1.1 PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

1.1.1 Phép thử (Experiment)

Ví dụ: Tung đồng xu   Gieo xúc xắc

Phép thử

Biến cố sơ cấp

Sấp, ngửa

Mặt có 1 chấm đến 6 chấm

Biến cố không thể phân tích được nữa

Không gian mẫu

$\Omega = \{S,\ N\}$ $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Không gian mẫu: Tập các kết quả có thể xảy ra của PTNN

Biến cố

$\{S\}$ $\{N\}$

Mặt có số chấm chẵn

…

Biến cố ngẫu nhiên (hay sự kiện): Tập gồm một hoặc một số kết quả có thể xảy ra của PTNN.

Phép thử ngẫu nhiên (PTNN): Các hành động hoặc các chuỗi các hành động liên tiếp mà ta không thể đoán trước được kết quả xảy ra.

1.1.2. Biến cố (Event)

Với phép thử **C** ta thường xét các biến cố (còn gọi là sự kiện) mà việc xảy ra hay không xảy ra hoàn toàn được xác định bởi kết quả của **C**

Mỗi kết quả ω của **C** được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố A nếu A xảy ra khi kết quả của **C** là ω

Ví dụ 1.2: Nếu gọi A là biến cố số chấm xuất hiện là chẵn trong phép thử tung xúc xắc thì A có các kết quả thuận lợi là 2, 4, 6

- Biến cố chắc chắn là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu Ω biến cố một biến cố chắc chắn
- Biến cố không thể là biến cố nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Biến cố không thể được ký hiệu $\varnothing$

1.1.3. QUAN HỆ CỦA CÁC BIẾN CỐ

1.1.3.1 Quan hệ biến cố đối

Biến cố đối của A ký hiệu $\overline{A}$. A xảy ra khi và chỉ khi $\overline{A}$ không xảy ra

1.1.3.2 Tổng của hai biến cố

Tổng của hai biến cố A, B là biến cố được ký hiệu $A \cup B$

Tổng của một dãy các biến cố $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là biến cố $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$

Biến cố tổng xảy ra khi ít nhất một biến cố xảy ra

1.1.3.3 Tích của hai biến cố

Tích của hai biến cố A, B là biến cố được ký hiệu AB

Tích của một dãy các biến cố $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là biến cố $\prod_{i=1}^{n} A_i$

Biến cố tích xảy ra khi tất cả các biến cố cùng xảy ra

1.1.3.4 Biến cố xung khắc

Hai biến số A, B gọi là xung khắc nếu hai biến cố này không thể đồng thời cùng xảy ra

1.1.3.5 Hệ đầy đủ các biến cố

Dãy các biến cố $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là một hệ đầy đủ các biến cố nếu:

- Xung khắc từng đôi một, nghĩa là $A_i A_j = \varnothing$ với mọi $i \neq j = 1, ..., n$,
- Tổng của chúng là biến cố chắc chắc, nghĩa là $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$

Ví dụ 1.7: Một nhà máy có ba phân xưởng sản xuất ra cùng một loại sản phẩm. Giả sử rằng mỗi sản phẩm của nhà máy chỉ do một trong ba phân xưởng này sản xuất.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm.

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là biến cố sản phẩm được chọn do phân xưởng thứ nhất, thứ hai, thứ ba sản xuất

Khi đó hệ ba biến cố A_1, A_2, A_3 là hệ đầy đủ

1.1.3.6 Tính độc lập của các biến cố

Hai biến cố được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra biến cố kia

Ví dụ 1.8: Ba xạ thủ **A**, **B**, **C** mỗi người bắn một viên đạn vào mục tiêu. Gọi A, B, C lần lượt là biến cố **A**, **B**, **C** bắn trúng mục tiêu.

ABC là biến cố cả 3 đều bắn trúng

$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ là biến cố cả 3 đều bắn trượt

$A \cup B \cup C$ là biến cố có ít nhất 1 người bắn trúng

Biến cố có ít nhất 2 xạ thủ bắn trúng $AB \cup BC \cup CA$

Biến cố có nhiều nhất 1 xạ thủ bắn trúng $\overline{A}\,\overline{B} \cup \overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{C}\,\overline{A}$

Biến cố chỉ có xạ thủ **C** bắn trúng $\overline{A}\,\overline{B}C$

Biến cố chỉ có 1 xạ thủ bắn trúng $A\overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\,\overline{B}C$

Ba biến cố A, B, C độc lập? xung khắc?

