

po to La Quang TRR1

NGÂN HÀNG CÂU HỎI THI TỰ LUẬN

Tên học phần: Toán rời rạc 1 Mã học phần:

Ngành đào tạo : Công nghệ thông tin Trình độ đào tạo: Đại học

1. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \rightarrow q) = (\neg p \vee q)$$

By : Nguyễn Hòa Giảng Mỹ
Team : NHCH M, Trâm Mai
Thưong, Trần Việt Trinh.

2. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) = \neg p \wedge \neg q$$

3. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) = T$$

4. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \leftrightarrow q) = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

5. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) = q \rightarrow (p \vee r)$$

6. Sử dụng bảng giá trị, chứng minh :

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) = (p \wedge q) \rightarrow r$$

7. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị 568397421.

8. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị 458796321.

9. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị 139587642.

10. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh hoán vị theo thứ tự từ điển, tìm 4 hoán vị liên tiếp theo của hoán vị 236897541.

11. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liên tiếp theo của tổ hợp 2,6,8,9.

TRR1

12. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liên kế tiếp theo của tổ hợp 3,5,7,8.

13. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liên kế tiếp theo của tổ hợp 4,6,7,9.

14. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của một tập hợp theo thứ tự từ điển, hãy tạo 4 tổ hợp chập 4 liên kế tiếp theo của tổ hợp 1,5,8,9.

15. Có bao nhiêu biển số xe bắt đầu bằng 2 hoặc 3 chữ cái in hoa và kết thúc là 3 hoặc 4 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng anh? (VD : RS 0912 là 1 biển số).

16. Có bao nhiêu biển số xe bắt đầu bằng 3 hoặc 4 chữ cái in hoa và kết thúc là 2 hoặc 3 chữ số, biết rằng có 26 chữ cái trong bảng chữ cái tiếng anh? (VD : ABZ 09 là 1 biển số).

17. Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 1000 đến 5000 chia hết cho 6 hoặc 9 ?

18. Có bao nhiêu số nguyên trong khoảng từ 5000 đến 9999 chia hết cho 8 hoặc 12 ?

19. Giả sử tất cả các số điện thoại trên thế giới đều theo quy tắc, bắt đầu bằng mã quốc gia dài từ 1 đến 3 chữ số, tức là có dạng X, XX hoặc XXX ; tiếp theo là 10 chữ số dạng NXX-NXX-XXXX trong đó N có thể nhận giá trị từ 1 đến 6, X biểu thị một chữ số từ 0 đến 9. Theo cách đánh số này, sẽ có tối đa bao nhiêu số điện thoại có thể dùng ?

20. Giả sử tất cả các số điện thoại trên thế giới đều theo quy tắc, bắt đầu bằng mã quốc gia dài từ 1 đến 3 chữ số, tức là có dạng X, XX hoặc XXX ; tiếp theo là 10 chữ số dạng NNX-NXX-XXXX trong đó N có thể nhận giá trị từ 5 đến 9, X biểu thị một chữ số từ 0 đến 9. Theo cách đánh số này, sẽ có tối đa bao nhiêu số điện thoại có thể dùng ?

21. Lớp học có 55 bạn nam và 35 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam bằng số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên và nhiều nhất 10 thành viên.

22. Lớp học có 60 bạn nam và 42 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam bằng số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 4 thành viên và nhiều nhất 8 thành viên.

23. Lớp học có 50 bạn nam và 20 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 2 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên và nhiều nhất 12 thành viên.

24. : Lớp học có 60 bạn nam và 25 bạn nữ. Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn đội văn nghệ của lớp sao cho số bạn nam đúng bằng 2 lần số bạn nữ, biết rằng đội văn nghệ cần ít nhất 3 thành viên và nhiều nhất 9 thành viên.

25. Trong kỳ thi tuyển sinh đại học khối A, các thí sinh thi trắc nghiệm môn Lý và Hóa, mỗi môn thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có đúng 4 phương án trả lời và chỉ được lựa chọn tối đa 1 phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0.2 điểm, câu trả lời sai hoặc không trả lời thì không được điểm.

a) Hãy cho biết có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm môn Lý.

b) Cần có ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia để có ít nhất 10 sinh viên có tổng điểm Lý và Hóa bằng nhau. Biết rằng điểm thi không được làm tròn.

26. Trong kỳ thi tuyển sinh đại học khối A, các thí sinh thi trắc nghiệm môn Lý và Hóa, mỗi môn thi có 40 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có đúng 5 phương án trả lời và chỉ được lựa chọn tối đa 1 phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0.25 điểm, câu trả lời sai hoặc không trả lời thì không được điểm.

a) Hãy cho biết có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm môn Hóa.

b) Cần có ít nhất bao nhiêu thí sinh tham gia để có ít nhất 10 sinh viên có tổng điểm Lý và Hóa bằng nhau, biết rằng điểm thi không được làm tròn.

27. Một bài thi trắc nghiệm có 30 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 5 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 3 điểm, trả lời sai bị trừ 1 điểm, nếu không trả lời thì câu đó nhận 0 điểm. Biết rằng tổng điểm thấp nhất là 0. Hãy cho biết:

a) Có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm (mỗi câu chỉ được chọn tối đa 1 phương án).

b) Cần bao nhiêu sinh viên tham gia thi để đảm bảo có ít nhất 2 sinh viên có cùng kết quả thi.

28. Một bài thi trắc nghiệm có 35 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 3 điểm, trả lời sai bị trừ 1 điểm, nếu không trả lời thì câu đó nhận 0 điểm. Biết rằng tổng điểm thấp nhất là 0. Hãy cho biết:

a) Có bao nhiêu cách điền phiếu trắc nghiệm (mỗi câu chỉ được chọn tối đa 1 phương án).

b) Cần bao nhiêu sinh viên tham gia thi để đảm bảo có ít nhất 2 sinh viên có cùng kết quả thi.

29. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0$

b) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 3, x_3 \leq 5$

30. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 2, x_2 \geq 0, x_3 \geq 4$

b) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 0, x_3 \leq 7$

31. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 14$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 3, x_3 \geq 1$

b) $x_1 \geq 0, x_2 \leq 6, x_3 \geq 3$

32. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

c) $x_1 \geq 2, x_2 \geq 0, x_3 \geq 2$

d) $x_1 \leq 6, x_2 \geq 3, x_3 \geq 0$

33.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 2, a_1 = 6, a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 7$.

34.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 4, a_1 = 8, a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 1 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 6$.

35.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 1, a_1 = 5, a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 7$.

36.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 6, a_1 = 7, a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , kết thúc bằng số 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 6$.

37.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 5, a_1 = 4, a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 7$.

38.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 8, a_1 = 3, a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , kết thúc bằng số 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp.c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 6$.

39.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 5, a_1 = 2, a_n = -3a_{n-1} + 4a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 7$.

40.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 6, a_1 = 9, a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , kết thúc bằng số 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 6$.

41.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 6, a_1 = 9, a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 7$.

41.

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 8, a_1 = 7, a_n = -a_{n-1} + 12a_{n-2} \text{ với } n \geq 2$$

b) Tìm hệ thức truy hồi để tính số các xâu nhị phân độ dài n , kết thúc bằng số 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp.

c) Tính số xâu nhị phân thỏa mãn điều kiện ở câu b với $n = 6$.

42. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = 3a_{n-1}$ với $a_0 = 2$.

b) $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

c) $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 35$.

43. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2$ với $a_0 = 3$.

b) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

c) $a_n = 13a_{n-1} - 22a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 15$.

44. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ với $a_0 = 4$.

b) $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = -3$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 7$ và $a_1 = -4$, $a_2 = 8$.

45. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$.

b) $a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 35$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

46. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$.

b) $a_n = -13a_{n-1} - 22a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 15$.

c) $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 7$ và $a_1 = -4$, $a_2 = 8$.

46. Hãy tìm nghiệm của công thức truy hồi với điều kiện đầu dưới đây:

a) $a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$ và $a_0 = 0$ và $a_1 = 1$.

b) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

c) $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 9$ và $a_1 = 10$, $a_2 = 32$.

47. Phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$$

có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm sao cho

a) $x_i \geq 2$ với $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$?

b) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $x_3 \geq 8$?

c) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$?

d) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$ và $x_3 \geq 8$?

48. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 7 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 7 chữ số có tổng các chữ số là 18;

49. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 9 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 9 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 9 chữ số có tổng các chữ số là 19;

50. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên có 10 chữ số thỏa mãn:

a) Số có 10 chữ số tạo thành một số thuận nghịch;

b) Số có 10 chữ số tạo thành một số thuận nghịch và có tất cả các chữ số đều khác 0;

c) Số có 10 chữ số có tổng các chữ số là 18.

51.

a) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 1 liên tiếp?

b) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n có ít nhất một dãy k số 1 liên tiếp?

52.

a) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 0 liên tiếp?

b) Tìm hệ thức truy hồi và cho điều kiện đầu để tính số các xâu nhị phân độ dài n có ít nhất một dãy k số 0 liên tiếp?

53.

a) Một hệ thống máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số chữ số 1. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 120987045608 là không hợp lệ. Giả sử a_n là số các từ mã độ dài n . Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho a_n ?

b) Giải hệ thức truy hồi $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 3$ và $a_1 = 6$, $a_2 = 0$.

54. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 25$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 \geq 5, x_6 \geq 6$?

b) $2 \leq x_1 \leq 7, 4 \leq x_2 \leq 8, x_3 \geq 5$?

55.

a) Một hệ thống máy tính coi một xâu các chữ số hệ thập phân là một từ mã hợp lệ nếu nó chứa một số lẻ chữ số 0. Ví dụ 1231407869 là hợp lệ, 12098704568 là không hợp lệ. Giả sử a_n là số các từ mã độ dài n . Hãy tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho a_n ?

b) Giải hệ thức truy hồi $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$ và $a_0 = 9$ và $a_1 = 10$, $a_2 = 32$.

56. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 28$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn

a) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 \geq 5, x_6 \geq 6$?

b) $1 \leq x_1 \leq 6, 4 \leq x_2 \leq 9, x_3 \geq 4$?

57. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật giao hoán:

a) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

b) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

58. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật kết hợp

a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

59. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật phân phối

a) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

b) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

60. Dùng bảng chân lý để chứng minh luật De Morgan

a) $\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$

b) $\overline{(p \vee q)} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$

61. Dùng bảng chân lý để chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $(p \wedge q) \rightarrow p$

b) $p \rightarrow (p \vee q)$

c) $\overline{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$

d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

e) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow p$

f) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow q$

62. Dùng bảng chân lý để chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

a) $\overline{[p \wedge (p \vee q)]} \rightarrow q$

b) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

c) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

d) $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

63. Chứng minh các cặp mệnh đề dưới đây là tương đương.

a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$

b) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \overline{q} \rightarrow \overline{p}$

c) $\overline{(p \oplus q)} \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

d) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \overline{(p \leftrightarrow q)}$

64. Không dùng bảng chân lý chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

- a) $(p \wedge q) \rightarrow p$
- b) $p \rightarrow (p \vee q)$
- c) $\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$
- d) $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- e) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow p$
- f) $\overline{(p \rightarrow q)} \rightarrow \bar{q}$

65. Không dùng bảng chân lý chứng minh các mệnh đề kéo theo dưới đây là hằng đúng.

- a) $[p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$
- b) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- c) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
- d) $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

66. Không dùng bảng chân lý, chứng minh các cặp mệnh đề dưới đây là tương đương.

- a) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$
- b) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$
- c) $(p \oplus q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
- d) $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

67. Cho A, B, C là các tập hợp. Chứng minh rằng:

- a) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$
- b) $A - B = A \cap \bar{B}$
- c) $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$
- d) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- e) $(A - B) - C = (A - B) - (B - C)$

68.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 9x_3 + 3x_4 \rightarrow \max, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 10, \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,3,4. \end{cases}$$

69.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \max, \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 12, \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

70.

a) Trình bày thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi?

b) Áp dụng thuật toán nhánh cận giải bài toán cái túi dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$$\begin{cases} 30x_1 + 19x_2 + 13x_3 + 38x_4 + 20x_5 + 6x_6 + 8x_7 + 19x_8 + 10x_9 + 11x_{10} \rightarrow \max, \\ 15x_1 + 12x_2 + 9x_3 + 27x_4 + 15x_5 + 5x_6 + 8x_7 + 20x_8 + 12x_9 + 15x_{10} \leq 62 \\ x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,\dots,10. \end{cases}$$

71. Giải bài toán người du lịch với ma trận chi phí như sau:

∞	31	15	23	10	17
16	∞	24	07	12	12
34	03	∞	25	54	25
15	20	33	∞	50	40
16	10	32	03	∞	23
18	20	13	28	21	∞

72. Giải bài toán người du lịch với ma trận chi phí như sau:

∞	03	93	13	33	09
04	∞	77	42	21	16
45	17	∞	36	16	28
39	90	80	∞	56	07
28	46	88	33	∞	25
03	88	18	46	92	∞

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

T.E.A.M: Nguyễn Hà Giang My, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Trâm

By: Nguyễn Hà Giang My

facebook.com/mec.a.giangmy

1. CM: $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \Rightarrow q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Vậy $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$ 2. CM: $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$	$p \vee (\neg p \wedge q)$	$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$
T	T	F	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T	F
F	F	T	T	T	F	F	T

Vậy $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$ 3. CM: $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

Vậy $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$ 4. CM: $(p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Vậy $(p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ 5. CM: $\neg(p \Rightarrow q) \equiv q \wedge \neg p$

p	q	r	$p \vee r$	$q \Rightarrow (p \vee r)$	$\neg p \wedge q$	$q \wedge \neg p$	$\neg(p \Rightarrow q)$
T	T	T	T	T	F	F	F
T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F	F
F	F	F	F	T	F	F	F

Vậy $\neg(p \Rightarrow q) \equiv q \wedge \neg p$ 6. CM: $(p \vee r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

p	q	r	$(p \vee r) \vee (q \Rightarrow r)$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

Vậy $(p \vee r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

hoặc vị liên kế của hoán vị 568397421

568412379;

568412397;

568412739;

568412793;

8. 1 hoán vị liên kế của hoán vị 458796321

-158912367;

458912376;

458912637;

458912673;

9. 4 hoán vị liên kế của hoán vị 129587642

129624578;

129624587;

129624758;

129624785;

10. 4 hoán vị liên kế của hoán vị 236897541

Nhận gia sư cấp lớp XSTK (kĩ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

1

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang My, Trịnh Hải Thương, Trần Việt Trinh)

236914578; 236914587; 236914758;

11. 4 tổ hợp chập 4 liên kế (2,6,8,9) là

(2,7,8,9); (3,4,5,6);

(Đề không yêu cầu thì không cần nêu thuật toán)

12. 4 tổ hợp chập 4 liên kế (3,5,7,8) là

(3,5,7,9); (3,5,8,9);

13. 4 tổ hợp chập 4 liên kế (4,6,7,9) là

(4,6,8,9); (4,7,8,9);

14. 4 tổ hợp chập 4 liên kế (1,5,6,8) là

(1,5,6,9); (1,5,7,8);

15. ta có 4 trường hợp thỏa mãn

TH 1: Bắt đầu bằng 2 chữ cái, kết thúc 3 chữ số là $26^2 \cdot 10^3$ cách

TH 2: Bắt đầu bằng 3 chữ cái, kết thúc 3 chữ số là $26^3 \cdot 10^3$ cách

TH 3: Bắt đầu bằng 2 chữ cái, kết thúc 4 chữ số là $26^2 \cdot 10^4$ cách

TH 4: Bắt đầu bằng 3 chữ cái, kết thúc 4 chữ số là $26^3 \cdot 10^4$ cách

Suy ra theo nguyên lý cộng, vậy có

$26^2 \cdot 10^3 + 26^3 \cdot 10^3 + 26^2 \cdot 10^4 + 26^3 \cdot 10^4 = 200772000$ biến

16. Tương tự bài 15, ta có

$26^2 \cdot 10^3 + 26^3 \cdot 10^3 + 26^2 \cdot 10^4 + 26^3 \cdot 10^4 = 522007200$ biến

17. Trong khoảng 1000 → 5000 ta có:

- Những số : 6 $\frac{4998-1002}{9} + 1 = 667$ số

- Những số : 9 $\frac{4998-1008}{9} + 1 = 444$ số

- Những số : 6 và 9 $\frac{4998-1008}{9} + 1 = 222$ số

⇒ Theo nguyên lý bù trừ, vậy có $667 + 444 - 222 = 889$ số hoặc 16 hoặc 9

18. Trong khoảng 5000 → 9999

- Số những số : 8 $\frac{9999-5000}{9} + 1 = 622$ số

(Đề bài không nói rõ loại thì vẫn lấy 5000)

Số những số : 12 $\frac{9999-5004}{12} + 1 = 417$ số

Số những số : 8 hoặc : 12 $\frac{9999-5016}{24} + 1 = 208$ số

Theo nguyên lý bù trừ, vậy trong khoảng 5000 → 9999 có

$625 + 417 - 208 = 834$ số : 8 hoặc : 12

19. TH1: X-NXX-NXX-XXXX (X có 10 cách chọn, N có 6 cách chọn)

Theo nguyên lý nhân có $6^4 \cdot 10^3$ cách

TH2: XXX-NXX-NXX-XXXX có $6^4 \cdot 10^3$ cách

TH3: XXX-NXX-NXX-XXXX có $6^4 \cdot 10^3$ cách

⇒ Theo nguyên lý cộng, vậy có tối đa

$6^4 \cdot 10^3 + 6^4 \cdot 10^3 + 6^4 \cdot 10^3 = 3996 \cdot 10^3$ số điện thoại

20. X có 10 cách chọn, N có 6 cách chọn

TH1: X-NNX-NXX-XXXX có $5^4 \cdot 10^4$ cách

Theo nguyên lý nhân có $5^4 \cdot 10^4$ cách

TH2: XXX-NNX-NXX-XXXX có $5^4 \cdot 10^4$ cách

TH3: XXX-NNX-NXX-XXXX có $5^4 \cdot 10^4$ cách

⇒ Theo nguyên lý cộng, vậy có tối đa

$5^4 \cdot 10^4 + 5^4 \cdot 10^4 + 5^4 \cdot 10^4 = 13875 \cdot 10^4$ số điện thoại

21. Có 55 năm, 35 nữ

TH1: 3 năm, 3 nữ $C_{55}^3 \cdot C_{35}^3$ cách

TH2: 4 năm, 4 nữ $C_{55}^4 \cdot C_{35}^4$ cách

TH3: 5 năm, 5 nữ $C_{55}^5 \cdot C_{35}^5$ cách

⇒ Vậy có tất cả là $1147 \cdot 10^9$ cách

22. Có 60 năm, 42 nữ

TH1: 2 năm, 2 nữ $C_{60}^2 \cdot C_{42}^2$ cách

TH2: 3 năm, 3 nữ $C_{60}^3 \cdot C_{42}^3$ cách

TH3: 4 năm, 4 nữ $C_{60}^4 \cdot C_{42}^4$ cách

Vậy có tất cả là $5498 \cdot 10^7$ cách

23. Có 50 năm, 20 nữ

TH1: 4 năm, 2 nữ $C_{50}^4 \cdot C_{20}^2$ cách

By: Nguyễn Hà Giang My

facebook.com/meeA.giangmy

236914785;

(3,4,5,8);

