

CHƯƠNG 1: HÀM NHIỀU BIẾN

BÀI 1: ĐỊNH NGHĨA

Bài tập: Tìm và biểu diễn hình học miền xác định của hàm sau:

1. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} - \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$
2. $z = \sqrt{-x^2 + y} + \sqrt{-x - 2y + 3}$
3. $z = \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{xy}$
4. $y = \arcsin(y - x) + \ln(1 - x^2 - y^2)$

BTVN: Tìm và biểu diễn hình học miền xác định của hàm sau:

1. $z = \sqrt{(x^2 + y^2 - 4)(9 - x^2 - y^2)}$
2. $z = \arcsin \frac{y}{x}$
3. $z = \arccos \frac{y}{x-1}$
4. $z = \ln(x - 2y^2) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

BÀI 2: ĐẠO HÀM

Bài tập:

1. Tính các đạo hàm cấp 1 của các hàm sau:

- a. $z = (x^2 + y^2)e^{5x}$
- b. $z = xye^{x+y}$
- c. $z = \sqrt{3y + 1} \ln(2x + 1)$
- d. $z = \ln \cos(2x - 3y)$

2. Tính các đạo hàm cấp 2 của các hàm sau:

- a. $z = (x^2 + 2x - 5) \sin(y + 1)$
- b. $z = (x^2 + 1) \ln(5 - 3y)$

c. $z = e^x \ln(2y + 1)$

d. $z = x^2 y^3 + x\sqrt{y}$

3. Tính vi phân cấp 1 của:

a. $z = e^x(\sin y + \cos 2x)$

b. $z = \ln(12 - 3x^2 + 2y^2)$

c. $z = e^x(\sin 3x + \cos 3y)$

BÀI 3: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ HAI BIẾN

Tìm cực trị của các hàm số sau:

1. $z = x^2 + y^3 + 12xy + 2019$

2. $z = x^5 + y^5 - 5xy + 3$

3. $z = x^3 + y^3 - 3x - 27y + 1$

4. $z = (x - 1)^2 + 2y^2$

5. $z = x^3 - y^3 - 3xy$

BTVN

Tìm cực trị của các hàm số sau:

6. $z = x^3 + y^3 - 6xy + 2019$

7. $z = 2y^2 - x^2 + 6xy - 4x - 10y + 2019$

8. $z = e^x(x^2 + 2x - y^2 + 4y - 1)$

BÀI 4: MIN, MAX CỦA HÀM HAI BIẾN

Tìm Min, Max của các hàm số sau:

1. $z = y^2 - x^2 - 2y$ trong $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$
2. $z = x^2 + y^2 - 2y$ trong $D = \{x = 0; y = 0; x + y = 1\}$
3. $z = x^3 + y^3 - 3x - 6y + 5$ trong $D = \{0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 1\}$

BTVN

Tìm Min, Max của các hàm số sau:

4. $z = x^2 + 3x + y^2 + 4$ trong miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$
5. $z = x^3 - 3x^2 + 3x - 3y^2 - 8y + 1$ trong miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$
6. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ trong miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0, y \leq 0, x + y + 3 \geq 0\}$

BÀI 4: ÔN TẬP CHƯƠNG 1

Nội dung ôn tập

1. Tìm và biểu diễn tập xác định của hàm số.
2. Tính đạo hàm cấp 1, cấp 2.
3. Tính vi phân cấp 1. $dz = z'_x dx + z'_y dy$
4. Tìm cực trị của hàm số.
5. Tìm Min, Max của hàm số.

Bài tập:

Tìm và biểu diễn tập xác định của hàm số.

1. $z = 2\sqrt{x^2 + y^2 - 2x} + 3\sqrt{3 - x^2 - y^2 + 2x}$

2. $z = \ln(2x + y) + \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

3. $z = \arcsin(y - x) + \ln(1 - x^2 - y^2)$

4. $z = \arccos(x + y) - \sqrt{2x - y^2}$

Tính đạo hàm cấp 1:

5. $z = e^{x+y} \sqrt{x^2 + y^2}$

6. $z = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$

Tính vi phân toàn phần cấp 1:

7. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

8. $z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Tính đạo hàm cấp 2:

