Đề ôn tập trắc nghiệm Đại số tuyến tính 1

Đại số đại cương (Trường Đại học Bách khoa Hà Nội)

Đề ôn tập trắc nghiệm Đại số tuyến tính

Câu 1: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & x & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, tìm x để $\det A = 0$

A. $x = 0$ **B.** $\boxed{x = -1}$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = 2$

Câu 2: Ánh xạ nào sau đây là tuyến tính?

A. $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (2x + 4y - z, x + 4y)$

B. $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + 3y - z, x + 3y - xz)$

C. $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + 2y - zx, 2x + 3y)$

D. $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + 3y - z, x + 3y - 1)$

Câu 3: Ánh xạ nào sau đây là đơn ánh?

1. $f: [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}, f(x) = \cos x$
2. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^4$
3. $h: [0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$
4. $u: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 + 1$

A. Ánh xạ f **B.** Ánh xạ g **C.** Ánh xạ h **D.** Ánh xạ u

Câu 4: Tìm giá trị của λ để $(1, -7, \lambda) \in span\{(1, -1, 2); (2, 1, -2)\}$

A. $\lambda = 16$ **B.** $\lambda = 12$ **C.** $\lambda = 13$ **D.** $\lambda = 14$

Câu 5: Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$f(x, y, z) = (2x + 3y - 4z, x - 5y + 2z)$$

Tìm ma trận của ánh xạ f đối với cặp cơ sở chính tắc S của $\mathbb{R}^3$ và U của $\mathbb{R}^2$?

A. $[f]_U^S = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ **C.** $[f]_U^S = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

B. $[f]_U^S = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ **D.** $[f]_U^S = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$

Câu 6: Gọi H là không gian vecto các nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 - 10x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\dim H = 5$ **B.** $\dim H = 3$ **C.** $\dim H = 2$ **D.** $\dim H = 1$

Câu 7: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, đặt $B = A^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$. Hỏi phần tử nằm ở vị trí hàng thứ hai và cột thứ ba của B là?

A. $b_{23} = 8$ **B.** $b_{23} = 4$ **C.** $b_{23} = -1$ **D.** $b_{23} = 7$

Câu 8: Cho ba ma trận A, B và C vuông cấp n sao cho $A - B$ là khả nghịch. Gọi X là ma trận thỏa mãn $XA = BC + XB$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $X = A^{-1}C$

C. $X = A^{-1}B(C - E)$

B. $X = (A - B)^{-1}BC$

D. $X = BC(A - B)^{-1}$

Câu 9: Giá trị của biểu thức $\left| \frac{(1+3i)^6}{(1+2i)^5} \right|$ là:

A. $8\sqrt{5}$ **B.** $9\sqrt{5}$ **C.** $6\sqrt{5}$ **D.** $4\sqrt{5}$

Câu 10: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ và $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$. Khi đó $CA - CB$ bằng?

A. $\begin{bmatrix} 4 & -4 & -1 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 2 & 12 & -8 \end{bmatrix}$

Câu 11: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & x \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -9 & 3x+2 \\ 2 & -7 & 4x+1 \end{bmatrix}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $r(A) = 2$ khi và chỉ khi $x \neq \frac{-1}{2}$

B. $r(A) = 2$ khi và chỉ khi $x \neq \frac{1}{2}$

C. $r(A) = 3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

D. $r(A) = 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

Câu 12: Tìm λ để $S = \{(-1,-2,0); (-6,1,4); (9,-8,\lambda)\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$

A. $\lambda \neq 9$ **B.** $\lambda \neq -8$ **C.** $\lambda \neq 9$ **D.** $\lambda \neq -6$

Câu 13: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 9 & 12 & -10 \\ 1 & 5 & 6 & -6 \end{bmatrix}$. Số chiều của không gian vecto sinh ra bởi các cột của A là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

Câu 14: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. Vecto nào sau đây **không phải** là một vecto riêng của ma trận A?

