính đường tròn bàng tiếp r_a, \dots

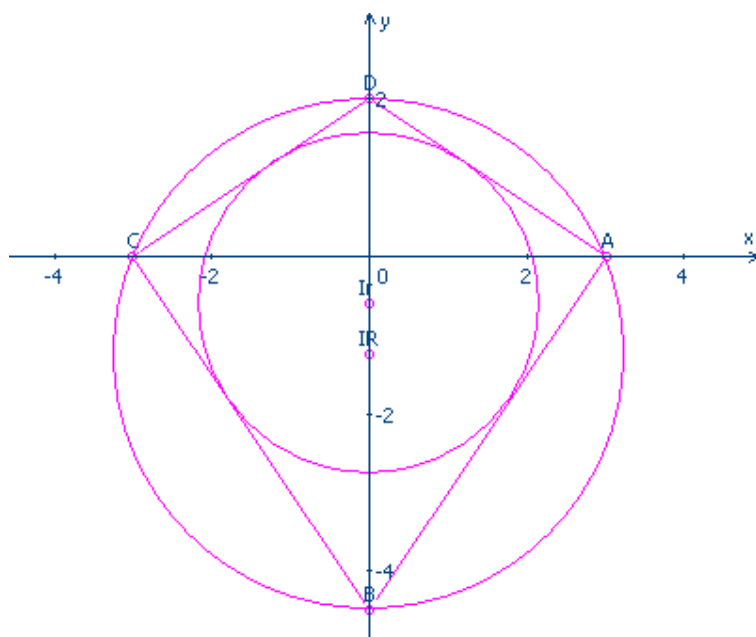


Hình 19 - Biểu diễn đa giác cùng các yếu tố của nó.

Hình 19 cho thấy ứng với tình huống có 5 điểm được đánh dấu, bạn sẽ nhận được đa giác như *hình bên* đồng thời bạn cũng biết một loạt các thông tin khác như: chu vi bằng 12.570481 (hiện tại lấy 6 chữ số thập phân theo đăng ký nhờ hai nút công cụ ở giữa bên phải bảng tính); diện tích bằng $(13+3*[2/5])/2$; đa giác không là tự cắt, là lồi, là nội tiếp, không ngoại tiếp và không đều; độ lớn các góc trong: $A = 103^{\circ}16'57''$,...

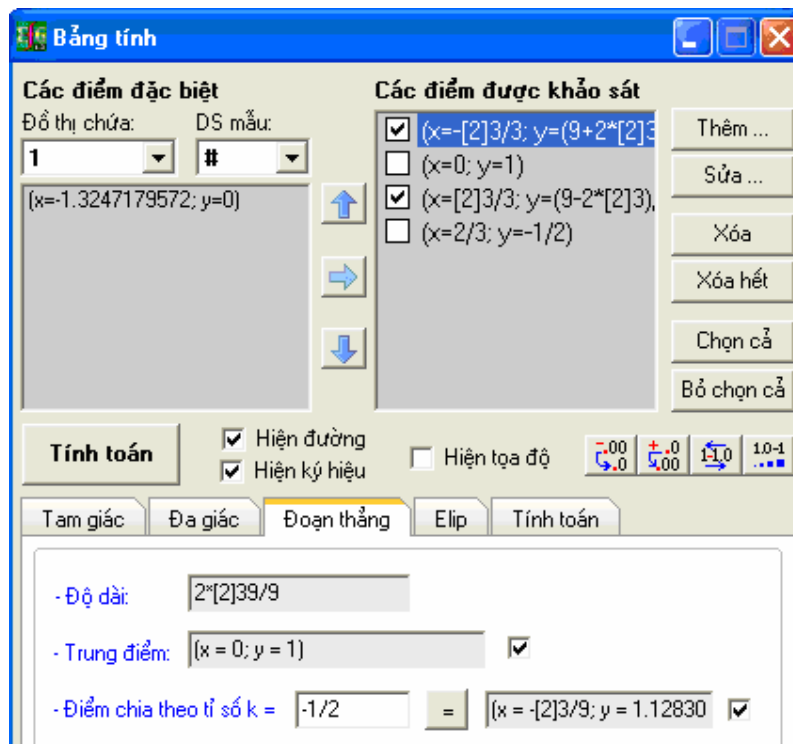
Coi như ví dụ khác, tình huống tiếp theo về đa giác là như trong hình 20:



