Câu 1. Cho A và B là hai biến cố của một phép thử. Biết rằng $P(B) = 0{,}4$ và $P(A|B) = 0{,}3$, giá trị của $P(AB)$ bằng

A. $0{,}1$. B. $0{,}75$. C. $0{,}12$. D. $0{,}7$.

HD: Sử dụng công thức: $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$,suy ra $P(AB) = P(B)P(A|B) = \ldots$

□

Câu 2. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 bằng

A. $0{,}3$. B. $0{,}5$. C. $0{,}2$. D. $0{,}15$.

HD: Trong các thẻ đánh số từ 1 đến 20 các thẻ đánh số lẻ và chia hết cho 3 là $3; 9; 15$. Vậy xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 là $\dfrac{3}{20} = 0{,}15$.

□

Câu 3. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Người ta lấy lần lượt không hoàn lại từng sản phẩm để kiểm tra cho đến khi gặp phế phẩm thì dừng lại. Xác suất dừng lại ở lần kiểm tra thứ ba là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

A. $0{,}1$. B. $0{,}537$. C. $0{,}268$. D. $0{,}089$.

HD: Gọi A_i là biến cố "lấy được 1 sản phẩm không phải là phế phẩm ở lần thứ i". Số sản phẩm ko là phế phẩm là $20-2 = 18$. Tính $P(A_1A_2\overline{A_3}) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(\overline{A_3}|A_1A_2) = \dfrac{18}{20}\cdot\dfrac{17}{19}\cdot\dfrac{2}{18} = \ldots$

□

Câu 4. Đo chỉ số TDS trong nước máy ở khu A (đơn vị: ppm) của 7 mẫu thử từ các hộ gia đình ta thu được 179, 184, 171, 249, 277, 194, 155. Giá trị của kỳ vọng của mẫu đã cho là (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

A. $201{,}3$. B. $43{,}6$. C. $201{,}2$. D. $40{,}3$.

HD: Ta có $\overline{x} = \dfrac{179+184+171+249+277+194+155}{7} = \ldots$

□

Câu 5. Biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(a, b^2)$ (với $b > 0$), biết xác suất để X nhận giá trị lớn hơn 2 là $0,2005$ và nhỏ hơn 1 là $0,1003$. Biết rằng $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ và $\Phi(1,28) = 0,8997; \Phi(0,84) = 0,7995$; giá trị của a và b là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $a = 1,88$ và $b = 0,69$. B. $a = 1,6$ và $b = 0,47$.

C. $a = 1,61$ và $b = 0,48$. D. $a = 1,87$ và $b = 0,7$.

HD: Xem lại các công thức xác suất của phân bố chuẩn $N(\mu; \sigma^2)$. Ta có $P(X > 2) = 1 - \Phi\left(\dfrac{2-a}{b}\right) = 0,2005$ và $P(X < 1) = \Phi\left(\dfrac{1-a}{b}\right) = 0,1003$

Suy ra:

$\Phi\left(\dfrac{2-a}{b}\right) = 1 - 0,2005 = 0,7995 = \Phi(0,84)$; hay $\dfrac{2-a}{b} = 0,84$. (1)

$\Phi\left(-\dfrac{1-a}{b}\right) = 1 - \Phi\left(\dfrac{1-a}{b}\right) = 1 - 0,1003 = 0,8997 = \Phi(1,28)$;

hay $-\dfrac{1-a}{b} = 1,28$. (2)

Từ (1) và (2), giải tìm được $a = ..., b = ...$

□

Câu 6. Khảo sát ngẫu nhiên 5000 người trong độ tuổi lao động tại khu vực X thì thấy có 126 người thất nghiệp. Tỷ lệ phần trăm người thất nghiệp trong mẫu bằng

A. $0,0252\%$. **B.** $2,52\%$. **C.** $25,2\%$. **D.** $0,252\%$.

HD: Tỷ lệ phần trăm người thất nghiệp $= \dfrac{126}{5000} \cdot 100\% = ...$

□

Câu 7. Từ một mẫu khảo sát và độ tin cậy 95%, người ta xác định được khoảng tin cậy đối xứng cho tuổi thọ trung bình của loài con trùng A là $[1,5;\ 3,5]$. Gọi $\overline{x}$ là tuổi thọ trung bình của loài côn trùng A trong mẫu đã cho. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\overline{x} = 3,5$. **B.** $\overline{x} = 2,5$. **C.** $\overline{x} = 2$. **D.** $\overline{x} = 1,5$.

