

**Câu 1.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố của một phép thử. Biết rằng  $P(A) = 0,4$  và  $P(B|A) = 0,3$ , giá trị của  $P(AB)$  bằng

- A. 0,1.      B. 0,75.      C. 0,12.      D. 0,7.

HD: Sử dụng công thức:  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ , suy ra  $P(AB) = P(B)P(A|B) = \dots$

□

**Câu 2.** Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 bằng

- A. 0,3.      B. 0,5.      C. 0,2.      D. 0,15.

Trong các thẻ đánh số từ 1 đến 20 các thẻ đánh số lẻ và chia hết cho 3 là 3; 9; 15. Vậy xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 là  $\frac{3}{20} = 0,15$ .

□

**Câu 3.** Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Người ta lấy lần lượt không hoàn lại từng sản phẩm để kiểm tra cho đến khi gặp phế phẩm thì dừng lại. Xác suất dừng lại ở lần kiểm tra thứ ba là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

- A. 0,1.      B. 0,537.      C. 0,268.      D. 0,089.

HD: Gọi  $A_i$  là biến cố "lấy được 1 sản phẩm không phải là phế phẩm ở lần thứ  $i$ ". Số sản phẩm ko là phế phẩm là  $20 - 2 = 18$ . Tính  $P(A_1 A_2 \overline{A_3}) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(\overline{A_3}|A_1 A_2) = \frac{18}{20} \cdot \frac{17}{19} \cdot \frac{2}{18} = \dots$

□

**Câu 4.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X = x$	-1	0	1	2
$P(X = x)$	0,3	0,1	0,4	0,2

Giá trị của  $P(X = 1,5)$  bằng

- A. 0,3.      B. 0.      C. 0,4.      D. 0,1.

HD: Nếu  $X$  rời rạc thì  $P(X = x_i) > 0$  nếu  $x_i$  là giá trị mà  $X$  nhận và  $P(X = x_j) = 0$  nếu  $x_j$  không phải là giá trị mà  $X$  nhận

Ta thấy  $R_X = \{-1, 0, 1, 2\}$ . Suy ra  $1,5 \notin R_X$ ; hay  $P(X = 1,5) = 0$ .

□

**Câu 5.** Đo chỉ số TDS trong nước máy ở khu A (đơn vị: ppm) của 7 mẫu thử từ các hộ gia đình ta thu được 179, 184, 171, 249, 277, 194, 155. Giá trị của kỳ vọng của mẫu đã cho là (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

- A. 201,3.      B. 43,6.      C. 201,2.      D. 40,3.

HD: Ta có  $\bar{x} = \frac{179 + 184 + 171 + 249 + 277 + 194 + 155}{7} = \dots$

□

**Câu 6.** Khảo sát ngẫu nhiên một số bao gạo trong kho A, người ta tính được trọng lượng trung bình của các bao gạo bằng 10 kg và độ lệch chuẩn  $S$  của mẫu có giá trị bằng 0,2 kg. Giá trị của phương sai mẫu hiệu chỉnh bằng

- A. 0,2.      B. 10.      C. 0,04.      D. 100.

HD: Phương sai hiệu chỉnh là  $S^2$  và  $S$  là độ lệch chuẩn của mẫu. Ta có  $S = 0,2$ ; suy ra  $S^2 = 0,2^2 = \dots$

□

**Câu 7.** Khảo sát ngẫu nhiên 5000 người trong độ tuổi lao động tại khu vực  $X$  thì thấy có 126 người thất nghiệp. Tỷ lệ phần trăm người thất nghiệp trong mẫu bằng

- A. 0,0252%.    **B. 2,52%.**    C. 25,2%.    D. 0,252%.

HD: Tỷ lệ phần trăm người thất nghiệp  $= \frac{126}{5000} \cdot 100\% = \dots$

□

**Câu 8.** Biết rằng khoảng tin cậy 95% của tuổi thọ trung bình của loài con trùng  $A$  có dạng  $(1,5; 3,5)$ , tuổi thọ trung bình của loài côn trùng này trong mẫu bằng

- A. 3,5.    **B. 2,5.**    C. 2.    D. 1,5.