1.2. ĐỊNH NGHĨA XÁC SUẤT

Xác suất của một biến cố là một con số đặc trưng khả năng khách quan xuất hiện biến cố đó khi thực hiện phép thử

Xác suất của biến cố A ký hiệu $P(A)$. Trường hợp biến cố chỉ gồm một biến cố sơ cấp $\{a\}$ ta ký hiệu $P(a)$ thay cho $P(\{a\})$.

1.2.1 Định nghĩa cổ điển về xác suất

Xác suất của biến cố A

$$P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$$

n_A: Số phần tử của A (hay số kết quả thuận lợi để A xảy ra).

n_Ω : Số phần tử của không gian mẫu Ω (hay số kết quả có thể xảy ra của phép thử).

Ví dụ 1: Biến cố A: xuất hiện mặt chẵn trong phép thử gieo con xúc xắc có 3 trường hợp thuận lợi và 6 trường hợp có thể

Vậy $$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ví dụ 2: Phép thử tung đồng thời 2 đồng xu

Biến cố B: xuất hiện một mặt sấp một mặt ngửa

có 2 trường hợp thuận lợi và 4 trường hợp có thể

Vậy $$P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Để tính xác suất cổ điển ta sử dụng phương pháp đếm của giải tích tổ hợp

1.2.2. Các qui tắc đếm

a. Qui tắc cộng

b. Qui tắc nhân

c. Hoán vị

Có n! hoán vị n phần tử

d. Chỉnh hợp Chọn **lần lượt** k phần tử không hoàn lại trong tập n phần tử ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử

Số CH chập k của n phần tử

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1)$$

e. Tổ hợp Chọn **đồng thời** k phần tử trong tập n phần tử ta được một tổ hợp chập k của n phần tử

Số TH chập k của n phần tử

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ví dụ 1.10: Tung một con xúc xắc hai lần. Tìm xác suất để trong đó có 1 lần ra 6 chấm

Ví dụ 1.11: Một người gọi điện thoại quên mất hai số cuối của số điện thoại và chỉ nhớ được rằng chúng khác nhau. Tìm xác suất để quay ngẫu nhiên một lần được đúng số cần gọi

Ví dụ 1.12: Một công ty cần tuyển 2 nhân viên. Có 6 người nộp đơn trong đó có 4 nữ và 2 nam. Giả sử khả năng trúng tuyển của cả 6 người là như nhau.

Tính xác suất biến cố:

a. Hai người trúng tuyển là nam

b. Hai người trúng tuyển là nữ

c. Có ít nhất 1 nữ trúng tuyển

1.2.2 Định nghĩa thống kê về xác suất

Giả sử phép thử **C** có thể được thực hiện lặp lại nhiều lần độc lập trong những điều kiện giống hệt nhau

Nếu trong n lần thực hiện phép thử **C** biến cố A xuất hiện $k_n(A)$ lần thì tỉ số

$$f_n(A) = \frac{k_n(A)}{n}$$

gọi là tần suất xuất hiện của biến cố A trong n phép thử

Có thể chứng minh được (định lý luật số lớn) khi n tăng lên vô hạn thì $k_n(A)$ tiến đến một giới hạn xác định. Ta định nghĩa giới hạn này là xác suất của biến cố A, ký hiệu $P(A)$

Trên thực tế các tần suất $f_n(A)$ xấp xỉ nhau khi n đủ lớn và xác suất của A được chọn bằng giá trị xấp xỉ này

$$P(A) \approx f_n(A)$$

Ví dụ 1.14: Một công ty bảo hiểm muốn xác định xác suất để một người Mỹ 25 tuổi sẽ bị chết trong năm tới, người ta theo dõi 100.000 thanh niên và thấy rằng có 798 người bị chết trong vòng 1 năm sau đó. Vậy xác suất cần tìm xấp xỉ bằng 0,008.

