Một số phân phối đặc biệt

1. Phân phối Bernoulli tham số p

X có phân phối Bernoulli tham số p, thì ta có:

$R_X = \{0,1\}$; $P(X=0) = 1-p$; $P(X=1) = p$; $EX = p, DX = p(1-p), \sigma_X = \sqrt{p(1-p)}$.

2. Phân phối nhị thức $B(n,p)$

Nếu $X \sim B(n,p)$ thì $R_X = \{0,1,2,\dots,n\}$; $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \forall 0 \le k \le n$; $EX = np, DX = np(1-p)$; $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)}$; khi $(n+1)p$ không nguyên, ta có $ModX = m$ sao cho $(n+1)p - 1 < m < (n+1)p$, khi $(n+1)p$ nguyên, ta có $ModX = \{m-1, m\}$ với $m = (n+1)p$.

Dấu hiệu nhận biết: Xét dãy n phép thử (thí nghiệm, quan sát) lặp độc lập; mỗi phép thử quan tâm việc xuất hiện biến cố (dấu hiệu) A hay không và xác suất xuất hiện A là $P(A) = p$. Gọi X là số lần xuất hiện A. Khi đó $X \sim B(n,p)$.

3. Phân phối Poisson $P(\lambda)$

Nếu $X \sim P(\lambda)$ thì $R_X = \{0,1,2,\dots,n,\dots\}$; $P(X=k) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}, \forall 0 \le k$; $EX = \lambda, DX = \lambda$; nếu λ không nguyên, ta có $\lambda - 1 < ModX < \lambda$, nếu λ nguyên, ta có $ModX = \{\lambda - 1, \lambda\}$

Dấu hiệu nhận biết: Khi những sự kiện (biến cố) xảy ra ngẫu nhiên đều đặn với trung bình là c sự kiện trên một đơn vị thời gian (hoặc một đơn vị khoảng cách, diện tích, thể tích); gọi X là số lần xảy ra sự kiện này trong khoảng thời gian độ dài t (hoặc trong t đơn vị khoảng cách, diện tích, thể tích). Khi đó $X \sim P(\lambda)$ với $\lambda = ct$. Ví dụ: số cuộc gọi đến tổng đài, số khách đến điểm phục vụ...

4. Phân phối đều $U(a,b)$

Nếu biến ngẫu nhiên liên tục $X \sim U(a,b)$ thì

hàm mật độ xác suất có dạng $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{nếu } a \le x \le b \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$; $EX = \dfrac{a+b}{2}$; $DX = \dfrac{(b-a)^2}{12}$;

$MedX = \dfrac{a+b}{2}$; $ModX = (a,b)$

5. Phân phối chuẩn $N(\mu;\sigma^2)$

Với biến ngẫu nhiên liên tục $X \sim N(\mu;\sigma^2)$ (phân phối chuẩn ứng với hai tham số μ, σ^2 với $\sigma > 0$); hàm mật độ xác suất là $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \forall x$; $EX = \mu; DX = \sigma^2$; $\sigma_X = \sigma$; $ModX = MedX = \mu$.

Đặc biệt, $\mu = 0, \sigma = 1$, ta nhận được phân phối chuẩn tắc $N(0;1)$. Với $X \sim N(0;1)$, hàm phân phối xác suất là $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$; $EX = 0 = ModX = MedX$, $DX = 1$.

Công thức xác suất: Cho $X \sim N(\mu;\sigma^2)$, ta có $\dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0;1)$ và $P(X < a) = P(X \le a) = \Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$; $P(X > a) = P(X \ge a) = 1 - \Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$;

$$P(a \le X \le b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Chú ý 1: X là biến ngẫu nhiên liên tục thì hàm phân phối xác suất liên tại mọi điểm và $P(X \in (a,b)) = P(X \in [a,b]) = P(X \in [a,b)) = P(X \in (a,b])$

Chú ý 2: Xem lại cách tra bảng chuẩn

Chú ý 3: Xem lại cách phân tích một biến ngẫu nhiên có phân phối $\chi^2(n)$ và Studen $T(n)$

Bài tập

Câu 1. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc $X \sim B(10; 0,6)$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. $EX = 6$.
B. $DX = 6$.
C. $P(X = k) = C_{10}^k 0,6^k 0,4^{10-k}, \forall k \in \{0, 1, 2, \dots, 10\}$.
D. $ModX = 6$.