HD: Khoảng tin cậy cho kỳ vọng  $\mu$  có dạng  $(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon)$ ; với  $\bar{x}$  là trung bình mẫu và  $\varepsilon$  là độ chính xác của khoảng. Suy ra  $\bar{x} = \frac{1,5 + 3,5}{2} = 2,5$ .

□

**Câu 9.** Với bài toán kiểm định giả thuyết cho kỳ vọng  $\mu$  của một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn, người ta xác định được cặp giả thuyết để tiến hành kiểm định là:  $H_0 : \mu = \mu_0$ , đối thuyết  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ . Biết rằng  $U_\beta$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$  và  $T_\beta^k$  là giá trị tới hạn Student với  $k$  bậc tự do và mức xác suất  $\beta$ . Với mức ý nghĩa  $\alpha$  và cho trước mẫu ngẫu nhiên có cỡ mẫu  $n$  (với  $n > 40$ ), miền bác bỏ giả thuyết  $H_0$  có dạng

- A.  $W = \{T : -U_{\frac{\alpha}{2}} \leq T \leq U_{\frac{\alpha}{2}}\}$ .  
**B.  $W = \{T : T < -U_{\frac{\alpha}{2}} \text{ hoặc } T > U_{\frac{\alpha}{2}}\}$ .**  
C.  $W = \{T : -T_{\frac{\alpha}{2}}^{n-1} \leq T \leq T_{\frac{\alpha}{2}}^{n-1}\}$ .  
D.  $W = \{T : T < -T_{\frac{\alpha}{2}}^{n-1} \text{ hoặc } T > T_{\frac{\alpha}{2}}^{n-1}\}$ .

HD: bài toán hỏi về miền bác bỏ của  $H_0$ . Mà  $H_0 : \mu = \mu_0$ ; đây là bài kiểm định về kỳ vọng  $\mu$ ; chưa biết phương sai của tổng thể (phương sai của  $X$ ) và cỡ mẫu  $n > 40$  (xem lại công thức tiêu chuẩn kiểm định  $T$  và cấu trúc miền bác bỏ với  $n > 30$  và chưa biết phương sai)

Nhớ rằng: miền bác bỏ  $W$  phụ thuộc vào mức ý nghĩa  $\alpha$ , tiêu chuẩn kiểm định  $T$  và đối thuyết  $H_1$ .

Ta thấy  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  nên  $W = \{T := \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{S} : |T| > U_{\alpha/2}\}$   
 $= \{T : T < -U_{\alpha/2} \text{ hoặc } T > U_{\alpha/2}\}$

□

**Câu 10.** Trong bài kiểm định giả thuyết về tham số, người ta xác định được giả thuyết  $H_0$  và đối thuyết  $H_1$ . Người đó sử dụng mức ý nghĩa 3% để kiểm định. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** Xác suất bác bỏ  $H_0$  với điều kiện  $H_0$  đúng là 0,03.  
B. Xác suất chấp nhận  $H_0$  với điều kiện  $H_0$  đúng là 0,03.  
C. Xác suất bác bỏ  $H_0$  với điều kiện  $H_0$  sai là 0,03.  
D. Xác suất chấp nhận  $H_0$  với điều kiện  $H_0$  sai là 0,03.

HD: Mức ý nghĩa  $\alpha$  là xác suất bác bỏ  $H_0$  với điều kiện  $H_0$  là đúng hay là xác suất mắc sai lầm loại 1.

□

**Câu 11.** Xác suất thành công của một thí nghiệm là 40%. Một nhóm gồm 7 sinh viên tiến hành thí nghiệm độc lập với nhau. Xác suất để có đúng 6 thí nghiệm thành công bằng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4)

- A.** 0,0172.      **B.** 0,0246.      **C.** 0,0025.      **D.** 0,0041.

HD: Ta có đây 7 phép thử Bernoulli; mỗi phép thử chính là thực hiện thí nghiệm đã cho và xác suất thành công là  $p = 0,4$ .