A. $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ **B.** $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ **C.** $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ **D.** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Câu 15: Cho cơ sở $S = \{(1,2,-2); (1,0,-1); (2,1,-1)\}$ của $\mathbb{R}^3$ và vecto $u = (1,-1,2)$. Tọa độ viết dưới dạng hàng của u đối với S là?

A. $(u)_S = \left(\frac{-4}{3}, -1, \frac{-5}{3}\right)$ **C.** $(u)_S = \left(\frac{4}{3}, -1, \frac{5}{3}\right)$

B. $(u)_S = \left(\frac{-4}{3}, -1, \frac{5}{3}\right)$ **D.** $(u)_S = \left(\frac{4}{3}, 1, \frac{5}{3}\right)$

Câu 16: Cho $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -7 & 4 \\ 1 & -12 & 7 & \lambda \end{bmatrix}$. $Span\{B\}$ là không gian vecto sinh bởi các vecto hàng của B. Tìm giá trị của λ để số chiều của $Span\{B\}$ là nhỏ nhất.

A. $\lambda = -6$ **B.** $\lambda = 6$ **C.** $\lambda = -8$ **D.** $\lambda = 9$

Câu 17: Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(x, y, z) = (x - 5y + 2z; 2x + 3y - 4z; 3x - 2y - 2z)$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\dim Kerf = 1$ và $\dim Imf = 2$ **C.** $\dim Kerf = 2$ và $\dim Imf = 2$

B. $\dim Kerf = 0$ và $\dim Imf = 3$ **D.** $\dim Kerf = 2$ và $\dim Imf = 1$

Câu 18: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. Cho P là một ma trận sao cho $P^{-1}AP$ là một ma trận đường chéo. Khi đó:

A. $P = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

C. $P = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

B. $P = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

D. $P = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Câu 19: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. Tập hợp tất cả các giá trị riêng thực của ma trận A

A. $\{-2, -3, 10\}$ **B.** $\{-4, 10\}$ **C.** $\{-2, -1, 10\}$ $\boxed{\textbf{D. } \{-2, 10\}}$

Câu 20: Xét không gian Euclide $\mathbb{R}^4$ với tích vô hướng chính tắc.

Cho $P: \mathbb{R}^4 \to Span\{(2,-1,0,1); (1,-2,1,0)\}$ là phép chiếu trực giao. Khi đó vecto $P(1,4,-1,-1)$ là:

A. $\left(\frac{2}{5}, \frac{-29}{10}, \frac{-9}{5}, \frac{7}{10}\right)$

C. $\left(\frac{-2}{5}, \frac{29}{10}, \frac{9}{5}, \frac{-7}{10}\right)$

B. $\left(\frac{-2}{5}, \frac{-29}{10}, \frac{9}{5}, \frac{7}{10}\right)$

D. $\left(\frac{-2}{5}, \frac{29}{10}, \frac{-9}{5}, \frac{7}{10}\right)$

Câu 21: Cho A là một ma trận thực vuông có một giá trị riêng $\lambda = 2$. Ma trận A có thể thỏa mãn phương trình nào sau đây?

A. $A^2 - 5A + 4I = 0$

C. $A^2 - 4A + 3I = 0$

B. $A^2 - 3A + 2I = 0$

$\boxed{\textbf{D. } A^2 - 2A + I = 0}$

Câu 22: Trong không gian Euclide $P_2[x]$ với tích vô hướng $\langle p(x), q(x) \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$, khi đó khoảng cách giữa hai vecto $1 + x + x^2$ và $2x^2 - 3$ gần với giá trị nào nhất?

A. $\frac{25}{6}$ **B.** $\frac{4}{5}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{-5}{6}$

Câu 23: Cho A, B là các ma trận vuông cấp n. Khẳng định nào sau đây là **không đúng**?

A. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

$\boxed{\textbf{C. } (AB)^T = A^T B^T}$

B. $(A^T A)^T = A^T A$

D. $(A - B)^T = A^T - B^T$

Câu 24: Trong không gian Euclide M_2 với tích vô hướng

$$< \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{bmatrix} > = aa' + bb' + cc' + dd'$$

Một cơ sở trực chuẩn của $W = span\left\{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}\right\}$ là:

A. $\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

C. $\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

B. $\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

D. $\left\{\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

Câu 25: Tìm x để hệ $\left\{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -9 \\ x & -3 \end{bmatrix}\right\}$ là một cơ sở của không gian M_2 (Không gian các ma trận vuông cấp 2)

A. $x \neq 0$ **B.** $x \neq 2$ **C.** $x \neq 8$ **D.** $x \neq 6$

Câu 26: Trong không gian $P_2[x]$, cho các hệ vecto sau:

a. $\{1 + x, 2x, -x^2\}$
b. $\{5 - x^2, x^2, 1 + x^2\}$
c. $\{1 + x, 2 + x^2, x - x^2\}$
d. $\{1 + x, 2 - x, 1 - x\}$
e. $\{x + x^2, 2x + 1, 3 + x^2\}$

Hỏi những hệ nào là độc lập tuyến tính?

A. a,b,c **B.** a,c,e **C.** b,c,e **D.** b,d,c

Câu 27: Gọi V là không gian nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ (m+1)x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 + 2(m+1)x_5 = 0 \end{cases}$$

Tìm m để $\dim V$ là lớn nhất

A. $m = 1$ **B.** $m = 11$ **C.** $m = 7$ **D.** $m = 3$

Câu 28: Tìm a để hệ vecto $\{u = (1,2,4,a), v = (-1,0,3,2a), r = (1,5,-1,3a+1)\}$ là phụ thuộc tuyến tính

A. $a = -1$

C. Không có giá trị nào

B. $\forall a \in R$

D. $a = 0$

Câu 29: Cho $U = span\{(1,-2,3,4),(-3,6,-5,-16),(-1,2,-5,-2)\}$. Biết $U^{\perp}$ là không gian được định nghĩa như sau $U^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^4 | v \perp U\}$. Khi đó $\dim U^{\perp}$ là:

A. $\dim U^{\perp} = 0$ **B.** $\dim U^{\perp} = 1$ **C.** $\dim U^{\perp} = 2$ **D.** $\dim U^{\perp} = 3$

Câu 30: Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_2[x] \to P_2[x]$, thỏa mãn:

$$f(1+2x+x^2) = 4-2x^2; f(x-x^2) = 1+x-3x^2,\ f(1+x) = 3+x-x^2$$

Xác định ma trận của f đối với cơ sở $B = \{1, x, x^2\}$.

A. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **C.** $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ **D.** $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

Câu 31: Cho toán tử tuyến tính $f: R^3 \to R^3$ thỏa mãn

$$f(1,2,0) = (-1,4,7),\ f(0,1,2) = (-1,3,7), f(1,1,1) = (0,4,6)$$

Tìm $v \in R^3$ sao cho $f(v) = (-1,7,13)$

A. $v = (1,-2,3)$ **B.** $v = (1,2,3)$ **C.** $v = (1,2,-3)$ **D.** $v = (-1,2,3)$

Câu 32: Trong không gian Euclide $\mathbb{R}^3$ với tích vô hướng

$$f[(x_1,x_2,x_3),(y_1,y_2,y_3)] = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + 2x_3y_3$$

Tìm hình chiếu của $u = (1,2,3)$ lên $v = (-2,3,1)$.

