HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
VIỆN KHOA HỌC KỸ THUẬT BƯU ĐIỆN

ĐỀ THI GIỮA KỲ
(Hình thức tự luận)

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2024-2025)
Lớp: INT1358-20241-17, INT1358-20241-18

Thời gian thi: 60 phút

Đề số 1

Câu 1: (2 điểm)

a) Sử dụng phương pháp lập bảng giá trị chân lý, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg p \to (q \to r) \Leftrightarrow q \to (p \vee r)$$

Lời giải:

p	q	r	$\neg p$	$q \to r$	p $\vee r$	$\neg p \to (q \to r)$	$q \to (p \vee r)$
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1

Dựa vào bảng chân trị ta có điều phải chứng minh.

b) Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của n phần tử theo thứ tự từ điển, liệt kê 5 tổ hợp chập 4 tiếp theo của tổ hợp {1, 2, 4, 6}.

Lời giải:

Sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của n phần tử theo thứ tự từ điển, 5 tổ hợp chập 4 tiếp theo của tổ hợp {1, 2, 4, 6} là:

- {1, 2, 4, 7}, {1, 2, 5, 6}, {1, 2, 5, 7}, {1, 2, 6, 7}

Câu 2: (3 điểm)

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 1, a_1 = 5, a_n = -a_{n-1} + 6a_{n-2}, n \geq 2$$

<u>Lời giải:</u>

Xét phương trình đặc trưng:

$x^2 = -x + 6 \leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 2, x_2 = -3$.

Suy ra hệ thức truy hồi có dạng: $a_n = c_1 2^n + c_2 \times (-3)^n$

Giải phương trình trên với $a_0 = 1, a_1 = 5$ ta có kết quả:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 1 \\ 2c_1 - 3c_2 = 5 \end{cases}$$

Có nghiệm $c_1 = \frac{8}{5},\ c_2 = -\frac{3}{5}$.

Vậy hệ thức truy hồi là: $a_n = \frac{8}{5} \times 2^n - \frac{3}{5} \times (-3)^n$

b) Gọi a_n là số xâu nhị phân độ dài bằng n, bắt đầu bằng số 1 mà không có k chữ số 0 liên tiếp nhau. Xây dựng công thức truy hồi cho a_n và tính a_8. Với $k = 1 + MSV$ % 3 (MSV – mã sinh viên).

<u>Lời giải:</u>

Giả sử MSV = 122, ta có k = 3.

Đặt Sn là số xâu nhị phân có độ dài n thỏa mãn điều kiện đề bài. Một xâu thỏa mãn điều kiện đề bài có thể được thành lập theo 3 cách:

- A1, với A là 1 xâu có độ dài n-1 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-1) cách
- B10, với B là 1 xâu có độ dài n-2 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-2) cách
- C100, với C là xâu có độ dài n-3 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-3) cách

Nên công thức truy hồi tính Sn = S(n-1) + S(n-2) + S(n-3), n >3, với S0 = 0, S1=1, S2= 2, S3 = 4.

S4 = 7, S5 = 13, S6 = 24, S7 = 44, S8 = 81.

c) Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 35$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thoả mãn: $x_1 \geq k, x_2 \geq 2, x_3 \geq 2, x_4 \geq 5$? Với $k = 1 + MSV$ % 2 (MSV – mã sinh viên).

<u>Lời giải:</u>

Giả sử MSV = 122, ta có k = 1.

Đặt x1 = a + 1, x2 = b + 2, x3 = c + 2, x4 = d + 5. Ta có phương trình sau:

a + b + c + d = 25, với a, b, c, d là các số nguyên không âm.

Số nghiệm của phương trình cần tìm là: $C_{\{25+4-1\}}^{25} = C_{28}^{25}$

Câu 3: (2 điểm)

Trình bày phương pháp liệt kê các hoán vị của tập {1,2, …, n} theo thứ tự từ điển sử dụng phương pháp sinh.

Giả sử đang có hoán vị (A1, A2, ..., AN), sinh hoán vị tiếp theo trong thứ tự từ điển bằng thuật toán sau:

- Bước 1: Tìm vị trí i lớn nhất thoả A(i) < A(i+1), nếu không tìm được thì đây là hoán vị cuối cùng, dừng thuật toán.
- Bước 2: Tìm vị trí j lớn nhất thoả A(i) < A(j)
- Bước 3: Đổi chỗ 2 phần tử A(i) và A(j).
- Bước 4: Đảo ngược mảng trong đoạn (A(i+1), A(i+2), ..., A(N)).

Lặp lại các bước trên đến khi sinh được hoán vị cuối cùng.

