

Họ và tên sinh viên: Số báo danh:

Mã đề thi 102

Lưu ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

✓ Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{(3 + \cos 5x^2)^4}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f'(x) = -\frac{40x \sin 5x^2}{(3 + \cos 5x^2)^5}$. B. $f'(x) = \frac{40x \sin 5x^2}{(3 + \cos 5x^2)^5}$. C. $f'(x) = -\frac{\sin 5x^2}{(3 + \cos 5x^2)^5}$. D. $f'(x) = \frac{\sin 5x^2}{(3 + \cos 5x^2)^5}$.

Câu 2. Khai triển hàm số $f(x) = (x - 2)^3 e^{5x}$ thành chuỗi Taylor trong lân cận của điểm $x = 2$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(x) = e^{10} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x - 2)^{n+3}, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) = e^{10} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x - 2)^{n+3}, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) = e^5 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x - 2)^{n+3}, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) = e^5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x - 2)^{n+3}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Xét $S_n = \frac{1}{n} \left(1 + \cos \frac{a}{n} + \cos \frac{2a}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)a}{n} \right)$, $a \neq 0$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\cos a}{a}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\sin a}{a}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1 + \cos a}{a}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1 + \sin a}{a}$.

✓ Câu 4. Cho hàm số $y = x \cos 3x$. Giá trị của $y^{(2023)}(0)$ là

A. $-3^{2021} \cdot 2022$. B. $3^{2022} \cdot 2021$. C. $2023 \cdot 3^{2022}$. D. $-2023 \cdot 3^{2022}$.

✗ Câu 5. Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

A. Nếu f, g liên tục tại x_0 thì $f - g$ liên tục tại x_0 . B. Nếu f liên tục tại x_0 thì $|f|$ liên tục tại x_0 .
C. Hai hàm f, g liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow f + g$ liên tục tại x_0 . D. Nếu f liên tục tại x_0 thì f liên tục phải tại x_0 .

✓ Câu 6. Cho $I = \int_0^1 e^{-3x} dx$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $I < 0$. B. $I = \frac{1}{3} - \frac{1}{3e^3}$. C. $I = 3 - \frac{3}{e^3}$. D. $I = 3 + 3e^3$.

✓ Câu 7. Tìm $F(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{(4x+1)(1-x)}}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{8x-3}{5} + C$. B. $F(x) = \arcsin \frac{8x-3}{5} + C$.
C. $F(x) = \arccos \frac{8x-3}{5} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \arccos \frac{8x-3}{5} + C$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x; 0 < x < 3$. Khai triển hàm số thành chuỗi Fourier theo các hàm số **sin**. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(x) = \frac{6}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin \frac{n\pi x}{3}; 0 < x < 3$. B. $(x) = f(x) = \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{6}; 0 < x < 3$.
C. $f(x) = \frac{9}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{3}; 0 < x < 3$. D. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{6}; 0 < x < 3$.

✗ Câu 9. Gọi X là miền hội tụ của chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+2} \right)^n x^n$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $X = (-3, 3]$. B. $X = (-1, 1)$. C. $X = (-3, 3)$. D. $X = [-3, 3)$.

✓ Câu 10. Cho $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{\sqrt{n^2+8 \arctan n^4}}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $I = 0$. B. Giới hạn trên không tồn tại.
C. $I = 3$. D. $I = \frac{3}{2\sqrt{\pi}}$.

✓ Câu 11. Cho hàm số $y = \arctan ax, a > 0$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $y' = \frac{a}{1+a^2 x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$. B. Miền giá trị của hàm số là \mathbb{R} .
C. Miền xác định của hàm số là $D = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. Hàm số không bị chặn.

$D = (-\infty; +\infty)$ TGT

✓ Câu 12. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+3x) - \ln(1-2x)}{\sin 7x} & \text{khi } 0 < |x| < \frac{1}{3} \\ m & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Xác định hằng số m để hàm số liên tục tại $x = 0$.

Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $m = \frac{1}{12}$. B. $m = \frac{5}{7}$. C. $m = \frac{1}{7}$. D. $m = 1$.

✓ Câu 13. Cho hai hàm số $f(x) = (x^4 - 2) \cos x$ và $g(x) = \frac{x}{\pi(x^2 + 3)}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $f(x)$ là hàm lẻ, $g(x)$ là hàm chẵn. B. $f(x)$ là hàm chẵn, $g(x)$ là hàm chẵn.
C. $f(x)$ là hàm lẻ, $g(x)$ là hàm lẻ. D. $f(x)$ là hàm chẵn, $g(x)$ là hàm lẻ.

✓ Câu 14. Cho $I = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^t \sqrt{8x} dx}{\int_0^t \sqrt{\tan 2x} dx}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = -2$. D. $I = 2$.

✗ Câu 15. Viết khai triển Maclaurin của hàm số $f(x) = \frac{7}{(x+4)(3-x)}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $f(x) = \sum_{n=1}^3 \left(\frac{(-1)^n}{4^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n + 0(x^3)$. B. $f(x) = \sum_{n=0}^3 \left(\frac{(-1)^n}{4^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n + 0(x^3)$.
C. $f(x) = \sum_{n=1}^3 \left(\frac{1}{4^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n + 0(x^3)$. D. $f(x) = \sum_{n=0}^3 \left(\frac{1}{4^{n+1}} + \frac{1}{3^{n+1}} \right) x^n + 0(x^3)$.

✓ Câu 16. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^{2x-1}$, tính $d^2 f(1)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $d^2 f(1) = 10edx^2$. B. $d^2 f(1) = -2dx^2$. C. $d^2 f(1) = 14edx^2$. D. $d^2 f(1) = 2edx^2$.

Câu 17. Cho $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + (a+1)x + a}$, $a > 1$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $I = \frac{1}{a-1} \ln \frac{a+1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{a+1} \ln(a+1)$. C. $I = -\ln \frac{a+1}{2}$. D. $I = \ln \frac{a+1}{2}$.

✓ Câu 18. Đặt $F(x) = \int \frac{\sqrt{\arctan 2x}}{1+4x^2} dx$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \sqrt{(\arctan 2x)^3} + C$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \sqrt{(\arcsin 2x)^3} + C$.
C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(\arctan 2x)^3} + C$. D. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(\arcsin 2x)^3} + C$.

Câu 19. Cho 2 chuỗi số dương (I) : $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$, (II) : $\sum_{k=0}^{\infty} b_k$ thỏa mãn điều kiện $a_n \leq b_n$, $\forall n \geq n_0$, $n_0 \in \mathbb{N}$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. Nếu chuỗi (II) phân kỳ thì chuỗi (I) phân kỳ.
B. Nếu chuỗi (II) hội tụ thì chuỗi (I) hội tụ.
C. Nếu chuỗi (I) phân kỳ thì dãy tổng riêng của chuỗi (II) có giới hạn bằng $+\infty$.
D. Nếu chuỗi (I) phân kỳ thì chuỗi (II) phân kỳ.

✓ Câu 20. Cho $f(x) = \frac{2+5\frac{-2}{x}}{3-4\frac{-2}{x}}$, $x \neq 0$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{2}{3}$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\frac{5}{4}$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -7$.

✗ Câu 21. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. Với mọi $\lambda \neq 0$: $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ hội tụ khi và chỉ khi $\sum_{n=0}^{\infty} \lambda a_n$ hội tụ.
B. Nếu hai chuỗi $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ cùng hội tụ thì $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n - b_n)$ hội tụ.
C. Chuỗi số dương hội tụ khi và chỉ khi dãy tổng riêng tương ứng bị chặn.
D. Tính chất hội tụ hay phân kỳ của chuỗi số có thể thay đổi khi thay đổi một số hữu hạn số hạng đầu tiên của chuỗi.