(3,6,7,9);

(5,6,7,9);

(1,5,8,9);

“Nhân gia sự cấp tốc XSTK (kể thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1”

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(25 Bài: Hướng dẫn Giảng dạy, Tập Bài Thường, Trần Việt Trinh)

TH12: 6 nam, 2 nữ

TH13: 8 nam, 4 nữ

Vậy có tất cả là $2619 \cdot 10^6$ cách

24. C30 60 nam, 25 nữ

TH11: 2 nam, 1 nữ

TH12: 4 nam, 2 nữ

TH13: 6 nam, 3 nữ

Vậy có tất cả là $1153 \cdot 10^6$ cách

25. a) 1 câu có 4 phương án. Vậy 1 câu có 5 cách diễn (tính cả cách để trống)

Theo nguyên lý nhân, để 50 câu vậy có 5^{50} cách diễn trắc nghiệm

b) Tổng điểm Lý + Hóa nhận các giá trị từ 0; 0,2; ..., 20 (có 101 giá trị khác nhau)

Gọi A là số học sinh tối thiểu để có ít nhất có 10 sinh viên có tổng điểm 2 môn bằng nhau ($N \in \mathbb{N}^*$)Ta có $\frac{N}{101} > 9 \Leftrightarrow N > 909$. Vậy $N_{\min} = 910$ học sinh

26. a) 1 câu có 5 phương án. Vậy 1 câu có 6 cách diễn (tính cả cách để trống)

Theo nguyên lý nhân, để 40 câu vậy có 6^{40} cách diễn trắc nghiệm

b) Tổng điểm Lý + Hóa nhận các giá trị từ 0; 0,25; ..., 20 (có 81 giá trị khác nhau)

Gọi A là số học sinh tối thiểu để có ít nhất có 10 sinh viên có tổng điểm 2 môn bằng nhau ($N \in \mathbb{N}^*$)Ta có $\frac{N}{81} > 9 \Leftrightarrow N > 729$. Vậy $N_{\min} = 730$ học sinh

27. a) 1 câu 5 phương án. Vậy 1 câu có 6 cách diễn

Theo nguyên lý nhân, để thi có 30 câu, vậy có 6^{30} cách diễn

b) Bài thi có 30 câu

TH1: Trả lời sai 31 câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 10$)

Có thể nhận các điểm 0; 2; 4; ..., 90 (31 giá trị)

TH2: Trả lời sai $(31 + 1)$ câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 9$)

Có thể nhận các điểm 0; 2; 4; ..., 86 (29 giá trị so với TH1)

TH3: Trả lời sai $(31 + 2)$ câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 9$)

Có thể nhận các điểm 0; 1; 4; 7; ..., 82 (28 giá trị so với TH1 và TH2)

 \Rightarrow Điểm sinh viên có thể nhận 1 trong $31 + 29 + 28 = 88$ giá trị khác nhau

Gọi A là số sinh viên thỏa mãn yêu cầu bài toán

 $\frac{A}{88} > 1 \Leftrightarrow A > 88 \Rightarrow A_{\min} = 89$ sinh viên

28. a) 1 câu 4 phương án. Vậy 1 câu có 5 cách diễn

Theo nguyên lý nhân, để thi có 35 câu vậy có 5^{35} cách diễn

b) Bài thi có 35 câu

TH1: Trả lời sai 31 câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 11$)

Có thể nhận các điểm 0; 2; 4; ..., 105 (36 giá trị)

TH2: Trả lời sai $(31 + 1)$ câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 11$)

Có thể nhận các điểm 0; 2; 4; ..., 99 (36 giá trị so với TH1)

TH3: Trả lời sai $(31 + 2)$ câu trong số các câu trả lời ($i = 0; 1; \dots; 11$)

Có thể nhận các điểm 0; 1; 4; 7; ..., 97 (93 giá trị so với TH1 và TH2)

 \Rightarrow Điểm sinh viên có thể nhận 1 trong $36 + 36 + 93 = 103$ giá trị khác nhau

Gọi A là số sinh viên thỏa mãn yêu cầu bài toán

 $\frac{A}{103} > 1 \Leftrightarrow A > 103 \Rightarrow A_{\min} = 104$ sinh viên29. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.a) $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$ Đặt $x_1 = 1 + y_1; x_2 = 3 + y_2; x_3 = y_3$ PT $y_1 + y_2 + y_3 = 9$ (*)Số nghiệm nguyên không âm của (*) là $C_{9+3-1}^{3-1} = 55$

Vậy phương trình có 55 nghiệm thỏa mãn

b) $x_1 \geq 2; x_2 \leq 3; x_3 \leq 5$ Số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$ $N_1 = C_{13-(2+3+0)}^{3-1} = C_{8}^{2} = 66$ nghiệm N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 6$ $N_2 = C_{13}^4 = 15$ nghiệm \Rightarrow Vậy có $N_1 - N_2 = 51$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu30. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.a) $x_1 \geq 2; x_2 \geq 0; x_3 \geq 4$

/// // Nhận giá trị cấp tốc XSTK (kì thu 0), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang My; Trịnh Minh Thương; Trần Việt Tĩnh)

Số nghiệm nguyên không âm là $\frac{C_{15}^{15-(1+0+0)} - C_{15}^{15-(2+1+0)+1} = 55$ nghiệm

b) $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \leq 7$

N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0$

$$N_1 = C_{15}^{15-(1+0+0)} = C_{14}^{14} = 120 \text{ nghiệm}$$

N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 0; x_3 \geq 8$

$$N_2 = C_7^0 = 28 \text{ nghiệm}$$

\Rightarrow Vậy có $N_1 - N_2 = 92$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

31. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 14$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.

a) $x_1 \geq 0; x_2 \geq 3; x_3 \geq 1$

Số nghiệm nguyên không âm là $\frac{C_{11}^{11-(3+1+0)} - C_{11}^{11-(4+1+0)+1} = 66$

Vậy phương trình có 66 nghiệm thỏa mãn

b) $x_1 \geq 0; x_2 \leq 6; x_3 \geq 3$

N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 3$

$$N_1 = C_{11}^{11-(0+0+3)} = C_{11}^{11} = 78 \text{ nghiệm}$$

N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 7; x_3 \geq 3$

$$N_2 = C_4^0 = 15 \text{ nghiệm}$$

\Rightarrow Vậy có $N_1 - N_2 = 63$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

32. Có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ có bao nhiêu nghiệm không âm thỏa mãn.

a) $x_1 \geq 2; x_2 \geq 0; x_3 \geq 2$

Số nghiệm nguyên không âm là $\frac{C_{16}^{16-(2+0+2)} - C_{16}^{16-(3+0+2)+1} = 91$ nghiệm

b) $x_1 \leq 6; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$

N_1 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 0; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$

$$N_1 = C_{16}^{16-(0+3+0)} = C_{13}^{13} = 105 \text{ nghiệm}$$

N_2 là số nghiệm nguyên thỏa mãn: $x_1 \geq 7; x_2 \geq 3; x_3 \geq 0$

$$N_2 = C_9^0 = 28 \text{ nghiệm}$$

\Rightarrow Vậy có $N_1 - N_2 = 77$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

33. a) $a_0 = 2; a_1 = 6; a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 3r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1 \text{ hoặc } r_2 = 2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 1^n + a_2 \cdot 2^n = a_1 + a_2 \cdot 2^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 2 \\ a_1 = a_1 + 2a_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = 4 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = -2 + 4 \cdot 2^n \quad (n \geq 0)$

b) Xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 0 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n chứa 3 số 0 liên tiếp

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 3 số 0 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 0$

• $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu

• $x_{n-1} = 0$ $x_{n-2} = 1$ xâu $(n-3)$ số đầu tiên chứa 3 số 0 liên tiếp a_{n-3}

$x_{n-2} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3} \quad (n \geq 3) \quad (a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0)$

c) n

$$n=0: a_0 = a_0 + a_0 + a_0 + 2^0 = 1$$

$$n=1: a_1 = a_1 + a_1 + a_1 + 2^1 = 3$$

$$n=2: a_2 = a_2 + a_2 + a_2 + 2^2 = 8$$

$$n=3: a_3 = a_3 + a_3 + a_3 + 2^3 = 20$$

$$n=4: a_4 = a_4 + a_4 + a_4 + 2^4 = 47$$

Vậy có 47 xâu độ dài $n=7$ thỏa mãn yêu cầu

34. a) $a_0 = 4; a_1 = 8; a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2 \text{ hoặc } r_2 = -1$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 2^n + a_2 \cdot (-1)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 4 \\ a_1 = 2a_1 - a_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 0 \end{cases}$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^n = 2^{n+2}$$

By: Nguyễn Hà Giang My

facebook.com/mecA.giangmy

*** "Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kí thuộ), LIXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TÀI LIỆU NGUYÊN ĐỒ: Giảng My, Trình Mai Thương, Trần Việt Trình)

Ví dụ nguyên của hth: $a_n = 4 \cdot 2^n$ ($n \geq 0$)

b) Tìm UTTH tính các số nhị phân độ dài n chứa 3 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n là $x_1 x_2 \dots x_{n-2} x_{n-1} x_n$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 3 số 1 liên tiếpXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâuTH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$
 - $x_{n-2} = 0$ xâu $(n-3)$ số đầu tiên chứa 3 số 1 liên tiếp a_{n-3}
 - $x_{n-2} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0$)c) $n = 6$