Câu 4: (3 điểm)

Viết chương trình trong C/C++/Python liệt kê các xâu nhị phân có độ dài n sử dụng phương pháp quay lui.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
VIỆN KHOA HỌC KỸ THUẬT BƯU ĐIỆN

ĐỀ THI GIỮA KỲ
(Hình thức tự luận)

Học phần: Toán rời rạc 1 (Học kỳ 1 năm học 2024-2025)
Lớp: INT1358-20241-17, INT1358-20241-18

Thời gian thi: 60 phút

Đề số 2

Câu 1: (2 điểm)

a) Sử dụng các phép biến đổi tương đương và các mệnh đề tương đương cơ bản, chứng minh sự tương đương logic sau:

$$\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \vee r)$$

Lời giải:

$$\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow \neg p \rightarrow (\neg q \vee r) \Leftrightarrow p \vee \neg q \vee r \ (1)$$

$$q \rightarrow (p \vee r) \Leftrightarrow \neg q \vee p \vee r \ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

c) Cho tập hợp A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} sử dụng phương pháp sinh tổ hợp chập k của n phần tử theo thứ tự từ điển, liệt kê 5 tổ hợp chập 4 trước đó của tổ hợp {3, 4, 6, 7}.

Lời giải:

5 tổ hợp chập 4 tiếp theo của A theo đề bài là:

- {3, 4, 5, 7}, {3, 4, 5, 6}, {2, 5, 6, 7}, {2, 4, 6, 7}

Câu 2: (3 điểm)

a) Giải hệ thức truy hồi sau

$$a_0 = 2, a_1 = 6, a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}, n \geq 2$$

Lời giải:

Xét phương trình đặc trưng:

$x^2 = 3x - 2 \leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Suy ra hệ thức truy hồi có dạng: $a_n = c_1 + c_2 \times 2^n$

Giải phương trình trên với $a_0 = 2, a_1 = 6$ ta có kết quả:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 2 \\ c_1 + 2c_2 = 6 \end{cases}$$

Có nghiệm $c_1 = -2,\ c_2 = \ 4$.

Vậy hệ thức truy hồi là: $a_n = -2 + 4 \times 2^n$

b) Gọi a_n là số xâu nhị phân độ dài bằng n, bắt đầu bằng số 1 và chứa k chữ số 0 liên tiếp nhau. Xây dựng công thức truy hồi cho a_n và tính a_7. Với $k = 1 + MSV$ % 3 (MSV – mã sinh viên)

<u>Lời giải:</u>

Giả sử MSV = 122, ta có k = 3.

Đặt Sn là số xâu nhị phân có độ dài n thỏa mãn điều kiện đề bài. Một xâu thỏa mãn điều kiện đề bài có thể được thành lập theo 3 cách:

- A1, với A là 1 xâu có độ dài n-1 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-1) cách
- B10, với B là 1 xâu có độ dài n-2 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-2) cách
- C100, với C là xâu có độ dài n-3 thỏa mãn đề bài, ta có S(n-3) cách
- D000, với D là xâu có độ dài n-3 bắt đầu bằng số 1, ta có 2^{n-4} cách.

Nên công thức truy hồi tính Sn = S(n-1) + S(n-2) + S(n-3) + 2^{n-4}, n >3, với S0 = 0, S1=0, S2= 0, S3 = 0.

S4 = 1, S5 = 3, S6 = 8, S7 = 20, S8 = 47.

c) Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$ có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thoả mãn: $x_1 \geq 1, x_2 \geq 3, x_3 \geq k$? Với $k = 1 + MSV$ % 3 (MSV – mã sinh viên).

<u>Lời giải:</u>

Giả sử MSV = 122, ta có k = 3.

Đặt x1 = a + 1, x2 = b + 3, x3 = c + 3, x4 = d. Ta có phương trình sau:

a + b + c + d = 7, với a, b, c, d là các số nguyên không âm.

Số nghiệm của phương trình cần tìm là: $C^7_{\{7+4-1\}} = C^7_{10}$

Câu 3: (2 điểm)

Trình bày phương pháp liệt kê các tổ hợp chập k của tập {1, 2, …, n} theo thứ tự từ điển sử dụng phương pháp sinh.

<u>Lời giải:</u>

Giả sử đang có tổ hợp chập k (A1, A2, ..., Ak), sinh tổ hợp chập k tiếp theo trong thứ tự từ điển bằng thuật toán sau:

- Bước 1: Tìm từ bên phải dãy phần tử đầu tiên thỏa mãi A(i) # n-k+i. Nếu không tìm được, kết thúc chương trình.
- Bước 2: Thay A(i) = A(i) + 1

- Bước 3: Thay A(j) = A(j-1) + 1, với j =i+1, …, k.

Câu 4: (3 điểm)

Viết chương trình trong C/C++/Python liệt kê các hoán vị của tập {1, 2, …n}, n > 1 sử dụng phương pháp quay lui.