

**Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2019 – 2020)**

**Lớp: D18CN, D18AT, D18PT**

**Thời gian thi: 90 phút**

**Đề số: 1**

**Câu 1 ( 2 điểm)**

a) Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \vee r)$$

b) Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi có 40 câu hỏi. Thí sinh được 0,25 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai hoặc không trả lời. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 12 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

**Câu 2 (2 điểm)**

a) Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài  $n$  và chứa ba số 1 liên tiếp? Tính  $a_5$

b) Giải hệ thức truy hồi sau:  $a_n = -14a_{n-1} - 49a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = 35$

**Câu 3 (2 điểm)**

a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 30$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn:  $8 \geq x_2 \geq 3$  và  $6 \geq x_4 \geq 2$ ?

b) Trình bày phương pháp liệt kê các tổ hợp chập  $k$  của tập  $\{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp quay lui.

**Câu 4 (2 điểm)**

Viết chương trình trong C/C++ liệt kê các hoán vị của tập  $\{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển

**Câu 5 (2 điểm)**

a) Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu

b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 9$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2020 – 2021)

Lớp: D19CN, D19AT, D19PT

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 2

**Câu 1** ( 2 điểm)

a) Sử dụng phương pháp lập bảng giá trị chân lý, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 sinh viên có cùng tháng sinh?

**Câu 2** (2 điểm)

a) Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 11 gồm có 4 chữ cái (lấy tùy ý từ tập các chữ viết hoa từ A đến Z) và 7 chữ số (lấy tùy ý từ tập các chữ số từ 0 đến 9). Đếm số lượng từ mã máy tính như vậy biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở vị trí bất kỳ trong xâu?

b) Tìm nghiệm của hệ truy hồi sau:  $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = -3$

**Câu 3** (2 điểm)

a) Có bao nhiêu số nguyên dương có 9 chữ số, là số thuận nghịch (đối xứng) và tổng các chữ số bằng 7?

b) Có bao nhiêu số nguyên  $n$  trong đoạn từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 4,5,6?

**Câu 4** (2 điểm)

a) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp quay lui liệt kê các xâu nhị phân độ dài  $n$ . Sau đó trình bày cây biểu diễn quá trình hoạt động của hàm khi sinh các xâu nhị phân độ dài 3.

b) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển liệt kê các tổ hợp chập  $k$  của tập  $n$  phần tử  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Với  $k = 3$  và  $n = 9$ , áp dụng hàm vừa viết, liệt kê 5 tổ hợp tiếp theo của tổ hợp (2,3,5,7,9)

**Câu 5** (2 điểm)

a) Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu tổ hợp

b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$
$$3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 12$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2019 – 2020)

Lớp: E18CN1, E18CN2

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 2

**Câu 1** ( 2 điểm)

- a) Lập bảng giá trị chân lý của mệnh đề  $[(p \leftrightarrow q) \oplus (\bar{p} \vee \bar{r})] \vee (q \wedge r)$ . Mệnh đề đã cho có phải là hằng đúng không?
- b) Cho  $S$  là tập hợp các cặp số  $(x, y)$ , trong đó  $x, y$  là các số nguyên. Cần chọn ra ít nhất bao nhiêu phần tử của tập  $S$  để chắc chắn có hai bộ số  $(a, b)$  và  $(c, d)$  sao cho  $(a - c)$  và  $(b - d)$  đều là bội của 70?

**Câu 2** (2 điểm)

- a) Lớp học có 40 bạn nam và 40 bạn nữ. Cần lập đội văn của lớp với số thành viên từ 4 đến 10 người sao cho số lượng nữ và nam như nhau. Tính số lượng các đội văn nghệ có thể lập được
- b) Tìm số lượng nghiệm nguyên không âm của phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 34$  thỏa mãn điều kiện  $2 \leq x_1 \leq 10, x_5 \leq 8$

**Câu 3** (2 điểm)

- a) Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu để tính số lượng các xâu thập phân độ dài  $n$  có chứa một số chẵn các chữ số 6?
- b) Giải hệ thức truy hồi sau:  $a_0 = -10, a_{n-1} = -25a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = -3, a_1 = -10$

**Câu 4** (2 điểm)

- a) Viết một hàm trên C/C++ biểu diễn thuật toán liệt kê các hoán vị của  $n$  số nguyên thuộc tập hợp  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển
- b) Áp dụng thuật toán trình bày ở phần a) với tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , liệt kê 5 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị  $\{3, 1, 4, 5, 8, 7, 2, 10, 9, 6\}$

