MAT1093 1,2,3,4 Đại số - Trắc nghiệm đại số tuyến tính

Linear Algebra (Đại học Quốc gia Hà Nội)

NGÂN HÀNG CÂU HỎI MÔN ĐẠI SỐ

DÀNH CHO CÁC LỚP HỌC PHẦN MAT1093 1,2,3,4

I. HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

1. Cho hệ phương trình tuyến tính với tham số m và các ẩn x, y, z:

$$\begin{cases} x - y + 3z = -2 \\ 2x + 7z = -3 \\ -3x + y + (2m-8)z = 5 \end{cases}$$

Với giá trị nào của m thì hệ phương trình trên có vô số nghiệm?

A. $m = 8$

B. $m = -1$

C. $m = 0$

D. Không có giá trị nào của m để hệ có vô số nghiệm

ANSWER: B

2. Tìm nghiệm của hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ 2x + y - 3z = -1 \\ -2x + y + 6z = 2 \end{cases}$$

A. $(1,-1,2)$

B. $(0,0,1)$

C. $(0,\frac{1}{3},0)$

D. $(0,0,\frac{1}{3})$

ANSWER: D

3. Cho hệ phương trình tuyến tính với tham số k và các ẩn x, y, z:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ x + 4y + kz = 6 \end{cases}$$

Hãy tìm điều kiện của k để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất.

A. $k \neq 0$

B. $k \neq 7$

C. $k \neq -5$

D. $k \neq 1$

ANSWER: B

4. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải phương trình tuyến tính với các ẩn x, y?

A. $2x + 3y = 1$

B. $2(x - y) = 3(x + y) + 1$

C. $x(1 - y) = y + x$

D. $x\sin 2 + y\cos 3 = 7$

ANSWER: C

5. Xét các khẳng định sau:

1) Hệ ba phương trình tuyến tính hai ẩn luôn vô nghiệm.
2) Hệ hai phương trình tuyến tính hai ẩn luôn có nghiệm.
3) Phương trình tuyến tính $ax + by = m$, trong đó a, b là các tham số khác 0, x, y là các ẩn số, luôn có vô số nghiệm.
4) Phương trình tuyến tính $ax = m$, trong đó $a \neq 0$, luôn có nghiệm.

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định là đúng?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

ANSWER: B

6. Xét hệ phương trình tuyến tính n ẩn có dạng $A\mathrm{x}=\mathrm{b}$, trong đó A là một ma trận vuông cấp n, x, b là các ma trận kích cỡ $n \times 1$. Phát biểu nào sau đây là SAI?

A. Nếu A khả nghịch thì hệ trên có nghiệm duy nhất.

B. Hệ trên luôn có vô số nghiệm.

C. Hệ trên vô nghiệm nếu hạng của A khác hạng của ma trận bổ sung (ma trận mở rộng) $[A|\mathrm{b}]$.

D. Hệ trên có nghiệm duy nhất nếu hạng của A và hạng của ma trận bổ sung $[A|\mathrm{b}]$ bằng nhau và đều bằng n.

ANSWER: B

7. Cho phương trình $2(x-1)^2 + 2y + (z-2)^2 = ax^2 + bz^2$, trong đó a,b là các tham số, x,y,z là các ẩn. Với giá trị nào của a,b thì phương trình này có thể viết thành một phương trình tuyến tính ?

A. $a=1$ và $b=1$

B. $a=1$ và $b=2$

C. $a=2$ và $b=1$

D. $a=2$ và $b=2$

ANSWER: C

8. Cho hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} 2x + 3y = -11 \\ 6x - 5y + z = 45 \end{cases}$$

Ma trận bổ sung (ma trận mở rộng) của hệ trên là ma trận nào dưới đây?

A. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 11 \\ 6 & 5 & 1 & 45 \end{bmatrix}$

B. $\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 0 & -11 \\ 6 & -5 & 1 & 45 \end{array}\right]$

C. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 11 & 0 \\ 6 & -5 & 1 & 45 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 11 & 2 & 3 & 0 \\ -45 & 6 & -5 & 1 \end{bmatrix}$

ANSWER: B

9. Xét hệ phương trình tuyến tính sau, trong đó x, y, z là ẩn và *m* là tham số:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 4z = 0 \\ x - 2y + mz = 0 \\ (m+1)x + 4y - z = 0 \end{cases}$$

Có bao nhiêu giá trị thực của *m* để hệ phương trình trên có vô số nghiệm?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

ANSWER: C

10. Cho M là ma trận vuông cấp *n* và **b** là một vector cột thuộc R^n. Biết rằng tồn tại hai vector khác nhau ***u*** và ***v*** thuộc R^n sao cho M***u*** = M***v*** = **b**. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. |M|=0.
B. Hệ phương trình M**x**=**b** có vô số nghiệm.
C. Hệ phương trình M**x**=**0** có nghiệm khác **0**.
D. Ma trận M phải có hai hàng (hai dòng) giống nhau.