A. $\frac{15}{12}(-2,3,1)$ **B.** $\frac{15}{12}(2,3,1)$ **C.** $\frac{15}{12}(2,-3,1)$ **D.** $\frac{15}{12}(2,3,-1)$

Câu 33: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Khi đó ma trận P trực giao làm chéo hóa A là:

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{3} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & -2 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}$

D. $\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$

Câu 34: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y + z + w = 2 \\ 3x + 2z - 2w = -8 \\ 4y - z - w = 2 \\ 2x + y + z - w = m \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng

A. Hệ có nghiệm duy nhất $(x, y, z, w) = (0,2,1,5)$ khi $m = -2$

B. Hệ vô nghiệm khi $m = -2$

C. Hệ có vô số nghiệm khi $m = -2$

D. Hệ có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$

Câu 35: Tìm giá trị của s và t để $A^2 = I$, biết rằng $A = \begin{bmatrix} 1 & s & t \\ 0 & 1 & s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

A. $\begin{cases} s = 0 \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} s = 0 \\ t = 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} s \in \mathbb{R} \\ t = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} s = 0 \\ t = 1 \end{cases}$

Câu 36: Cho các khẳng định sau:

1. $\det(A^{-1}BA) = \det B$
2. $\det(A^{-1}B^{-1}BA) = 1$
3. $(A^TB^T)^T = AB$
4. $(ABA^{-1})^{-1} = A^{-1}B^{-1}A$
5. $\det(A^TB) = \det(B^TA)$

Các khẳng định **sai** là:

A. 4 và 5 **B.** 1 và 5 **C.** 3 và 4 **D.** 2 và 3

Câu 37: Trong R^4 cho hệ $V_1 = span\{v_1 = (1,1,0,1), v_2 = (2,1,-1,2)\}$ với tích vô hướng chính tắc. Với $v = (4,2,0,5)$, tìm vecto u trong V_1 sao cho $v - u$ trực giao với mọi vecto trong V_1.

A. $u = (4,3,-1,4)$

B. $u = (4,2,-1,4)$

C. $u = (-4,3,-1,4)$

D. $u = (4,3,1,4)$

Câu 38: Trong không gian $P_3[x]$ cho các vecto

$$v_1 = 1 - x + x^2, v_2 = x + x^2 + x^3, v_3 = 1 + x + 2x^2 + x^3, v_4 = 2 - x + 2x^2$$

Đặt $V_1 = span\{v_1, v_2\}, V_2 = span\{v_3, v_4\}$.

Xác định số chiều của $V_1 + V_2$.

A. $\dim(V_1 + V_2) = 1$

B. $\dim(V_1 + V_2) = 2$

C. $\dim(V_1 + V_2) = 3$

D. $\dim(V_1 + V_2) = 4$

Câu 39: Số phức nào sau đây thuộc tập hợp $\sqrt[9]{2 + 8i}$

A. $\left(2\sqrt{17}\right)^{\frac{1}{6}}\left[\cos\left(\dfrac{\arctan(4)+2\pi}{9}\right)+i\sin\left(\dfrac{\arctan(4)+2\pi}{9}\right)\right]$

B. $\left(2\sqrt{17}\right)^{\frac{1}{9}}\left[\cos\left(\dfrac{\arctan(4)+6\pi}{9}\right)+i\sin\left(\dfrac{\arctan(4)+6\pi}{9}\right)\right]$

C. $\left(2\sqrt{17}\right)^{\frac{1}{6}}\left[\cos\left(\dfrac{\arctan(4)+4\pi}{9}\right)+i\sin\left(\dfrac{\arctan(4)+4\pi}{9}\right)\right]$

D. $\left(2\sqrt{17}\right)^{\frac{1}{9}}\left[\cos\left(\dfrac{\arctan(4)+8\pi}{9}\right)+i\sin\left(\dfrac{\arctan(4)+8\pi}{9}\right)\right]$

Câu 40: Tìm a, b để không gian nghiệm của hệ sau có số chiều là 1:

$$\begin{cases} bx + 3y + z = 0 \\ (1 + 2b)x + (a + 5)y + 2z = 0 \\ (2b - 1)x + (a + 2)y + z = 0 \end{cases}$$

A. $\boxed{\left[\begin{array}{l} a = 1, b \in \mathbb{R} \\ a \in \mathbb{R}, b = 2 \end{array}\right.}$

B. $\left[\begin{array}{l} a = 2, b \in \mathbb{R} \\ a \in \mathbb{R}, b = 2 \end{array}\right.$

C. $\boxed{\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}}$

D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$