9. $z = \sin(2x + 3) e^{1-3y}$

10. $z = \ln(4x - 7) \cdot \cos(5 + y)$

Tìm cực trị hàm số

11. $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$

12. $z = 2y^2 - x^2 + 6xy - 4x - 10y + 2020$

Tìm Min, Max của hàm số

13. $z = x^2 + y^2 - 2y$ trong $D = \{x = 0, y = 0, x + y = 1\}$

14. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ với $D = \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$

CHƯƠNG 2: TÍCH PHÂN BỘI

BÀI 1: TÍCH PHÂN KÉP

Tính tích phân trong miền hình chữ nhật:

1. $I = \iint_D (x^2 + y^2 - xy) dx dy$ với $D = \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$

2. $I = \iint_D (6y^2 - 2x) dx dy$ với $D = \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$

3. $I = \iint_D \cos x \cdot \sin y dx dy$ với $D = \left\{0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}\right\}$

Tính tích phân trong miền:

4. $I = \iint_D (x - y) dx dy$ với $D = \{y = 2 - x, x = 0, y = 0\}$

5. $I = \iint_D (6y - 2x) dx dy$ với $D = \{y^2 = x; x = 4\}$

6. $I = \iint_D xy^2 dx dy$ với D là tam giác OAB với $O(0; 0), A(1, -1), B(2, 0)$.

7. $I = \iint_D (5y^3 - 4x) dx dy$ với $D = \{y = x^2, x = 1, y = 0\}$

Tính diện tích hình phẳng:

8. $D = \{x = -y^2; y = x + 2\}$

9. $D = \left\{y = x; y = \frac{x}{3}; y = 2\right\}$

10. $D = \{y = x^2; x + y = 2\}$

11. $D = \{x = y^2; x - 2y - 3 = 0\}$

Đổi thứ tự tích phân:

$$12. \quad I = \int_1^3 dx \int_0^{2x} f(x, y) dy.$$

$$13. \quad I = \int_0^1 dx \int_{3x}^{4-x^2} f(x, y) dy.$$

$$14. \quad I = \int_0^2 dx \int_{x^2}^{6-x} f(x, y) dy.$$

$$15. \quad I = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

$$16. \quad I = \int_{-3}^3 dx \int_{x^2-9}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y) dy.$$

Tính tích phân trong miền hình bình hành:

$$17. \quad I = \iint_D (x + y) dx dy \text{ với} \\ D = \{y = x + 2; y = x - 1; y = -2x + 1; y = -2x + 4\}$$

Tích tích phân trong miền hình tròn:

$$18. \quad \text{Tính } I = \iint_D (x^2 + y^2 + 1) dx dy, \text{ với miền } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9; y \geq 0\}.$$

$$19. \quad \text{Tính } I = \iint_D (3x + 1) dx dy, \text{ với miền } D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 4y \leq 0\}.$$

$$20. \quad \text{Tính } I = \iint_D 3x dx dy, \text{ với miền } D \text{ giới hạn bởi: } D = \{x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$$

$$21. \quad \text{Tính } I = \iint_D (1 - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy, \text{ với miền } D \text{ giới hạn bởi:}$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 4y \leq 0\}$$

$$22. \quad \text{Tính } I = \iint_D (x + 3) dx dy \text{ với miền } D \text{ giới hạn bởi: } D = \{x^2 + y^2 \leq 2x; y \geq 0\}.$$

$$\begin{aligned}
21, \quad I &= \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{4 \sin \varphi} (1-r)rdr \\
&= \int_0^{\pi} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3} \right) \Big|_0^{4 \sin \varphi} d\varphi \\
&= \int_0^{\pi} \left(8 \sin^2 \varphi - \frac{64 \sin^3 \varphi}{3} \right) d\varphi \\
&= \int_0^{\pi} \left[4(1 - \cos 2\varphi) - \frac{64}{3} \cdot \frac{3 \sin \varphi - \sin 3\varphi}{4} \right] d\varphi \\
&= \left[4\varphi - 2 \sin 2\varphi - \frac{16}{3} \cdot \left(-3 \cos \varphi + \frac{\cos 3\varphi}{3} \right) \right] \Big|_0^{\pi} \\
&= 4\pi - \frac{16}{3} \cdot \left(6 - \frac{2}{3} \right) = 4\pi - \frac{256}{9}
\end{aligned}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}; \quad \sin^3 x = \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4}$$