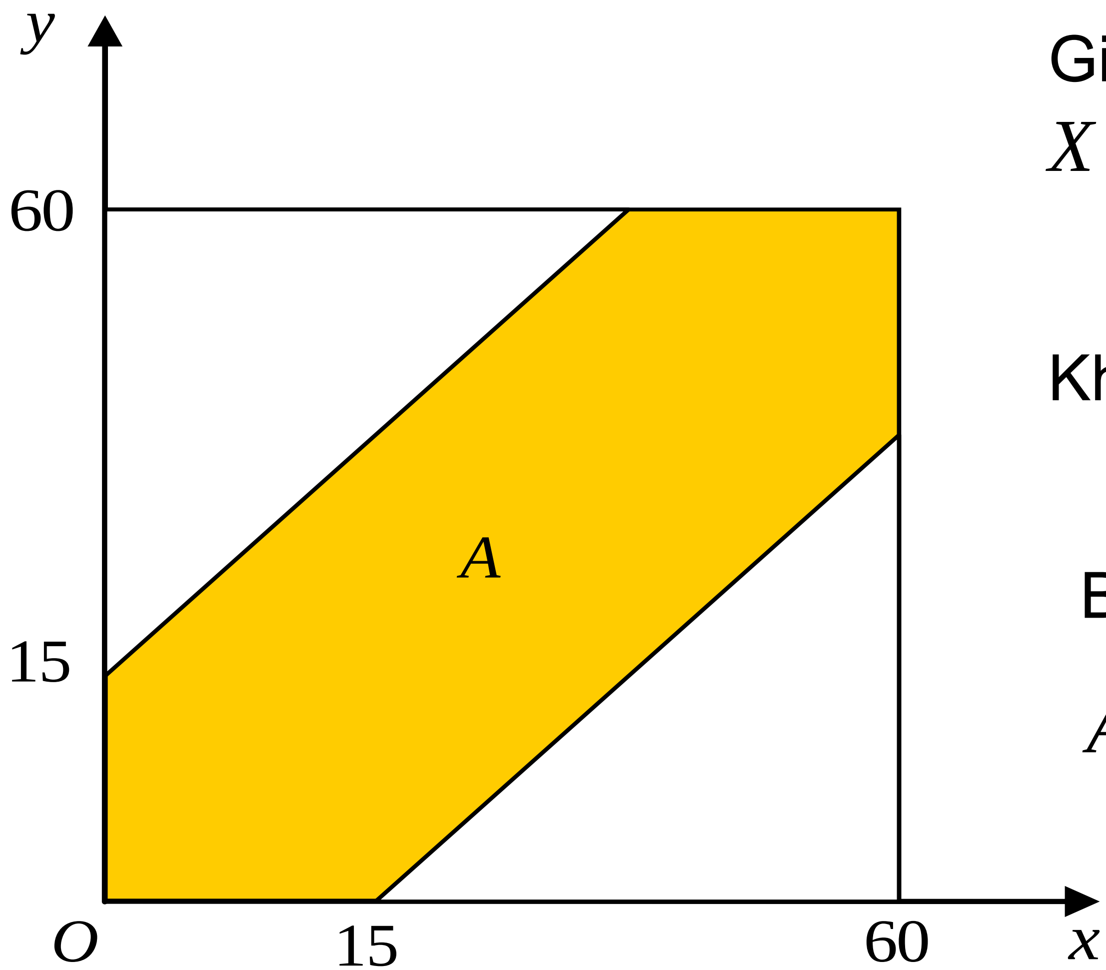
1.2.4. Định nghĩa xác suất theo hình học

Giả sử không gian mẫu Ω có thể biểu diễn tương ứng với một miền nào đó có diện tích-DT (thể tích, độ dài) hữu hạn và biến cố A tương ứng với một miền con của Ω thì xác suất của biến cố A được định nghĩa

$$P(A) = \frac{\mathrm{DT}(A)}{\mathrm{DT}(\Omega)}$$

Ví dụ 1.20: Hai người bạn X, Y hẹn gặp nhau ở một địa điểm trong khoảng thời gian từ 12h đến 13h. Mỗi người có thể đến điểm hẹn một cách ngẫu nhiên tại một thời điểm trong khoảng thời gian nói trên và họ quy ước rằng ai đến trước thì chỉ đợi người kia trong vòng 15 phút.