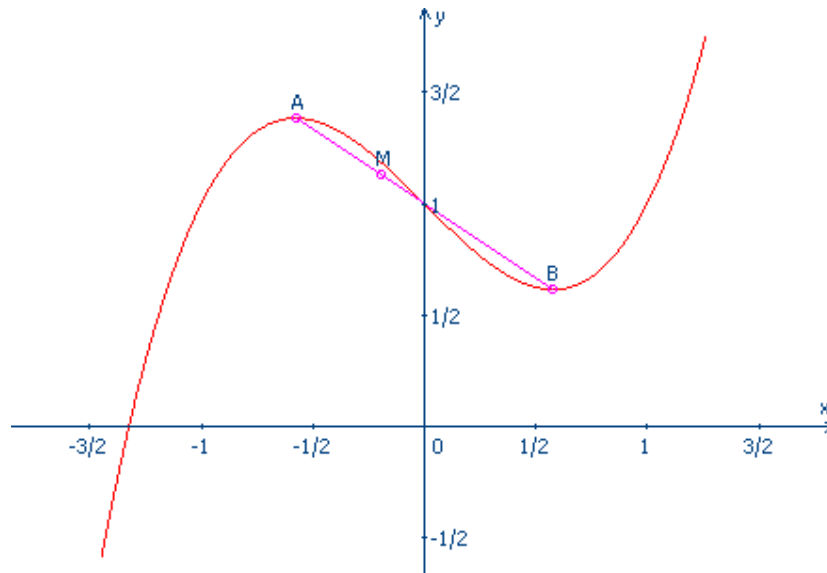


Hình 20 - Ví dụ về đa giác vừa nội tiếp vừa ngoại tiếp

Hình 21a và hình 21b tiếp theo dưới đây cho thấy bằng việc sử dụng 2 trong số các điểm đặc biệt của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$, đó là hai điểm cực trị, ta biết được khoảng cách AB giữa 2 điểm cực trị này là $2\sqrt{39}/9$ đồng thời điểm chia đoạn AB theo tỉ số $-1/2$ là $M = (-\sqrt{39}/9; 1.12830)$:



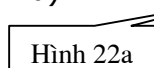
Hình 21a - Thông tin về đoạn thẳng nối hai điểm cực trị ...







Hình 21b - Biểu diễn đoạn thẳng nối hai điểm cực trị ...

Thẻ **Elip (Ellipse)** (Hình 22a) cho phép bạn khảo sát một elip có tâm và các bán trục cho trước (do bạn nhập vào).

Mỗi khi bạn nhập lại các giá trị cho tâm và các bán trục (ấn Enter để khẳng định), bạn sẽ nhận được thông báo về diện tích, chu vi, tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai của elip trong các ô ở dưới đồng thời cũng nhận được hình biểu diễn của elip trên trang đồ họa (hình 22b) nếu các ô kiểm ở đầu phải (xem hình trên) của các ô tương ứng được đánh dấu. Ngoài ra, bạn có thể sao chép vào Clipboard phương trình của elip bằng cách nhấp chuột vào nút công cụ nằm ngay trên ô chứa phương trình của elip (xem hình 22a).








Bảng tính

Các điểm đặc biệt
Đồ thị chứa: DS mẫu:

$(x=1.3247179572; y=0)$
 $(x=-2\frac{2}{3}; y=-(-9+2\frac{2}{3})/9)$
 $(x=2\frac{2}{3}; y=(-9-2\frac{2}{3})/9)$
 $(x=0; y=-1)$

Các điểm được khảo sát

☒ $(x=1; y=-1/2)$
☒ $(x=2\frac{2}{3}; y=3/2)$

Thêm ...

Sửa ...

Xóa

Xóa hết

Chọn cả

Bỏ chọn cả

Tính toán
☒ Hiện đường
☒ Hiện ký hiệu
☐ Hiện tọa độ

Tam giác
Đa giác
Đoạn thẳng
Elip
Tính toán

Hoành độ x của tâm:
Tung độ y của tâm:
Bán trục trên Ox:
Bán trục trên Oy:

Chấp nhận

Bỏ qua

Phương trình của Elip:

$$\frac{(x+1)^2}{2^2} + \frac{(y-3/2)^2}{(3/2)^2} = 1$$

+ Diện tích:

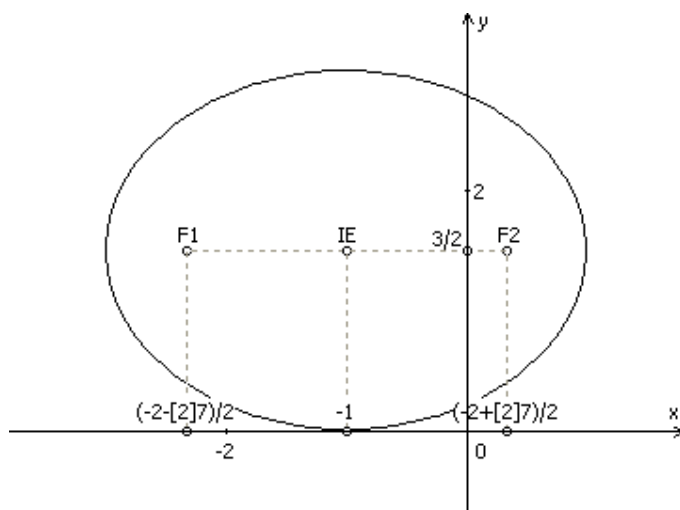
+ Chu vi:
☒

+ Tiêu điểm F1:
☒

+ Tiêu điểm F2:
☐

+ Tiêu cự:

+ Tâm sai:



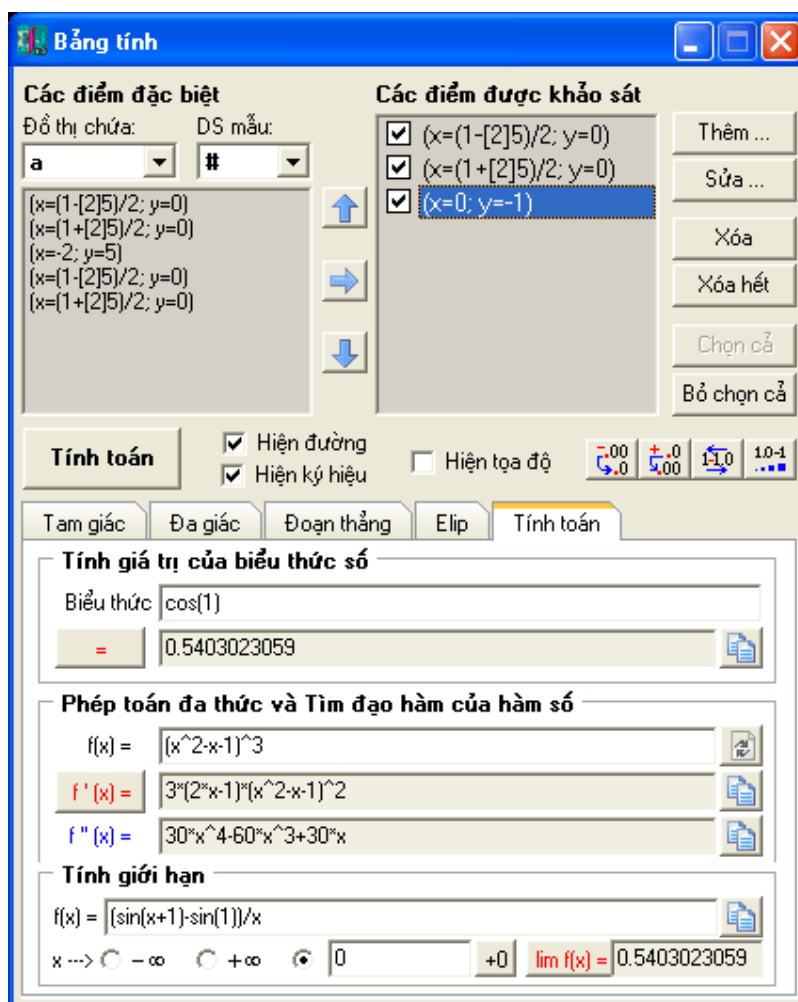
Hình 22b - Biểu diễn elip và vài yếu tố của nó

Cuối cùng, hình 23 cho thấy thẻ **Tính toán** có thể giúp bạn:

- Tính toán giá trị của các biểu thức số.
- Đạo hàm các cấp của các hàm số.
- Cộng, trừ, nhân và nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương của các đa thức (ẩn mặc định là x).