Áp dụng công thức xác suất Bernoulli, xác suất có đúng 6 thí nghiệm thành công là

$$P_7(6; 0,4) = C_7^6 0,4^6 (1 - 0,4) = \dots$$

□

**Câu 12.** Tại khu vực  $X$ , tỷ lệ các hộ gia đình sử dụng sản phẩm của công ty  $K$  là 60%. Công ty quyết định thực hiện một chiến lược quảng cáo mới nhằm tăng tỷ lệ hộ sử dụng sản phẩm. Để đánh giá tính hiệu quả của chiến lược quảng cáo sau một thời gian thực hiện, công ty tiến hành khảo sát ngẫu nhiên 400 hộ trong khu vực  $X$  và thấy có 258 hộ sử dụng sản phẩm. Gọi  $p$  là tỷ lệ hộ gia đình tại khu vực  $X$  mà sử dụng sản phẩm của công ty  $K$ . Biết rằng  $U_\beta$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$ ,  $U_{0,05} = 1,645$  và  $U_{0,025} = 1,96$ . Với mức ý nghĩa 5%, lựa chọn nào dưới đây là đúng?

- A.** Cặp giả thuyết để kiểm định là:  $H_0 : p = 0,6$ ;  $H_1 : p > 0,6$  và chiến lược quảng cáo mới chưa hiệu quả.
- B.** Cặp giả thuyết để kiểm định là:  $H_0 : p = 0,6$ ;  $H_1 : p > 0,6$  và chiến lược quảng cáo mới có hiệu quả.
- C.** Cặp giả thuyết để kiểm định là:  $H_0 : p = 0,6$ ;  $H_1 : p \neq 0,6$  và chiến lược quảng cáo mới có hiệu quả.
- D.** Cặp giả thuyết để kiểm định là:  $H_0 : p = 0,6$ ;  $H_1 : p \neq 0,6$  và chiến lược quảng cáo mới chưa hiệu quả.

HD: Các đáp án đều nhắc đến cặp giả thuyết và kết luận cuối cùng của bài toán kiểm định. Nên ta phải chạy tất cả các bước:

1) Cặp giả thuyết  $H_0 : p = p_0 = 0,6$ ;  $H_1 : p > 0,6$  (bài này nhắc về tỷ lệ hộ sử dụng sản phẩm nên kiểm định tham số là  $p$ , xu hướng mong muốn là  $p$  phải tăng lên vì cần đánh giá hiệu quả quảng cáo)

2) Tiêu chuẩn kiểm định  $T = \frac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}}$

3) Miền bác bỏ  $W$ : Mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và  $H_1 : p > 0,6$  nên  $W = \{T > U_\alpha\} = \{T > 1,645\}$

4) Tính  $T_{qs} = \frac{((258/400) - 0,6)\sqrt{400}}{\sqrt{0,6(1 - 0,6)}} = \dots$  ở đây  $f = 258/400$ ;  $n = 400$ ; và  $p_0 = 0,6$ .

5) Kết luận: So sánh  $T_{qs}$  và  $W$ :

**Ghi nhớ:** Nếu  $T_{qs} \in W$  thì bác bỏ  $H_0$ , chấp nhận  $H_1$

Nếu  $T_{qs} \notin W$  thì chấp nhận  $H_0$ , bác bỏ  $H_1$ .

Câu 13. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X = x$	2	4	6
$P(X = x)$	0,5	0,3	0,2

Kỳ vọng của  $X$  bằng

**A.**  $EX = 3,4$ .

**B.**  $EX = 3$ .

**C.**  $EX = 1$ .

**D.**  $EX = 1,13$ .

HD:  $EX = 2 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,2 = \dots$

Câu 14. Biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất  $f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Xét các khẳng định sau:

a)  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ .

b)  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ .

c)  $0 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ .

d)  $P(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$  với  $a$  là số thực cho trước.

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

HD: Tính chất của hàm mật độ xác suất  $f(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ :  $f(x) \geq 0, \forall x$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx =$

1;  $P(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$

Câu 15. Biến ngẫu nhiên liên tục  $X$  có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 30] \\ m & \text{nếu } x \in [0, 30] \end{cases}$$

với  $m$  là tham số thực. Giá trị của  $m$  bằng

**A.** 30.

**B.**  $\frac{1}{30}$ .

**C.** 1.

**D.** 0.

HD: Dùng tính chất  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ ; Suy ra  $\int_0^{30} m dx = 1$ ; hay  $m = \frac{1}{30}$ .

