

ĐỀ MINH HỌA – KỲ 2023.1 Học phần: Xác suất thống kê. Mã HP: MI2020 Thời gian: 30 phút. Đề gồm 15 câu		Họ tên SV: MSSV: STT: Mã lớp học:
Điểm của bài thi	Họ tên và chữ ký của cán bộ chấm thi	Họ tên và chữ ký của cán bộ coi thi

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu!

Mã đề thi 2023

Phần I (8 câu): Trong mỗi câu sau, sinh viên tích chọn một đáp án đúng.

Câu 1. Trong một phép thử cho B là một sự kiện tùy ý. Ký hiệu S là sự kiện chắc chắn và \emptyset là sự kiện không thể có. Biểu thức nào sau đây là SAI?

- ☐ $\overline{\overline{B}} = B.$
☐ $\overline{B} = S - B.$
☐ $B + \overline{B} = S.$
☒ $\overline{B} + \overline{B} = \emptyset.$

Câu 2. Trong một phép thử, cho A và B là hai sự kiện độc lập và $P(A|B) = 0,3$; $P(B|A) = 0,2$. Khi đó, $P(AB)$ bằng:

- ☒ 0,06.
 ☐ 0,08.
 ☐ 0,07.
 ☐ 0,01.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối đồng chất ba lần. Số kết cục thuận lợi cho sự kiện “có ít nhất một lần con xúc xắc ra số chấm bằng 3” là:

- ☐ 125.
 ☐ 121.
 ☐ 55.
 ☒ 91.

Câu 4. Từ một lô hàng gồm có 7 sản phẩm A và 3 sản phẩm B, lấy ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Xác suất để cả 3 sản phẩm được lấy ra đều là sản phẩm A là:

- ☒ 7/24.
 ☐ 14/23.
 ☐ 18/35.
 ☐ 23/120.

Câu 5. Có ba sinh viên A, B và C cùng thi môn Xác suất thống kê. Gọi A, B và C lần lượt là sự kiện “sinh viên A, B và C thi qua môn Xác suất thống kê”. Gọi A_2 là sự kiện “có đúng hai sinh viên thi qua môn Xác suất thống kê”. Sự kiện $A_2 \cap \overline{B}$ là:

- ☐ Sinh viên B thi không qua môn.
 ☐ Chỉ có sinh viên B thi qua môn.
 ☒ Chỉ có sinh viên B thi không qua môn.
 ☐ Có hai sinh viên thi qua môn.

Câu 6. Từ một lô hàng gồm 10 sản phẩm loại I và 20 sản phẩm loại II, chọn ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm và gọi A là sự kiện “có ít nhất 2 sản phẩm loại I”, B là sự kiện “có ít nhất 1 sản phẩm loại II” trong 3 sản phẩm được lấy ra. Khi đó, sự kiện “có đúng 2 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II” và xác suất tương ứng (làm tròn số thập phân 4 số sau dấu phẩy) lần lượt là:

- ☒ $\overline{A}B$ và 0,2217.
 ☐ $A + B$ và 0,2217.
 ☐ AB và 0,7783.
 ☐ $A + B$ và 0,6356.

Câu 7. Cho A, B, C là các sự kiện của cùng một phép thử. Biểu thức nào sau đây SAI?

- ☐ $\overline{A+B+C} = \overline{A} \overline{B} \overline{C}.$
☐ $(A+B)(\overline{A}+\overline{B}) = A\overline{B} + \overline{A}B.$
☐ $\overline{ABC} = (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}).$
☒ $\overline{A\overline{B}+C} = A\overline{B} + A\overline{C} - A\overline{B}\overline{C}.$

Câu 8. Giả sử số lượng sinh viên của một trường đại học là rất lớn. Nếu $1/5$ số sinh viên của trường đại học này là nữ thì xác suất để trong 4 sinh viên được chọn ngẫu nhiên có đúng một sinh viên nữ là:

- ☐ 0,0819.
 ☒ 0,4096.
 ☐ 0,3216.
 ☐ 0,1089.

Phần II (4 câu): Trong mỗi câu sau, sinh viên tích chọn nhiều hơn một đáp án đúng.

Câu 9. Giả sử n khách hàng gửi mũ của họ tại lễ tân khi họ đến một nhà hàng và những chiếc mũ này được trả lại cho họ theo thứ tự ngẫu nhiên khi họ rời đi. Ký hiệu p_n là xác suất để không có khách nào nhận được đúng mũ của mình. Tính (a) p_1 ; (b) p_6 .

