



Cau hoi trac nghiem -Hept-KGVT

Đại số tuyến tính - nhóm ngành 1 (Trường Đại học Bách khoa Hà Nội)



Scan to open on Studocu

MỘT SỐ CÂU HỎI ÔN TẬP HỆ PT. TUYẾN TÍNH - KG. VECTOR

* Chọn đáp án đúng cho các câu hỏi sau:

Câu 1. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 15 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 &= -2 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 13 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng:

- (1) Hệ phương trình có vô số nghiệm.
- (2) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.
- (3) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (4) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số.
- (5) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{1}{3}$.
- (6) Một đáp án khác.

Câu 2. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_4 &= 1 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng.

- (1) Hệ phương trình có vô số nghiệm.
- (2) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (3) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- (4) Hệ phương trình có nghiệm tầm thường.

Câu 3. Xét hệ phương trình thuần nhất sau:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 &= 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_4 &= 0 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng.

- (1) Hệ phương trình chỉ có nghiệm tầm thường.
- (2) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số $x_1 = 0, x_2 = t, x_3 = -2t, x_4 = t$ với $t \in \mathbb{R}$.
- (3) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số $x_1 = t_1, x_2 = t_2, x_3 = -2t_2, x_4 = t_2$ với $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$.
- (4) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số $x_1 = t, x_2 = t, x_3 = -2t, x_4 = t$ với $t \in \mathbb{R}$.
- (5) Một đáp án khác.

Câu 4. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 3 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 2 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng.

- (1) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (2) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 2$.
- (3) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 0$.
- (4) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số.
- (5) Hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số.

Câu 5. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 3 \end{cases}$$

- (1) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (2) Hệ phương trình có vô số nghiệm với công thức nghiệm,

$$x_1 = \frac{-1}{3} + 2t, x_2 = \frac{22}{15} - 3t, x_3 = \frac{-8}{15} + 2t.$$

- (3) Hệ phương trình có vô số nghiệm với công thức nghiệm,

$$x_1 = \frac{1}{3} + 2t, x_2 = \frac{22}{15} + 3t, x_3 = \frac{8}{15} + 2t.$$

(4) Hệ phương trình có vô số nghiệm với công thức nghiệm,

$$x_1 = \frac{1}{3} + t, x_2 = \frac{22}{15} + t, x_3 = \frac{8}{15} + t.$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 6. Tìm điều kiện của tham số m với $m \in \mathbf{R}$ để hệ phương trình sau có vô số nghiệm.

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + mx_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 1 \end{cases}$$

(1) $m = 1$

(2) $m = -2$

(3) $m = 1$ và $m \neq -2$.

(4) $m = 1$ hoặc $m = -2$.

(5) $m \neq 1$ và $m \neq -2$.

(6) Một đáp án khác.

Câu 7. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

(1) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-5}{3}, x_3 = \frac{-2}{3}, x_4 = \frac{-2}{3}.$$

(2) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$x_1 = \frac{-5}{3}, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = \frac{2}{3}, x_4 = \frac{-2}{3}.$$

(3) Hệ phương trình vô nghiệm.

(4) Hệ phương trình có vô số nghiệm.

(5) Một đáp án khác.

Câu 8. Tìm giá trị của a để hệ phương trình sau có nghiệm không tầm thường.

$$\begin{cases} ax - 3y + z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

- (1) $a = 5$
- (2) $a = -5$
- (3) $a \neq 5$
- (4) $a \neq -5$
- (5) Không tồn tại giá trị của a .
- (6) Một đáp án khác.

Câu 9. Tìm điều kiện của a, b để hệ phương trình sau là hệ Cramer.

$$\begin{cases} ax - 3y + z = -2 \\ ax + y + 2z = 3 \\ 3x + 2y + z = b \end{cases}$$

- (1) $a \neq \frac{21}{2}$ và $b \neq 0$.
- (2) $a \neq \frac{21}{2}$.
- (3) $a \neq \frac{-21}{2}$ và $b \neq \frac{21}{7}$.
- (4) Không tồn tại giá trị a, b thỏa yêu cầu.
- (5) Một đáp án khác.