Tính xác suất để hai người gặp nhau



Giả sử x,y là hai thời điểm của X và Y đến điểm hẹn thì

$$0 \le x \le 60, 0 \le y \le 60$$

Không gian mẫu $\Omega = [0,60]^2$

Biến cố hai người gặp nhau

$$A = \{ (x;y) \in \Omega \,\big|\, |x-y| \le 15 \}$$

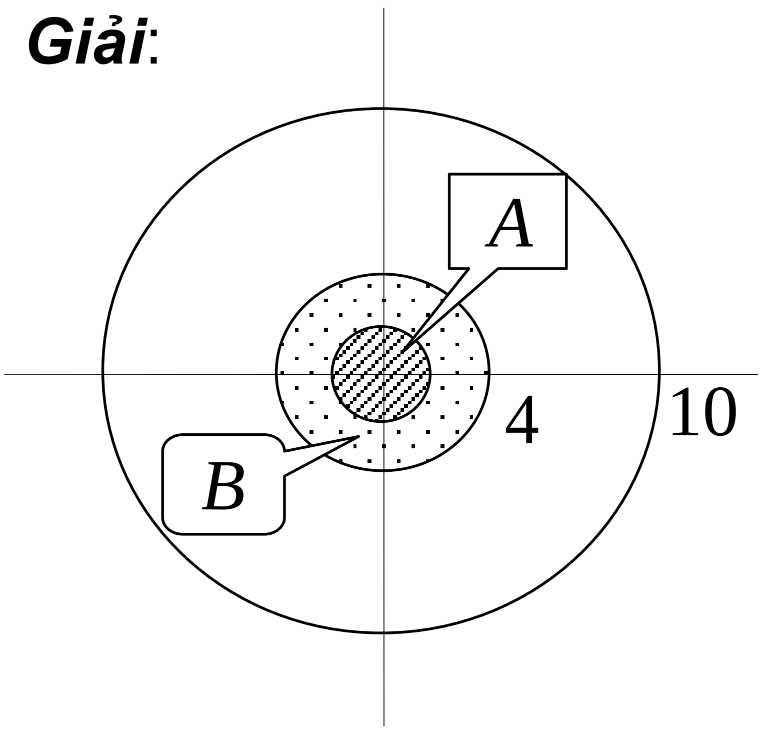
$$\Rightarrow P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = 1 - \frac{45^2}{60^2} = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Ở đây S(A) là diện tích miền A nào đó

Ví dụ 1.21: Xét trò chơi ném phi tiêu vào một đĩa hình tròn bán kính 10cm. Nếu mũi phi tiêu cắm vào đĩa cách tâm $\le$ 2cm thì được giải nhất, nếu khoảng cách này ở trong khoảng 2cm đến $\le$ 4cm nhận được giải thứ hai. Giả sử mũi phi tiêu luôn cắm vào trong đĩa và đồng khả năng.

Tính xác suất để người chơi được giải nhất, được giải nhì.

Giải:



Gọi A, B là biến cố người chơi nhận được giải nhất, giải nhì

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{\pi.2^2}{\pi.10^2} = \frac{2}{50}$$

$$P(B) = \frac{\pi.(4^2 - 2^2)}{\pi.10^2} = \frac{7}{50}$$

1.2.5 Các tính chất và định lý xác suất

Các tính chất của xác suất

1. Với mọi biến cố A: $0 \le P(A) \le 1$

2. Xác suất của biến cố không thể, biến cố chắc chắn

$$P(\varnothing) = 0,\ P(\Omega) = 1$$

Qui tắc cộng xác suất

a. Trường hợp xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

b. Trường hợp tổng quát

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j} P(A_i A_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \ldots A_n)$$

Quy tắc xác suất của biến cố đối

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \qquad P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

Ví dụ 1.23: Trong phòng có n người ($n < 365$).
Tính xác suất có ít nhất hai người có cùng ngày sinh?
Tính xác suất này khi $n = 10$.