HD: Khoảng tin cậy cho kỳ vọng μ có dạng $(\overline{x} - \varepsilon,\ \overline{x} + \varepsilon)$; với $\overline{x}$ là trung bình mẫu và ε là độ chính xác của khoảng. Suy ra $\overline{x} = \dfrac{1,5 + 3,5}{2} = 2,5$.

□

Câu 8. Xác suất thành công của một thí nghiệm là 40%. Một nhóm gồm 7 sinh viên tiến hành thí nghiệm độc lập với nhau. Xác suất để có đúng 6 thí nghiệm thành công bằng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4)

A. 0,0172. **B.** 0,0246. **C.** 0,0025. **D.** 0,0041.

HD: Ta có dãy 7 phép thử Bernoulli; mỗi phép thử chính là thực hiện thí nghiệm đã cho và xác suất thành công là $p = 0,4$.

Áp dụng công thức xác suất Bernoulli, xác suất có đúng 6 thí nghiệm thành công là

$$P_7(6; 0,4) = C_7^6 0,4^6 (1 - 0,4) = ...$$

□

Câu 9. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân phối xác suất

$X = x$	2	4	6
$P(X = x)$	$0,5$	$0,3$	$0,2$

Kỳ vọng của X bằng

A. $EX = 3,4$. **B.** $EX = 3$. **C.** $EX = 1$. **D.** $EX = 1,13$.

HD: $EX = 2 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,2 = ...$

□

Câu 10. Biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Xét các khẳng định sau:

1) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$.

3) $0 \leq f(x) \leq 1 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

4) $P(X < a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx$ với a là số thực cho trước.

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

HD: Tính chất của hàm mật độ xác suất $f(x)$ của biến ngẫu nhiên X: $f(x) \geq 0, \forall x$; $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\;dx = 1$; $P(X < a) = \int\limits_{-\infty}^{a} f(x)\;dx$

□

Câu 11. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 30] \\ m & \text{nếu } x \in [0, 40] \end{cases}$$

với m là tham số thực. Giá trị của m bằng

A. 40. **B.** $\dfrac{1}{40}$. **C.** 1. **D.** 0.

HD: Dùng tính chất $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\;dx = 1$;. Suy ra $\int\limits_{0}^{30} m\;dx = 1$; hay $m = \dfrac{1}{30}$.

□

Câu 12. Số phương tiện giao thông đi qua ngã tư A trong 3 phút là một biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson $P(60)$. Xác suất để trong 3 phút có ít nhất 2 phương tiện giao thông đi qua ngã tư này là

A. $1 - 60e^{-60}$. **B.** $1 - e^{-60}$. **C.** $61e^{-60}$. **D.** $1 - 61e^{-60}$.

HD: Nếu $X \sim P(\lambda)$ (phân bố Poisson tham số λ). Ta có $P(X = k) = e^{-\lambda} \cdot \dfrac{\lambda^k}{k!}$, với $k = 0, 1, \ldots$

Suy ra $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - e^{-\lambda} - \lambda e^{-\lambda} = \ldots$ với $\lambda = 60$