Câu 10. Xét hệ phương trình sau theo tham số k :

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = 1 \end{cases}$$

Chọn các khẳng định Đúng.

- (1) $k = 1$ hệ phương trình vô nghiệm.
- (2) $k = -2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- (3) $k \neq 1$ và $k \neq -2$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- (4) $k = 1$ hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 1 tham số.
- (5) $k = 1$ hệ phương trình có vô số nghiệm phụ thuộc 2 tham số.

Câu 11. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình sau vô nghiệm.

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 = m \\ 2x_1 + (1+m)x_2 + (1+m)x_3 = m-1 \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 1 \end{cases}$$

- (1) $m = 1$ hoặc $m = -2$.
- (2) $m \neq 1$ và $m \neq -2$.
- (3) $m = 1$.
- (4) $m = -2$.
- (5) $m = 3$.

Câu 12. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất.

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + mx_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

- (1) $m \neq 1$ và $m \neq \frac{-1}{3}$.
- (2) $m \neq 1$.
- (3) $m \neq \frac{-1}{3}$.
- (4) $m = 1$ hoặc $m = \frac{-1}{3}$.
- (5) Một đáp án khác.

Câu 13. Tìm các giá trị a, b, c của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó đi qua 3 điểm $A(1; 4); B(2; 8)$ và $C(3; 14)$.

- (1) $a = 1, b = 1, c = 2$.
- (2) $a = 2, b = 1, c = 1$.
- (3) $a = 2, b = 0, c = 2$.
- (4) Một đáp án khác.

Câu 14. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 1 \\ x + 7y - 6z = 6 \\ 3y + mz = n \end{cases}$$

Xác định giá trị m, n để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

- (1) $m \neq -4$ và $n = 0$.
- (2) $m \neq -4$.
- (3) $m = -4$.

- (4) $m \neq -4$ và $n \neq -4$.
 (5) Một đáp án khác.

Câu 15. Tìm điều kiện của m để phương trình ma trận sau có vô số nghiệm.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2m & 1 \\ 2 & -m+2 & -5 \\ 3 & -m & -4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- (1) $m = 1$
 (2) $m = -1$
 (3) $m \neq 1$
 (4) $m \neq -1$
 (5) Một đáp án khác.

Câu 16. Tìm điều kiện của a để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a \\ ax - a^2y + az = 1 \\ ax + y - a^3z = 1 \end{cases}$$

- (1) $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$.
 (2) $a = 0$ hoặc $a = \pm 1$.
 (3) $a \neq \pm 1$.
 (4) Một đáp án khác.

Câu 17. Xét phương trình ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & m \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ m+5 \end{bmatrix}$$

Tìm điều kiện của tham số m để phương trình trên có nghiệm.

- (1) $m = -3$.
 (2) $m \neq -3$.
 (3) $m \neq 3$.
 (4) $\forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 18. Tìm điều kiện của a, b để hệ phương trình sau vô nghiệm:

$$\begin{cases} ax + 2y + 3z = 1 \\ x + ay + 3z = b \\ x + 2y + 3z = 2b \end{cases}$$

- (1) $a = 2, b = 0$.
- (2) $a = 2, b \neq 0$.
- (3) $a = 1$ và $b = \frac{1}{2}$.
- (4) $a \neq 1$.
- (5) Không tồn tại giá trị a, b .

Câu 19. Tìm điều kiện của m để hệ phương trình sau có vô số nghiệm:

$$\begin{cases} 2x + y + mz = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ mx - y - z = 0 \end{cases}$$

- (1) $m = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$.
- (2) $m \neq \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$.
- (3) Không tồn tại giá trị của m .
- (4) $m = \sqrt{\frac{5}{2}}$
- (5) Một đáp án khác.