Chú ý:

- Bạn có thể thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân, lũy thừa với đa thức. Muốn vậy, bạn chỉ việc nhập biểu thức cần tính vào ô "f(x)=" rồi chọn nút ở cuối ô nhập này để xem kết quả và cũng là để chuyển qua lại giữa kết quả và dạng nhập ban đầu. Đa thức nhập vào (và đa thức kết quả) phải có bậc không vượt quá 30, trái lại, sẽ không có kết quả được thông báo.



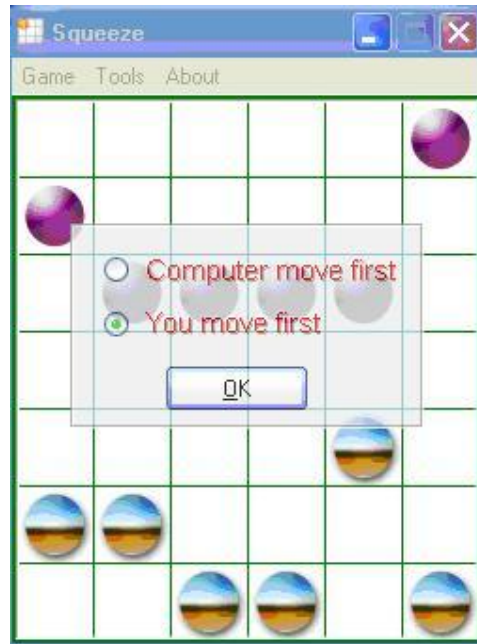
Hình 23 - Các tính toán đại số và giải tích

- 4 nút công cụ liên quan đến định dạng số hiển thị có thể sử dụng cho bất kỳ thẻ nào, các nút đó lần lượt là: giảm số chữ số thập phân, tăng số chữ số thập phân, chuyển đổi

qua lại giữa dạng số thập phân và số đúng, (chọn) mức khôi phục số đúng (xem thêm trong phần **Trợ giúp** của chương trình).

XIII. Giải trí

- Chương trình trò chơi Squeeze (cờ ép) có luật chơi và cách chơi được trình bày trong phần **Trợ giúp** của chương trình EFG. Khởi động chương trình này bằng cách chọn từ thực đơn **Tiện ích** -> **Trò chơi**.



Ghi chú: Một số tiện ích giải trí khác cũng đã bị gỡ bỏ trong phiên bản 1.3⁺.

PHỤ LỤC

BÀI TẬP THỰC HÀNH SỬ DỤNG EFG

Sau đây là một số đề bài toán có tính gợi ý, có thể sử dụng EFG để giải hoặc giảng lồng ghép trong các tiết/bài thích hợp (chứa bài tập, luyện tập, nội khóa, ngoại khóa).

Với mỗi bài, giáo viên có thể thiết lập trước tệp CSDL của EFG ứng với nội dung bài đó rồi sử dụng Powerpoint hoặc thậm chí Word để móc nối, liên kết (hyperlink) đầu bài đến tệp CSDL tương ứng, sẽ tiện lợi cho việc tiến hành bài giảng hay trình chiếu.

Mình hoạ cho lời giải các bài tập dưới đây, đều đã được tích hợp trong phần "Một số ví dụ" của chương trình. Người dùng có thể tạo ra các file .efg (lưu ra đĩa) và sao chép chúng vào thư mục "examples" trong phần mà EFG đã được cài đặt, nếu muốn.

Nhớ đặt mức khôi phục số đúng là 1 để có kết quả dạng phân số hoặc căn thức bậc 2.

Bài 1: Lập phương trình của parabol (P): $y = f(x)$, biết:

a) (P) đi qua 3 điểm $(-1; 2)$, $(0; -1)$, $(2; 5/4)$.

b) (P) đi qua điểm $(1; 2)$ và đỉnh là $(-1; 3)$.

Gợi ý câu b: Lấy thêm điểm $(-3; 2)$ là đối xứng của điểm $(1; 2)$ qua trục đối xứng $x = -1$.

Bài 2: Lập phương trình của các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ biết rằng các tiếp tuyến này có hệ số góc bằng -2 . ĐS: $y = -2x + 1$; $y = -2x - \frac{5 \pm 6\sqrt{3}}{4}$.

Bài 3: CMR đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ có trục đối xứng.

Gợi ý: Vẽ đồ thị, quan sát trục đối xứng $x = a$ rồi sử dụng phép đổi biến số $x = X + a$ (cũng tức là sử dụng phép tịnh tiến theo vectơ $(-a, 0)$). ĐS: $x = 1$; $y = X^4 - 3X^2 + 1$.