□

Câu 13. Trọng lượng của mỗi bao ngũ cốc loại A của một đại lý lớn là một biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với kỳ vọng là EX. Cân ngẫu nhiên 25 bao ngũ cốc loại A và thu được trọng lượng trung bình bằng $49,916$ kg và độ lệch mẫu s bằng $0,189$ kg. Biết rằng $T_\beta^{(k)}$ là giá trị tới hạn Student với k bậc tự do và mức xác suất bằng β, $T_{0,05}^{(24)} = 2{,}711$ và $T_{0,025}^{(24)} = 2{,}064$. Với độ tin cậy 95%, khoảng tin cậy đối xứng cho trọng lượng trung bình của mỗi bao ngũ cốc loại A là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3)

A. $EX \in (49{,}838;\ 49{,}994)$. **B.** $EX \in (49{,}814;\ 50{,}018)$.
C. $EX \in (49{,}916;\ 49{,}994)$. **D.** $EX \in (49{,}814;\ 49{,}916)$.

HD: Yêu cầu tìm khoảng tin cậy cho "trọng lượng trung bình" hay kỳ vọng về trọng lượng $\mu = EX$.

Khoảng tin cậy là $(\overline{x} - \varepsilon,\ \overline{x} + \varepsilon)$; với $\overline{x}$ là trung bình mẫu và ε là độ chính xác.

Ta có $\overline{x} = 49,916$. Độ tin cậy $\beta = 0,95$

Giả thiết không đề cập đến phương sai $\sigma^2 = DX$ và cỡ mẫu $n = 25 < 30$. Suy ra $\varepsilon = T_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$.

Ta có $n = 25$ và $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\beta}{2} = 0,025$; suy ra $T_{0,025}(24) = 2,064$. Ta cũng có $s = 0,189$.

□

Câu 14. Tuổi thọ (đơn vị: giờ) của loại pin A của một nhà sản xuất là một biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn $N(\mu;\ \sigma^2)$, với $\sigma = 3,1$. Biết rằng U_β là giá trị tới hạn chuẩn mức β, $U_{0,05} = 1,645$ và $U_{0,025} = 1,96$, cần kiểm tra tối thiểu bao nhiêu pin A để độ chính xác của khoảng ước lượng tin cậy đối xứng với độ tin cậy 95% cho kỳ vọng của X không vượt quá $0,2$?

A. 923. B. 922. C. 650. D. 651.

HD: Gọi n là cỡ mẫu cần tìm. Độ tin cậy $\beta = 0,95$ và $\sigma = 3,1$ hay $DX = \sigma^2 = 3,1^2$ (đã biết phương sai). Độ chính xác của khoảng là $\varepsilon = U_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ với $\alpha = 1 - \beta = 0,05$. Suy ra $U_{\alpha/2} = U_{0,025} = 1,96$

Ta có $\varepsilon \leq 0,2$; suy ra $n \geq \dfrac{\sigma^2(U_{\alpha/2})^2}{0,2^2} = \ldots$ Chọn n nguyên và nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

□

Câu 15. Cho véc-tơ ngẫu nhiên liên tụ (X,Y) có hàm mật độ xác suất $f(x,y)$. Gọi $f_Y(y)$ là hàm mật độ xác suất của Y. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f_Y(y) = \displaystyle\int_0^{+\infty} f(x,y)dx$.

B. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x,y) = f_Y(y), \forall y \in \mathbb{R}$.

C. $EX = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy$.

D. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = 0$.

HD: Ghi nhớ (X,Y) có hàm mật độ xác đồng thời $f(x,y)$. Ta có: $f(x,y) \geq 0$; $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dxdy = 1$; $EX = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy$; $f_Y(y) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx$,

□

Câu 16. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều (X,Y) có bảng phân bố xác suất

X \ Y	-1	0	1
0	0,04	0,08	0,08
1	0,1	0,2	0,2
2	0,06	0,12	0,12

Xác suất $P(X + Y \leq 1)$ bằng

A. 0,56. B. 0,22. C. 0,42. D. 0,3.

HD: $P(X+Y\le 1)=0,04+0,08+0,08+0,1+0,2+0,06=\ldots$ (tổng các xác suất tại $(X,Y)=(x,y)$ mà $x+y\le 1$)

□

Câu 17. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều (X,Y) có bảng phân bố xác suất

X \ Y	-2	0	1
-1	2a	0,08	4a
1	0,1	0,2	0,2
2	0,06	6a	0,12

Xác suất $P(X+Y=2)$ bằng

A. 0,31. **B.** 0,32. **C.** 0,34. **D.** 0,33.

HD: $P(X+Y=2)=0,2+6a=\ldots$ (tổng các xác suất tại $(X,Y)=(x,y)$ mà $x+y=2$).