Câu 20. Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm không tầm thường:

$$\begin{cases} (a + 5)x + 3y + (2a + 1)z = 0 \\ ax + (a - 1)y + 4z = 0 \\ (a + 5)x + (a + 2)y + 5z = 0 \end{cases}$$

- (1) $a = 0$ hoặc $a \neq -1$.
- (2) $a = 0 \vee a = -1$.
- (3) $a = 0$.
- (4) $a = -1$.
- (5) Không tồn tại giá trị của a .

Câu 21. Xét hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 3y - az = & 2 \\ 2x + y - z & b \\ 8x + 9y - (2a + 3)z = & 3b + 4 \end{cases}$$

trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng:

- (1) Hệ phương trình vô nghiệm.
- (2) Hệ phương trình luôn có nghiệm tầm thường.
- (3) Hệ phương trình có vô số nghiệm.
- (4) Hệ phương trình là hệ Cramer nên có nghiệm duy nhất.

Câu 22. Cho không gian vector \mathbb{R}^4 với cơ sở $W = \{u_1 = (1, 1, 1, 1), u_2 = (1, 1, -1, -1), u_3 = (1, -1, 1, -1), u_4 = (1, -1, -1, 1)\}$, khi đó tọa độ của vector $x = (1, 2, 1, 2)$ trong \mathbb{R}^4 là:

$$(1) [x]_W = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) [x]_W = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(3) [x]_W = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(4) [x]_W = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

- (5) Một đáp án khác.

Câu 23. Trong không gian $P_2[x]$ các đa thức bậc không vượt quá 2, xét cơ sở $M = \{x^2 + x + 1, 2x + 1, 3\}$. Tìm tọa độ của vector $u = 2x^2 - x + 1$ trong cơ sở M .

$$\begin{aligned}
 (1) \quad [u]_M &= \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{-1}{6} \end{bmatrix} \\
 (2) \quad [u]_M &= \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix} \\
 (3) \quad [u]_M &= \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} \\
 (4) \quad [u]_M &= \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{-3}{2} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 24 Cho u, v, w là ba vector độc lập tuyến tính. Tìm m sao cho $v + w, u - w$ và $u + v + mw$ cũng độc lập tuyến tính.

- (1) $m \neq 0$.
- (2) $m = 1$.
- (3) $\forall m \in \mathbb{R}$.
- (4) Không tồn tại m .
- (5) $m = 11$.

Câu 25. Trong không gian vector \mathbb{R}^4 , cho $V = \text{span}(B)$ với $B = \{u = (1, 2, 2, -1), v = (2, 3, 1, 1), w = (5, 9, 7, -2), s = (1, 1, 1, 0)\}$. Tìm một cơ sở và số chiều của V .

- (1) Cơ sở của V gồm 3 vector u, v, w và $\dim V = 3$.
- (2) Cơ sở của V gồm 3 vector u, v, s và $\dim V = 3$.
- (3) Cơ sở của V chỉ gồm 2 vector u, v và $\dim V = 2$.
- (4) Cơ sở của V chỉ gồm 1 vector u và $\dim V = 1$.
- (5) Một đáp án khác.

Câu 26. Tìm ma trận X sao cho $XA - 3X = B$ với

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$(1) X = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 7 \\ -2 & 13 & -19 \end{bmatrix}$$

$$(2) X = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 13 \\ 7 & -19 \end{bmatrix}$$

$$(3) X = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -7 \\ 2 & 13 & -19 \end{bmatrix}$$

$$(4) X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 27. Trong không gian $P_1[x]$ xét hai cơ sở $B = \{u_1 = 1 + 2x, u_2 = 3 + 4x\}$ và $B' = \{v_1 = 5 + 6x, v_2 = 7 + 8x\}$. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B' sang B .