Ta có

$$a_6 = a_5 + a_4 + a_3 + 2^3 = 0 + 3 + 1 + 2^3 = 20$$

Vậy có 20 xâu độ dài 6 thỏa mãn yêu cầu

35. a) $a_0 = 1; a_1 = 5; a_2 = -a_{n-1} + 6 a_{n-2}$ ($n \geq 2$)Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2$ hoặc $r_2 = -3$ Xây dựng chương trình tổng quát cho (a_n)

$$a_n = a_1 \cdot 2^n + a_2 \cdot (-3)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 1 \\ a_1 = 2 \cdot a_1 - 3 \cdot a_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{6}{5} \\ a_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$ Ví dụ nguyên của hth: $a_n = \frac{6}{5} \cdot 2^n + \frac{-1}{5} \cdot (-3)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân bắt đầu bằng số 1 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 1 là $1 x_2 \dots x_{n-2} x_{n-1} x_n$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếpXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâuTH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn (x_1 luôn bằng 1)

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 1$)c) $n = 7$

Ta có

$$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 2$$

$$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 5$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 0$$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 0$$

$$a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$$

Vậy có 51 xâu độ dài 7 thỏa mãn yêu cầu

36. a) $a_0 = 6; a_1 = 7; a_n = a_{n-1} + 6 a_{n-2}$ ($n \geq 2$)Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = -2$ Xây dựng chương trình tổng quát cho (a_n)

$$a_n = a_1 \cdot 3^n + a_2 \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 6 \\ a_1 = 3 \cdot a_1 - 2 \cdot a_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{19}{5} \\ a_2 = \frac{-1}{5} \end{cases}$ Ví dụ nguyên của hth: $a_n = \frac{19}{5} \cdot 3^n + \frac{-1}{5} \cdot (-2)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân kết thúc bằng số 1 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 1 là $x_1 x_2 \dots x_{n-2} x_{n-1} x_n$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếpXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu tmTH2: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu tm
- $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kỹ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giảng My, Trịnh Mai Thương, Trần Y/oi Tình)

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 1$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$$

$$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mãn ycbt

37. a) $a_0 = 5; a_1 = 4; a_n = a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 2$ hoặc $r_2 = -1$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 \cdot 2^n + a_2 \cdot (-1)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 5 \\ a_1 = 2 \cdot a_1 - a_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot 2^n + 2 \cdot (-1)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 0 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là $0, x_2, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

• $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu

• $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$$

$$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$$

$$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 43$$

Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ thỏa mãn ycbt

38. a) $a_0 = 8; a_1 = 3; a_n = -a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + r - 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1$ hoặc $r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 \cdot 1^n + a_2 \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 8 \\ a_1 = a_1 - 2 \cdot a_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_2 = \frac{23}{3} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = \frac{1}{3} + \frac{23}{3} \cdot (-2)^n$ ($n \geq 0$)

b) Xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 0 và chứa 2 số 1 liên tiếp

Gọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là $x_0, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_3, x_2, 0$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn chứa 2 số 1 liên tiếp

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 0$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu

TH2: $x_n = 1$

• $x_{n-1} = 0$ xâu $(n-2)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu

• $x_{n-1} = 1$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3}$ ($n \geq 3$) ($a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0$)

c) Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$$

$$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mãn ycbt

39. a) $a_0 = 5; a_1 = 4; a_n = -3 \cdot a_{n-1} + 4 \cdot a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 1$ hoặc $r_2 = -4$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 \cdot 1^n + a_2 \cdot (-4)^n \quad (n \geq 0)$$

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 5 \\ a_1 = a_1 - 4 \cdot a_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{22}{5} \\ a_2 = \frac{3}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = \frac{22}{5} + \frac{3}{5} \cdot (-4)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 5 \\ a_1 = a_1 - 4 \cdot a_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{22}{5} \\ a_2 = \frac{3}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = \frac{22}{5} + \frac{3}{5} \cdot (-4)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 5 \\ a_1 = a_1 - 4 \cdot a_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{22}{5} \\ a_2 = \frac{3}{5} \end{cases}$

“Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kì thuật), LTXSTK (kính tế), LTTT, KTS, TRR1”

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TẠM: Nguyễn Hà Giảng My, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Trinh)

By: Nguyễn Hà Giảng My

facebook.com/nhca.giangmy

V3) nghiệm của hth: $u_n = \frac{2^{n+1}}{3} + \frac{1}{3} (-4)^n (n \geq 0)$ b) Xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 1 và chứa 2 số 0 liên tiếpGọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 1 là $x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbtXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâuTH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu bắt đầu bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} (n \geq 3) (a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0)$

c)

Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$ $a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$ $a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$ $a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$ $a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 43$ Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ thỏa mãn ycbt40. a) $a_0 = 6; a_1 = 9; a_2 = 3; a_{n+1} = 4a_n (n \geq 2)$ Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 4$ hoặc $r_2 = -1$.Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$ $a_n = a_1 4^n + a_2 (-1)^n (n \geq 0)$ Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 6 \\ a_1 = 4a_0 - a_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 3 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot 4^n + 3 \cdot (-1)^n (n \geq 0)$ b) Xâu nhị phân độ dài n , kết thúc bằng số 1 và chứa 2 số 0 liên tiếpGọi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 1 là $x_0, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_2, x_1, x_0$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbtXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 1 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu tmTH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc = 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} (n \geq 3) (a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0)$

c)

Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 1$ $a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 3$ $a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 8$ $a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 19$ Vậy có 24 xâu độ dài $n = 6$ thỏa mãn ycbt41. a) $a_0 = 6; a_1 = 9; a_2 = 3; a_{n+1} = 4a_n (n \geq 2)$ Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 3r - 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 4$ hoặc $r_2 = -1$.Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$ $a_n = a_1 4^n + a_2 (-1)^n (n \geq 0)$ Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 6 \\ a_1 = 4a_0 - a_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 15 \\ a_2 = -9 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hth $a_n = 15 \cdot 4^n - 9 \cdot (-1)^n (n \geq 0)$ b) Xâu nhị phân độ dài n , bắt đầu bằng số 0 và chứa 2 số 0 liên tiếpGọi xâu nhị phân độ dài n và bắt đầu bằng số 0 là $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n$ Gọi a_n là số xâu thỏa mãn ycbtXét $n \geq 3$ TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số đầu tiên bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâuTH2: $x_n = 0$

- $x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số đầu bắt đầu bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu
- $x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} (n \geq 3) (a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 1)$

c)

Ta có $a_3 = a_2 + a_1 + 2^0 = 2$

/// "Nhiệm giả sự cấp tốc XSTK (kì thu), LTXSTK (hình tế), LTTT, KTS, TRR1"

7

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang Mỹ, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Trinh)

By: Nguyễn Hà Giang Mỹ

facebook.com/meeA.giangmy

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^1 = 5$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^2 = 11$$

$$a_6 = a_5 + a_4 + 2^3 = 24$$

$$a_7 = a_6 + a_5 + 2^4 = 51$$

Vậy có 43 xâu độ dài $n = 7$ (thỏa mãn yêu cầu)

41. a) $a_0 = 8; a_1 = 7; a_n = -a_{n-1} + 12a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + r - 12 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 3$ hoặc $r_2 = -4$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 \cdot 3^n + a_2 \cdot (-4)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 8 \\ a_1 = 3a_1 - 4a_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{39}{7} \\ a_2 = \frac{17}{7} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = \frac{39}{7} \cdot 3^n + \frac{17}{7} \cdot (-4)^n (n \geq 0)$

b) Xâu nhị phân độ dài n kết thúc bằng số 0 và chứa 2 số 0 liên tiếp

Coi xâu nhị phân độ dài n và kết thúc bằng số 0 là $x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1, x_0$

Gọi a_n là số xâu thỏa mãn yêu cầu

Xét $n \geq 3$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 0$

$x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu tm

$x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} (n \geq 3; a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0)$

c) Ta có

$$a_2 = a_1 + a_0 + 2^0 = 2$$

$$a_3 = a_2 + a_1 + 2^1 = 5$$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^2 = 11$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^3 = 24$$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 5$ thỏa mãn yêu cầu

42. a) Tìm nghiệm của HTH: $a_n = 3a_{n-1}$ với $a_0 = 2$

Ta có $a_n = 3a_{n-1} = 3(3a_{n-2}) = 3^2(3a_{n-3}) = 3^n \cdot a_0$

Vậy nghiệm của HTH: $a_n = 2 \cdot 3^n (n \geq 0)$

b) $a_0 = 0; a_1 = 1; a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 (-2)^n + a_2 \cdot n \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 0 \\ a_1 = -2a_1 - 2a_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = -\frac{n}{2} \cdot (-2)^n (n \geq 0)$

c) $a_0 = 3; a_1 = 35; a_n = 14a_{n-1} - 19a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 14r + 19 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 7$

$$a_n = a_1 \cdot 7^n + a_2 \cdot n \cdot 7^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 3 \\ a_1 = 7a_1 + 7a_2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot 7^n + 2n \cdot 7^n (n \geq 0)$

43. a) Tìm nghiệm của HTH: $a_n = a_{n-1} + 2$ với $a_0 = 3$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2 = a_{n-2} + 2 + 2 = a_{n-3} + 2 + 2 + 2 = \dots = a_0 + 2n$

Vậy $a_n = 3 + 2n (n \geq 0)$

b) $a_0 = 3; a_1 = -3; a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 (-2)^n + a_2 \cdot n \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 3 \\ a_1 = -2a_1 - 2a_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot (-2)^n - \frac{3n}{2} \cdot (-2)^n (n \geq 0)$

TH1: $x_n = 1$ xâu $(n-1)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-1} xâu tm

TH2: $x_n = 0$

$x_{n-1} = 1$ xâu $(n-2)$ số cuối kết thúc bằng 0 và có chứa 2 số 0 liên tiếp có a_{n-2} xâu tm

$x_{n-1} = 0$ có 2^{n-3} xâu thỏa mãn

Vậy $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2^{n-3} (n \geq 3; a_0 = 0; a_1 = 0; a_2 = 0)$

c) Ta có

$$a_2 = a_1 + a_0 + 2^0 = 2$$

$$a_3 = a_2 + a_1 + 2^1 = 5$$

$$a_4 = a_3 + a_2 + 2^2 = 11$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + 2^3 = 24$$