✓ Câu 22. Cho $f(x) = x^{2x}$, $\forall x > 0$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. $f'(1) = 2$. B. $f'(2) = 32$. C. $f(x) > 16$ với $\forall x > 2$. D. $f(x) = e^{2x \cdot \ln x}$.

✓ Câu 23. Dãy số $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$ nào sau đây có số hạng thứ hai là $u_2 = \frac{1}{15}$?

- A. $u_n = \frac{(-1)^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}$. B. $u_n = \frac{1 - (-1)^n}{3n+1}$. C. $u_n = \frac{n+3}{2n-1}$. D. $u_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3^n}$.

Câu 24. Xét các đẳng thức sau:

$$(I) : 1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2};$$

$$(II) : 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{75} + \dots + \frac{1}{5^n} = \frac{5^{n+1} - 1}{4 \cdot 5^{n+1}}.$$

Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. (I) đúng, (II) đúng. **B. (I) sai, (II) sai.** C. (I) đúng, (II) sai. D. (I) sai, (II) đúng.

Câu 25. Để tính tích phân $\int \frac{x \sin x}{\cos^4 x} dx$, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Sử dụng phương pháp tích phân từng phần $\int u dv = uv - \int v du$.

$$\text{Bước 2: } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{\sin x}{\cos^4 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{3 \cos^3 x} \end{cases}.$$

$$\text{Bước 3: } \int \frac{x \sin x}{\cos^4 x} dx = -\frac{x}{3 \cos^3 x} - \int \frac{1}{3 \cos^3 x} dx.$$

$$\text{Bước 4: Suy ra } \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx = -\frac{x}{2 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \cot x + C.$$

Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. Các bước đều đúng. **B. Sai từ Bước 2.** C. Sai từ Bước 3. D. Sai từ Bước 1.

Câu 26. Cho $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$. Áp dụng định lý Lagrange, hãy chọn khẳng định **đúng**.

- A. $\sin b - \sin a > (b - a) \cos a$. **B. $\sin b - \sin a < (b - a) \cos a$.** C. $\sin b - \sin a > \frac{b-a}{2} \cos a$. D. $\sin b - \sin a < (b - a) \cos b$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(e^{x^3} - e^{-x^3})}}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. Tích phân trên là tích phân suy rộng có cực điểm $x = 0, x = 1$; phân kỳ.
B. Tích phân trên là tích phân suy rộng có cực điểm $x = 1$, hội tụ.
C. Tích phân trên là tích phân suy rộng có cực điểm $x = 0$, phân kỳ.
D. Tích phân trên là tích phân suy rộng có cực điểm $x = 0, x = 1$; hội tụ.

Câu 28. Viết khai triển Taylor của hàm số $f(x) = \ln(5 + x)$ trong lân cận của điểm $x_0 = 1$ đến $O((x - 1)^3)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $f(x) = \ln 5 + \sum_{n=0}^2 \frac{(-1)^n (x - 1)^{n+1}}{(n + 1) \cdot 5^{n+1}} + O((x - 1)^3)$.
B. $f(x) = \ln 6 + \sum_{n=1}^3 \frac{(-1)^n (x - 1)^n}{(n + 1) \cdot 6^n} + O((x - 1)^3)$.
C. $f(x) = \ln 5 + \sum_{n=1}^3 \frac{(-1)^n (x - 1)^n}{(n + 1) \cdot 5^{n+1}} + O((x - 1)^3)$.
D. $f(x) = \ln 6 + \sum_{n=0}^2 \frac{(-1)^n (x - 1)^{n+1}}{(n + 1) \cdot 6^{n+1}} + O((x - 1)^3)$.

Câu 29. Xét dãy số $\{u_n\}$, $u_n = \frac{n - 2}{3} - 5$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $\{u_n\}$ bị chặn, tăng, hội tụ.
B. $\{u_n\}$ không bị chặn, tăng, phân kỳ.
C. $\{u_n\}$ bị chặn, giảm, hội tụ.
D. $\{u_n\}$ không bị chặn, không đơn điệu, phân kỳ.