**Câu 5** (2 điểm)

- a) Trình bày thuật toán duyệt toàn thể giải bài toán cái túi
- b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn thể giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán

$$6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 12$$

$$x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, 3, 4$$

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Hà Nội, ngày 05 tháng 12 năm 2019

**DUYỆT ĐỀ THI**

(Ký và ghi rõ họ tên)

**GIANG VIÊN RA ĐỀ**

(Ký và ghi rõ họ tên)

Ngô Xuân Bách

Vũ Văn Thoá

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2019 – 2020)

Lớp: D18CN, D18AT, D18PT

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 5

**Câu 1** ( 2 điểm)

a) Sử dụng phương pháp lập bảng giá trị chân lý, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \vee r)$$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 5 sinh viên có cùng ngày sinh?

**Câu 2** (2 điểm)

a) Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 9 trong đó có 3 chữ cái (từ A đến Z) có 6 chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi có bao nhiêu từ mã máy tính biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở vị trí bất kỳ trong xâu?

b) Tìm nghiệm của hệ thức truy hồi sau:  $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = -3$

**Câu 3** (2 điểm)

a) Có bao nhiêu số nguyên dương có 9 chữ số là số thuận nghịch (đối xứng) và thỏa mãn tổng các chữ số bằng 15?

b) Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng 5000 đến 9999 chia hết cho 8 hoặc 12?

**Câu 4** (2 điểm)

a) Viết hàm trong C/C++ liệt kê các xâu nhị phân độ dài n sử dụng phương pháp quay lui.

b) Viết hàm trong C/C++ liệt kê tổ hợp chập k của tập n phần tử  $\{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển

**Câu 5** (2 điểm)

a) Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu.

b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 7$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2019 – 2020)

Lớp: D18CN, D18AT, D18PT

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 6

**Câu 1** ( 2 điểm)

a) Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 sinh viên có cùng tháng sinh?

**Câu 2** (2 điểm)

a) Một hệ thông máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số lẻ chữ số 0. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 12098704568 là không hợp lệ. Giả sử  $a_n$  là số các từ mã độ dài  $n$ . Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho  $a_n$

b) Giải hệ thức truy hồi sau:  $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = 35$

**Câu 3** (2 điểm)

a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn:  $8 \geq x_2 \geq 3$  và  $6 \geq x_4 \geq 2$ ?

b) Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 5000 đến 9999 chia hết cho 6 hoặc 9?

**Câu 4** (2 điểm)

a) Viết hàm trong C/C++ liệt kê các hoán vị của tập  $\{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp quay lui.

b) Viết hàm trong C/C++ liệt kê tổ hợp chập  $k$  của tập  $n$  phần tử  $\{1, 2, \dots, n\}$  sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển

**Câu 5** (2 điểm)

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 9$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2020 – 2021)

Lớp: D19CN, D19AT, D19PT

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 1

**Câu 1** ( 2 điểm)

a) Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:  $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 sinh viên có cùng tháng sinh?

**Câu 2** (2 điểm)

a) Một hệ thống máy tính coi một xâu các ký tự (lấy từ ý từ tập 4 ký tự  $\{A,B,C,D\}$ ) là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số chẵn ký tự A. Ví dụ từ mã ABACD là hợp lệ; từ mã ACABAD là không hợp lệ. Giả sử  $a_n$  là số các từ mã độ dài  $n$  ( $n \geq 1$ ) Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho  $a_n$  với giả thiết từ mã không có ký tự A được xem là chứa chẵn ký tự A? Tính  $a_3$

b) Giải hệ thức truy hồi  $a_n = 8a_{n-1} - 17a_{n-2} + 10a_{n-3}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = 6, a_2 = 0$

**Câu 3** (2 điểm)

a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 11$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn:  $2 \geq x_2; 4 \geq x_4$  và  $x_6 \geq 3$ ?

b) Có bao nhiêu số nguyên  $n$  khoảng từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 2,3,4?

**Câu 4** (2 điểm)

a) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp quay lui (đệ quy) liệt kê các hoán vị của tập  $\{1,2,\dots,n\}$ . Trình bày cây biểu diễn hoạt động của hàm vừa viết, liệt kê các hoán vị của tập  $\{1,2,3\}$

b) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp sinh tổ hợp theo thứ tự từ điển liệt kê các tổ hợp chập  $k$  của tập  $\{1,2,\dots,n\}$ . Với  $k=5$  và  $n=9$ , áp dụng hàm vừa viết, liệt kê 4 tổ hợp liên tiếp theo của tổ hợp (2,3,5,7,9)

**Câu 5** (2 điểm)

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 12$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu



**Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2020 – 2021)**

**Lớp: D19CN, D19AT, D19PT**

**Thời gian thi: 90 phút**

**Đề số: 3**

**Câu 1 (2 điểm)**

a) Sử dụng phương pháp lập bảng giá trị chân lý, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 8 sinh viên có cùng tháng sinh?