Câu 16. Quan sát thấy trung bình 1 phút có 20 phương tiện giao thông đi qua ngã tư A. Xác suất để trong 3 phút có ít nhất 2 phương tiện giao thông đi qua ngã tư A là

**A.**  $1 - 60e^{-60}$ .

**B.**  $1 - e^{-60}$ .

**C.**  $61e^{-60}$ .

**D.**  $1 - 61e^{-60}$ .

HD: Ghi nhớ: Nếu một hiện tượng (dấu hiệu)  $H$  xuất hiện ngẫu nhiên trong 1 đơn vị thời gian với cường độ xuất hiện trung bình là  $c$  thì với  $X$  là số lần xuất hiện  $H$  trong  $t$  đơn vị thời gian (hoặc trong khoảng thời gian có độ dài là  $t$ ), ta coi  $X$  có phân phối Poisson tham số  $\lambda = ct$ .

Gọi  $X(t)$  là số phương tiện qua ngã tư  $A$  trong  $t$  phút. Ta thấy trong 1 phút có trung bình  $c = 20$  phương tiện qua nên  $X(t) \sim P(\lambda)$  với  $\lambda = ct = 20t$ .

Bài toán cần xác định  $P(X(3) \geq 2)$  (áp dụng với  $t = 3$ )

Ta có  $\lambda = 20t = 60$ . Đặt  $Y = X(3)$ .

Ta có  $P(X(3) \geq 2) = P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 1 - e^{-\lambda} - \lambda e^{-\lambda} = \dots$

**Câu 17.** Cho  $X$  là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Thực hiện 16 lần quan sát ngẫu nhiên và độc lập về  $X$ , người ta thu được giá trị của kỳ vọng của mẫu bằng 21,5 và phương sai mẫu hiệu chỉnh bằng 0,16. Biết rằng  $T_{\beta}^k$  là giá trị tới hạn Student với  $k$  bậc tự do và mức xác suất  $\beta$ ;  $T_{0,01}^{15} = 2,602$  và  $T_{0,005}^{15} = 2,974$ . Với độ tin cậy 99%, khoảng tin cậy đối xứng cho kỳ vọng của  $X$  có độ dài bằng

- A. 0,20816.      B. 0,23792.      C. 0,5204.      D. 0,5948.

HD: Bài toán yêu cầu tìm độ dài khoảng tin cậy cho kỳ vọng.

Ghi nhớ: dạng khoảng tin cậy cho kỳ vọng  $\mu$  là  $(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon)$ . Suy ra độ dài là  $2\varepsilon$  và  $\varepsilon$  là độ chính xác. Như vậy, ta cần tìm độ chính xác  $\varepsilon$ ; sau đó nhân với 2.

Ta thấy bài toán không cho phương sai của  $X$ , cỡ mẫu  $n = 16 < 30$  nên độ chính xác của khoảng tin cậy có dạng  $\varepsilon = T_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

Ta có  $n = 16$ , độ tin cậy  $\beta = 0,99$  nên  $\alpha/2 = \frac{1-\beta}{2} = 0,005$ ; do đó  $T_{0,005}(15) = 2,974$

Phương sai hiệu chỉnh mẫu  $s^2 = 0,16$ . Suy ra  $s = 0,4$ .

Suy ra  $\varepsilon = 2,974 \cdot \frac{0,4}{\sqrt{16}} = \dots$

Độ dài là  $2\varepsilon = \dots$

**Câu 18.** Đo ngẫu nhiên chiều cao (đơn vị: mét) của 100 cây giống  $T$  được 6 tháng tuổi và thấy có 25 cây cao trên 1,67 mét. Biết rằng  $U_{\beta}$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$ ,  $U_{0,01} = 2,326$  và  $u_{0,005} = 2,576$ . Với độ tin cậy 99%, khoảng tin cậy đối xứng cho tỷ lệ cây giống  $T$  được 6 tháng tuổi cao trên 1,67 mét là khoảng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4)

- A. (0,1385; 0,3615).      B. (0,1493; 0,3507).      C. (0,25; 0,3615).      D. (0,25; 0,3507).

