



سؤال ۱. Binarization of CSP

- الف) برای این‌که یک محدودیت سه‌گانه تعریف کنیم، سه متغیر A ، B و C را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$A + B = C$$

یک متغیر جدید به نام AB تعریف می‌کنیم. اگر دامنه‌ی A و B مجموعه اعداد N باشد، آنگاه دامنه‌ی AB ، مجموعه‌ی $N \times N$ خواهد بود. حال سه محدودیت دوگانه داریم:

۱. یکی بین A و AB که بیان‌گر این است که مقدار A باید برابر با اولین عضو دوتایی^۱ AB باشد.
۲. یکی بین B و AB که بیان‌گر این است که مقدار B باید برابر با دومین عضو دوتایی AB باشد.
۳. در نهایت یکی که بیان‌گر این است که جمع دو عضو باید برابر با مقدار C باشد.

همان‌طور که نشان داده شد، توانستیم یک محدودیت سه‌گانه را به محدودیت دوگانه تبدیل کنیم. هم‌چنین می‌توانیم یک محدودیت چهارگانه متغیرهای A ، B ، C و D را کاهش دهیم. ابتدا باید مراحل بالا را برای A ، B و C انجام دهیم تا محدودیت‌های دوگانه ایجاد شود و سپس با دوباره اضافه کردن D یک محدودیت سه‌گانه جدید ایجاد می‌شود که همانند فرآیندهای بالا قابل تبدیل به محدودیت دوگانه است.

به همین ترتیب با استقرا می‌توان نتیجه گرفت که هر محدودیت n گانه را می‌توان به محدودیت $(n - 1)$ گانه تبدیل کرد.

نکته: می‌توان در مرحله‌ی محدودیت دوگانه توقف کرد. زیرا هر محدودیت یگانه را می‌توان به راحتی با حذف کردن آن از دامنه‌ی متغیر اعمال کرد.

- ب) چون متغیر D ، محدودیت یگانه دارد و مقدار آن از پیش تعیین شده، کاری به آن نداریم و باید به متغیرها و دامنه‌های زیر توجه کرده و با توجه به توضیحات داده شده در قسمت الف) عمل کنیم:

$$A \in \{1, 2, 5\}$$

$$B \in \{1, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C \in \{10, 12\}$$

$$A + B = C$$

$$A < B$$

یک متغیر جدید به نام AB در نظر می‌گیریم که عضو اول آن از دامنه‌ی متغیر A و عضو دوم آن از دامنه‌ی متغیر B است. حال با ضرب دکارتی دامنه‌ی A در دامنه‌ی B داریم:

^۱زوج مرتب

$$AB \in \{(1, 1, 10), (1, 1, 12), (1, 4, 10), (1, 4, 12), (1, 5, 10), (1, 5, 12), (1, 6, 10), (1, 6, 12), (1, 7, 10), (1, 7, 12), \\ (2, 1, 10), (2, 1, 12), (2, 4, 10), (2, 4, 12), (2, 5, 10), (2, 5, 12), (2, 6, 10), (2, 6, 12), (2, 7, 10), (2, 7, 12), \\ (5, 1, 10), (5, 1, 12), (5, 4, 10), (5, 4, 12), (5, 5, 10), (5, 5, 12), (5, 6, 10), (5, 6, 12), (5, 7, 10), (5, 7, 12)\}$$

حال با اعمال محدودیت‌های دوگانه به مجموعه جواب زیر می‌رسیم:

$$AB \in \{(5, 7, 12)\}, D = 11$$

سؤال ٢. CSP

• الف)