

Hướng dẫn tra bảng phân phối chuẩn tắc

- Giả sử $X \sim N(0; 1)$. Hàm phân phối chuẩn tắc của X là $\Phi(x) = P(X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Cách bấm máy tính tính $\Phi(t)$: Với $t \geq 0$, ta có $\Phi(t) = 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$. Bấm tích phân và cộng thêm 0,5.

Với $t < 0$, ta có $\Phi(t) = 0,5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{-t} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$. Bấm $0,5 -$ tích phân.

- Chú ý: Nếu $\Phi(t) = P(X < t) = \beta = 1 - \alpha$ thì t được gọi là phân vị chuẩn tắc với mức xác suất $\beta = 1 - \alpha$. Ta có $t = U_\alpha$ với U_α là giá trị chuẩn tới hạn mức α

Bài toán:

+) Cho t , hãy tra $\Phi(t) = ???$

+) Cho $\Phi(t)$, hãy tra $t = ???$

- Tra bảng phân vị chuẩn t .

Cấu trúc của bảng như sau:

t	0	1	...	9
0,0	0,5000	0,5040	...	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	...	0,5753
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
2,9	0,9981	0,9982	...	0,9986
t	3,0	3,1	...	3,9
$\Phi(t)$	0,9987	0,9990	...	0,9999

Trong bảng trên: Ta có $t := a, bc = a, b + 0,0c$, với phần a, b thuộc đầu các hàng và phần c thuộc đầu các cột. Nghĩa là giá trị của t trong bảng được tính bằng cách là lấy giá trị đầu các cột c đặt sau giá trị đầu các dòng. Ví dụ $t = 0,11$ lấy giá trị đầu cột hai là 1 đặt sau giá trị đầu hàng 0,1 hay $t = 0,11$ nằm ở hàng 0,1 và cột 1

Cách tra như sau:

1) Cho t , tra bảng tìm $\Phi(t) = ??$

Xét các trường hợp sau:

a) $0 \leq t \leq 3,9$ và t có trong bảng, nghĩa là $t = a, bc$: Ta có $\Phi(t)$ là giá trị ở phần giao giữa hàng chứa a, b và cột chứa c .

Ví dụ: +) Tính $\Phi(0,11) = ??$. Ta có $z = 0,11 = 0,1 + 0,01$. Do đó, $\Phi(0,11)$ nằm ở phần giao của hàng chứa 0,1 và cột chứa 1. Khi đó, tra bảng, ta có $\Phi(0,11) = 0,5438$.

+) Tính $\Phi(3) = ??$. Ta có $t = 3 = 3,0 + 0,00$. Do đó, $\Phi(3)$ nằm ở phần giao của hàng chứa 3,0 và cột chứa 0. Khi đó, tra bảng, ta có $\Phi(3) = 0,9987$.

b) Trường hợp 1: Khi $0 \leq t \leq 2,99$ và t không có trong bảng, nghĩa là $t = a, bcde...$: Tính $\Phi(t)$ như sau:

- Ta có t nằm giữa hai số a, bc và $a, b(c+1)$ (ở đây $a, b(c+1)$ là số mà số thập phân thứ 2 tăng 1 đơn vị).

- Tra bảng cho $\Phi(a, bc)$ và $\Phi(a, b(c + 1))$

- Do đó, ta có thể tính $\Phi(t)$ theo một trong các phương án sau:

+) Phương án 1: $\Phi(t) \simeq \frac{\Phi(a, bc) + \Phi(a, b(c + 1))}{2}$.

+) Phương án 2: $\Phi(t) \simeq \Phi(a, bc)$.

+) Phương án 3: $\Phi(t) \simeq \Phi(a, b(c + 1))$.

Trường hợp 2: Khi $3, 0 \leq t \leq 3, 9$ và t không có trong bảng, tức là $t = 3, abcd$. Ta có $3, a < t < 3, (a + 1)$ và ta có thể chọn một trong ba phương án:

+) Phương án 1: $\Phi(t) \simeq \frac{\Phi(3, a) + \Phi(3, (a + 1))}{2}$.

+) Phương án 2: $\Phi(t) \simeq \Phi(3, a)$.

+) Phương án 3: $\Phi(t) \simeq \Phi(3, (a + 1))$.

Ví dụ: Tính $\Phi(0, 1025)$. Ta có $t = 0, 1025$

Ta thấy $0, 10 < t < 0, 11$.

Lấy $\Phi(0, 1025) \simeq \frac{\Phi(0, 1) + \Phi(0, 11)}{2} = \frac{0, 5398 + 0, 5438}{2}$.

c) Nếu $t > 3, 9$ thì $\Phi(t) \simeq \Phi(3, 9) = 0, 9999$. Ở đây $3, 9$ là phân vị chuẩn lớn nhất trong bảng.

Ví dụ: $\Phi(3, 999) \simeq \Phi(3, 9) = 0, 9999$.

d): Nếu $t < 0$ thì $\Phi(t) = 1 - \Phi(-t)$ và tra bảng cho $\Phi(-t)$, sau đó tính được $\Phi(t)$.