$$(1) C_{B' \rightarrow B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(2) C_{B' \rightarrow B} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(3) C_{B' \rightarrow B} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(4) C_{B' \rightarrow B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 28. Trong \mathbb{R}^2 cho hai cơ sở $S_1 = \{u_1 = (1, -2), u_2 = (3, -4)\}$ và $S_2 = \{v_1 = (1, 3), v_2 = (3, 8)\}$. Tìm ma trận chuyển cơ sở từ S_2 sang S_1 .

$$(1) C_{S_2 \rightarrow S_1} = \begin{bmatrix} -14 & -36 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$$

$$(2) C_{S_2 \rightarrow S_1} = \begin{bmatrix} -14 & 5 \\ -36 & 13 \end{bmatrix}$$

$$(3) C_{S_2 \rightarrow S_1} = \begin{bmatrix} 14 & -5 \\ 6 & -13 \end{bmatrix}$$

$$(4) C_{S_2 \rightarrow S_1} = \begin{bmatrix} -14 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 29. Cho u, v, w là ba vector độc lập tuyến tính. Khẳng định nào sau đây là Đúng

- (1) Các vector $u, v, w, u + v - 3w$ là độc lập tuyến tính.
- (2) Các vector $u + v, u - v, u - 2v + w$ là độc lập tuyến tính.
- (3) Các vector $u, v, u - v$ là độc lập tuyến tính.
- (4) Các vector u, v, w, θ là độc lập tuyến tính trong đó θ là vector không.

Câu 30. Tìm x, z để

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-z \end{vmatrix} = 0.$$

- (1) $x = 0$ hoặc $z = 0$
- (2) $x = 0$ và $z = 0$.
- (3) $x = \pm z$.
- (4) $x = z = 1$ hoặc $x = z = -1$. item Một đáp án khác.

Câu 31. Tìm ma trận X sao cho $X^2 - 6X = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$

- (1) $X = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ hoặc $X = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
- (2) $X = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ hoặc $X = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$
- (3) $X = \begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ hoặc $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$
- (4) $X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ hoặc $X = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- (5) Một đáp án khác.

Câu 32. Trong không gian $P_2[x]$ cho cơ sở $B = p_1 = 1 + x + x^2, p_2 = 2 + 2x - x^2, p_3 = 4 + 5x + x^2$. Tìm tọa độ của vector $p = 10 + 11x - 5x^2$ đối với cơ sở B .

$$(1) [p]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) [p]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) [p]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(4) [p]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 11 \end{bmatrix}.$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 33. Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ là ma trận của phép biến đổi tuyến

tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$ trong cơ sở $v_1 = 3x + 3x^2, v_2 = -1 + 3x + 2x^2, v_3 = 3 + 7x + 2x^2$. Tìm $f(1 + x^2)$.

$$(1) f(1 + x^2) = 2 + 6x + 4x^2$$

$$(2) f(1 + x^2) = 2 + 5x + x^2$$

$$(3) f(1 + x^2) = 22 + 56x + 14x^2$$

$$(4) f(1 + x^2) = 11 + 28x + 7x^2$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 34.

Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ là ma trận của phép biến đổi tuyến tính $f :$

$P_2[x] \rightarrow P_2[x]$ trong cơ sở $v_1 = 1, v_2 = 1 - x, v_3 = (1 - x)^2$. Tìm $f(1 + x^2)$.

$$(1) f(1 + x^2) = 12 - 18x + 7x^2$$

$$(2) f(1 + x^2) = 2 - 8x + 7x^2$$

$$(3) f(1 + x^2) = 1 - x + 7x^2$$

$$(4) f(1 + x^2) = 21 + 18x + x^2$$

(5) Một đáp án khác.

Câu 35. Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ là ma trận của phép biến đổi tuyến

tính $f : P_2[x] \rightarrow P_2[x]$ trong cơ sở $v_1 = 1, v_2 = 1 + x, v_3 = (1 + x)^2$. Tìm $f(1 - x^2)$.

