

### Chương 3: Bài toán liệt kê

Liệt kê:

- Phương pháp sinh
- Phương pháp quay lui

#### Phương pháp sinh

Bài toán	Quy tắc sinh
Sinh sâu nhị phân kế tiếp	Duyệt từ vị trí bên phải nhất của sâu nhị phân $S$ độ dài $n$ , tìm vị trí $i$ đầu tiên thoả mãn $S_i = 0$ <ul style="list-style-type: none"><li>• Nếu tìm được <math>i</math> thì:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Gán <math>S_i = 1</math></li><li>○ Gán <math>S_j = 0</math> với <math>i + 1 \leq j \leq n</math></li></ul></li><li>• Ngược lại không tồn tại sâu nhị phân kế tiếp sâu <math>S</math></li></ul>
Sinh hoán vị kế tiếp	Duyệt từ vị trí bên phải nhất của hoán vị $p$ của $n$ phần tử, tìm vị trí $i$ đầu tiên thoả mãn $p_i < p_{i+1}$ <ul style="list-style-type: none"><li>• Nếu tìm được <math>i</math> thì:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Duyệt từ vị trí bên phải nhất của <math>p</math> cho tới <math>i + 1</math>, tìm vị trí <math>j</math> đầu tiên thoả mãn <math>p_j &gt; p_i</math></li><li>○ Đổi chỗ <math>p_i</math> và <math>p_j</math></li><li>○ Lật ngược vị trí các phần tử <math>p[i + 1..n]</math></li></ul></li><li>• Ngược lại không tồn tại hoán vị kế tiếp của hoán vị <math>p</math></li></ul>
Sinh tổ hợp chập $k$ kế tiếp	Duyệt từ vị trí bên phải nhất của $c$ là tổ hợp chập $k$ của $n$ phần tử (hoặc tập con $k$ phần tử của $n$ phần tử), tìm vị trí $i$ đầu tiên thoả mãn $c_i < n - k + i$ <ul style="list-style-type: none"><li>• Nếu tìm được <math>i</math> thì:<ul style="list-style-type: none"><li>○ <math>c_i = c_i + 1</math></li><li>○ <math>c_j = c_i + j - i \forall j \in [i + 1, n]</math></li></ul></li><li>• Ngược lại không tồn tại tổ hợp chập <math>k</math> của <math>n</math> phần tử kế tiếp <math>c</math></li></ul>

1. Liệt kê 5 sô nhị phân kế tiếp theo thứ tự từ điển của sô: 0 1 0 0 1 1
2. Liệt kê 5 hoán vị kế tiếp theo thứ tự từ điển của hoán vị: 5 4 1 2 3 6
3. Liệt kê 5 tập con 3 phần tử của tập 6 phần tử kế tiếp của tập hợp: 2 3 5

## Bài tập 2

- Viết chương trình sinh sô nhị phân kế tiếp của sô nhị phân độ dài n.
- Viết chương trình sinh hoán vị kế tiếp của hoán vị gồm n phần tử.
- Viết chương trình sinh tổ hợp chập k của n phần tử kế tiếp.

Ví dụ: 2.1

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;

string NextBinaryString(const string &s) {
    string t = s;
    int n = t.length();
    for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {
        if (t[i] == '0') {
            t[i] = '1';
            for (int j = i + 1; j < n; j++) {
                t[j] = '0';
            }
            return t;
        }
    }
    return NULL;
}

int main() {
    string s = "010011";
    for (int i = 1; i <= 5; i++) {
        s = NextBinaryString(s);
        cout << s << endl;
    }
}
```

## Phương pháp quay lui

**Bài tập 3:** Viết thuật toán quay lui:

1. Tìm tất cả các sô nhị phân độ dài n
2. Tìm tất cả các hoán vị độ dài n

3. Tìm tất cả các tổ hợp chập k của n phần tử
4. Tìm tất cả cách xếp n quân hậu vào bàn cờ kích thước nxn

Ví dụ: 3.1

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;

void Try(int i, int n, vector<int> &a) {
    if (i < n) {
        for (int j = 0; j <= 1; j++) {
            a[i] = j;
            Try(i + 1, n, a);
        }
    } else {
        for (int j: a) {
            cout << j;
        }
        cout << endl;
    }
}

int main() {
    int n = 5;
    vector<int> a(5);
    Try(0, 5, a);
}
```

#### Bài tập 4

1. Tìm tất cả cách tách số nguyên dương n thành tổng của các số nguyên dương (không xét thứ tự)
2. Viết hàm sinh tìm cách tách tiếp theo của một cách tách số nguyên dương n thành tổng của các số nguyên dương