HD: Yêu cầu tìm khoảng tin cậy cho "tỷ lệ cây trên 1,67 mét" hay tham số xác suất  $p$

Khoảng tin cậy là  $(f - \varepsilon, f + \varepsilon)$ ; với  $f$  là tỷ lệ cây cao trên 1,67 m ở mẫu và  $\varepsilon$  là độ chính xác.

Ta có  $f = \frac{25}{100}$ . Độ tin cậy  $\beta = 0,99$

Độ chính xác  $\varepsilon = U_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$ .

Ta có  $n = 100$  và  $\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\beta}{2} = 0,005$ ; suy ra  $U_{0,005} = 2,576$ . Từ đây tính khoảng tin cậy...

**Câu 19.** Trọng lượng của mỗi bao ngũ cốc loại A của một đại lý lớn là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn với kỳ vọng là  $EX$ . Cân ngẫu nhiên 25 bao ngũ cốc loại A và thu được trọng lượng trung bình bằng 49,916 kg và độ lệch mẫu hiệu chỉnh bằng 0,189 kg. Biết rằng  $T_{\beta}^{(k)}$  là giá trị tới hạn Student với  $k$  bậc tự do và mức xác suất bằng  $\beta$ ,  $T_{0,05}^{(24)} = 2,711$  và  $T_{0,025}^{(24)} = 2,064$ . Với độ tin cậy 95%, khoảng tin cậy đối xứng cho trọng lượng trung bình của mỗi bao ngũ cốc loại A là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3)

**A.**  $EX \in (49,838; 49,994)$ .

**B.**  $EX \in (49,814; 50,018)$ .

**C.**  $EX \in (49,916; 49,994)$ .

**D.**  $EX \in (49,814; 49,916)$ .

HD: Yêu cầu tìm khoảng tin cậy cho "trọng lượng trung bình" hay kỳ vọng về trọng lượng  $\mu = EX$ .

Khoảng tin cậy là  $(\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon)$ ; với  $\bar{x}$  là trung bình mẫu và  $\varepsilon$  là độ chính xác.

Ta có  $\bar{x} = 49,916$ . Độ tin cậy  $\beta = 0,95$

Giả thiết không đề cập đến phương sai  $\sigma^2 = DX$  và cỡ mẫu  $n = 25 < 30$ . Suy ra

$$\varepsilon = T_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Ta có  $n = 25$  và  $\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\beta}{2} = 0,025$ ; suy ra  $T_{0,025}(24) = 2,064$ . Ta cũng có  $s = 0,189$ .

□

**Câu 20.** Một nông trại chuyên trồng dưa hấu tuyên bố rằng tỷ lệ dưa hỏng là 3%. Nhiều người mua dưa của nông trại nghi ngờ rằng tỷ lệ này phải cao hơn. Để đánh giá nghi ngờ, họ kiểm tra ngẫu nhiên một số lượng lớn các quả dưa hấu và thu được tỷ lệ dưa hỏng là 4%. Biết rằng  $p$  là tỷ lệ dưa hỏng của nông trại, giả thuyết  $H_0$  và đối thuyết  $H_1$  để tiến hành kiểm định là

**A.**  $H_0 : p = 0,03 \quad H_1 : p \neq 0,03$ .

**B.**  $H_0 : p = 0,04 \quad H_1 : p > 0,04$ .

**C.**  $H_0 : p = 0,03 \quad H_1 : p > 0,03$ .

**D.**  $H_0 : p = 0,04 \quad H_1 : p \neq 0,04$ .

HD: Hỏi về cặp giả thuyết của tham số  $p$  - tỷ lệ dưa dẫu bị hỏng; xu hướng  $p$  là tăng lên.

$H_0 : p = p_0 = 3\% = 0,03; H_1 : p > 0,03$ .