Vậy có 24 xâu độ dài $n = 5$ thỏa mãn yêu cầu

42. a) Tìm nghiệm của HTH: $a_n = 3a_{n-1}$ với $a_0 = 2$

Ta có $a_n = 3a_{n-1} = 3(3a_{n-2}) = 3^2(3a_{n-3}) = 3^n \cdot a_0$

Vậy nghiệm của HTH: $a_n = 2 \cdot 3^n (n \geq 0)$

b) $a_0 = 0; a_1 = 1; a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 (-2)^n + a_2 \cdot n \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 0 \\ a_1 = -2a_1 - 2a_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = -\frac{n}{2} \cdot (-2)^n (n \geq 0)$

c) $a_0 = 3; a_1 = 35; a_n = 14a_{n-1} - 19a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 14r + 19 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 7$

$$a_n = a_1 \cdot 7^n + a_2 \cdot n \cdot 7^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 3 \\ a_1 = 7a_1 + 7a_2 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot 7^n + 2n \cdot 7^n (n \geq 0)$

43. a) Tìm nghiệm của HTH: $a_n = a_{n-1} + 2$ với $a_0 = 3$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2 = a_{n-2} + 2 + 2 = a_{n-3} + 2 + 2 + 2 = \dots = a_0 + 2n$

Vậy $a_n = 3 + 2n (n \geq 0)$

b) $a_0 = 3; a_1 = -3; a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2} (n \geq 2)$

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = r_2 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$$a_n = a_1 (-2)^n + a_2 \cdot n \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 3 \\ a_1 = -2a_1 - 2a_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot (-2)^n - \frac{3n}{2} \cdot (-2)^n (n \geq 0)$

/// "Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kĩ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giảng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trinh)

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot (-2)^n - \frac{2n}{3} \cdot (-2)^n$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 15$; $a_2 = 13$; $a_3 = -22$; $a_4 = 3$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 13r + 22 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 11$ hoặc $r_2 = 2$

$a_n = a_1 11^n + a_2 \cdot 2^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 3 \\ a_1 = 11 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 11^n + 2^{n+1}$ ($n \geq 0$)

44. a) $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ với $a_0 = 4$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2n + 3 = a_{n-2} + 2(n-1) + 3 + 2n + 3$

$$= a_{n-3} + 2[(n-1) + (n-2)] + 3 \cdot 3 = \dots$$

$$= a_0 + 2[n + (n-1) + \dots + 1] + 3n = a_0 + n(n+1) + 3n$$

Vậy $a_n = n^2 + 4n + 4$ ($n \geq 0$)

b) $a_0 = 3$; $a_1 = -3$; $a_2 = -6$; $a_3 = -9$; $a_4 = -12$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 6r + 9 = 0 \Leftrightarrow r_1 = r_2 = -3$

Xây dựng chương trình tổng quát cho $\{a_n\}$

$a_n = a_1(-3)^n + a_2 \cdot n \cdot (-3)^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 = 3 \\ a_1 = -3 \cdot a_1 - 3 \cdot a_2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot (-3)^n - 2n \cdot (-3)^n$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 7$; $a_1 = -4$; $a_2 = 8$; $a_3 = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = 3$ hoặc $r_3 = 1$

$a_n = a_1(-2)^n + a_2 \cdot 3^n + a_3 \cdot 1^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 7 \\ a_1 = -2a_1 + 3a_2 + a_3 = -4 \\ a_2 = 4a_1 + 9a_2 + a_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = 4 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot (-2)^n - 3^n + 5(n \geq 0)$

45. a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2^n = a_{n-2} + 2^{n-1} + 2^n = \dots = a_0 + 2^{n-1} + \dots + 2^1 = a_0 + 2^{n+1} - 2$

Vậy nghiệm của HTH: $a_n = 2^{n+1} - 1$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 15$; $a_2 = 14$; $a_3 = 1$; $a_4 = 4$; $a_5 = 9$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 4r^2 + 9r - 9 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 7$

$a_n = a_1 7^n + a_2 \cdot n \cdot 7^n + a_3 \cdot 1^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 = 7 \cdot a_1 + 7 \cdot a_2 + a_3 = 15 \\ a_2 = 7 \cdot a_1 + 14 \cdot a_2 + a_3 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = 3 \cdot 7^n + 2 \cdot n \cdot 7^n$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 3$; $a_1 = 6$; $a_2 = 0$; $a_3 = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

$a_n = a_1(-1)^n + a_2 \cdot 2^n + a_3 \cdot 1^n$ ($n \geq 0$)

Ta có hệ pt $\begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 = -a_1 + 2a_2 + a_3 = 6 \\ a_2 = a_1 + 4a_2 + a_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = -1 \\ a_3 = 6 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hth $a_n = -2 \cdot (-1)^n - 2^n + 6$ ($n \geq 0$)

46. a) $a_n = a_{n-1} + 2^n$ với $a_0 = 1$

Ta có $a_n = a_{n-1} + 2^n = a_{n-2} + 2^{n-1} + 2^n = \dots = a_0 + 2^{n-1} + \dots + 2^1 = a_0 + 2^{n+1} - 2$

“Nhìn giá sự cấp tốc XSTK (khi thuộ), LTXSTK (kính tở), LTTT, KTS, TRR1”

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang My, Trịnh Mai Thuương, Trần Việt Trinh)

Vậy nghiệm của HTHH: $a_n = 2^{n+1} - 1$ ($n \geq 0$)

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 15$; $a_2 = -13$ $a_{n+1} - 22 a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 13r + 22 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = -11$

$$a_n = a_1(-2)^n + a_2 \cdot (-11)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 = 3 \\ a_1 = -2 \cdot a_1 - 11 \cdot a_2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_2 = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hthh $a_n = \frac{1}{3} \cdot (-2)^n - \frac{8}{3} \cdot (-11)^n$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 7$; $a_1 = -4$; $a_2 = 8$; $a_n = 2a_{n-1} + 5 a_{n-2} - 6a_{n-3}$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$ hoặc $r_2 = 3$ hoặc $r_3 = 1$

$$a_n = a_1(-2)^n + a_2 \cdot 3^n + a_3 \cdot 1^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 7 \\ a_1 = -2a_1 + 3a_2 + a_3 = -4 \\ a_2 = 4a_1 + 9a_2 + a_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = -1 \\ a_3 = 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hthh $a_n = 3 \cdot (-2)^n - 1 \cdot 3^n + 5 \cdot 1^n$ ($n \geq 0$)

46. a) $a_0 = 0$; $a_1 = 1$; $a_n = -4 \cdot a_{n-1} - 4 \cdot a_{n-2}$ ($n \geq 2$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 + 4r + 4 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2$

Xây dựng chương trình tổng quát cho (a_n)

$$a_n = a_1(-2)^n + a_2 \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 = 0 \\ a_1 = -2 \cdot a_1 - 2 \cdot a_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hthh $a_n = -\frac{n}{2} \cdot (-2)^n$ ($n \geq 0$)

b) $a_0 = 3$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$; $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

$$a_n = a_1(-1)^n + a_2 \cdot 2^n + a_3 \cdot 1^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 = -a_1 + 2a_2 + a_3 = 0 \\ a_2 = a_1 + 4a_2 + a_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = -1 \\ a_3 = 6 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hthh $a_n = -2 \cdot (-1)^n - 1 \cdot 2^n + 6 \cdot 1^n$ ($n \geq 0$)

c) $a_0 = 9$; $a_1 = 10$; $a_2 = 32$; $a_n = 7a_{n-1} + 6a_{n-2}$ ($n \geq 3$)

Ta có phương trình đặc trưng: $r^2 - 7r - 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = 8$ hoặc $r_2 = -1$ hoặc $r_3 = -2$

$$a_n = a_1 \cdot 8^n + a_2 \cdot (-1)^n + a_3 \cdot (-2)^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt} \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 9 \\ a_1 = 3a_1 - a_2 - 2a_3 = 10 \\ a_2 = 9a_1 + a_2 + 4a_3 = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_2 = 6 \\ a_3 = -3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hthh $a_n = 4 \cdot 8^n + 6 \cdot (-1)^n - 3 \cdot (-2)^n$ ($n \geq 0$)

$$47. x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$$

a) $x_i \geq 2$ với $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$PT \Leftrightarrow (x_1 - 2) + (x_2 - 2) + (x_3 - 2) + (x_4 - 2) + (x_5 - 2) + (x_6 - 2) = 12$$

$$\text{Đặt } y_i = x_i - 2 \quad (i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\})$$

$$\Leftrightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 12 \quad (y_i \geq 0)$$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_{12}^{12} = 6188$ nghiệm

b) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $x_3 \geq 8$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1$; $x_3 \geq 8$; $x_2, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{15}^{15} = 15504$.

*** "Nhận gia sư cấp tốc XSTK (hỗ trợ), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

16

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giảng My, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Tiến)

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 6; x_2 \geq 8; x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_2 = C_{15}^{18} = 3003$.