Ví dụ: Tính $\Phi(-0, 11)$. Ta có $\Phi(-0, 11) = 1 - \Phi(0, 11)$. Tra bảng cho $\Phi(0, 11) = 0, 5438$, suy ra $\Phi(-0, 11) = 1 - 0, 5438$.

2) Cho $\Phi(t)$, tra bảng tìm $t = ???$

Xét các trường hợp sau:

a) Trường hợp 1: Khi $0, 5 \leq \Phi(t) \leq 0, 9986$ và $\Phi(t)$ có trong bảng: Ta xem giá trị $\Phi(t)$ nằm trên hàng nào và cột nào, chẳng hạn hàng chứa a, b và cột chứa c . Khi đó : $t = a, bc$.

Ví dụ: +) Tìm t biết $\Phi(t) = 0, 5438$. Ta thấy $0, 5438$ nằm trên hàng chứa $0, 1$ và cột 1 . Do đó $t = 0, 11$.

Trường hợp 2: Khi $0, 9987 \leq \Phi(t) \leq 0, 9999$ và $\Phi(t)$ có trong bảng. Khi đó $t = 3, a$

+) Tìm t biết $\Phi(t) = 0, 999$. Ta thấy $0, 999$ ứng với $t = 3, 1$.

b) Trường hợp 1: $0, 5 \leq \Phi(t) \leq 0, 9986$ và $\Phi(t)$ không có trong bảng: Tìm t như sau:

- Ta xem giá trị $\Phi(t)$ nằm giữa hai giá trị liên tiếp nào có trong bảng, chẳng hạn là α_1 và α_2 .

- Tra bảng, tìm t_1 sao cho $\Phi(t_1) = \alpha_1$; tìm t_2 sao cho $\Phi(t_2) = \alpha_2$.

- Ta tìm t theo một trong các phương án sau:

+) Phương án 1: $t \simeq \frac{t_1 + t_2}{2}$.

+) Phương án 2: $t \simeq t_1$.

+) Phương án 3: $t \simeq t_2$.

Ví dụ: +) Tìm t biết $\Phi(t) = 0, 54$.

Ta có $0, 5398 < 0, 54 = \Phi(t) < 0, 5438$. Mà $\Phi(0, 1) = 0, 5398$ và $\Phi(0, 11) = 0, 5438$, nên $t \simeq \frac{0, 1 + 0, 11}{2}$.

+) Tìm t biết $\Phi(t) = 0, 50388$.

Ta có $0, 5 < 0, 50388 = \Phi(t) < 0, 504$. Mà $\Phi(0) = 0, 5$ và $\Phi(0, 01) = 0, 504$, nên $t \simeq \frac{0, 0 + 0, 01}{2}$.

Trường hợp 2: $0, 9987 \leq \Phi(t) \leq 0, 9999$ và $\Phi(t)$ không có trong bảng: Tìm t như sau:

- Ta xem giá trị $\Phi(t)$ nằm giữa hai giá trị liên tiếp nào có trong bảng, chẳng hạn là α_1 và α_2 .

- Tra bảng, tìm $t_1 = 3, a$ sao cho $\Phi(3, a) = \alpha_1$; tìm $t_2 = 3, b$ sao cho $\Phi(3, b) = \alpha_2$.

- Ta tìm t theo một trong các phương án sau:

+) Phương án 1: $t \simeq \frac{t_1 + t_2}{2}$.

+) Phương án 2: $t \simeq t_1$.

+) Phương án 3: $t \simeq t_2$.

c) Nếu $\Phi(t) < 0,5$ thì tìm t như sau:

- Tính $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t) = \alpha_0$. Tìm $-t$

- Tra bảng, tìm t_0 sao cho $\Phi(t_0) = \alpha_0$.

- Suy ra $-t = t_0$, hay $t = -t_0$.

Ví dụ: +) Tìm t biết $\Phi(t) = 0,4562$.

Ta có $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t) = 1 - 0,4562 = 0,5438$.

Tra bảng, $\Phi(0,11) = 0,5438$. Suy ra $-t = 0,11$, hay $t = -0,11$.

+) Tìm t biết $\Phi(t) = 0,46$.

Ta có $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t) = 1 - 0,46 = 0,54$.

Ta thấy $0,5398 < 0,54 = \Phi(t) < 0,5438$. Mà $\Phi(0,1) = 0,5398$ và $\Phi(0,11) = 0,5438$, nên $-t \simeq \frac{0,1 + 0,11}{2}$, hay $t \simeq -\frac{0,1 + 0,11}{2}$.

d) Nếu $\Phi(t) > 0,9999$ thì $t \simeq 3,9$.

Ví dụ: Tìm t sao cho $\Phi(t) = 0,99998$. Ta có $\Phi(t) = 0,99998 > 0,9999$, nên $t \simeq 3,9$.

Cách tra $\chi^2_\alpha(n)$

là giá trị nằm ở giao hàng n và cột χ^2_α

Cách tra $t_\alpha(n)$

là giá trị nằm ở giao hàng n và cột α