**Câu 2 (2 điểm)**

a) Một từ mã máy tính là một xâu độ dài 7 gồm có 2 chữ cái (lấy tùy ý từ tập các chữ viết hoa từ A đến Z) và 5 chữ số (lấy tùy ý từ tập các chữ số từ 0 đến 9). Đếm số lượng từ mã máy tính như vậy biết rằng các chữ cái và các chữ số có thể đứng ở vị trí bất kỳ trong xâu?

b) Tìm nghiệm của hệ thức truy hồi sau:  $a_n = 12a_{n-1} - 36a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = -3$

**Câu 3 (2 điểm)**

a) Có bao nhiêu số nguyên dương có 9 chữ số là số thuận nghịch (đối xứng) và có tổng các chữ số bằng 8?

b) Có bao nhiêu số nguyên  $n$  trong đoạn từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 2, 3, 6?

**Câu 4 (2 điểm)**

a) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp quay lui liệt kê các xâu nhị phân độ dài  $n$ . Sau đó trình bày cây biểu diễn quá trình hoạt động của hàm khi sinh các xâu nhị phân độ dài 3

b) Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển liệt kê tổ hợp chập  $k$  của tập  $n$  phần tử  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Với  $k=4$  và  $n=9$  áp dụng hàm vừa viết, liệt kê 4 tổ hợp tiếp theo của tổ hợp (2, 3, 5, 7, 9)

**Câu 5 (2 điểm)**

a) Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu tổ hợp

b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán người đi du lịch với ma trận chi phí cho dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước.

0	1	3	2	5
2	0	4	3	1
4	6	0	7	4
6	2	5	0	2
9	3	8	1	0

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2020 – 2021)

Lớp: D19CN, D19AT, D19PT

Thời gian thi: 90 phút

Đề số: 4

**Câu 1** ( 2 điểm)

a) Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:  $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

b) Trong mặt phẳng Oxy lấy ngẫu nhiên 9 điểm khác nhau và có tọa độ nguyên. Chứng minh rằng luôn có ít nhất 3 đoạn thẳng (trong số tất cả các đoạn thẳng nối 2 điểm bất kỳ trong 9 điểm đó) có tọa độ trung điểm là số nguyên.

**Câu 2** (2 điểm)

a) Cho một dạng từ mã chỉ chứa các ký tự lấy tùy ý từ tập chứa 3 ký tự (A,B,C). Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu để tính số lượng các từ mã có độ dài  $n$  ( với  $n \geq 1$ ) và có chẵn ký tự A (từ mã không chứa ký tự A được xem là có chẵn ký tự A)? Gọi số lượng các từ mã độ dài  $n$  như vậy là  $a_n$ , tính  $a_2$

b) Giải hệ thức truy hồi sau:  $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$  với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = 6$

**Câu 3** (2 điểm)

a) Có bao nhiêu số nguyên  $n$  trong đoạn từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 5, 6, 8?

b) Trình bày thuật toán liệt kê các hoán vị (theo thứ tự từ điển) của tập  $\{1,2,\dots,n\}$ . Cho tập hợp  $A = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)$ , áp dụng thuật toán vừa trình bày, liệt kê 4 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị (4, 3, 1, 5, 8, 6, 2, 7, 10, 9).

**Câu 4** (2 điểm)

Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp quay lui (đệ quy) liệt kê các tổ hợp chập  $k$  của tập  $\{1,2,\dots,n\}$ . Giả thiết  $k, n$  là các số nguyên dương và  $k < n$ .

Trình bày cây biểu diễn hoạt động của hàm vừa viết ở trên khi áp dụng vào liệt kê các tổ hợp chập 3 của tập (1,2,3,4,5).

**Câu 5** (2 điểm)

a) Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu tổ hợp

b) Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 10$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

**Ghi chú:** Sinh viên không được tham khảo tài liệu



Course: Discrete Mathematics 1 (Semester 1, Academic year 2022-2023)

Classes: Honors-Program Classes

Time: 90 minutes

Exam Paper: 2

Question 1 (2 marks)

a) Use the truth table, prove that:  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$  where  $p, q$  are propositions.