Câu 30. Cho $x(t) = t^3 + 2t$, $y(t) = t^5 + 4t + 1$. Đạo hàm $y'(x)$ tại $t = 2$ là

- A. 5. B. $\frac{1}{6}$. **C. 6.** D. $\frac{5}{2}$.

Câu 31. Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{ax^2}}$ $a \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. Tích phân trên là tích phân suy rộng, hội tụ và $I = \frac{5}{3} a^{\frac{4}{5}}$.
B. Tích phân trên là tích phân suy rộng, hội tụ và $I = \frac{5}{3 \sqrt[5]{a}}$.
C. Tích phân trên là tích phân suy rộng, phân kỳ vì $\alpha = \frac{2}{5} < 1$.
D. Tích phân trên là tích phân xác định.

Câu 32. Cho chuỗi số $\sum_{n=2}^{\infty} u_n$ với $u_n = (\arctan n^5) (\ln(n^4 + 1) - \ln(n^4))$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. B. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ là chuỗi số dương. C. $u_n \sim \frac{\pi}{2n^4}$ khi $n \rightarrow \infty$. **D. Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ phân kỳ.**

Câu 33. Xét $S_n = \sqrt[n]{e} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\pi}{2}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \ln 2$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\pi}{4}$.

✓ Câu 34. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- ☒ A. Dây giảm và bị chặn dưới thì hội tụ.
C. Dây bị chặn là dây đơn điệu.

- B. Dây tăng thì không bị chặn trên.
D. Dây đơn điệu là dây hội tụ.

✓ Câu 35. Khẳng định nào dưới đây về tích phân bất định **không đúng**?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
C. $\int \lambda f(x) dx = \lambda \int f(x) dx$ ($\lambda \in \mathbb{R}^*$).

- ☒ B. $(\int f(x) dx)' = f(x)$.
☒ D. $d(\int f(x) dx) = f(x)$.

Câu 36. Khai triển hàm số $f(x) = \cos^2 2x$ thành chuỗi Maclaurin. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$, $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$, $x \in \mathbb{R}$.

☒ C. $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$, $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n} x^{2n}}{(2n)!}$, $x \in \mathbb{R}$.

Câu 37. Khai triển hàm số $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ thành chuỗi Maclaurin và tính tổng $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5^n}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n x^n$, $|x| < 1$; $S = \frac{25}{36}$.

B. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n x^{n-1}$, $|x| < 1$; $S = \frac{25}{36}$.

C. $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} n x^{n-1}$, $|x| \leq 1$; $S = \frac{1}{5}$.

☒ D. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n x^{n-1}$, $|x| < 1$; $S = \frac{5}{36}$.

✓ Câu 38. Tính tổng $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-2}}{n!}$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

☒ A. $S = \frac{1}{9}(e^3 - 1)$.

B. $S = \ln \frac{3}{4}$.

C. $S = \frac{1}{9}e^3$.

D. $S = \frac{1}{9} \ln \frac{3}{4}$.

✗ Câu 39. Cho dãy số $\{u_n\}$ với $u_n = n^\alpha \left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1\right)$; α là tham số. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. Dây phân kỳ với mọi α .

B. Dây hội tụ khi $\alpha > 3$.

☒ C. Dây hội tụ khi và chỉ khi $\alpha \leq 1$.

D. Dây hội tụ khi $\alpha \leq 2$.

Câu 40. Cho hai chuỗi số (I): $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + 1}$; (II): $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left[\pi \left(\frac{1}{n} + 2n \right) \right]$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. (I) hội tụ, (II) hội tụ.

☒ B. (I) hội tụ, (II) phân kì.

C. (I) phân kỳ, (II) phân kỳ.

D. (I) phân kỳ, (II) hội tụ.

----- HẾT -----