Luyện tập

23. Tính $\iint_D (4y^2 - 2x) dx dy$ với $D = \{1 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 3\}$
24. Tính $\iint_D xy \cos y dx dy$ với $D = \{-1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq \pi\}$
25. Đổi thứ tự tích phân: $\int_0^2 dx \int_0^{4-x^2} f(x, y) dy$
26. Đổi thứ tự tích phân: $\int_0^3 dx \int_{\sqrt{\frac{x}{3}}}^1 f(x, y) dy$
27. Tính diện tích hình phẳng: $D = \{x = y^2; x = 2y - y^2\}$
28. Tính diện tích hình phẳng: $D = \{x = y^2 - 1; x = 2y^2 - 2\}$

29. Tính $I = \iint_D (9y^2 - 3x) dx dy$ với $D = \left\{x = 1; x = \frac{y^2}{4}\right\}$
30. Tính $I = \iint_D (3x^2 y - 2x) dx dy$ với $D = \{y = 2x^2; y = 2\sqrt{x}\}$
31. Tính $I = \iint_D (x - y) dx dy$ với $D = \{y = 2x; y = 2x - 2; y = 0; y = 4\}$

BTVN

- Tính $I = \iint_D (8y - 2x) dx dy$ với $D = \{x = 4; x = y^2\}$
- Tính $I = \iint_D (5y^3 - 4x) dx dy$ với $D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$
- Tính $I = \iint_D y dx dy$ với D là miền tam giác OAB với $O(0; 0), A(1; -1), B(2; 0)$
- Tính diện tích miền $D = \{2\sqrt{x} \leq y \leq 3\sqrt{x}; x \leq 4\}$
- Tính diện tích miền $D = \{x = -y^2, y = x + 2\}$
- Tính diện tích miền $D = \{x = y - y^2, y = -x\}$
- Đổi thứ tự tích phân: $\int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx$
- Đổi thứ tự tích phân: $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{4x}}^2 f(x, y) dy$
- Tính: $I = \iint_D x dx dy$ với $D = \{x - 2y - 1 = 0; x - 2y - 4 = 0; x + y = 0, x + y = 3\}$
- Tính $I = \iint_D (x+1) dx dy$, với miền D giới hạn bởi: $D = \{x^2 + y^2 - 4x \leq 0\}$.
- Tính $I = \iint_D (1 - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, với miền D giới hạn bởi:
 $D = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 - 10y \leq 0\}$.

12. Tính $I = \iint_D (1+3y)dx dy$, với miền D giới hạn bởi:

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0; x \geq 0\}.$$

BÀI 2: TÍCH PHÂN BỘI

1. Tính $I = \iiint_V z dx dy dz$ với $V = \{x \geq 0; 0 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}\}$
2. Tính $I = \iiint_V z dx dy dz$ với $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4; x \geq 0; y \geq 0\}$
3. Tính tích phân $I = \iiint_V (2z+1) dx dy dz$, trong đó $V = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 2y \leq 0 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{array} \right\}$.
4. Tính tích phân $I = \iiint_V 2 dx dy dz$, trong đó $V = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2 \end{array} \right\}$.

$$D = \{x \geq 0; x^2 + y^2 = 1\}$$

Tính thể tích miền giới hạn bởi:

5. Các mặt $z = x^2 + y^2, z^2 = x^2 + y^2$.
6. Các mặt $z = x^2 + y^2, z = x + y$.
7. Các mặt $x^2 + y^2 + z^2 = 2z, x^2 + y^2 = z^2$.
8. Các mặt $x + y + z = 4, x = 3, y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$

BTVN

Tính các tích phân sau:

1. Tính tích phân $I = \iiint_V dx dy dz$, trong đó $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4\}$.
2. Tính tích phân $I = \iiint_V dx dy dz$, trong đó $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 9 - x^2 - y^2\}$.
3. Tính tích phân $I = \iiint_V dx dy dz$, trong đó $V = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 8 - x - y \end{array} \right\}$.

Tính thể tích vật thể giới hạn bởi

4. Các mặt $2z = x^2 + y^2, z = 4$
5. Các mặt $x^2 + y^2 + z^2 = 27, x^2 + y^2 = 6z$.

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Các dạng bài:

- Tính TP kép trên miền D hình chữ nhật, hình thang và hình tròn.
- Đổi thứ tự TP.
- Tính diện tích miền D.
- Tính TP bội.
- Tính thể tích vật thể V.