ANSWER: D

11. Phương trình nào dưới đây có thể viết thành một phương trình tuyến tính với các ẩn x, y?

A. $(\sin\pi)x^2 + y = 2$

B. $(\sin 0,5)xy + x + y = 1$

C. $(\cos\pi)x^2 + y = 2$

D. $(\cos(\sin\pi))x^2 + y = 2$

ANSWER: A

II. MA TRẬN, ĐỊNH THỨC

1. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & m \end{bmatrix}$, trong đó m là một số thực. Với giá trị nào của m thì A không khả nghịch?

   A. $m = 1/2$

   B. $m = 3/2$

   C. $m = 29/2$

   D. $m = -8$

   ANSWER: C

2. Cho ma trận

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 3 & \alpha & 2 \end{bmatrix}$$

Tìm định thức của ma trận trên.

   A. $2\alpha - 49$

   B. $\alpha - 49$

   C. $\alpha + 49$

   D. $-\alpha + 49$

   ANSWER: B

3. Cho A, B là hai ma trận đối xứng vuông cấp n, I là ma trận đơn vị cấp n. Khi đó phát biểu nào sau đây là đúng?

   A. $AA^T = I$

   B. $A = A^{-1}$

   C. $AB = BA$

   D. $(AB)^T = BA$

   ANSWER: D

4. Xét hai ma trận sau

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

   Kích cỡ của ma trận AB là bao nhiêu?

   A. 1×3

   B. 1×2

   C. 3×1

D. 2×1

ANSWER: B

5. Hạng của ma trận sau là bao nhiêu?

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

ANSWER: C

6. Tính định thức của A, với

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

A. 3
B. -1
C. 15
D. 5

ANSWER: C

7. Cho ma trận $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, I là ma trận đơn vị cấp 2. Hãy tính $2M^2 - 3M + I$.

A. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 12 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 12 & -1 \\ -3 & 12 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 12 & -1 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 9 & -1 \\ -3 & 12 \end{bmatrix}$

ANSWER: D

8. Cho các ma trận sau

$$M = \begin{bmatrix} 71 & 92 & -6 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 13 & -13 \\ 26 & 62 \\ -13 & 31 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 15204 & 0 & 6 \\ 2 & 1798 & -545 \end{bmatrix}$$

Trong các biểu thức $MN, NP, PM, 4M^T, N^T P, P^T M$, những biểu thức nào xác định (hay có nghĩa)?

A. $\boxed{MN, NP, 4M^T}$
B. MN, NP, PM, $N^T P$, $P^T M$
C. MN, NP, PM
D. $4M^T$, NP

ANSWER: A

9. Xét hai ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & m \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & m & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Nếu $det(A) = -3$ thì $det(B)$ bằng bao nhiêu?

A. 0
B. -3
C. 24
D. 50

ANSWER: D

10. Cho ma trận M kích cỡ 3x1 và ma trận N kích cỡ 1x3 có tất cả phần tử đều khác 0. Khi đó ma trận $P = MN$ có hạng là bao nhiêu?
A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

ANSWER: B

11. Cho các ma trận $E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Ma trận nào dưới đây viết được dưới dạng: $E_1^{-1} E_2^{-1} E_3^{-1}$

A. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0,5 \end{bmatrix}$

C. $\boxed{\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$

ANSWER: C

III. KHÔNG GIAN VECTOR, ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH

1. Trong R^3 cho các vector v_1= (1, 1, 1), v_2= (1, 2, 2), v_3= (0, 1, m). Tìm m để tập {v_1, v_2, v_3} là phụ thuộc tuyến tính.
   A. m=0
   B. m=1
   C. m=-1
   D. m=2

   ANSWER: B

2. Số chiều của không gian nghiệm của hệ phương trình sau là bao nhiêu?

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$$

$(x,y,t)=\{(2t,t,-3t),t\in R\}$

   A. 0

B. 1
C. 2
D. 3

ANSWER: B

3. Cho các tập hợp sau

$$U_1 = \{(x,y,z) \in R^3 | x-1=0, y=0\}$$ O ∉

$$U_2 = \{(x,y,z) \in R^3 | 2x+3y+4z-3=0, z=0\}$$ O ∉

$$U_3 = \{(x,y,z) \in R^3 | x \geq 0, y \geq 0\}$$ nhân

$$U_4 = \{(x,y,z) \in R^3 | x+2y=0, 2x+3z=0\}$$

Phát biểu nào dưới đây là đúng?