Giải Gọi A là biến cố có ít nhất hai người trong phòng có cùng ngày sinh

$$P(\overline{A}) = \frac{A_{365}^{n}}{365^{n}} = \frac{(365)(364)...(365-n+1)}{365^{n}}, \; P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

Khi $n = 10$ thì

$$P(\overline{A}) = \frac{A_{365}^{10}}{365^{10}} = 0,883\,; \;\; P(A) = 1 - 0,883 = 0,117$$

Ví dụ 1.25: Giả sử phép thử **C** có không gian mẫu $\Omega=\{a, b, c, d\}$

với xác suất $P(a)=0,2$, $P(b)=0,3$, $P(c)=0,4$, $P(d)=0,1$.

Xét hai biến cố $A=\{a, b\}$ và $B=\{b, c, d\}$.

Do đó ta có xác suất của các biến cố sau

$$P(A) = P(a) + P(b) = 0,2 + 0,3 = 0,5$$

$$P(B) = P(b) + P(c) + P(d) = 0,3 + 0,4 + 0,1 = 0,8$$

$$P(\overline{A}) = P(c) + P(d) = 0,4 + 0,1 = 0,5$$

hoặc $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$

$$P(A \cup B) = P(\Omega) = 1$$

$$P(AB) = P(b) = 0,3$$

hoặc $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,8 - 1 = 0,3$

1.2.6. Nguyên lý xác suất lớn, xác suất nhỏ

Nguyên lý xác suất nhỏ

“*Nếu một biến cố có xác suất rất nhỏ thì thực tế có thể cho rằng trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra*”

Khi tung đồng xu, ngoài khả năng mặt sấp hay mặt ngửa xuất hiện còn có khả năng đồng xu ở trạng thái đứng. Tuy nhiên khả năng thứ ba rất khó xảy ra,vì vậy thực tế ta luôn công nhận chỉ có hai khả năng mặt sấp và mặt ngửa xuất hiện.

Nguyên lý xác suất lớn

“*Nếu biến cố có xác suất gần bằng 1 thì trên thực tế có thể cho rằng biến cố đó sẽ xảy ra trong một phép thử*”

1.3. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1.3.1 Định nghĩa và các tính chất của xác suất có điều kiện

Xác suất của biến cố B được tính trong điều kiện biết rằng biến cố A đã xảy ra được gọi là xác suất của B với điều kiện A, ký hiệu $P(B|A)$.

Tính chất

❖ Nếu $P(A) \neq 0$ thì

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

❖ Khi cố định A với $P(A) \neq 0$ thì xác suất có điều kiện $P(B|A)$ có tất cả các tính chất của xác suất thông thường đối với biến cố B

$$P(\overline{B}|A) = 1 - P(B|A)$$

$$P(B_1 \cup B_2|A) = P(B_1|A) + P(B_2|A) - P(B_1B_2|A)$$

Ví dụ 1.27: Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc ≥10 biết rằng ít nhất một con đã ra mặt có 5 chấm

Gọi A là biến cố " ít nhất một con ra mặt 5 chấm "

$$P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{11}{36}$$

Gọi B là biến cố "tổng số chấm trên hai con ≥10"

Biến cố AB có 3 kết quả thuận lợi là (5,6), (6,5), (5,5)

Vậy $P(AB)=\dfrac{3}{36}$

$$P\left(B|A\right)=\frac{3}{36}\Big/\frac{11}{36}=\frac{3}{11}$$

Ví dụ 1.30: Có hai phân xưởng của nhà máy sản xuất cùng một loại sản phẩm. Phân xưởng I sản xuất được 1000 sản phẩm trong đó có 100 phế phẩm. Phân xưởng II sản xuất được 2000 sản phẩm trong đó có 150 phế phẩm.

Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm để kiểm tra và đó là phế phẩm. Tính xác suất phế phẩm này do phân xưởng thứ I sản xuất.