- (1) $f(1 + x^2) = -4 + 5x + 5x^2$
- (2) $f(1 + x^2) = 4 - 5x - 5x^2$
- (3) $f(1 + x^2) = 6 - 10x - 13x^2$
- (4) $f(1 + x^2) = 1 + 2x + x^2$
- (5) Một đáp án khác.

**** Điền câu trả lời cho các câu hỏi sau:**

Câu 1. Hệ phương trình sau chỉ có nghiệm tầm thường khi m, n thỏa:

$$\begin{cases} x + y - 2z + mt = 0 \\ x - my + 4z - t = 0 \\ 2x - y + mz + nt = 0 \end{cases}$$

.....

.....

Câu 2. Trong không gian \mathbb{R}^4 cho các vector $u_1 = (1, 2, 1, 1), u_2 = (-3, 2, 1, -1), u_3 = (2, 1, -1, 2), u_4 = (1, 3, 0, m)$. Hệ vector này độc lập tuyến tính khi m thỏa:

.....

.....

Câu 3. Tìm m để không gian nghiệm của hệ phương trình thuần nhất sau có số chiều là 2.

$$\begin{cases} 2x + y - z + 3t - 2r = 0 \\ x - 2y + 3z + mt + r = 0 \\ 3x - y + 2z + 4t - r = 0 \end{cases}$$

.....

.....

Câu 4. Trong không gian $P_2[x]$ các đa thức bậc không vượt quá 2, xét hệ vector $S = \{u_1, u_2, u_3\}$ với $u_1 = 1 + x + 2x^2, u_2 = 2 + mx + 3x^2, u_3 = -1 + 2x + (m + 1)x^2$. Để S là cơ sở của $P_2[x]$ thì m thỏa điều kiện:

.....

.....

Câu 5. Hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + z + t = & 2 \\ 2x + y + z + 3t = & 7 \\ -3x + 2y - z = & -2 \\ 4x - 4y + 3z + 5t = & 8 \end{cases}$$

có trường hợp nghiệm là:

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Xét không gian nghiệm của hệ phương trình thuần nhất sau:

$$\begin{cases} ax + 2y + z = & 0 \\ (1 + 3a)x + (b + 4)y + 3z = & 0 \\ -2x - by - z = & 0 \end{cases}$$

Không gian nghiệm có số chiều bằng 1 nếu a, b thỏa điều kiện:

.....

.....

Câu 7. Trong không gian vector \mathbb{R}^4 , xét $W = \text{span}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ không gian vector con sinh bởi hệ vector $v_1 = (1, 2, -1, 0), v_2 = (2, 2, -1, 3), v_3 = (-1, -2, 2, -1), v_4 = (1, 0, 1, 2)$. Khi đó một cơ sở của W là:

.....

.....

Câu 8. Trong không gian vector \mathbb{R}^3 , ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở $S = \{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (1, 1, 1)\}$ sang cơ sở $T = \{v_1 = (1, 2, 3), v_2 = (2, 0, 3), v_3 = (3, 2, 5)\}$ là:

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + z + t = 0 \\ x + y - 2z + 4t = 0 \\ x - 3y - 3z + 2t = 0 \\ 2x + y - 2z - mt = 0 \end{cases}$$

có nghiệm không tầm thường nếu m thỏa:

.....

.....

Câu 10. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - z + 5t = -1 \\ 2x + 5y + 2z + (n + 1)t = m \\ 3x + 2y - 19z + 47t = m - 16 \end{cases}$$

Hệ phương trình vô nghiệm nếu m, n thỏa điều kiện:

.....

.....

Câu 11. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - z = & -1 \\ 2x + 5y + 2(n+1)z = & m \\ 3x + 2y - 19z = & m - 16 \end{cases}$$

Hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất nếu m, n thỏa điều kiện:

.....

.....