Bài 4: Tính diện tích tam giác với 3 đỉnh là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số trong bài 3.

Gợi ý: Khảo sát cực trị rồi sử dụng Bảng tính. ĐS: $\frac{9\sqrt{6}}{8}$.

Bài 5: Tính khoảng cách giữa các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x - 2$.

Gợi ý: Khảo sát cực trị rồi sử dụng Bảng tính. ĐS: $\frac{10\sqrt{6}}{9}$.

Bài 6: Tìm trên đồ thị hàm số $y = |x^3 - x - 1|$ các điểm cách đều các trục tọa độ.

Gợi ý: Vẽ thêm đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = -x$ rồi tìm tương giao.

ĐS: $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right); \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

Bài 7: Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x + 1}$ các điểm sao cho mỗi điểm này có tính chất: khoảng cách đến trục hoành bằng 2 lần khoảng đến trục tung.

Gợi ý: Tìm giao của đồ thị với đường thẳng $y = 2x$. ĐS: $\left(\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}; -5 \pm \sqrt{21}\right)$.

Bài 8: Trên parabol $y = x^2$ lấy hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là $-\frac{3}{2}$ và 1. Các tiếp tuyến của parabol tại A và B cắt nhau tại C. Tính diện tích của tam giác ABC.

Gợi ý: Vẽ các tiếp tuyến, tìm giao rồi sử dụng Bảng tính. ĐS: $S = 125/32$.

Bài 9: Trên mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC với:

$A=(-1; -1)$, $B=(-1; -2)$, $C=(\frac{4}{\sqrt{3}}-1; 2)$. Hãy tính:

- Độ dài của cạnh lớn nhất.
- Độ lớn của góc lớn nhất (tính ra độ, phút, giây).
- Độ dài của đường cao h_c kẻ từ C.
- Độ dài trung tuyến m_a kẻ từ A.
- Diện tích ΔABC .
- Toạ độ trực tâm H của ΔABC .

Gợi ý: Sử dụng Bảng tính.

ĐS: a) $BC = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. b) $A = 142^\circ 24' 39''$. c) $h_c = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. d) $m_a = \frac{\sqrt{21}}{3}$. e) $S = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. f) $(1-3\sqrt{3}; 2)$.

Bài 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$.

- Tìm trên trục tung các điểm sao cho có thể kẻ qua đó 2 tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị.
- Tìm trên trục hoành các điểm sao cho có thể kẻ qua đó đúng 1 tiếp tuyến đến đồ thị.

Gợi ý: Vẽ đồ thị và tiếp tuyến tại điểm uốn rồi quan sát, đưa ra kết quả.

ĐS: a) $(0; b)$ với $0 < b < 1$. b) $(a; 0)$ với $0 \leq a \leq 2$.

Bài 11: Tìm các điểm của mặt phẳng sao cho có thể kẻ qua đó hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2 + 3x - 8}{x - 3}$ với hệ số góc lần lượt là $-\frac{3}{2}$ và $\frac{3}{8}$.

Gợi ý: Vẽ đồ thị và các tiếp tuyến với hệ số góc đã cho rồi tìm giao của 2 cặp tiếp tuyến (nhớ đặt mức khôi phục số đúng là 1). ĐS: $(\frac{1}{3}; 3); (\frac{17}{3}; 15)$.

Bài 12: Giải bất phương trình: $\log_x(x^2 - 3x + 2) < 1$.

Gợi ý: Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{\ln(x^2 - 3x + 2)}{\ln(x)}$ và đường thẳng $y = 1$ rồi tìm tương giao.

ĐS: $0 < x < 2 - \sqrt{2}; 2 < x < 2 + \sqrt{2}$.

Bài 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = 2x^2 + 3x$, $y = x^3$, $x = 1$, $x = -1$.

- Biểu diễn (H).
- Tính diện tích của (H).
- Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

Gợi ý: Vẽ đồ thị 2 hàm số rồi sử dụng chức năng **Miền phẳng** để xác định miền phẳng.

ĐS: $S = \frac{5}{2}; V = \frac{256}{35}\pi$.

Bài 14: Khai triển đa thức $P(x) = (1 + 2x - 3x^2)^{15}$, ta được $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{30}x^{30}$.

Xác định các hệ số a_0, a_{28} .

Gợi ý: Sử dụng chức năng **Phép tính đa thức và Tìm đạo hàm...**, nhập biểu thức, ấn **Enter** để tính toán rồi chọn nút cuối ô nhập để xem kết quả khai triển. ĐS: $a_9 = 2523950$; $a_{28} = -597871125$.

Bài 15: Tìm m để phương trình: $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Gợi ý: Khảo sát hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 3x^2$ và các cực trị rồi đưa ra kết quả.

Bài 16: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 2m + 1}{x - 2}$ tiếp xúc với trục hoành Ox.

Gợi ý: Viết lại $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2} + m$ rồi khảo sát đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$.

ĐS: $m = 4 + 2\sqrt{5}$; $m = 4 - 2\sqrt{5}$.

Bài 17a: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + m - 1$ tiếp xúc với Ox.

Gợi ý: Viết lại $y = (x^3 - 1) - m(x^2 - 1)$ rồi khảo sát cực trị của hàm số $y = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$.

ĐS: $m = 1$; $m = -3$.

Bài 17b: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - x - m$ tiếp xúc với Ox.

Gợi ý: Viết lại $y = (x^3 - x) - m(x^2 + 1)$ rồi khảo sát cực trị của hàm số $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$.

ĐS: $m = \pm \sqrt{\frac{-11 + 5\sqrt{5}}{2}}$.

Bài 17c: Tìm m để phương trình $x^3 - mx^2 - x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Gợi ý: Viết lại phương trình: $(x^3 - x) - m(x^2 + 1) = 0$ rồi khảo sát cực trị của hàm số $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$.

ĐS: $-\sqrt{\frac{-11 + 5\sqrt{5}}{2}} < m < \sqrt{\frac{-11 + 5\sqrt{5}}{2}}$.

Bài 17d: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 1)x + 2 - m$ tiếp xúc với Ox.

Gợi ý: Tương tự như trên. ĐS: $m = 13/2$.

Bài 17e: Tìm m để phương trình $x^3 - (m + 1)x^2 - m + 1 = 0$ có nhiều hơn 1 nghiệm.

Gợi ý: Đưa phương trình về dạng $\frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 + 1} = m$ rồi khảo sát cực trị của hàm số tương ứng với vế trái. ĐS: $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

Bài 17f: Tìm m, n để phương trình $x^3 + 3x^2 - (m - 2)x - (m + n) = 0$ có 3 nghiệm lập thành một cấp số cộng.

Gợi ý: Viết phương trình dưới dạng: $x^3 + 3x^2 + 2x = m(x + 1) + n$. Phương trình này có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi đường thẳng $y = m(x + 1) + n$ đi qua điểm uốn $(-1; 0)$ (là tâm đối xứng của đồ thị hàm số ứng với vế trái của phương trình) đồng thời cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt. Để ý rằng hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm uốn là -1 , ta được kết quả: $n = 0$, $m > -1$.

Bài 18a: Giải phương trình: $\sin^2 x - \cos 2x - \frac{1}{2} = 0$.

Gợi ý: Vẽ đồ thị hàm số $y = \sin^2 x - \cos 2x - \frac{1}{2}$ trên đoạn $[-2; 2]$ (đủ là một đoạn có độ dài lớn hơn chu kỳ 2π) rồi chọn chức năng tìm *không điểm* (đặt mức khôi phục số đúng là 3).

ĐS: $x = (2k+1)\pi/4, k \in \mathbb{Z}$.

Bài 18b: Giải phương trình: $\tan x - \cos 2x + 1 = 0$.

Gợi ý: Vẽ đồ thị hàm số $y = \tan x - \cos 2x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ (đủ là một đoạn có độ dài lớn hơn chu kỳ π) rồi chọn chức năng tìm *không điểm* (đặt mức khôi phục số đúng là 3).

ĐS: $x = (4k-1)\pi/4$ và $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Bài 19: Tìm $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x + 1}}{x} \right)$. Gợi ý: Sử dụng Bảng tính. ĐS: -1.

Bài 20: Tìm $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos(x)^{\frac{1}{x^2}} \right)$. Gợi ý: Sử dụng Bảng tính. ĐS: $e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.606530$.

Bài 21: Cho $f(x) = x^{\sin(x)}$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Gợi ý: Sử dụng Bảng tính. ĐS: 1.

-#-