Tìm a: Tổng các giá trị xác suất trong bảng = 1; suy ra $a=0,02$

□

Câu 18. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều (X,Y) có bảng phân bố xác suất

Y \ X	0	2	3	5
-2	0,1	0,15	0,1	0
1	5k	3k	0,05	0,07
4	0	2k	0	0,13

Phương sai DY bằng

A. $DY=5,6$. **B.** $DY=4,8636$. **C.** $DY=3,1275$. **D.** $DY=9,9$.

HD:

+) Tìm k: Tổng các giá trị xác suất trong bảng =1; suy ra $k=0,04$

+) Bảng phân phối xác của Y

Y	-2	1	4
P	0,35	8k+0,12	2k+0,13

Suy ra $EY=(-2)\cdot 0,35+1\cdot(8k+0,12)+4\cdot(2k+0,13)=\ldots$ và $EY^2=(-2)^2\cdot 0,35+1^2\cdot(8k+0,12)+4^2\cdot(2k+0,13)=\ldots$

Do đó $DY=EY^2-(EY)^2=\ldots$

□

Câu 19. Cho vectơ ngẫu nhiên liên tục 2 chiều (X,Y) có hàm mật độ xác suất

$$f(x,y)=\begin{cases}6x^2y & \text{nếu } 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\\ 0 & \text{nếu trái lại}\end{cases}$$

Kỳ vọng $E(X)$ bằng

A. 6. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

HD: Ta có $EX = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy = \iint_{\{(x,y)\ |\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}} x(6x^2y)\ dxdy$ (do $f(x,y) = 0$ **bên ngoài tập** $\{(x,y) \mid 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1\}$)

$$= \int_0^1 \left(\int_0^1 6x^3y\ dy \right) dx = \ldots$$

□

Câu 20. Cho X,Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất đồng thời

X \ Y	**1**	**2**	**3**
1	0,2	0,25	0,05
2	0,25	m	0,1

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. X, Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập.

B. $P(X > Y) = 0,25$.

C. $P(X = Y) = 0,2$.

D. $P(X + Y = 4) = 0,25$.

HD: Ghi nhớ: Nếu (X, Y) có X, Y rời rạc thì

X, Y độc lập khi và chỉ khi $P(X = x_i; Y = y_j) = P(X = x_i)P(Y = y_j)$ với mọi $(x_i, y_j$ thuộc miền giá trị của (X, Y).

Ta thấy $P(X = 1) = 0,5$; $P(Y = 1) = 0,45$ và $P(X = 1; Y = 1) = 0,2$. Mà $0,2 \neq 0,5 \cdot 0,45$ nên X, Y không độc lập.

$P(X = Y) = 0,2 + m = \ldots$ (tổng các xác suất tại $(X, Y) = (x, y)$ mà $x = y$.

$P(X > Y) = 0,25$ (tổng các xác suất tại $(X, Y) = (x, y)$ mà $x > y$.

$P(X + Y = 4) = 0,05 + m = \ldots$ (tổng các xác suất tại $(X, Y) = (x, y)$ mà $x + y = 4$.

Tìm m: Tổng các giá trị xác suất trong bảng = 1; suy ra $m = 0,15$

□

HẾT

GIẢI CHI TIẾT MÃ ĐỀ

1.C	2.D	3.D	4.A	5.B	6.B	7.B	8.A	9.A	10.C
11.B	12.D	13.A	14.A	15.C	16.A	17.B	18.B	19.C	20.B