Câu 12. Trong không gian vector $P_2[x]$, cho cơ sở B gồm các vector $u_1 = 1 + x - x^2, u_2 = 3x - x^2, u_3 = 2 - 2x + x^2$. Khi đó tọa độ vector $u = 3 + 2x + 2x^2$ đối với cơ sở B là:

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbb{K}}$ xác định bởi $f(x, y, z) = (x - 2y + 3z, x - y + 2z, x + z)$. Hãy chỉ ra một cơ sở và số chiều của $Im f$.

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} mx + 2y - z & = 3 \\ x + my + 2z & = 4 \\ 2x + 3y + z & = -m \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất khi m bằng

.....

.....

Câu 15. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức: $f(x, y, z) = (2x - 3y - z, x + y - z, 3x - 2y - 2z)$. Tìm ma trận của f đối với cơ sở $B = \{u = (1, 1, 0), v = (0, 1, 1), w = (1, 0, 1)\}$.

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Tồn tại hay không ma trận X thỏa phương trình $AX = B$ với $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ và $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$. Nếu tồn tại chỉ ra ma trận X .

.....

.....

.....

Câu 17. Chỉ ra một cơ sở và số chiều của không gian nghiệm hệ phương trình thuần nhất sau:

$$\begin{cases} 5x + 3y + z &= 0 \\ -y + 4z &= 0 \\ 5x + 2y + 5z &= 0 \end{cases}$$

Câu 18. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức $f(x, y, z) = (2x - 3y - z, x + y - z, 3x - 2y - 2z)$. Xét xem có tồn tại một cơ sở của \mathbb{R}^3 để ma trận của f đối với cơ sở này có dạng chéo không? Nếu có chỉ ra cơ sở.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức $f(x, y, z) = (2x - 3y - z, x + y - z, 3x - 2y - 2z)$. Cho vector $v = (1, 1, m)$. Khi đó $v \in \text{Im} f$ nếu m thỏa:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức $f(x, y, z) = (2x + y + z, x + 2y + z, x + y + 2z)$. Xét xem có tồn tại một cơ sở của \mathbb{R}^3 để ma trận của f đối với cơ sở này có dạng chéo không? Nếu có chỉ ra cơ sở.

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức $f(x, y, z) = (2x + y + z, x - y + z, -x + y + z)$. Hãy chỉ ra một cơ sở và số chiều của $\ker f$.

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Cho toán tử tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi công thức $f(x, y, z) = (2x - 3y - z, x + y - z, 3x - 2y - 2z)$. Hãy chỉ ra ma trận của f đối với cơ sở $B = \{u = (1, 1, 0), v = (0, 1, 1), w = (0, 0, 1)\}$. Xét xem f có là đơn ánh không?

.....

.....

Câu 23. Trong không gian \mathbb{R}^4 , cho hệ vector $B = \{u_1 = (1, 3, 1, 1), u_2 = (3, 0, 0, 1), u_3 = (1, 0, 1, 1), u_4 = (1, 1, 1, 1)\}$. Xét xem B có là hệ sinh của \mathbb{R}^4 không?

.....

.....

Câu 24. Trong không gian $P_2[x]$, cho hệ vector $B = \{u_1 = 1 + x + x^2, u_2 = 1 + 2x, u_3 = 4 + x + 3x^2, u_4 = 3x - 5x^2\}$. Khi đó hạng của hệ vector B bằng:

.....

.....

Câu 25. Trong không gian $M_2(\mathbb{R})$, cho cơ sở $B = \left\{ B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$.

Tìm tọa độ của vector $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ đối với cơ sở trên.

.....
Câu 26. Trong không gian $P_3[x]$, cho hệ vector $B = \{u_1 = 1 + 2x + 3x^2 + x^3, u_2 = 2 + 3x + x^2, u_3 = 1 + x^3, u_4 = 1 - x - 3x^2 - x^3\}$. Khi đó hạng của hệ vector này là.