1. Đổi thứ tự tích phân: $I = \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$
2. Đổi thứ tự tích phân: $I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$
3. Tính diện tích $D = \{x = -y^2; y = x + 2\}$
4. Tính diện tích $D = \{x = y - y^2; y = -x\}$
5. Tính $I = \iint_D (7x^3 - 2xy) dx dy$ với $D = \{x = 1; x = \frac{y^2}{9}\}$
6. Tính $I = \iint_D (x + y) dx dy$ với $D = \{y = 2x, y = 0, x = 2, x = 3\}$
7. Tính $I = \iint_D (x - 1) dx dy$ với $D = \{x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$
8. Tính $I = \iint_D x^2 dx dy$ với $D = \{x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$
9. Tính tích phân $I = \iiint_V (3z^2 + 1) dx dy dz$, trong đó $V = \left\{ (x, y, z) \in R^3 : x^2 + y^2 - 2x \leq 0 \right\}$
 $\left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} , 0 \leq z \leq 1$
10. Tính $I = \iiint_V xz dx dy dz$ với $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$.

BTVN

1. Tính $I = \iint_D (3x^2y - 2x)dx dy$ với $D = \{y = 2x^2, y = 2\sqrt{x}\}$.

2. Tính $I = \iint_D (x^2 + y^2)dx dy$ với $D = \{x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0\}$.

3. Tính $I = \iiint_D z \cdot \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ với $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0\}$

CHƯƠNG 3

BÀI 1. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 1

1. Tính $I = \int_{AB} x ds$, với $AB: y = \frac{x^2}{2}$ với $A(0,0), B(2,2)$.
2. Tính $I = \int_{AB} xy ds$ với $AB: x^2 + y^2 = 2x$.
3. Tính $I = \int_{AB} (x^2 + y^2) ds$ với $AB: x^2 + y^2 = 4, y \geq 0$.

BTVN

4. Tính $I = \int_{AB} y dx$ với $AB: x = y^2 + 1$ với $A(1,0), B(2,1)$.
5. Tính $I = \int_{AB} xy dx$ với $AB: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ và $x \geq 0$.

BÀI 2: TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI 2

Tính các TP sau:

1. $I = \int_{AB} (2x + y) dx + (y - x) dy$, với $AB \begin{cases} x = 3 - t^3 \\ y = t + 4 \end{cases}$ với $A(2; 5)$ và $B(3; 4)$.

HD: Thay $A(2; 5)$ vào hệ ta có $\begin{cases} 2 = 3 - t^3 \\ 5 = t + 4 \end{cases} \rightarrow t_A = 1$.

Tương tự, tìm t_B thì cận t là từ t_A đến t_B .

2. $I = \int_{AB} (xy - 1) dx + x^2 y dy$, với $AB: 4x + y^2 = 4$ nối $A(1,0)$ đến $B(0,2)$.
3. $I = \int_{AB} xy dx + (y - x) dy$, với $AB: y = x^3$ với $A(0,0), B(2,8)$.
4. $I = \int_{AB} y dx - (y + x^2) dy$, với $AB: y = 2x - x^2$ nằm trên trục Ox .
5. $I = \int_{AB} (x + y) dx + (x - y) dy$, với $AB: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ nằm phía dưới Ox .
6. $I = \int_{L^+} (xy + \cos x) dx + (xy - y) dy$, với L là tam giác OAB với $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$.

7. $I = \oint_{L+} (y^2 + \sqrt{x})dx + (x^2 - y^2)dy$, với L là hcn $ABCD$ với $A(0,0), B(0,2), C(-2,2), D(-2,0)$.
8. $I = \oint_{L-} (xy + \sqrt{x})dx + (xy - y^2)dy$, với L là hình tròn $x^2 + y^2 = 4$.
9. $I = \oint_{L+} (x + y)dx - (x - y)dy$, với L là hình tròn $x^2 + y^2 = 2y$.
10. $I = \oint_{L+} (x + y)^2 dy + 2(x^2 + y^2)dx$, với L là tam giác ABC trong đó $A(1,1), B(3,1), C(1,3)$. (Chú ý thứ tự dx, dy)
11. $I = \oint_{L-} (xy + x - y)dy + (xy + x + y)dx$, với $L: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Định lý 4 mệnh đề tương đương

12. Tính $I = \int_{AB} \frac{ydx - xdy}{x^2}$ với AB là đường cong bất kỳ nối $A(2,1), B(1,2)$.
13. Tính $I = \int_{AB} \frac{xdy - ydx}{(x-y)^2}$ với AB là đường cong bất kỳ nối $A(0, -1), B(1,0)$.