□

**Câu 21.** Tuổi thọ (đơn vị: giờ) của loại pin A của một nhà sản xuất là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối chuẩn  $N(\mu; \sigma^2)$ , với  $\sigma = 3,1$ . Biết rằng  $U_{\beta}$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$ ,  $U_{0,05} = 1,645$  và  $U_{0,025} = 1,96$ , cần kiểm tra tối thiểu bao nhiêu pin A để sai số của khoảng ước lượng tin cậy đối xứng với độ tin cậy 95% cho kỳ vọng của  $X$  không vượt quá 0,2?

**A.** 923.

**B.** 922.

**C.** 650.

**D.** 651.

HD: Gọi  $n$  là cỡ mẫu cần tìm. Độ tin cậy  $\beta = 0,95$  và  $\sigma = 3,1$  hay  $DX = \sigma^2 = 3,1^2$  (đã biết phương sai). Độ chính xác của khoảng là  $\varepsilon = U_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  với  $\alpha = 1 - \beta = 0,05$ . Suy ra

$U_{\alpha/2} = U_{0,025} = 1,96$

Ta có  $\varepsilon \leq 0,2$ ; suy ra  $n \geq \frac{\sigma^2(U_{\alpha/2})^2}{0,2^2} = \dots$  Chọn  $n$  nguyên và nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện.

□

**Câu 22.** Theo một công bố cũ, loại pin A có tuổi thọ trung bình là 3 tháng. Nhiều người nghi ngờ con số này đã thấp đi. Họ đã điều tra ngẫu nhiên một số quả pin A và tính được giá trị của tiêu chuẩn kiểm định là  $T_{qs} = -1,675$ . Biết rằng tuổi thọ của loại pin A là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn  $N(\mu; \sigma^2)$  với  $\sigma$  đã biết, và  $U_{\beta}$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$ ,



$U_{0,05} = 1,645$  và  $U_{0,025} = 1,96$ . Với mức ý nghĩa 5%, lựa chọn nào là **đúng**

- ☒ A. Miền bác bỏ là  $W = \{|T| > 1,96\}$  và tuổi thọ trung bình của loại pin A như mức công bố cũ.
- ☒ B. Miền bác bỏ là  $W = \{T < -1,645\}$  và tuổi thọ trung bình của loại pin A thấp hơn mức công bố cũ.
- ☐ C. Miền bác bỏ là  $W = \{T < -1,645\}$  và tuổi thọ trung bình của loại pin A như mức công bố cũ.
- ☐ D. Miền bác bỏ là  $W = \{T < -1,96\}$  và tuổi thọ trung bình của loại pin A thấp hơn mức công bố cũ.

HD: Các đáp án đều nhắc đến miền bác bỏ và kết luận cuối cùng của bài toán kiểm định; đồng thời nhắc đến giả thuyết về tuổi thọ trung bình hay kỳ vọng  $\mu$ . Nên ta phải chạy nhanh tất cả các bước:

1) Cặp giả thuyết  $H_0 : \mu = \mu_0 = 3$ ;  $H_1 : \mu < 3$  (bài này nhắc về tuổi thọ trung bình nên kiểm định tham số là  $\mu$ , xu hướng mong muốn là  $\mu$  phải giảm theo nghi ngờ đưa ra)

Bài đã cho biết  $\sigma$  nên  $\sigma^2$  đã biết; như vậy phương sai đã biết

2) Tiêu chuẩn kiểm định  $T = \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}$

Thực tế là bước này không cần thực hiện vì bài đã cho  $T_{qs} = -1,675$  nên ko cần tính lại  $T$ .

3) Miền bác bỏ  $W$ : Mức ý nghĩa  $\alpha = 0,05$  và  $H_1 : \mu < 3$  nên  $W = \{T < -U_\alpha\} = \{T < -1,645\}$

4) Tính  $T_{qs}$ . Theo bài, ta có  $T_{qs} = -1,675$

5) Kết luận: So sánh  $T_{qs}$  và  $W$ :

Ta thấy  $T_{qs} \in W$ ; ta bác bỏ  $H_0$ , chấp nhận  $H_1$ . Nghĩa là, tuổi thọ trung bình đã thấp hơn mức công bố.