Sử dụng phương pháp lập bảng giá trị chân lý, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

b) What is the smallest number of students to make sure that there are always at least 6 students having the same birthmonth?

Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 6 sinh viên có cùng tháng sinh? 61

Question 2 (2 marks)

a) Consider code strings having only characters obtained from the set  $\{A, B\}$ , find the recurrence relation and the initial conditions to count  $a_n$  that is the number of the code strings that have  $n$  characters ( $n \geq 1$ ) in which there exist 2 consecutive Bs. Calculate  $a_5$ .

Cho một dạng từ mã chỉ chứa các ký tự lấy tùy ý từ tập chứa 2 ký tự  $A$  và  $B$ . Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu để tính số lượng các từ mã có độ dài  $n$  (với  $n \geq 1$ ), bắt đầu với ký tự  $A$  và có chứa 2 ký tự  $B$  liên tiếp? Gọi số lượng các từ mã độ dài  $n$  như vậy là  $a_n$ , tính  $a_5$ .  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$

b) Solve the recurrence relation  $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ , where  $n \geq 2$  and  $a_0 = 3, a_1 = -3$ .  $a_5 = 8$

Tìm nghiệm của hệ thức truy hồi sau:  $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$ , với  $n \geq 2$  và  $a_0 = 3, a_1 = -3$ .

$$3 \cdot 5^n - \frac{18}{5} \cdot n \cdot 5^n$$

Question 3 (2 marks)

a) Count the number of 9-digit palindromic numbers whose sum of the 9 digits is 6.  $C_5^3 + C_4^3 + C_3^3$

Có bao nhiêu số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch (đối xứng) và có tổng các chữ số là 6. = 15

b) Count the number of integers in the closed interval  $[0, 120]$ . The integers must be divisible by at least one of the three numbers 4, 5, 6. 57

Có bao nhiêu số nguyên  $n$  trong đoạn từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 4, 5, 6?

Question 4 (2 marks)

a) Write a C/C++ function based on backtracking algorithm to list all permutations of the set  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ .

Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp quay lui (đệ quy) liệt kê các hoán vị của tập  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ .

b) Write a C/C++ function to list all  $k$ -combinations of the set  $\{1, 2, \dots, n\}$ . The combinations must be generated according to the lexicographic ordering. Let  $k=4$  and  $n=9$ , use the function to list the next four combinations of the combination (2, 3, 5, 7, 9). 5

Viết hàm trong C/C++ sử dụng phương pháp sinh theo thứ tự từ điển liệt kê các tổ hợp chập  $k$  của tập  $n$  phần tử  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Với  $k=4$  và  $n=9$ , áp dụng hàm vừa viết, liệt kê 4 tổ hợp tiếp theo của tổ hợp  $(2, 3, 5, 7, 9)$ .

$(2, 3, 5, 8, 9)$

$(2, 3, 6, 7, 8)$

$(2, 3, 6, 7, 9)$

$(2, 3, 6, 8, 9)$

**Question 5** (2 marks)

a) Show the brute-force algorithm to solve a combinatorial optimization problem.

Trình bày thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán tối ưu tổ hợp.

b) Use the algorithm to solve the following Knapsack problem:

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 12,$$

where  $x_1, x_2, x_3, x_4$  are either 0 or 1.

Áp dụng thuật toán duyệt toàn bộ giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước.

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 12,$$

với  $x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1.

$$f^* = 19$$

$$x^* = (1, 0, 1, 1)$$

**Note:** This is a closed-book exam. Students are not allowed to use any material or resources.

Student name:..... Class:..... Test room:.....

Student signature:.....



POSTS AND TELECOMMUNICATIONS INSTITUTE OF  
TECHNOLOGY

FACULTY: INFORMATION TECHNOLOGY I

DEPARTMENT: COMPUTER SCIENCE

Course: Discrete Mathematics I (Semester 1, Academic year 2022-2023)

Classes: Honors-Program Classes

FINAL EXAM  
(written exam)

Time: 90 minutes

Exam Paper: 1

Question 1 (2 marks)

a) Let  $p, q$  be propositions, prove that  $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$  is a tautology.

Cho  $p, q$  là các mệnh đề logic, sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh mệnh đề logic sau là vững chắc:  $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$ .

b) What is the smallest number of students to make sure that there are always at least 7 students with the same birthmonth?

Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên trong lớp để chắc chắn rằng có ít nhất 7 sinh viên có cùng tháng sinh?