Gọi A là biến cố sản phẩm được chọn để kiểm tra do phân xưởng I sản xuất

Gọi B là biến cố sản phẩm được chọn để kiểm tra là phế phẩm

Biến cố AB có 100 kết quả thuận lợi đồng khả năng

$$P(AB) = \frac{100}{3000} = \frac{1}{30} \qquad P(B) = \frac{250}{3000} = \frac{1}{12}$$

$$P(A|B) = \frac{1/30}{1/12} = 2/5 = 0,4$$

Ta có thể tính trực tiếp xác suất điều kiện $P(A|B)$ như sau:

Có 250 trường hợp đồng khả năng có thể lấy được phế phẩm của nhà máy

nhưng chỉ có 100 kết quả thuận lợi đối với biến cố phế phẩm do phân xưởng I sản xuất

Vậy xác suất để lấy được phế phẩm do phân xưởng thứ I sản xuất trong số các phế phẩm là

$$P(A|B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5} = 0,4$$

1.3.2. Quy tắc nhân xác suất

Trường hợp độc lập

❖ Nếu A, B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

❖ Nếu $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ là các biến cố độc lập thì

$$P(A_1A_2 \ldots A_n) = P(A_1)P(A_2)\ldots P(A_n)$$

Trường hợp tổng quát

$$P(AB) = P(A)P(B|A)$$

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\ldots P(A_n|A_1A_2\ldots A_{n-1})$$

Ví dụ 1.31: Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh.
Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh.

Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 bi. Tìm xác suất để 2 bi được rút từ 2 túi là cùng màu.

Gọi $A_t, A_đ, A_x$ lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

$B_t, B_đ, B_x$ lần lượt là biến cố bi được rút từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố $A_t, A_đ, A_x$ xung khắc, $B_t, B_đ, B_x$ xung khắc

Các biến cố $A_t, A_đ, A_x$ độc lập với các biến cố $B_t, B_đ, B_x$

Biến cố 2 bi được rút cùng mầu là $A_tB_t \cup A_đB_đ \cup A_xB_x$

$$P\left(A_tB_t \cup A_đB_đ \cup A_xB_x\right) = P\left(A_tB_t\right) + P\left(A_đB_đ\right) + P\left(A_xB_x\right)$$

$$= P\left(A_t\right)P\left(B_t\right) + P\left(A_đ\right)P\left(B_đ\right) + P\left(A_x\right)P\left(B_x\right)$$

$$= \frac{3}{25}\frac{10}{25} + \frac{7}{25}\frac{6}{25} + \frac{15}{25}\frac{9}{25} = \frac{207}{625} \approx 0,331$$

Ví dụ 1.33: Rút ngẫu nhiên lần lượt 2 quân bài từ cỗ bài tú lơ khơ. Tính xác suất cả 2 quân bài rút được là 2 con át.

Gọi A_1, A_2 lần lượt tương ứng là biến cố lần thứ nhất và lần thứ hai rút được con át.

$$P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{1}{221}$$

Ví dụ 1.35: Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc, bề ngoài chúng giống hệt nhau nhưng trong đó chỉ có đúng 2 chiếc mở được kho.

Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không mở được thì loại). Tính xác suất để mở được kho ở lần thứ ba.

Ký hiệu A_i là biến cố "thử đúng chìa ở lần thứ i"

$$P\left(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,A_3\right) = P\left(\overline{A_1}\right)P\left(\overline{A_2}\middle|\overline{A_1}\right)P\left(A_3\middle|\overline{A_1}\,\overline{A_2}\right) = \frac{7}{9}\frac{6}{8}\frac{2}{7} = \frac{1}{6}$$

1.3.3. Công thức xác suất đầy đủ

Giả sử $\left\{A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_n\right\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố, khi đó với mọi biến cố B của cùng một phép thử, ta có

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_iB)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P\left(B\,\middle|\,A_i\right)$$

Ví dụ 1.37: Một túi đựng 4 bi trắng và 6 bi đen. Người thứ nhất lấy ngẫu nhiên từ túi 3 bi (không hoàn lại), người thứ hai lấy tiếp 2 bi.

Tính xác suất để người thứ hai lấy được 1 bi trắng.