A. Cả 4 tập hợp trên đều là không gian con của R^3.
B. Chỉ U_1, U_2, U_4 là các không gian con của R^3.
C. Chỉ U_1, U_2, U_3 là các không gian con của R^3.
D. Chỉ U_4 là không gian con của R^3

ANSWER: D

4. Xét các tập hợp sau:
   1) N : tập hợp tất cả các số tự nhiên
   2) Q : tập hợp tất cả các số hữu tỉ
   3) R : tập hợp tất cả các số thực
   4) $R^2 = \{(x,y,z) | x,y,z \in R\}$

   Trong các tập hợp trên, có bao nhiêu tập hợp là không gian vector với phép toán thông thường?
   A. 1
   B. 2
   C. 3
   D. 4

   ANSWER: B

5. Xét ánh xạ $\varphi : R^3 \to R^2$ được cho bởi công thức $\varphi(x,y,z) = (2x+y, x-z)$ với mọi $(x,y,z) \in R^3$ và xét các khẳng định sau:
   1) φ là một ánh xạ tuyến tính. ***(Đúng)***
   2) Không gian hạch (hạt nhân) của φ là $\ker(\varphi) = \{(t,-2t,t) | t \in R\}$. ***(Đúng)***

3) Ma trận chuẩn tắc (chính tắc) của φ có kích cỡ là 3x2. **(Sai vì nó có kích cỡ là 2x3)**

4) Không gian ảnh của φ ($\text{im}(\varphi)$, $\text{range}(\varphi)$) có số chiều bằng 3. ***(sai vì dim(ker(T) + dim(img(T)) = dim(R^3) = 3 mà dim(ker(T)) = 1 => dim(img(T)) = 2)***

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

ANSWER: B

6. Cho V là một không gian vector và M là một không gian con của V. Tính chất nào sau đây là SAI?

A. M không thể chứa vector không của V.

B. M là tập con khác rỗng của V.

C. Nếu u,v là các vec-tơ thuộc M thì tổng u+v cũng thuộc M.

D. Nếu u thuộc M và t là một số thực thì tu thuộc M.

ANSWER: A

7. Với giá trị nào của m thì hạng của ma trận sau bằng 2?

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & m & 1 \\ 1 & -4 & -m & -1 \end{bmatrix}$$

A. $m=1$

B. $m=-1$

C. $m=2$

D. $m=-2$

ANSWER: B

8. Xét tập hợp sau: $(-1\ 4\ -1\ 2) \in M$ nhg $(1,-4,1,-2) \notin M$

$M = \{(x,y,z,t) \in R^4 : x+z+t=0, y-t^2=0\}$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. M là không gian con 2 chiều của R^4.

B. M là không gian con 1 chiều của R^4.

C. M không phải là một không gian véctơ với các phép toán thông thường của R^4.

D. M là một không gian vector với các phép toán thông thường của R^4 nhưng không phải là một không gian véctơ con của R^4.

ANSWER: C

9. Ánh xạ tuyến tính $T:\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ có ma trận $A=\begin{bmatrix} -3 & 2 & 32 \\ -2 & -1 & 26 \\ 1 & 2 & 36 \end{bmatrix}$. Số chiều của $ker(T)$ bằng bao nhiêu?

Dim(img(T)) = 3 => dim(ker(T)) = 4 – 3 = 1

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

ANSWER: B

10. Cho V là không gian con của R^3 sinh bởi ba vector (1,1,1), (2,1,0) và (4,3,2). Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. dim(V) = 3.