Câu 2. Tiến hành 5 lần thử nghiệm độc lập, trong đó xác suất để thử nghiệm thành công ở mỗi lần là 0,2. Gọi X là số lần thử nghiệm thành công. Phương sai của X bằng np(1-p)

A. 0,5. B. 0,6. C. 0,7. D. 0,8.

Câu 3. Lãi suất $X(\%)$ đầu tư vào một dự án trong năm t coi là biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật chuẩn $N(\mu; \sigma^2)$. Theo đánh giá của một chuyên gia thì khi đầu tư vào dự án cho lãi suất cao hơn 20% chiếm tỷ lệ 15,87%; còn khi đầu tư vào dự án cho lãi suất cao hơn 25 % chiếm tỷ lệ 2,28%. Khi đó giá trị của μ, σ^2 là

A. $\mu = 15;\ \sigma^2 = 5^2$.
B. $\mu = 14;\ \sigma^2 = 4^2$.
C. $\mu = 14,5;\ \sigma^2 = 4,5^2$.
D. $\mu = 14;\ \sigma^2 = 5^2$.

Câu 4. Tuổi thọ của 1 loại sản phẩm sản xuất hàng loạt là biến ngẫu nhiên $X \sim N(\mu; \sigma^2)$(đơn vị: giờ) với $\mu = 1000; \sigma^2 = 100$. Nếu thời gian bảo hành là $t = 980$ giờ thì tỷ lệ sản phẩm phải bảo hành là

A. $4,28\%$. B. $3,28\%$. C. $1,28\%$. D. $2,28\%$.

Câu 5. Cho $\{X_i\}_{i=1}^n$ là dãy các biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối $N(0; 1)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\sum_{i=1}^n X_i \sim N(0; 1)$. B. $\sum_{i=1}^n X_i \sim \chi^2(n)$. C. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim T(n)$. D. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$.

Câu 6. Một công nhân quản lý 12 máy dệt. Các máy dệt hoạt động độc lập nhau, và xác suất để mỗi máy, trong ca làm việc, cần sự chăm sóc của công nhân là $0,3$. Gọi X là số máy cần sự chăm sóc của công nhân trong ca làm việc. Khẳng định nào dưới đây **đúng**? (n,...,Dx)

A. $P(X \geq 1) = 0,3^{12}$. B. $ModX = 4$. C. $EX = 0,3$. D. $X \sim B(12; 0,3)$.

Câu 7. Cho biến ngẫu nhiên $X \sim P(2,5)$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. $EX = 2,5$.
B. $P(X = 0) = e^{-2,5}$.
C. $DX = \sqrt{2,5}$.
D. Với mỗi số nguyên $k \geq 1$ thì $P(X \geq k) = 1 - e^{-2,5} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{2,5^i}{i!}$.

Câu 8. Một cơ sở sản xuất, trung bình trong một tuần, nhận được 4 đơn đặt hàng. Biết rằng số đơn đặt hàng (X) mà cơ sở nhận được trong 1 tuần là một biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $P(X \geq 1) = e^{-4}$.
B. $DX = 2$.
C. $EX = 4$.
D. $ModX$ chỉ nhận duy nhất một giá là 4.

Câu 9. Trung bình trong một giờ có λ cuộc gọi đến tổng đài. Biết xác suất trong một giờ không có cuộc gọi đến tổng đài là 0,0183; xác suất có đúng 5 cuộc gọi đến trong 1 giờ là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư)

A. 0,1563.
B. 0,5.
C. 0,8.
D. 0,5163.

Câu 10. Chiều cao thanh niên ở một khu vực là biến ngẫu nhiên $X(cm)$ có phân phối $N(165; 25)$. Tỷ lệ thanh niên có chiều cao từ 1,65 m đến 1,75 m ở khu vực này là

A. 47,73%.
B. 42,75%.
C. 1,6%.
D. 45,96%.

Câu 11. Trong kỳ thi khảo sát, nếu một thí sinh có tổng số điểm các môn thi cao hơn 15 điểm thì trúng tuyển. Biết rằng tổng điểm các môn thi của thí sinh là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 12 điểm. Nếu tỷ lệ thí sinh thi đạt là 27,43% thì độ lệch chuẩn là