Đáp án là B

□

**Câu 23.** Cho  $X$  là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn  $N(3; 1)$ . Biết rằng  $U_\beta$  là giá trị tới hạn chuẩn mức  $\beta$ ,  $U_{0,1587} = 1$  và  $U_{0,0047} = 2,6$ , xác suất để  $X$  nhận giá trị trong đoạn  $[4; 5,6]$  là

☒ A.  $P(4 \leq X \leq 5,6) = 0,154$ .

☐ B.  $P(4 \leq X \leq 5,6) = 0,9183$ .

☐ C.  $P(4 \leq X \leq 5,6) = 0,9953$ .

☐ D.  $P(4 \leq X \leq 5,6) = 0,077$ .

HD: Ta có  $\mu = 3 = EX$ ;  $\sigma^2 = 1 = DX$ ; suy ra  $\sigma = 1$ .

Ta có  $P(4 \leq X \leq 5,6) = \Phi\left(\frac{5,6 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{4 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(2,6) - \Phi(1) = (1 - 0,0047) - (1 - 0,1587) = \dots$

(Xem lại phân phối chuẩn và các công thức liên quan)

□

**Câu 24.** Xác suất để một khẩu pháo A bắn trúng mục tiêu là 0,7. Hỏi khẩu pháo này phải thực hiện bắn tối thiểu bao nhiêu lần để xác suất không có lần bắn nào trượt nhỏ hơn 20%?

☒ A. 5 lần bắn.

☐ B. 6 lần bắn.

☐ C. 7 lần bắn.

☐ D. 4 lần bắn.

HD: Xác suất bắn trúng mỗi lần bắn là  $p = 0,7$ . Do đó khi thực bắn  $n$  lần, ta nhận được dãy  $n$  phép thử Bernoulli, mỗi phép thử quan tâm xem có bắn trúng hay không và xác suất bắn trúng

là  $p = 0,7$ .

Gọi  $B$  là biến cố không có lần nào bắn trượt trong  $n$  lần bắn (cũng là biến cố cả  $n$  lần bắn trúng. Áp dụng công thức Bernouli, ta có

$$P(B) = P_n(n; 0,7) = C_n^n 0,7^n (1 - 0,7)^0 = 0,7^n.$$

Mà  $P(B) < 20\% = 0,2$ ; hay  $0,7^n < 0,2$ ; suy ra  $n > \frac{\ln 0,2}{\ln 0,7} \simeq 4,51233$ . Chọn  $n$  nguyên nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện này; tức là  $n = 5$ . Cần bắn tối thiểu 5 lần thì nhận được yêu cầu bài toán.

□

**Câu 25.** Cho véc-tơ ngẫu nhiên liên tục  $(X,Y)$  có hàm mật độ xác suất  $f(x,y)$ . Gọi  $f_Y(y)$  là hàm mật độ xác suất của  $Y$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

**A.**  $f_Y(y) = \int_0^{+\infty} f(x,y)dx.$

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x,y) = f_Y(y), \forall y \in \mathbb{R}.$

**C.**  $EX = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x,y) dx dy.$

**D.**  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy = 0.$

HD: Ghi nhớ  $(X,Y)$  có hàm mật độ xác đồng thời  $f(x,y)$ . Ta có:  $f(x,y) \geq 0$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy =$

$$1; EX = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x,y) dx dy; f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx,$$

□

**Câu 26.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều  $(X,Y)$  có bảng phân bố xác suất

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0,04	0,08	0,08
1	0,1	0,2	0,2
2	0,06	0,12	0,12

Xác suất  $P(X + Y \leq 1)$  bằng

**A.** 0,56.

**B.** 0,22.

**C.** 0,42.

**D.** 0,3.

HD:  $P(X + Y \leq 1) = 0,04 + 0,08 + 0,08 + 0,1 + 0,2 + 0,06 = \dots$  (tổng các xác suất tại  $(X,Y) = (x,y)$  mà  $x + y \leq 1$ )

□

**Câu 27.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều  $(X,Y)$  có bảng phân bố xác suất

$X \backslash Y$	-2	0	1
-1	2a	0,08	4a
1	0,1	0,2	0,2
2	0,06	6a	0,12



Xác suất  $P(X + Y = 2)$  bằng

A. 0,31.

**B. 0,32.**

C. 0,34.

D. 0,33.

HD:  $P(X + Y = 2) = 0,2 + 6a = \dots$  (tổng các xác suất tại  $(X, Y) = (x, y)$  mà  $x + y = 2$ ).