B. (1,0,1) là một véc-tơ thuộc V.

C. {(1,1,1), (2,1,0)} là một cơ sở của V.

D. cả ba khẳng định trên đều sai.

ANSWER: C

11. Tập nào với các phép toán trong R^n là không gian con của R^n? (giá trị của n được ghi rõ trong từng trường hợp)

A. $W=\{(x,y)\in R^2 | x=2y\}, n=2$

B. $V=\{(x,y)\in R^2 | x-y=1\}, n=2$ (vector 0 ko thuộc V)

C. $M=\{(x,y)\in R^2 | y=ax^2, a\neq 0\}, n=2$ (ko có tính đóng với phép cộng)

D. $N=\{(x,y,z)\in R^3 | x\geq 0\}, n=3$ (không có tính đóng với phép nhân)

ANSWER: A

IV. KHÔNG GIAN TÍCH TRONG

1. Trong R^3 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường), cho hai vector u= (0, 1, 2), v= (1, 2, 1). Khi đó u-proj$_v$u là vector nào dưới đây?

A. (-2/3, -1/3, 4/3)
B. (-2/3, 1/3, 2/3)
C. (2/3, -1/3, 4/3)
D. (1/3, 4/3, 2/3)
ANSWER: A

2. Trong P_2 (không gian tất cả các đa thức một biến x với hệ số thực, có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2), ta xét tích trong sau:

$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ với mọi $f(x), g(x) \in P_2$.

Tính tích trong của đa thức $f(x) = 2$ và đa thức $g(x) = x^2 - x$.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

ANSWER: C

3. Cho $B = \{(0,0,-1), (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)\}$ là một cơ sở của R^3. Ma trận nào dưới đây là ma trận tọa độ của vector $w = (1, -1, 1)$ đối với cơ sở B?

A. $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -2/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 \\ -2/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2/\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -1 \\ -2/\sqrt{2} \\ 2/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

ANSWER: A

4. Cho u,v là các vector trong R^n. Biết rằng u.u=5, v.v=4, u.v=3. Tính (2u+v).(u-2v).

A. 10
B. 16
C. 12
D. -7

ANSWER:D

5. Xét không gian R^3 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường) và các vector sau $v_1 = (a, a+b, 1)$, $v_2 = (a-b, 2, 2a)$, $v_3 = (1, -1, 2)$, trong đó a, b là các số thực. Với những giá trị nào của a, b thì v_3 trực giao (vuông góc) với cả v_1 và v_2?

A. $a = \frac{6}{5}, b = 2$
B. $a = \frac{4}{5}, b = 2$
C. $a = \frac{2}{5}, b = 1$
D. $a = 3, b = 1$

ANSWER: B

6. Cho các véc-tơ $u = (1, 2, -\sqrt{7}), v = (0, -1, -\sqrt{7})$ trong không gian R^3 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường). Khi đó $\|2u - v\|$ bằng bao nhiêu?

A. 4
B. 5
C. $\boxed{\text{C. 6}}$
D. 7

ANSWER: C

7. Xét không gian R^3 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường) và các vector sau: $v_1 = (1,0,1)$, $v_2 = (a,1,1)$, $v_3 = (1,1,-a)$, trong đó a là một số thực. Với giá trị nào của a thì $v_1.v_2 = v_1.v_3 + v_2.v_3$?

A. $a = 2$

B. $a = -2$

C. $a = \frac{1}{2}$

D. $a = -\frac{1}{2}$

ANSWER: C

8. Trong không gian R^4 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường), xét các vector:

$$v = (1,2,3,4), u_1 = \left(\frac{5}{13}, 0, \frac{12}{13}, 0\right), u_2 = \left(0, \frac{-3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right), u_3 = \left(\frac{-12}{13}, 0, \frac{5}{13}, 0\right).$$

Nếu vector u_4 cùng với các vector u_1, u_2, u_3 tạo thành một cơ sở trực chuẩn của R^4 thì tích chấm của u_4 và v bằng bao nhiêu?

$\left(0, \frac{4}{5}, 0, \frac{3}{5}\right)$

A. $\pm\frac{41}{13}$

B. ± 2

C. ± 4

D. $\pm\frac{7}{13}$

ANSWER: C

9. Xét không gian R^3 cùng tích chấm (tích vô hướng thông thường), tham số m, và các vector $v_1 = (1,2,-2)$, $v_2 = (3,m,-6)$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để định thức sau bằng không?

$$\begin{vmatrix} v_1.v_1 & v_2.v_1 \\ v_1.v_2 & v_2.v_2 \end{vmatrix}$$

A. 2
B. 0
C. 1
D. Vô số

ANSWER: C

10. Xét không gian R^3 cùng với tích chấm (tích vô hướng thông thường). Trong các cơ sở sau, cơ sở nào là cơ sở trực chuẩn của R^3?