Vậy có $N_1 - N_2 = 12501$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

c) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{15}^{20}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 8; x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_2 = C_{15}^{18}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 6; x_2 \geq 3; x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_3 = C_{15}^{18}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 6; x_2 \geq 8; x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_4 = C_{15}^{18}$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 25125$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

d) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$ và $x_3 \geq 8$

N_1 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 3; x_3 \geq 8; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_1 = C_{13}^{17}$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 1; x_2 \geq 8; x_3 \geq 8; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_2 = C_{12}^{17}$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 6; x_2 \geq 3; x_3 \geq 8; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_3 = C_{12}^{17}$

N_4 là số nghiệm thỏa mãn: $x_1 \geq 6; x_2 \geq 8; x_3 \geq 8; x_4, x_5, x_6 \geq 0$ là $N_4 = C_{11}^{17}$

Vậy có $N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = 4625$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

48. n) Số có 7 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Chọn số tìm yêu cầu là $abcdeba$

Chọn a ($a \neq 0$): 9 cách; Chọn b: 10 cách; Chọn c: 10 cách; Chọn d: 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9 \cdot 10^4 = 90000$ số tìm

Có 7 chữ số thuận nghịch khác nhau có chữ số 0

Có 7 chữ số thuận nghịch khác nhau có chữ số 0

Chọn a: 9 cách; Chọn b: 9 cách; Chọn c: 9 cách; Chọn d: 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^4 = 6561$ số tìm

c) Số có 7 chữ số có tổng các chữ số là 18

Ta có $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 18$ ($1 \leq x_1 \leq 9; 0 \leq x_i \leq 9, i=2,7$)

N_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1; 0 \leq x_i \leq 9, i=2,7$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1; x_2 \geq 10, i=2,7$

N_3 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1; x_2 \geq 10, x_7 \geq 0 \forall i \neq 1, i$

Ta có $B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = B_6 = B_7 = C_{13}^{17}$

Như vậy: $N_1 - B_2 - B_3 - B_4 - B_5 - B_6 - B_7 = A_1 - 6B_2 = C_{13}^{17} - 6C_{13}^{17} = 90651$

“Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kì thuộ), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1”

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang Mỹ; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Tinh)

 N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_i \geq 10; 0 \leq x_i \leq 9, i=2,3,4,5,6,7$ Tương tự $N_1, N_2 = C_{14}^8 = 6.0 = 3003$ Vậy có $N_1 - N_2 = 87648$ nghiệm thỏa mãn ycbt

49. a) Số có 9 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$ Chọn a ($a \neq 0$): 9 cách; Chọn b: 10 cách; Chọn c: 10 cách;

Chọn d: 10 cách; Chọn e: 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9 \cdot 10^4 = 90000$ số tm

b) Số 9 chữ số thuận nghịch, tất cả các chữ số khác 0

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$; $a,b,c,d,e \neq 0$

Chọn a: 9 cách; Chọn b: 9 cách; Chọn c: 9 cách;

Chọn d: 9 cách; Chọn e: 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^5 = 59049$ số tm

c) Số có 9 chữ số có tổng các chữ số là 19

Ta có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 19$ ($1 \leq x_i \leq 9, 0 \leq x_i \leq 9, i=2,9$) N_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_i \geq 1; 0 \leq x_i \leq 9, i=2,9$ A_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_i \geq 1; x_i \geq 0, i=2,9$ B_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_i \geq 1; x_i \geq 10, x_i \geq 0 \forall j \neq 1,2$ Ta có $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = B_6 = B_7 = B_8 = B_9 = C_{18}^1$ $N_1 = A_1 - (B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 + B_7 + B_8 + B_9) = A_1 - 8 \cdot B_1 = C_{18}^8 - 8C_{18}^1 = 1459315$ N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_i \geq 10; 0 \leq x_i \leq 9, i=2,9$ Tương tự $N_1, N_2 = C_{17}^8 = 8.0 = 24310$ Vậy có $N_1 - N_2 = 143505$ nghiệm thỏa mãn ycbt

50. a) Số có 9 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch

Gọi số tm ycbt là $\overline{abcdedcba}$ Chọn a ($a \neq 0$): 9 cách; Chọn b: 10 cách; Chọn c: 10 cách;

Chọn d: 10 cách; Chọn e: 10 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9 \cdot 10^4 = 90000$ số tm

b) Số 10 chữ số thuận nghịch, tất cả các chữ số khác 0

*** Nhận giữ sự cấp tốc XSTK (kể thuộ), LTKSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1 ***

13

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giảng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Hùng)
 Gợi ý số in đậm là đáp án đúng; a, b, c, d, e ≠ 0

By: Nguyễn Hà Giảng My
facebook.com/meeA.giangmy

Chọn a: 9 cách; Chọn b: 9 cách; Chọn c: 9 cách;

Chọn d: 9 cách; Chọn e: 9 cách;

Theo nguyên lý nhân, vậy có tất cả $9^5 = 59049$ số tm

c) Số có 9 chữ số có tổng các chữ số là 18

Tn có: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 18$ ($1 \leq x_i \leq 9$; $0 \leq x_i \leq 9$, $i=2,10$)

N_1 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 1$; $0 \leq x_i \leq 9$, $i=2,10$

$$N_1 = C_{17}^8 - 9C_{16}^8 = 3021590$$

N_2 là số nghiệm thỏa mãn $x_1 \geq 10$; $0 \leq x_i \leq 9$, $i=2,10$

$$\text{Thương tự } N_1, N_2 = C_{17}^8 - 9 \cdot 0 = 24310$$

Vậy có $N_1 - N_2 = 2997280$ nghiệm thỏa mãn ycbt

31. a) Các xâu nhị phân độ dài n và không có k số 1 liên tiếp

Dãy xâu thỏa mãn ycbt là x_1, x_2, \dots, x_n ($n \geq k$)

Gọi a_n là số các xâu độ dài n và không có k số 1 liên tiếp.

T111: $x_n = 0$ xâu (n-1) số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu thỏa mãn

T112: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu (n-2) số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu tm.
- $x_{n-1} = 1$
- $x_{n-2} = 0$ xâu (n-3) số đầu không có k số 1 liên tiếp có a_{n-3} xâu tm.
- $x_{n-2} = 1$

Vậy có KTTT: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_{n-k}$ ($n \geq k$); $a_0 = 1$; $a_1 = 2$; $a_2 = 3$; $a_3 = 4$

b) Các xâu nhị phân độ dài n và có ít nhất một dãy k số 1 liên tiếp

Gọi b_n là số các xâu độ dài n và có ít nhất một dãy k số 1 liên tiếp

T111: $x_n = 0$ xâu (n-1) số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-1} xâu thỏa mãn

T112: $x_n = 1$

- $x_{n-1} = 0$ xâu (n-2) số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-2} xâu thỏa mãn
- $x_{n-1} = 1$
- $x_{n-2} = 0$ xâu (n-3) số đầu có ít nhất k số 1 liên tiếp có a_{n-3} xâu tm.
- $x_{n-2} = 1$

Vậy có KTTT: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_{n-k}$ ($n \geq k+1$)

(Dùng 1 ≤ k ≤ 9; $a_0 = 1$; $a_1 = 2$; $a_2 = 3$; $a_3 = 4$)

32. a) (thầy lập, thầy 0=1)

b) Các xâu nhị phân độ dài n có chẵn số 1 (có thể có không số 1)

Gọi a_n là số xâu độ dài n thỏa mãn ycbt

T111: $x_n \neq 1$

T112: $x_n = 1$ xâu (n-1) số đầu tiên có chẵn số 1: $9 \cdot a_{n-1}$ xâu tm

T113: $x_n = 1$ xâu (n-1) số đầu tiên có lẻ số 1: $10^{n-1} - a_{n-1}$ xâu tm

Vậy $a_n = 9 \cdot a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1} = 8 \cdot a_{n-1} + 10^{n-1}$ ($n \geq 2$)

($a_0 = 1$; $a_1 = 2$)

33) $a_0 = 3$; $a_1 = 5$; $a_2 = 0$; $a_3 = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ ($n \geq 3$)

Phương trình đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - r + 2 = 0 \Rightarrow r_1 = -1$ hoặc $r_2 = 2$ hoặc $r_3 = 1$

⇒ Nghiệm gia sư cấp tốc XSTK (kì thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giang Mỹ, Trịnh Mai Thuương, Trần Việt Tinh)

$$\begin{aligned} a_n &= a_1(-1)^n + a_2 \cdot 2^n + a_3 \cdot 1^n \quad (n \geq 0) \\ \text{Ta có hệ pt: } \begin{cases} a_0 = a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 = -a_1 + 2a_2 + a_3 = 6 \\ a_2 = a_1 + 4a_2 + a_3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = -1 \\ a_3 = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của lth: $a_n = -2 \cdot (-1)^n - 2^n + 6 \quad (n \geq 0)$

$$54. x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 25$$

$$a) x_i \geq 1 \text{ với } i = \overline{1, 6};$$

$$PT \Leftrightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 2) + (x_3 - 3) + (x_4 - 4) + (x_5 - 5) + (x_6 - 6) = 4$$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_{14}^6 = 126$ nghiệm

$$b) 2 \leq x_1 \leq 7 \text{ và } 4 \leq x_1 \leq 8 \text{ và } x_3 \geq 5$$

$$N_1 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 2; x_2 \geq 4; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_1 = C_{14}^6$$

$$N_2 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 2; x_2 \geq 9; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_2 = C_{14}^6$$

$$N_3 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 8; x_2 \geq 4; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_3 = C_{14}^6$$

$$N_4 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 8; x_2 \geq 9; x_3 \geq 5; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_4 = C_{14}^6$$

$$\text{Vậy có } N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = C_{14}^6 - C_{14}^6 - C_{14}^6 + C_{14}^6 = 8395 \text{ nghiệm thỏa mãn yêu cầu}$$