73

Question 2 (2 marks)

a) Consider code strings having only characters obtained from the set  $\{A, B\}$ , find the recurrence relation and the initial conditions to count  $a_n$  that is the number of the code strings that have  $n$  characters ( $n \geq 1$ ) in which there exist 3 consecutive As. Calculate  $a_5$ .

Cho một dạng từ mã chỉ chứa các ký tự lấy tùy ý từ tập chứa 2 ký tự A và B. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu để tính số lượng các từ mã có độ dài  $n$  (với  $n \geq 1$ ) và chứa ba ký tự A liên tiếp? Gọi số lượng các từ mã độ dài  $n$  như vậy là  $a_n$  tính  $a_5$ .

b) Solve the recurrence relation  $a_n = 8a_{n-1} - 17a_{n-2} + 10a_{n-3}$  where  $n \geq 3$  and  $a_0 = 3, a_1 = 6, a_2 = 0$ .

Giải hệ thức truy hồi  $a_n = 8a_{n-1} - 17a_{n-2} + 10a_{n-3}$  với  $n \geq 3$  và  $a_0 = 3, a_1 = 6, a_2 = 0$ .

Question 3 (2 marks)

a) Count the number of integer solutions to the equation  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 11$  where  $3 \geq x_2 \geq 1; 5 \geq x_4 \geq 3$  and  $x_6 \geq 1$ .

Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 11$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện:  $3 \geq x_2 \geq 1; 5 \geq x_4 \geq 3$  và  $x_6 \geq 1$ ?

b) Count the number of integers in the closed interval  $[0, 120]$ . The integers must be divisible by at least one of the three numbers 2, 3, 4.

Có bao nhiêu số nguyên  $n$  trong đoạn từ 0 đến 120 (hay  $0 \leq n \leq 120$ ) chia hết cho ít nhất 1 trong 3 số 2, 3, 4?

Question 4 (2 marks)

a) Write a C/C++ function to list all the permutations of the set  $\{1, 2, \dots, n\}$ . The permutations must be generated according to the lexicographic ordering.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN 1  
BỘ MÔN KHOA HỌC MÁY TÍNH

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN  
(Hình thức thi: Viết)

Kỳ thi Lần 1, năm học 2022-2023

Học phần: Toán rời rạc 1  
Hình thức đào tạo: Chính quy

Trình độ đào tạo: Đại học  
Thời gian thi: 90 phút

ĐỀ SỐ 4

Câu 1 (2 điểm). a) Cho  $A, B$  và  $C$  là các tập hợp. Chứng minh rằng:

$$(B \setminus A) \cup (C \setminus A) = (B \cup C) \setminus A$$

b) Cần ít nhất bao nhiêu sinh viên để chắc chắn rằng có ít nhất 10 sinh viên có cùng ngày, tháng sinh?

Câu 2 (2 điểm). a) Một số thuận nghịch có 10 chữ số có dạng  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1}$ , với  $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ,  $a_1 \neq 0$ . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều lớn hơn 0 và nhỏ hơn 9.

b) Hãy tìm nghiệm của hệ thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

$$a_n = a_{n-1} + 4a_{n-2} - 4a_{n-3} \text{ với } n \geq 3 \text{ và } a_0 = 4, a_1 = -1, a_2 = 13.$$

Câu 3 (2 điểm). a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 42$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn:  $2 \leq x_2 \leq 6$ ,  $3 \leq x_4 \leq 8$  và  $x_6 \geq 4$ ?

b) Cho xâu nhị phân  $X = \{1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1\}$ . Giả sử áp dụng phương pháp sinh xâu nhị phân theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 xâu nhị phân liên kế tiếp theo của  $X$ ?

Câu 4 (2 điểm). Cho dãy các số tự nhiên  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ . Viết chương trình trong C/C++ liệt kê các dãy con  $k$  phần tử tăng dần của  $A$ .

Ví dụ: Cho  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  và  $k = 3$ , các dãy con thỏa mãn bao gồm:  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{1, 2, 4\}$ ,  $\{1, 3, 4\}$ ,  $\{2, 3, 4\}$ .

Câu 5 (2 điểm). Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước:

$$7x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 10$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

Họ tên SV: ..... Lớp: ..... Phòng thí: .....  
Ký tên: .....