A. {(1,0,0), (0, -1,0), (0,1, 1)}

B. {(1,1,0), (0, 0, 1), (-1, 1, 0)}

C. $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{-1}{\sqrt{2}})\}$

D. $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (0,0, 1)\}$

ANSWER: D

11. Áp dụng quá trình trực chuẩn hóa Gram-Schmidt cho hệ vector sau: $v_1 = (1,2,3)$, $v_2 = (3,0,-1)$, $v_3 = (4,1,2)$ ta được hệ vector trực chuẩn sau (đối với tích chấm):

$u_1 = (\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}})$, $u_2 = (\frac{3}{\sqrt{10}}, 0, \frac{-1}{\sqrt{10}})$, $u_3 = (m, n, p)$, trong đó m, n, p là các số thực. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

$$\begin{cases} m = \frac{1}{\sqrt{35}} \\ n = \frac{-5}{\sqrt{35}} \\ p = \frac{3}{\sqrt{35}} \end{cases}$$

A. $\frac{1}{\sqrt{40}}$

B. $\frac{-5}{\sqrt{35}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{28}}$

D. $\frac{3}{\sqrt{37}}$

ANSWER: B

V. GIÁ TRỊ RIÊNG, VECTOR RIÊNG

1. Cho A là một ma trận cỡ n x n. Tiêu chuẩn nào sau đây đảm bảo A chéo hóa được?

A. Ma trân A có n giá trị riêng thực phân biệt.

B. Ma trận A tương đương theo dòng (theo hàng) với một ma trận đường chéo.

C. Đa thức đặc trưng của A không có nghiệm bội.

D. Định thức của A khác 0.

ANSWER: A

2. Cho ma trận vuông cấp $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$

Tập các giá trị riêng của ma trận A là

A. $\{2, 9\}$

B. $\{2\}$

C. $\{-2, -9\}$

D. $\{2, -9\}$

ANSWER: A

3. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Hãy tìm một ma trận P khả nghịch và một ma trận đường chéo D sao cho $P^{-1}AP = D$.

A. Không tồn tại các ma trận P và D thỏa mãn điều kiện đề bài.

B. $P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

C. $P = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

D. $P = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

ANSWER: B

4. Xét ma trận $A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$. Tập hợp nào dưới đây gồm toàn các vector riêng của A?

A. {(1,1), (5,2)}
B. {(-1,1), (5,2)}
C. {(-1,1),(-5,2)}
D. {(1,1),(-5,2)}

ANSWER: A

5. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Đa thức đặc trưng của A có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

ANSWER: B

6. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đặc trưng của A?

A. $\lambda^3 + \lambda^2 - 15\lambda + 19 = 0$

B. $\lambda^3 - \lambda^2 + 15\lambda + 19 = 0$

C. $\lambda^3 - \lambda^2 - 15\lambda - 19 = 0$

D. $\boxed{\lambda^3 - \lambda^2 - 15\lambda + 19 = 0}$

ANSWER: D

7. Trong các ma trận sau, ma trận nào nhận 0 và 1 là các giá trị riêng?

A. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

D. $\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}$

ANSWER: D

8. Ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ có bao nhiêu giá trị riêng dương?

A. 0

B. $\boxed{1}$

C. 2

D. 3

ANSWER: B

9. Đa thức đặc trưng của ma trận sau đây có bao nhiêu nghiệm thực (tính cả bội)?

$$\begin{bmatrix} -4 & -71 & 22 \\ 3 & 12 & 1 \\ 1 & 19 & -3 \end{bmatrix}$$

A. 2

B. $\boxed{1}$

C. 3

D. 0

ANSWER: B

10. Cho $a \neq 0$. Vector nào sau đây là vector riêng của ma trận $\begin{bmatrix} 0 & a & a \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$?

A. $(0, 0, a)$

B. $(0, a, 0)$

C. $\boxed{(a, 0, 0)}$

D. $(0, 0, 0)$

ANSWER: C

11. Tập hợp nào dưới đây là tập hợp tất cả các giá trị riêng của ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}?$$

A. \{2;3;4\}

B. $\boxed{\text{\{}-2;3;4\text{\}}}$

C. \{−2;−3;4\}

D. \{−2;−3;−4\}

ANSWER: B