A. 5.
B. 49.
C. 7.
D. 25.

Câu 12. Số cuộc gọi đến tổng đài trong khoảng thời gian 15 phút bất kỳ là một biến ngẫu nhiên X có phân bố Poisson tham số $\lambda = 3$. Xác suất để có hơn hai cuộc gọi đến trong khoảng thời gian 15 phút bằng

A. $\frac{17}{2}e^{-3}$.
B. $5e^{-3} - 1$.
C. $1 - 5e^{-3}$.
D. $1 - \frac{17}{2}e^{-3}$.

Câu 13. Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(2; 9)$. Khi đó, biến ngẫu nhiên nào dưới đây có phân phối chuẩn tắc?

A. $Z = \frac{X-2}{9}$.
B. $Z = \frac{X-2}{2}$.
C. $Z = \frac{X-2}{3}$.
D. $Z = \frac{X+2}{9}$.

Câu 14. Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(2; 4)$. Kỳ vọng và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X lần lượt là

A. $E(X) = 2;\ \sigma(X) = 2$.
B. $E(X) = 2;\ \sigma(X) = 4$.
C. $E(X) = \sqrt{2};\ \sigma(X) = 2$.
D. $E(X) = \sqrt{2};\ \sigma(X) = 4$.

Câu 15. Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(1;\ 4)$. Biết rằng u_β là ký hiệu của phân vị chuẩn mức β, $u_{0,877} = 1,16$ và $u_{3,09} = 0,999$. Giá trị của $P(X > 3,32)$ là

A. $0,123$.
B. $0,877$.
C. $0,999$.
D. $0,001$.

Câu 16. Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là $\frac{1}{50}$. Để xác suất sao cho một người thắng ít nhất một ván lớn hơn $0,8$ thì người đó cần chơi tối thiểu bao nhiêu ván?

A. 79.
B. 80.
C. 50.
D. 51.

Câu 17. Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(3;\ 1)$. Biết rằng u_β là ký hiệu của phân vị chuẩn mức β, $u_{0,8413} = 1$ và $u_{0,9953} = 2,6$, xác suất để X nhận giá trị trong đoạn $[4; 5,6]$ là

A. $P(4 \le X \le 5,6) = 0,154$.
B. $P(4 \le X \le 5,6) = 0,9183$.
C. $P(4 \le X \le 5,6) = 0,9953$.
D. $P(4 \le X \le 5,6) = 0,077$.

Câu 18. Thời gian đợi xe (đơn vị: phút) tại điểm chờ xe của một người là một biến ngẫu nhiên X có có phân phối đều $U(0,30)$. Xác suất để thời gian đợi thuộc đoạn từ 5 phút đến 10 phút bằng

$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

A. $P(5 \le X \le 10) = \frac{1}{6}$.
B. $P(5 \le X \le 10) = 0$.
C. $P(5 \le X \le 10) = \frac{1}{2}$.
D. $P(5 \le X \le 10) = \frac{1}{30}$.

Câu 19. Tuổi thọ (đơn vị: giờ) của một loại bóng đèn do nhà máy T sản xuất là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với tuổi thọ trung bình $\mu = 1000$ (giờ) và độ lệch chuẩn $\sigma = 200$ (giờ). Xác suất để một bóng đèn có tuổi thọ nhỏ hơn 700 giờ bằng

A. $0,0668$.
B. $0,9332$.
C. $0,4332$.
D. $0,0334$.

Câu 20. Biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(a, b^2)$ (với $b > 0$), biết xác suất để X nhận giá trị lớn hơn 2 là $0,2005$ và nhỏ hơn 1 là $0,1003$. Biết rằng $u_{0,7995} = 0,84$ và $u_{0,8997} = 1,28$. Giá trị của a và b là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $a = 1,88$ và $b = 0,69$.
B. $a = 1,6$ và $b = 0,47$.
C. $a = 1,61$ và $b = 0,48$.
D. $a = 1,87$ và $b = 0,7$.

HẾT

GIẢI CHI TIẾT MÃ ĐỀ

1.B	2.D	3.A	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.A	10.A
11.A	12.D	13.C	14.A	15.A	16.B	17.A	18.A	19.A	20.B