Chứng minh các biểu thức sau là VPTP của hàm $u(x, y)$ nào đó. Tìm u .

14. $(2x - 3xy^2 + 2y)dx + (2x - 3x^2y + 2y)dy$
15. $(3x^2 - 2xy + y^2)dx - (x^2 - 2xy + 3y^2)dy$

BTVN

1. $I = \int_{AB} (x + 3y)dx + (x - y)dy$, với $AB: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$ nối $A(0,6)$ đến $B(2,2)$.
2. $I = \int_{AB} (xy - 1)dx + x^2ydy$, với $AB: y = x^2$ nối $A(-1,1)$ đến $B(1,1)$.
3. $I = \int_{AB} \frac{-2xydx + (x^2 - y^2)dy}{x^2 + y^2}$, với $AB: x^2 + y^2 = 1, x \geq 0$.

4. $I = \oint_{L^+} (x^2 - y^2)dy + (x + y)^2 dx$, với L là tam giác ABC trong đó $A(1,1), B(2,1), C(1,2)$.

5. $I = \oint_{L^-} xy^2 dy - x^2 y dx$, với $L: x^2 + y^2 = 9$.

6. $I = \oint_{L^+} (x + y)dx - (x - y)dy$, với $L: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

7. Tính $I = \int_L (3x^2 - 2xy + y^2)dx - (x^2 - 2xy + 3y^2)dy$,

trong đó L là đường cong bất kỳ nối từ điểm $O(0,0)$ đến điểm $A(2,2)$.

Chứng minh các biểu thức sau là VPTP của hàm $u(x, y)$ nào đó. Tìm u .

8. $x(2 - 9xy^2)dx + y(4y^2 - 6x^3)dy$

9. $\frac{1}{x^2}(1 - x^2y)dx + (y - x)dy$

BTVN

1. Tính $I = \int_{AB} (2x + 3y)dx + (y + x)dy$,

trong đó AB là cung $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t^3 + 4 \end{cases}$ nối từ điểm $A(2;4)$ đến điểm $B(0;12)$.

2. Tính $I = \int_L xe^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$,

trong đó L là phần đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ nằm trong góc phần tư thứ hai.

3. Tính $I = \int_L (x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy$,

trong đó L là đường cong bất kỳ nối từ điểm $A(-2,-1)$ đến điểm $B(3,0)$.

BÀI 3. TÍCH PHÂN MẶT LOẠI 1

1. Tính $I = \iint_S (x + y + z)ds$ với S là mặt phẳng $z = 5$ giới hạn bởi các mặt trụ $y^2 = 4x, x = 1$.
2. Tính $I = \iint_S z^2 ds$ với S là mặt $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ giới hạn bởi các mặt trụ $x + y = 4, x = 1, y = 1$.
3. Tính $I = \iint_S x ds$ với S là mặt phẳng $z = 4$ giới hạn bởi các mặt trụ $y = 1, x = 1, y = x + 1$.
4. Tính tích phân mặt loại 1 sau:

$$\iint_{\Omega} xy^2 ds,$$

với Ω là mặt $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ giới hạn bởi mặt phẳng $z = 1, x \geq 0, y \geq 0$.

Công thức: Diện tích mặt cong $S = \iint_S ds$ (hàm lấy TP=1)

5. Tính diện tích mặt Ω với Ω là mặt phẳng $z = 2$ giới hạn bởi các mặt trụ $y^2 = 4x, x + y = 3, y \leq 0$.
6. Tính diện tích mặt Ω trong đó Ω là phần mặt nón $x^2 + y^2 = z^2$ bị cắt bởi mặt phẳng $z = 1$.

BTVN

7. Tính tích phân mặt loại 1 sau:

$$\iint_{\Omega} (x^2 + y^2) ds,$$

với Ω là mặt $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ giới hạn bởi các mặt phẳng $z = 4$.