Tìm  $a$ : Tổng các giá trị xác suất trong bảng = 1; suy ra  $a = 0,02$

□

**Câu 28.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc 2 chiều  $(X, Y)$  có bảng phân bố xác suất

$Y \backslash X$	0	2	3	5
-2	0,1	0,15	0,1	0
1	5k	3k	0,05	0,07
4	0	2k	0	0,13

Phương sai  $DY$  bằng

A.  $DY = 5,6$ .

**B.  $DY = 4,8636$ .**

C.  $DY = 3,1275$ .

D.  $DY = 9,9$ .

HD:

+) Tìm  $k$ : Tổng các giá trị xác suất trong bảng = 1; suy ra  $k = 0,04$

+) Bảng phân phối xác của  $Y$

$Y$	-2	1	4
$P$	0,35	$8k + 0,12$	$2k + 0,13$

Suy ra  $EY = (-2) \cdot 0,35 + 1 \cdot (8k + 0,12) + 4 \cdot (2k + 0,13) = \dots$  và  $EY^2 = (-2)^2 \cdot 0,35 + 1^2 \cdot (8k + 0,12) + 4^2 \cdot (2k + 0,13) = \dots$

Do đó  $DY = EY^2 - (EY)^2 = \dots$

□

**Câu 29.** Cho vectơ ngẫu nhiên liên tục 2 chiều  $(X, Y)$  có hàm mật độ xác suất

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Kỳ vọng  $E(X)$  bằng

A. 6.

**B.  $\frac{1}{2}$ .**

C.  $\frac{3}{4}$ .

**D.  $\frac{3}{5}$ .**

HD: Ta có  $EX = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, y) dx dy = \iint_{\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}} x(6x^2y) dx dy$  (do  $f(x, y) = 0$

bên ngoài tập  $\{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ )

$$= \int_0^1 \left( \int_0^1 6x^3y dy \right) dx = \dots$$

□

**Câu 30.** Cho  $X, Y$  là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất đồng thời

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,2	0,25	0,05
2	0,25	m	0,1

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A.  $X, Y$  là hai biến ngẫu nhiên độc lập.

B.  $P(X > Y) = 0,25$ .

C.  $P(X = Y) = 0,2$ .

D.  $P(X + Y = 4) = 0,25$ .

HD: Ghi nhớ: Nếu  $(X, Y)$  có  $X, Y$  rời rạc thì

$X, Y$  độc lập khi và chỉ khi  $P(X = x_i; Y = y_j) = P(X = x_i)P(Y = y_j)$  với mọi  $(x_i, y_j)$  thuộc miền giá trị của  $(X, Y)$ .

Ta thấy  $P(X = 1) = 0,5$ ;  $P(Y = 1) = 0,45$  và  $P(X = 1; Y = 1) = 0,2$ . Mà  $0,2 \neq 0,5 \cdot 0,45$  nên  $X, Y$  không độc lập.

$P(X = Y) = 0,2 + m = \dots$  (tổng các xác suất tại  $(X, Y) = (x, y)$  mà  $x = y$ ).

$P(X > Y) = 0,25$  (tổng các xác suất tại  $(X, Y) = (x, y)$  mà  $x > y$ ).

$P(X + Y = 4) = 0,05 + m = \dots$  (tổng các xác suất tại  $(X, Y) = (x, y)$  mà  $x + y = 4$ ).

Tìm  $m$ : Tổng các giá trị xác suất trong bảng = 1; suy ra  $m = 0,15$

□

———— HẾT ————

GIẢI CHI TIẾT MÃ ĐỀ。

1.C	2.D	3.D	4.B	5.A	6.C	7.B	8.B	9.B	10.A
11.A	12.B	13.A	14.C	15.B	16.D	17.D	18.A	19.A	20.C
21.A	22.B	23.A	24.A	25.C	26.A	27.B	28.B	29.C	30.B