55. a) Xấu thập phần độ dài n có lẻ số 0

Đặt xấu thập phần độ dài n là x_1, x_2, \dots, x_n

Coi a_n là số xấu thập phần độ dài n thỏa mãn yêu cầu

$$Xấu n \geq 2$$

$$TH1: x_n \neq 0: (n-1) \text{ số đầu có lẻ số 0: } \varphi(a_{n-1}) \text{ xấu tm}$$

$$TH2: x_n = 0: (n-1) \text{ số đầu có chẵn số 0: } 10^{n-1} - a_{n-1} \text{ xấu tm}$$

$$\text{Vậy } a_n = 9a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1} = 8a_{n-1} + 10^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$$(a_0 = 0; a_1 = 1)$$

$$b) a_0 = 7; a_1 = -4; a_2 = 8; a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3} \quad (n \geq 3)$$

$$\text{Ta có phương trình đặc trưng: } r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0 \Leftrightarrow r_1 = -2 \text{ hoặc } r_2 = 3 \text{ hoặc } r_3 = 1$$

$$a_n = \alpha_1(-2)^n + \alpha_2 \cdot 3^n + \alpha_3 \cdot 1^n \quad (n \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ pt: } \begin{cases} a_0 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 7 \\ a_1 = -2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3 = -4 \\ a_2 = 4\alpha_1 + 9\alpha_2 + \alpha_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ \alpha_2 = -1 \\ \alpha_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy nghiệm của lth: } a_n = 3 \cdot (-2)^n - 3^n + 5 \cdot 1^n \quad (n \geq 0)$$

$$56. x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 28$$

$$a) x_i \geq 1 \text{ với } i = \overline{1, 6};$$

$$PT \Leftrightarrow (x_1 - 1) + (x_2 - 2) + (x_3 - 3) + (x_4 - 4) + (x_5 - 5) + (x_6 - 6) = 7$$

Số nghiệm nguyên không âm của pt là $C_{14}^6 = 792$ nghiệm

$$b) 1 \leq x_1 \leq 6 \text{ và } 4 \leq x_1 \leq 9 \text{ và } x_3 \geq 4$$

$$N_1 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 1; x_2 \geq 4; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_1 = C_{14}^6$$

$$N_2 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 1; x_2 \geq 10; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_2 = C_{14}^6$$

$$N_3 \text{ là số nghiệm thỏa mãn: } x_1 \geq 7; x_2 \geq 4; x_3 \geq 4; x_4, x_5, x_6 \geq 0 \text{ là } N_3 = C_{14}^6$$

*** Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kĩ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1 **

1-1

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(12224, Nguyễn Thị Cẩm My, Trại Huấn Luyện, Trại Huấn Luyện)

N_1 là số nguyên thỏa mãn: $S_1 \geq 7$; $S_2 \geq 10$; $S_3 \geq 4$; $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ là $N_4 = C_{12}^7$

By: Nguyễn Hà Giang My

facebook.com/moea.hiangmy

Vậy có $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = C_{12}^7 - C_{12}^6 - C_{12}^5 + C_{12}^4 = 26160$ nghiệm thỏa mãn yêu cầu

57. a) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ b) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$	$p \wedge q$	$q \wedge p$
T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	F

58. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

59. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

60. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

61. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

62. a) $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ b) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

*** Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kì thuộ), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1 ***

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Tiến)

By: Nguyễn Hà Giáng My

facebook.com/meeA.giangmy

61. CM các mệnh đề T

a) $(p \wedge q) \Rightarrow p$ q) $p \Rightarrow \neg p$ c) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ d) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ f) $\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg q$ b) $p \Rightarrow (p \vee q)$ e) $\neg(r \Rightarrow \dots)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$
T	T	F	F	T	T	T	F
T	F	F	T	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	T	T	F	F	T	F

$(p \wedge q) \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	$\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$	$\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$	$\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg q$
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	T	T

Vậy các mệnh đề $\equiv T$ 62. CM các mệnh đề $\equiv T$ a) $\neg p \wedge (p \vee q) \Rightarrow q$ c) $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ d) $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow r$

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$\neg p \wedge (p \vee q)$	$[\neg p \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$
T	T	F	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	MD b)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

p	q	r	$p \Rightarrow r$	$q \Rightarrow r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$	MD d
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	F	T
F	F	F	T	T	F	F	T

63.

a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ Ta có: $p \Rightarrow q$ $\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ Ta có: $p \Rightarrow q$ $\equiv \neg p \vee q$

/// Nhận giả sử cấp tốc XSTK (kí thuậ), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

16

facebook.com/meeA.piangmy

[illegible]

$\begin{aligned} & \text{a) } (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ & \text{TA } \text{De Morgan} \Leftrightarrow q \\ & \quad \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \\ & \quad \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \\ & \quad \equiv [(\neg p \vee q) \wedge \neg q] \vee [(\neg p \vee q) \wedge p] \\ & \equiv [(\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)] \vee [(\neg p \wedge p) \vee (p \wedge q)] \\ & \quad \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{b) } (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \\ & \text{TA } \text{CP } p \Rightarrow q \\ & \quad \equiv \neg p \vee q \\ & \quad \equiv \neg (\neg q) \vee \neg p \\ & \quad \equiv \neg q \Rightarrow \neg p \\ & \text{VTA } (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) \end{aligned}$
--	--

17

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RÁC 1

By: Nguyễn Hà Giảng Mỹ

facebook.com/meeA_giangmy

(TEAM: Nguyễn Hà Giảng Mỹ, Trịnh Mai Thuương, Trần Việt Trung)

<p>Vậy $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$</p> <p>c) $\neg(p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$</p> <p>ta có $\neg(p \oplus q)$</p> $\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ $\equiv [(p \wedge q) \vee \neg p] \wedge [(p \wedge q) \vee \neg q]$ $\equiv [(p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee q)] \wedge [(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg q)]$ $\equiv (p \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q)$ $\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ $\equiv (p \Leftrightarrow q)$ <p>Vậy $\neg(p \oplus q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$</p>	<p>d) $\neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$</p> <p>Ta có $\neg(p \Leftrightarrow q)$</p> $\equiv \neg(p \Rightarrow q) \vee \neg(q \Rightarrow p)$ $\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$ $\equiv [(p \wedge \neg q) \vee q] \wedge [(p \wedge \neg q) \vee \neg p]$ $\equiv [(p \vee q) \wedge (\neg q \vee q)] \wedge [(p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q)]$ $\equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ $\equiv (\neg p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg p)$ $\equiv (\neg p \Leftrightarrow q)$ <p>Vậy $\neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow q)$</p>
---	---

67. A, B, C là các tập hợp

$$a) (B \setminus A) \cup (C \setminus A) = (B \cup C) \setminus A$$

$$\text{Giả sử } x \in (B \setminus A) \cup (C \setminus A)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in B \setminus A \\ x \in C \setminus A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \\ x \notin A \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \cup C \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (B \cup C) \setminus A$$

$$\Rightarrow (B \setminus A) \cup (C \setminus A) \subseteq (B \cup C) \setminus A \quad (1)$$

$$\text{Giả sử } x \in (B \cup C) \setminus A$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \cup C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \\ x \notin A \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \setminus A \\ x \notin A \\ x \in C \setminus A \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (B \setminus A) \cup (C \setminus A)$$

$$\Rightarrow (B \cup C) \setminus A \subseteq (B \setminus A) \cup (C \setminus A) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (B \setminus A) \cup (C \setminus A) = (B \cup C) \setminus A$$

$$b) A \setminus B = A \cap \bar{B}$$

$$\text{Giả sử } x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \cap \bar{B}$$

$$\Rightarrow (A \setminus B) \subseteq (A \cap \bar{B}) \quad (1)$$

$$\text{Giả sử } x \in (A \cap \bar{B}) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \setminus B$$

$$\Rightarrow (A \cap \bar{B}) \subseteq (A \setminus B) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (A \setminus B) = (A \cap \bar{B})$$

$$c) (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$$

$$\text{Giả sử } x \in (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \cap \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \Leftrightarrow x \in A$$

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \subseteq A \quad (1)$$

$$\text{Giả sử } x \in A \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \cap \bar{B} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$$

$$d) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$\text{Giả sử } x \in A \cup (B \cap C) \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \cap C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cup B \\ x \in C \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cap C \quad (1)$$

$$\text{Giả sử } x \in (A \cup B) \cap C \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cup B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \cap C \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in A \cup (B \cap C) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

/// "Nhật gia sư cấp tốc XSTK (kỹ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

18

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

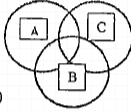
(Trích: Nguyễn Hà Giảng My; Tài liệu: Thương Trình Việt Tính)

(1), (2) $\Rightarrow A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup C$

$C \setminus (A \cap B) \setminus C = (A \setminus B) \setminus (B \setminus C)$

Để hai sai

Minh họa



Ta có VP = $(A \setminus B) \cap (B \setminus C)$

$= (A \cap \bar{B}) \cap (B \cap \bar{C})$

$= (A \cap \bar{B}) \cap (\bar{B} \cup C)$

$= [(A \cap \bar{B}) \cap \bar{B}] \cup [(A \cap \bar{B}) \cap C]$

$= (A \cap \bar{B}) \cup [(A \cap \bar{B}) \cap C]$

$= A \cap \bar{B}$

$= A \setminus B \quad \text{VT}$

Để bài sai

68. n) Có n đồ vật, trọng lượng đồ vật j là a_j Giá trị sử dụng đồ vật j là c_j

Trọng lượng túi đã cho là b

Đ1: Sơ các đồ vật tìm

$$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \dots \geq \frac{c_n}{a_n}$$

Đ2: (Lập) Lập trên các bài toán bộ phận cấp $k = 1, 2, 3, \dots, n$

Giá trị sử dụng của k đồ vật trong túi

$$\phi_k = \sum_{i=1}^k c_i x_i$$

Trọng lượng còn lại trong túi

$$b_k = b - \sum_{i=1}^k a_i x_i$$

Cần trên của phương án bộ phận cấp k

$$g(x_1, x_2, \dots, x_k) = \phi_k + b_k \cdot \frac{c_{k+1}}{a_{k+1}}$$

Đ3: Trả lại kết quả PATU và GTTU tìm được

Thuật toán: Branch_and_Bound (k)