8. Tính tích phân mặt loại 1 sau:

$$\iint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) ds,$$

với Ω là mặt toàn phần của hình trụ $x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 4$.

9. Tính diện tích mặt cong Ω với Ω là phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ bị cắt bởi mặt trụ $x^2 + y^2 = 2x$.

ÔN TẬP CHƯƠNG 3

1. Tính $I = \int_{OABO} (xy + \cos x)dx + (xy - y)dy$,

trong đó OABO là biên của tam giác lần lượt nối các điểm: $O(0;0), A(1;0), B(0;1)$.

2. Tính $I = \int_{AB} (x + 3y)dx + (x - y)dy$,

trong đó AB là cung $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$ nối từ điểm $A(0;6)$ đến điểm $B(2;2)$.

3. Tính $I = \int_L \frac{x+y}{x^2+y^2} ds$,

trong đó L là phần đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ nằm trong góc phần tư thứ hai.

4. Tính $I = \int_L (xy - 1)dx + x^2 y dy$,

trong đó L là đường thẳng có phương trình $2x + y = 2$ nối từ điểm $A(1,0)$ đến điểm $B(0,2)$.

5. Tính $I = \int_L \frac{1}{y^2} (xy^2 + y) dx - \frac{x}{y^2} dy,$

trong đó L là đường cong bất kỳ nối từ điểm $O(0,2)$ đến điểm $A(1,1)$.

6. Tính tích phân $\int_L (x\sqrt{x^2 + y^2} + y)dx + (y\sqrt{x^2 + y^2} + x)dy,$ trong đó L là đường bất kỳ nối hai điểm $A(0,-2), B(2,0)$.

7. Tính tích phân $\oint_{L^+} \frac{dx+dy}{x+y},$ trong đó L là chu tuyến của hình vuông $ABDC$ với $A(1;0), B(0;1), C(-1;0), D(0;-1),$ tích phân lấy theo chiều dương.

8. Chứng minh biểu thức $\left(\frac{y}{x} - 2x\right)dx + (1 + \ln x)dy$ là vi phân toàn phần của một hàm số $u(x, y)$ nào đó. Tìm hàm u đó.

9. Chứng minh biểu thức $(y^3 + \cos x)dx + (3y^2x + \cos y)dy$ là vi phân toàn phần của một hàm số $u(x, y)$ nào đó. Tìm hàm u đó.

10. Tính tích phân mặt loại 1 sau

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{(1+x+y)^2} ds,$$

trong đó Ω là mặt biên của tứ diện $x + y + z \leq 1; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

11. Tính diện tích mặt Ω trong đó Ω là mặt toàn phần của hình trụ

$$x^2 + y^2 = 4, z = 4.$$

CHƯƠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

BÀI 2. PTVP CẤP 1

PHƯƠNG TRÌNH PHÂN LY

1. $ydx + 2xdy = 0$
2. $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$
3. $x(1 + y^2)^2dx + y(1 + x^2)^2dy = 0$
4. $(1 + e^{2x})y^2dy = e^xdx, y(0) = 0$

PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP

5. $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$
6. $(y - x)dx + (y + x)dy = 0$

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

7. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$
8. $xy' - \frac{y}{x+1} = x$
9. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$
10. $(1 + x^2)y' + xy = 1 + x^2$
11. $x dx = \left(\frac{x^2}{y} - xy^3\right) dy$ (Gợi ý: Chia cho dy)

BTVN

1. $\sin x dy - ydx = 0$
2. $y' \cdot \cos 2y - \sin x = 0$
3. $xyy' + x^2 - 2y^2 = 0$
4. $(x^2 - y^2)y' = 2xy$
5. $y' + 2xy = 2x^3$
6. $y' + \frac{y}{x+1} = -1$

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH CẤP 2

1. $y'' - 4y = 0$

2. $y'' + 6y' + 13y = 0$

3. $y'' - 4y' + 4y = 0$

4. $y'' + 4y' + 29y = 0$

5. $y'' - 2y' + 2y = 2x$

6. $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$

7. $2y'' + y' - y = 2xe^x$

8. $y'' - 4y' + 4y = 3e^{2x}$

BTVN

1. $y'' - 2y' = x^2 + 2x - 1$

2. $y'' - 4y' + 4y = 2x$

3. $y'' - 7y' + 6y = 8e^{2x}$