- ☐ 1.
 ☐ 0,3750.
 ☒ 0,3681.
 ☐ 0,7083.
☐ 0,7181.
 ☐ 0,6250.
 ☒ 0

Câu 10. Trong một phép thử cho ba sự kiện A, B và C độc lập trong tổng thể với $P(A) = 0,7, P(B) = 0,6$ và $P(C) = 0,8$. Biết có đúng một trong ba sự kiện xảy ra, tính xác suất để (a) sự kiện B không xảy ra; (b) sự kiện B và C không xảy ra (làm tròn số thập phân 3 chữ số sau dấu phẩy).

- ☐ 0,024.
 ☐ 0,188.
 ☒ 0,809.
 ☐ 0,152.
☐ 0,056.
 ☐ 0,976.
 ☒ 0,298

Câu 11. Xếp ngẫu nhiên 10 người (trong đó có A và B) thành một hàng dọc. Tính xác suất để (a) A và B đứng cạnh nhau; (b) A và B đứng cách nhau một người (làm tròn số thập phân 4 chữ số sau dấu phẩy).

- ☐ 0,0111.
 ☒ 0,1778.
 ☐ 0,809.
 ☐ 0,0222.
☐ 0,7781.
 ☒ 0,2.

Câu 12. Cho A và B là 2 sự kiện bất kỳ trong cùng một phép thử. Biểu thức nào sau đây là SAI?

- ☐ $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$
☒ $P(AB) = P(A)P(A|B).$
☐ $P(\overline{A}) = 1 - P(A).$
☒ $P(AB) = P(B)P(B|A).$
☐ $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$
☒ $P(AB) = P(A)P(B).$

Phần III (3 câu): Trong mỗi câu sau, sinh viên điền đáp án đúng.

Câu 13. Một tổ của lớp MI2020 có 50 sinh viên trong đó có 5 sinh viên học giỏi môn Xác suất thống kê. Cần chia tổ làm 5 nhóm, mỗi nhóm 10 sinh viên. Xác suất để nhóm nào cũng có một sinh viên học giỏi môn Xác suất thống kê là:

Câu 14. Trong học kỳ 2023.1, sinh viên K67 phải thi 4 học phần. Xác suất để sinh viên thi đạt một học phần trong mỗi lần thi đều là 0,75. Nếu thi không đạt học phần nào thì phải thi lại học phần đó. Xác suất để một sinh viên thi đạt cả 4 học phần trong đó không có học phần nào thi quá 2 lần là:

Câu 15. Có hai lô sản phẩm: lô I có 12 chính phẩm và 3 phế phẩm; lô II có 10 chính phẩm và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm từ lô I bỏ sang lô II, sau đó từ lô II lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Nếu 2 sản phẩm được lấy ra từ lô II đều là chính phẩm thì xác suất để 2 sản phẩm đó có 1 sản phẩm của lô I và 1 sản phẩm của lô II là:

Phần I :

Câu 1 : Câu sai : $\bar{B} + \bar{B} = \emptyset$

Câu 2 : A, B là 2 sự kiện độc lập :

$$\Rightarrow P(A|B) = P(A) = 0,3$$

$$\begin{cases} P(B|A) = P(B) = 0,2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,06$$

Câu 3 : A là sự kiện : "ít nhất một lần xúc xắc ra số 3"

$$\text{Số kết cục thuận lợi : } m = 6^3 - 5^3 = 91$$

Câu 4 : A là sự kiện : "3 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm A"

$$\Rightarrow p(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$$

Câu 5 : $A_2 \bar{B}$ là : "Chỉ có sinh viên B không thi qua môn"

Câu 6 : C là sự kiện : "có đúng 2 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II"

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow C = AB$$

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{20}^1}{C_{30}^3} \approx 0,2217$$

Câu 7: D

Câu 8: Xác suất để chọn ra 1 sinh viên nữ:
 $p = 0,2$

Áp dụng công thức Béc-nu-li, xác suất để trong 4 sinh viên được chọn có 1 sinh viên nữ là:

$$P(A) = C_4^1 \cdot p^n (1-p)^{4-n} = C_4^1 \cdot 0,2 \cdot 0,8^3 \\ = 0,4096$$

Câu 9: Gọi D là sự kiện: "n người không ai nhận đúng mũ"
 $\Rightarrow \bar{D}$: "ít nhất 1 người nhận được đúng mũ"

Gọi D_i : "Người thứ i nhận được đúng mũ" ($i = 1; n$)

$$\Rightarrow \bar{D} = D_1 \cup D_2 \cup \dots \cup D_n$$

$$\text{Ta có: } P(D_i) = \frac{(n-1)!}{n!} \quad (\forall i \leq n)$$

$$P(D_i D_j) = \frac{(n-2)!}{n!} \quad (\forall i < j \leq n)$$

$$P(\underbrace{D_i D_j \dots D_p}_{k \text{ phần tử}}) = \frac{(n-k)!}{n!} \quad (\forall i < j < \dots < p \leq n)$$

$$\Rightarrow P(\bar{D}) = \sum_{i=1}^n P(D_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(D_i D_j) + \dots +$$

$$+ (-1)^{n-1} P(D_1 D_2 \dots D_n)$$

$$= C_n^1 \cdot \frac{(n-1)!}{n!} - C_n^2 \cdot \frac{(n-2)!}{n!} + \dots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} \cdot \frac{(n-(n-1))!}{n!}$$

$$\Rightarrow P(\bar{D}) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k!}$$

$$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k!}$$

$$+, \text{ Với } n = 1 \Rightarrow P_1 = 0$$

$$+, \text{ Với } n = 6 \Rightarrow P_6 = 0,3681$$

Câu 10: Gọi X là sự kiện: "có đúng 1 trong 3 sự kiện A, B, C xảy ra"

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(X) &= P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C) \\ &= 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,8 \\ &= 0,188 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a, \text{ Cần tính: } P(\bar{B} | X) &= \frac{P(\bar{B}X)}{P(X)} = \frac{P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C)}{P(X)} \\ &= \frac{0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,8}{0,188} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(\bar{B} | X) = 0,809$$

$$b, P(\bar{B}\bar{C} | D) =$$

$$P(\bar{B}\bar{C} | X) = \frac{P(\bar{B}\bar{C}X)}{P(X)} = \frac{P(A\bar{B}\bar{C})}{P(X)} = \frac{0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,2}{0,188}$$

$$\Rightarrow P(\bar{B}\bar{C} | X) = 0,298$$

Câu 11:

a, X là sự kiện: "A, B đứng cạnh nhau"

$$\Rightarrow P(X) = \frac{m}{n} = \frac{9! \cdot 2!}{10!} = \boxed{0,2}$$

b, Y là sự kiện: "A, B đứng cách nhau 1 bàn"

$$\Rightarrow P(Y) = \frac{m}{n} = \frac{8 \cdot 8! \cdot 2!}{10!} \approx \boxed{0,1778}$$

Câu 12: Các câu sai:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(A|B)$$

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

Câu 13: Gọi A_i là sự kiện: "Nhóm i có 1 người giỏi và 9 sinh viên bình thường".

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 A_3 A_4 A_5) &= P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1 A_2) \\ &\quad \cdot P(A_4 | A_1 A_2 A_3) \cdot P(A_5 | A_1 A_2 A_3 A_4) \\ &= \frac{C_5^1 \cdot C_{45}^9}{C_{50}^{10}} \times \frac{C_4^1 \cdot C_{36}^9}{C_{40}^{10}} \times \frac{C_3^1 \cdot C_{27}^9}{C_{30}^{10}} \times \frac{C_2^1 \cdot C_{18}^9}{C_{20}^{10}} \times \frac{C_1^1 \cdot C_9^9}{C_{10}^{10}} \end{aligned}$$

$$\approx \boxed{0,0472}$$

Câu 14:

Xác suất để 1 học phần thi lại quá 2 lần:

$$p = 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625$$

Xác suất để 1 viên đạt cả 4 môn mà không có học phần nào thi lại quá 2 lần.

$$C_4^0 \cdot p^0 \cdot (1-p)^4 = C_4^0 \cdot (1-0,0625)^4$$

$$= 0,7725$$

Câu 15: Gọi A là sự kiện "Lấy được 2 chính phẩm từ lô 2"

A_i là sự kiện: "Có i chính phẩm chuyển từ lô I \rightarrow lô II"

Có: $\{A_0, A_1, A_2\}$ là hệ đầy đủ.

$$P(A_0) = \frac{C_3^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{35}; P(A_1) = \frac{C_3^1 \cdot C_{12}^1}{C_{15}^2} = \frac{12}{35}; P(A_2) = \frac{C_{12}^2}{C_{15}^2} = \frac{22}{35}$$

$$P(A|A_0) = \frac{C_{10}^2}{C_{17}^2}; P(A|A_1) = \frac{C_{11}^2}{C_{17}^2}; P(A|A_2) = \frac{C_{12}^2}{C_{17}^2}$$

Theo CT xác suất đầy đủ:

$$P(A) = \sum_{i=0}^2 P(A_i) \cdot P(A|A_i) = 0,4532$$

Gọi B là sự kiện: "2 chính phẩm có 1 sp lô I, 1 sp lô II"

$$\text{Có: } P(AB|A_0) = 0; P(AB|A_1) = \frac{C_1^1 \cdot C_{10}^1}{C_{17}^2}; P(AB|A_2) = \frac{C_2^1 \cdot C_{10}^1}{C_{17}^2}$$

$$\Rightarrow P(A)P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\sum_{i=0}^2 P(AB|A_i) \cdot P(A_i)}{P(A)} = 0,2596$$