Gọi lần lượt A_0, A_1, A_2, A_3 là biến cố người thứ nhất lấy được 0, 1, 2, 3 bi trắng. A_0, A_1, A_2, A_3 là một hệ đầy đủ
Gọi B là biến cố người thứ hai lấy được 1 bi trắng

Túi đựng 10 bi = **4** bi trắng + **6** bi đen

$$P(A_0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6},\quad P(A_1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2},\quad P(A_2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10},$$

$$P(A_3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}.\quad P(B|A_0)=\frac{C_4^1C_3^1}{C_7^2}=\frac{12}{21},\quad P(B|A_1)=\frac{C_3^1C_4^1}{C_7^2}=\frac{12}{21},$$

$$P(B|A_2)=\frac{C_2^1C_5^1}{C_7^2}=\frac{10}{21},\quad P(B|A_3)=\frac{C_1^1C_6^1}{C_7^2}=\frac{6}{21}.$$

Do đó $P(B)=\frac{1}{6}\cdot\frac{12}{21}+\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{21}+\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{21}+\frac{1}{30}\cdot\frac{6}{21}=\frac{56}{105}$

1.3.4. Công thức Bayes

Giả sử $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố

B là một biến cố của cùng một phép thử có xác suất khác 0,

khi đó với mọi $k = 1, 2, \dots, n$ ta có

$$P\left(A_k \middle| B\right) = \frac{P(A_k B)}{P(B)} = \frac{P(A_k)P\left(B \middle| A_k\right)}{P(B)} = \frac{P(A_k)P\left(B \middle| A_k\right)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P\left(B \middle| A_i\right)}$$

Ví dụ 1.40: Một nhà máy có ba phân xưởng I, II, III cùng sản xuất ra một loại sản phẩm. Phân xưởng I, II, III sản xuất tương ứng 36%, 34%, 30% sản lượng của nhà máy, với tỷ lệ phế phẩm tương ứng là 0,12; 0,1; 0,08.

Tìm tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy

Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm kiểm tra và đó là phế phẩm (biến cố B). Tính xác suất phế phẩm này là do phân xưởng I sản xuất

Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là biến cố sản phẩm lấy ra kiểm tra do phân xưởng I, II, III sản xuất. $\{A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ đầy đủ

$$P(A_1) = 0,36;\ P(A_2) = 0,34;\ P(A_3) = 0,30$$

$$P(B|A_1) = 0,12;\ P(B|A_2) = 0,10;\ P(B|A_3) = 0,08$$

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) = 0,1012$$

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0,36 \cdot 0,12}{0,1012} = 0,427$$

1.4. DÃY PHÉP THỬ BERNOULLI

Dãy các phép thử lặp lại, độc lập, trong mỗi phép thử xác suất xuất hiện của biến cố A không đổi $P(A) = p, (0 < p < 1)$ được gọi là dãy phép thử Bernoulli.

p là xác suất thành công trong mỗi lần thử.

Xác suất của biến cố "A xuất hiện ra đúng k lần trong n phép thử"

$$P_n(k;p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}; k = 0,1,\ldots,n$$

Khi k tăng từ 0 đến n thì $P_n(k;p)$ mới đầu tăng sau đó giảm và đạt giá trị lớn nhất tại $k = m$ thoả mãn

$$(n+1)p - 1 \le m \le (n+1)p \quad P_{\max} = P_n(m;p)$$

m được gọi là số lần xuất hiện có khả năng nhất

Ví dụ 1.43: Tín hiệu thông tin được phát đi 3 lần độc lập nhau. Xác suất thu được mỗi lần là 0.4.

a) Xác suất để nguồn thu nhận được thông tin đúng 2 lần.

$$P_3(2;0,4) = C_3^2 (0,4)^2 (0,6) = 0,288$$

b) Xác suất để nguồn thu nhận được thông tin đó.

$$P = 1 - P_3(0;0,4) = 1 - (0,6)^3 = 0,7848$$

c) Nếu muốn xác suất thu được tin $\geq 0,9$ thì phải phát đi ít nhất bao nhiêu lần.

$$1-(0,6)^n \geq 0,9 \Leftrightarrow (0,6)^n \leq 0,1 \Leftrightarrow n \geq \frac{\lg(0,1)}{\lg(0,6)} = \frac{-1}{-1+0,778} = 4,504$$

Chọn $n = 5$

BÀI TẬP