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm



HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN 1  
BỘ MÔN KHOA HỌC MÁY TÍNH

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN  
(Hình thức thi: Viết)

Kỳ thi Lần 1, năm học 2022-2023

Học phần: Toán rời rạc 1  
Hình thức đào tạo: Chính quy

Trình độ đào tạo: Đại học  
Thời gian thi: 90 phút

ĐỀ SỐ 1

Câu 1 (2 điểm). Cho  $p, q, r$  là các mệnh đề. Hãy cho biết, mệnh đề dưới đây là thoả được, không thoả được hay vững chắc:

$$((p \oplus q) \leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q)) \vee (r \wedge \neg q)$$

b) Một lớp học vẽ tranh gồm 33 bạn học sinh tập tô màu một bức tranh gồm 5 đồ vật bằng bút chì màu xanh hoặc đỏ (lưu ý mỗi đồ vật chỉ được tô một màu). Chứng minh rằng luôn tìm được ít nhất hai bạn học sinh tô màu bức tranh giống hệt nhau.

Câu 2 (2 điểm). a) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài  $n$  và có chứa 3 số 0 liên tiếp? Tính số xâu nhị phân thoả mãn điều kiện với  $n=6$ .

b) Hãy tìm nghiệm của hệ thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

$$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3} \text{ với } n \geq 3 \text{ và } a_0 = 2, a_1 = 5, a_2 = 15$$

Câu 3 (2 điểm).

a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 37$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thoả mãn:  $3 \leq x_1 \leq 6, 2 \leq x_3 \leq 7$  và  $x_5 \geq 5$ ?

b) Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập  $k$  của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp chập 5 liên tiếp theo của tổ hợp  $(1, 2, 4, 8, 9)$ .

Câu 4 (2 điểm). Viết chương trình trong C/C++ liệt kê các xâu nhị phân có độ dài  $n$  sao cho mỗi xâu nhị phân có chứa đúng  $k$  bit 1?

Ví dụ: Cho  $n = 5, k = 3$ , các xâu nhị phân thoả mãn yêu cầu đề bài: 00111, 01011, 01101, 01110, ...

Câu 5 (2 điểm). Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước:

$$\begin{array}{r} 24x_1 + 13x_2 + 15x_3 + 15x_4 \\ 17x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 3x_4 \rightarrow \max \end{array}$$

$$7x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 19$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

Họ tên SV: ..... Lớp: ..... Phòng thi: .....

Ký tên: .....

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Kỳ thi Lần 1, năm học 2022-2023

Học phần: Toán rời rạc 1  
Hình thức đào tạo: Chính quy

Trình độ đào tạo: Đại học  
Thời gian thi: 90 phút

ĐỀ SỐ 5

Câu 1 (2 điểm). a) Không dùng bảng chân lý, hãy chứng minh hai mệnh đề sau tương đương:

$$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

b) Trong một kỳ thi trắc nghiệm, đề thi gồm có 50 câu hỏi. Thí sinh được 2 điểm cho mỗi câu trả lời đúng và được 0 điểm cho mỗi câu trả lời sai hoặc không trả lời. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia kỳ thi để chắc chắn rằng có ít nhất 15 thí sinh có điểm bài thi bằng nhau?

Câu 2 (2 điểm).

a) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân có độ dài  $n$  và không có chứa 3 số 1 liên tiếp? Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện với  $n=6$ .

b) Hãy tìm nghiệm của hệ thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

$$a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3} \quad \text{với } n \geq 3 \text{ và } a_0 = 7, a_1 = -4, a_2 = 8$$

Câu 3 (2 điểm).

a) Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn:  $1 \leq x_1 \leq 4$ ,  $3 \leq x_2 \leq 7$  và  $x_3 \geq 8$ ?

b) Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Giả sử áp dụng phương pháp sinh tổ hợp chập  $k$  của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy liệt kê 5 tổ hợp chập 4 liên tiếp theo của tổ hợp  $(1, 2, 5, 7)$ .

Câu 4 (2 điểm). Cho dãy số  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Viết chương trình trong C/C++ liệt kê các dãy con  $k$  phần tử giảm dần của dãy số  $A$ ? Ví dụ: Cho  $A = (1, 5, 3, 4, 2, 0)$ ,  $k = 3$ , các dãy con thỏa mãn yêu cầu đề bài:  $(5, 3, 2)$ ;  $(5, 2, 0)$ ;  $(5, 4, 2)$ ...

Câu 5 (2 điểm). Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước:

$$2 \quad 1 \quad 1,16 \quad 0,3$$

$$4x_1 + 4x_2 + 7x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  là các số nguyên nhận giá trị 0 hoặc 1

Họ tên SV: ..... Lớp: ..... Phòng thi: .....

Ký tên .....

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm