



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

هوش مصنوعی

نیم‌سال دوم ۹۹-۹۸

استاد: محمدحسین رهبان

مهلت ارسال: ۲۰ اردیبهشت

شبکه بیز

تمرین چهارم

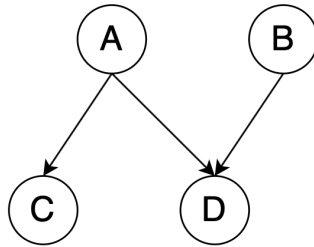
لطفاً به موارد زیر توجه داشته باشید:

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- همکاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ‌های هر کس حتماً باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- امکان ارسال با تاخیر وجود ندارد بنابراین بهتر است انجام تمرین را به روزهای پایانی موکول نکنید.
- لطفاً تصویری واضح از پاسخ‌های سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۷۰ نمره)

۱. (۱۰ نمره) بیشینه تعداد یال‌های یک شبکه بیز با n متغیر چند است؟ با ساخت شبکه نشان دهید چنین شبکه‌ای وجود داشته و سپس ثابت کنید این مقدار بیشینه است. (راهنمایی: شبکه بیز باید گرافی جهت‌دار و بدون دور باشد).

۲. (۱۰ نمره) در شبکه زیر متغیرهای A ، C و D هرکدام دو مقدار مجاز و متغیر B سه مقدار دارد. به سوالات پاسخ دهید:



- (آ) کمترین تعداد مقادیر احتمالاتی را که برای نمایش جدول‌های این شبکه نیاز است، مشخص نمایید.
- (ب) عبارتی برای محاسبه $P(C|D = d_1)$ بنویسید. در این عبارت تنها از احتمالات ذخیره‌شده در CPT استفاده کنید.
- (ج) تمام استقلال‌های شرطی به شکل $X \perp\!\!\!\perp Y|Z$ در گراف را بنویسید.

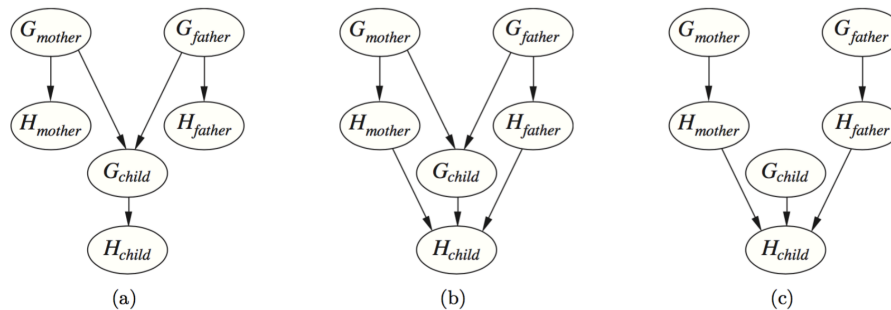
۳. (۱۰ نمره) فرض کنید X ، Y و Z متغیرهای تصادفی دودویی باشند و توزیع تجمعی آن‌ها به شکل زیر باشد:

X	Y	Z	$P(X, Y, Z)$
0	0	0	0.042
0	0	1	0.378
0	1	0	0.054
0	1	1	0.126
1	0	0	0.140
1	0	1	0.140
1	1	0	0.096
1	1	1	0.024

یک شبکه بیز با کمترین تعداد یال ممکن برای مدل‌سازی روابط این متغیرها رسم کنید. چند شبکه برای نمایش آن وجود دارد؟

۴. (۱۰ نمره) آسانسور دانشکده و تعدادی شی را فرض کنید. اگر وزن بار از آستانه تحمل آسانسور بیشتر باشد، به احتمال ۸۰٪ آژیر خطر به صدا درمی‌آید. اما در غیر این صورت نیز ۱۰٪ احتمال دارد که آژیر خطر فعال شود. فعال شدن آژیر خطر در ۹۰٪ از مواقع باعث خاموش شدن موتور آسانسور می‌شود. همچنین در ۲٪ موارد ممکن است بدون فعال شدن آژیر، موتور خاموش شود. اگر فقط ۱۰٪ از اشیاء سنگین‌تر از آستانه تحمل آسانسور باشند، احتمال اینکه بعد از گذاشتن شی روی آسانسور، آژیر فعال نشود اما موتور خاموش شود، چقدر است؟

۵. (۱۰ نمره) فرض کنید H_x یک متغیر تصادفی است که نشان‌دهنده راست‌دست یا چپ‌دست بودن شخص x است و مقادیر left یا right را می‌تواند بگیرد. فرض کنید به منظور تشخیص راست‌دست یا چپ‌دست بودن فرد، ژنی به نام G_x وجود دارد که مقادیر L یا R را می‌تواند بگیرد و به احتمال s ، وضعیت راست‌دست یا چپ‌دست بودن شخص با ژن او یکسان است. ژن G_x با احتمال‌های مساوی از هر یک از والدین x می‌تواند به ارث برسد و با احتمال اندک m نیز ممکن است دچار جهش شود. با توجه به شکل زیر، به سوالات پاسخ دهید.



(آ) کدام یک از شبکه‌ها با عبارت زیر در تناقض نیست؟

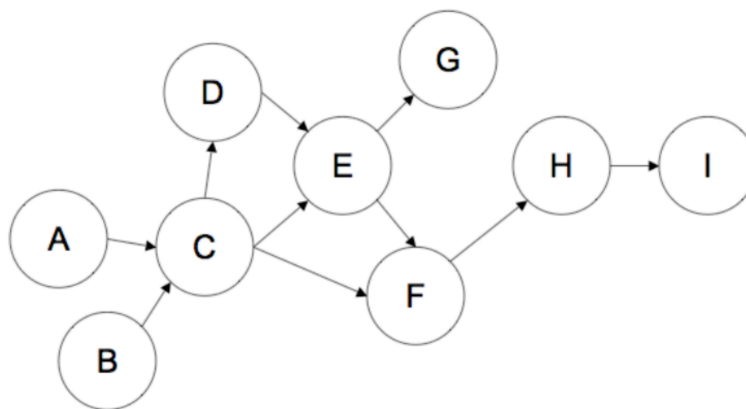
$$P(G_{\text{father}}, G_{\text{mother}}, G_{\text{child}}) = P(G_{\text{father}}) P(G_{\text{mother}}) P(G_{\text{child}})$$

(ب) کدام یک از شبکه‌ها به بهترین شکل فرضیه مطرح‌شده در صورت سوال را توصیف می‌کند؟

(ج) جدول احتمالات شرطی را برای G_{child} در شبکه (a) بر حسب m بنویسید.

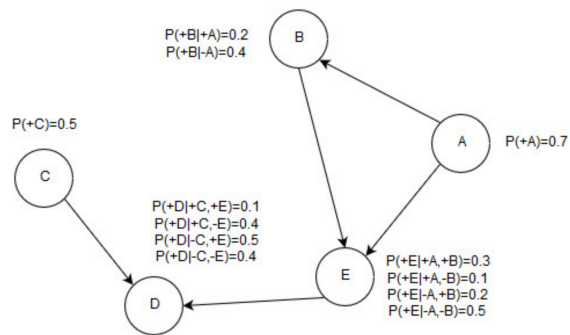
(د) فرض کنید q در شبکه (a) چگونه خواهد بود؟ $P(G_{\text{father}} = L) = P(G_{\text{mother}} = L) = q$. در این صورت $P(G_{\text{child}} = L)$ بر حسب m و q در شبکه (a) چگونه خواهد بود؟

۶. (۱۰ نمره) شبکه بیز زیر را در نظر بگیرید. با دلیل به سوالات زیر پاسخ دهید.



- آیا با داشتن I متغیرهای A و B مستقل می‌باشند؟
- آیا با داشتن C متغیرهای G و F مستقل می‌باشند؟
- کدام متغیر A و E را d-separate می‌کند؟

۷. (۱۰ نمره) با استفاده از روش variable elimination در شبکه بیز زیر، مقادیر $P(+D)$ و $P(+E|-C)$ را بدست آورید.



سوالات عملی (۳۰ نمره)

۱. (۳۰ نمره) در این سوال قصد پیاده‌سازی Variable Elimination را داریم. به شما یک شبکه بیز به همراه جداول توزیع‌های شرطی (CPT) داده می‌شود و شما باید توزیع احتمال query های خواسته شده را بدست آورید. (توجه کنید که متغیرهای تصادفی دودویی می‌باشند.)

ورودی

در n خط اول، در هر خط یک راس از گراف را توصیف می‌کند. ابتدا اسم راس، سپس آرایه‌ای از نام رئوس پدر (در صورت وجود) و در نهایت مقادیر جدول توزیع شرطی می‌آید.
با کاراکتر ”.” مشخص می‌کنیم که رئوس گراف مشخص شده‌اند.
سپس در m خط بعدی query ها می‌آیند. ساختار query ها به این صورت می‌باشد که در ابتدا یک یا چند متغیر می‌آید. سپس صفر یا بیشتر متغیر evidence به همراه مقادیر می‌آید.
با کاراکتر ”.” مشخص می‌کنیم که query ها تمام شده‌اند.

خروجی

به ازای هر query مقادیر احتمال را با دقت ۲ رقم اعشار خروجی دهید.
نمونه تست زیر شکل ۱۴.۲ از کتاب می‌باشد.

نمونه ورودی	نمونه خروجی
[Burglary, [], [0.999, 0.001]] [Earthquake, [], [0.998, 0.002]] [Alarm, [Burglary, Earthquake], [0.95, 0.94, 0.29, 0.001]] [JohnCalls, [Alarm], [0.9, 0.05]] [MaryCalls, [Alarm], [0.7, 0.01]] . [[Burglary], [MaryCalls, JohnCalls], [1, 1]] .	0.28 0.72