(for $j = \lfloor b_k/a_k \rfloor; j \geq 0; j--$) $x_k = j;$

$$\delta_k = \phi_k + c_k \cdot x_k;$$

$$b_k = b_k - a_k \cdot x_k;$$

if $(k = n)$ Giải quyết (đến đây là OPT)else if $(\delta_k > \phi_{\text{best}})$ Branch_and_Bound ($k+1$);

$$\delta_k = \delta_k - c_k \cdot x_k;$$

$$b_k = b_k + a_k \cdot x_k;$$

b) Giải bài toán tối ưu

$$5x_1 + x_2 + 9x_3 + x_4 \rightarrow \text{max}$$

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 10$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Ta có: $10 \geq a_1, c_1 = 5; c_2 = 1; c_3 = 9; c_4 = 3;$ $a_1 = 4; a_2 = 2; a_3 = 7; a_4 = 3;$

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{5}{4} > \frac{c_2}{a_2} = \frac{1}{2} > \frac{c_3}{a_3} = \frac{9}{7} > \frac{c_4}{a_4} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

$$\frac{c_1}{a_1} > \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_3}{a_3} > \frac{c_4}{a_4}$$

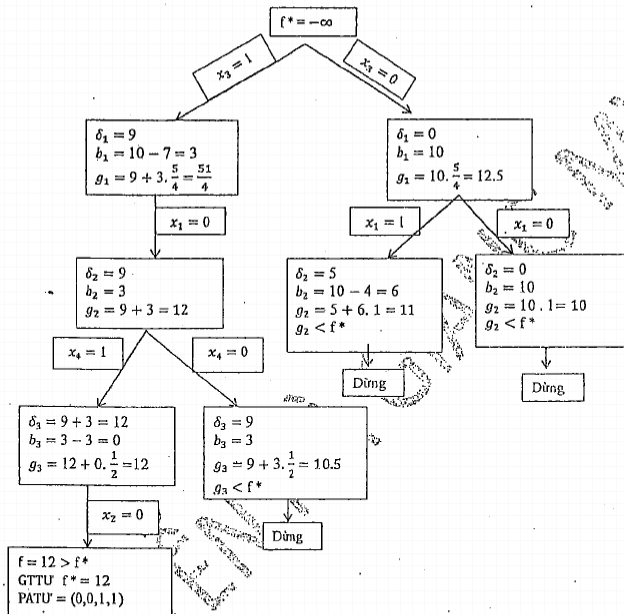
By: Nguyễn Hà Giảng My

facebook.com/meeA.giangmy

"Nhận giữ sự cấp tốc XSTK (kỹ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1"

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giương Mỹ; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Trinh)

By: Nguyễn Hà Giương Mỹ
facebook.com/mec4.giangmyVậy PATU $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*) = (0, 0, 1, 1)$ 69. a) $\approx 68, a)$

b) Áp dụng thuật toán

 $\max z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$ $6x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 12$ $(0, 1); j = 1, 2, 3, 4$ Ta có $b = 12, n = 4; c_1 = 7; c_2 = 3; c_3 = 2; c_4 = 1;$ $a_1 = 5; a_2 = 3; a_3 = 6; a_4 = 4;$ Ta lại có: $\frac{c_1}{a_1} = \frac{7}{5} > \frac{c_2}{a_2} = \frac{3}{3} > \frac{c_3}{a_3} = \frac{2}{6} > \frac{c_4}{a_4} = \frac{1}{4}$ GTTU $f^* = 12$ $f^* = -\infty$

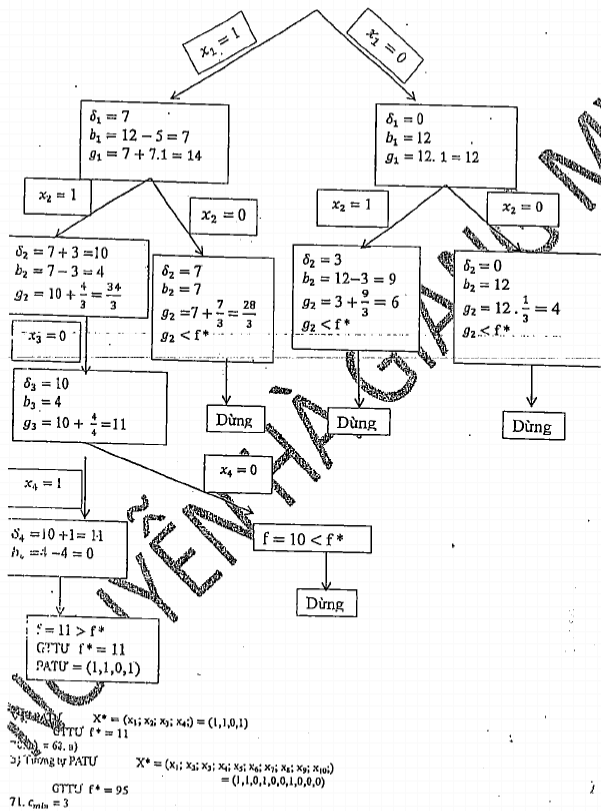
/// Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kì thi), LTXSTK (hình vẽ), LTTT, KTS, TRR1"

20

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My, Trịnh Mai Thương, Trần Việt Trinh)

By: Nguyễn Hà Giáng My

facebook.com/meeA.giangmy

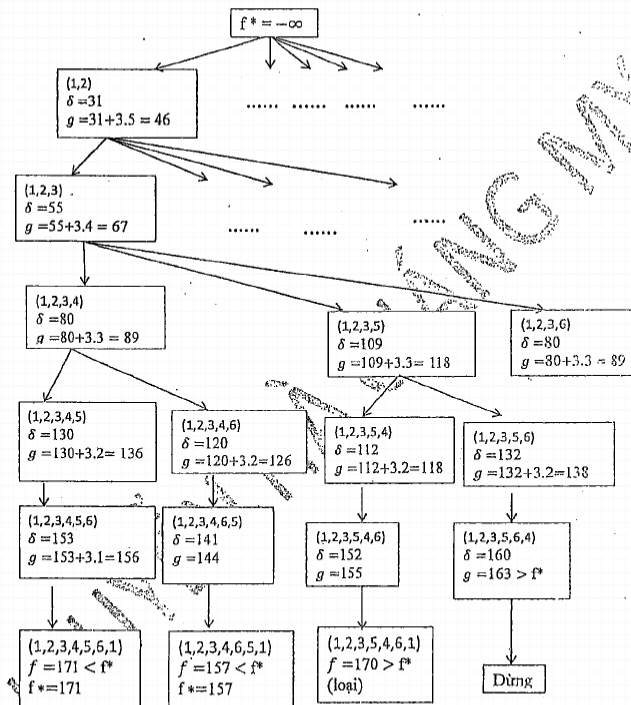
Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kỹ thuật), LTXSTK (kinh tế), LTTT, KTS, TRR1

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 1

(TEAM: Nguyễn Hà Giáng My; Trịnh Mai Thương; Trần Việt Tĩnh)

By: Nguyễn Hà Giáng My

facebook.com/meeA.giangmy



KL đường đi tối ưu (1,6,3,2,5,4,1)
GTTU $f^* = 63$

72. tương tự (thường trong đề cho ma trận cấp 4 hoặc 5 thời

“Nhận gia sư cấp tốc XSTK (kì thu 0), LTXSTK (kính tế), LTTT, KTS, TRR1”

22

**HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH
VIỄN THÔNG**
Môn: **TOÁN RỜI RẠC 1**

Bài 1: Chương trình liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n.

```
#include<iostream>
#include<math.h>
using namespace std;
void gen(int A[], int n)
{
    ++A[n-1];
    for(int i = n - 1; i > 0; --i)
    {
        if (A[i] > 1)
        {
            ++A[i-1];
            A[i] -= 2;
        }
    }
}
```

```
void xuat(int A[], int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cout<<A[i];
    cout<<endl;
}

int main()
{
    int n;
    cout<<"Liet ke cac xau nhi phan co do dai n = ";
    cin>>n;
    int *A = new int[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) A[i] = 0;
    for (int i = 0; i < pow(2, n); i++)
    {
        xuat(A, n);
        gen(A, n);
    }
}
```

Bài 2: Chương trình liệt kê các tổ hợp chập k của n phần tử.

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
int a[100000] ;
int k, n;
void printResult()
{
    for(int i = 1; i <= k; i++)
    {
        cout<<a[i]<<" ";
    }
    cout<<endl;
}
void backtrack(int i)
{
    for(int j = a[i-1] + 1; j <= n - k + i; j++)
    {
        a[i] = j;
        if(i == k)
        {
            printResult();
        }
        else
        {
            backtrack(i+1);
        }
    }
}
```

```

    }

}

}

void toHop()
{
    if(k >= 0 && k <= n)
    {
        a[0] = 0;
        backtrack(1);
    }
    else
    {
        cout<<"Loi: Khong thoa man dieu kien 0 <= k <= n "<<endl;
    }
}

}

int main()
{
    cout<<"Vui long nhap n va k thoa man 0 <= k <= n:\nn = "; cin>>n;
    cout<<"k = "; cin>>k;
    cout<<"\nCac to hop chap "<<k<<" cua "<<n<<" phan tu la:\n";
    toHop();
}

```

```
    return 0;  
}
```

Bài 3: Chương trình liệt kê các hoán vị của n phần tử.

```
#include<iostream>  
#define MAX 20  
using namespace std;  
int n;  
int Bool[MAX] = { 0 };  
int A[MAX];  
void xuat()  
{  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        cout<<A[i]<<" ";  
    cout<<endl;  
}  
void Try(int k)  
{  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
    {  
        if (!Bool[i])  
        {
```

```
A[k] = i;
Bool[i] = 1;
if (k == n)
    xuat();
else
    Try(k + 1);
Bool[i] = 0;
}
}
}
int main()
{
    cout<<"Nhap n = ";
    cin>>n;
    cout<<"\nCac hoan vi cua "<<n<<" phan tu la:\n";
    Try(1);
    return 0;
}
```