**Análisis Multivariado**

**Producto académico 02**

**Kevin Heberth Haquehua Apaza**

**23 de julio del 2025**

# Tabla de Contenidos

Examen AED multivariado, ACP y AFE ..... 1
Ejercicio 1: ..... 1
Solución ..... 2
Ejercicio 2: ..... 7
Solución ..... 7
Ejercicio 3: ..... 10
Solución ..... 10

# Examen AED multivariado, ACP y AFE

## Ejercicio 1:

Sea $\mathbf{X}$ un vector aleatorio con matriz de varianza-covarianza dada por

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Determine las componentes principales $Y1$ y $Y2$.
b) Calcule la proporción de la varianza total explicada por la primera componente principal.
c) Calcule la matriz de correlaciones a partir de la matriz de covarianzas y determine las componentes principales $Z1$ y $Z2$ a partir de . Calcule la proporción de la varianza total explicada por $Y1$
d) Calcule la correlación entre las variables $X_i$ y las componentes principales, es decir, calcule

$$\rho_{(X_1,Z_1)}, \rho_{(X_1,Z_2)}, \rho_{(X_2,Z_1)}$$

## Solución

a y b)

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Obtener los autovalores

$$\det(\Sigma - \lambda I) = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 4-\lambda & 1 \\ 1 & 3-\lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$(4-\lambda)(3-\lambda) - 1^2 = 0$$

$$12 - 4\lambda - 3\lambda + \lambda^2 - 1 = 0$$

$$\lambda^2 - 7\lambda + 11 = 0$$

Usar baskhara para la solución

$$\lambda_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(11)}}{2} = \frac{7 + \sqrt{5}}{2} = 4,62$$

$$\lambda_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(11)}}{2} = \frac{7 - \sqrt{5}}{2} = 2,38$$

$$\Sigma a_1 = \lambda_1 a_1$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = 4{,}62\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$$4v_1 + v_2 = 4{,}62\, v_1 \Rightarrow \boxed{v_2 = 0{,}62\, v_1}$$

$$v_1 + 3v_2 = 4{,}62\, v_2$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}62 \end{pmatrix} v_1$$

$$\Sigma a_2 = \lambda_2 a_2$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = 2{,}38\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$4u_1 + u_2 = 2{,}38\, u_1 \Rightarrow \boxed{u_2 = -1{,}62\, u_1}$$

$$u_1 + 3u_2 = 2{,}38\, u_2$$

$$a_2 = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}62 \end{pmatrix} v_1$$

# Normalización

Para $a_1$

$$v_1^2 + v_2^2 = 1$$
$$v_1^2 + (0,62v_1)^2 = 1$$
$$v_1^2 + 0,38v_1^2 = 1$$
$$v_1^2(1+0,38) = 1$$
$$v_1^2 = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1,38}}} = v_1 = \frac{1}{\sqrt{1,38}}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{0,38}{1,38}}$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1,38}} \\ \sqrt{\frac{0,38}{1,38}} \end{pmatrix}$$

Para $a_2$

$$u_1^2 + u_2^2 = 1$$
$$u_1^2 + [(-1,62)u_1]^2 = 1$$
$$u_1^2 + 2,62u_1^2 = 1$$
$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{3,62}}$$
$$u_2 = \sqrt{\frac{2,62}{3,62}}$$

$$a_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3,62}} \\ \sqrt{\frac{2,62}{3,62}} \end{pmatrix}$$

$$y_1 = (x_1\ \ x_2)\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{1,38}}\\ \sqrt{\frac{0,38}{1,38}}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1,38}}x_1 + \sqrt{\frac{0,38}{1,38}}x$$

$$y_2 = (x_1\ \ x_2)\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{3,62}}\\ \sqrt{\frac{2,62}{3,62}}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3,62}}x_1 + \sqrt{\frac{2,62}{3,62}}x$$

b) Hallar la proporción de la primera componente

$$\text{Total} = 4,62 + 2,38 = 7,00$$

$$Var(y_1) = \frac{4,62}{7} = 66\%$$

c) **Calcule la matriz de correlaciones a partir de la matriz de covarianzas y determine las componentes principales $Z1$ y $Z2$ a partir de . Calcule la proporción de la varianza total explicada por $Y1$**

```
S <- matrix(c(4, 1, 1, 3), 2, 2) ; S

##   [,1] [,2]
## [1,]  4  1
## [2,]  1  3
```

Calcular la matriz de correlaciones

```
D_inv <- diag(1 / sqrt(diag(S)))
R <- D_inv %*% S %*% D_inv
R

##      [,1]    [,2]
## [1,] 1.0000000 0.2886751
## [2,] 0.2886751 1.0000000
```

Ahora hallar los componentes principales

```
pca <- princomp(covmat = R, cor = TRUE)
```

Y las varianzas explicadas

```
explained_var <- pca$sdev^2 / sum(pca$sdev^2)
explained_var

##   Comp.1   Comp.2
## 0.6443376 0.3556624
```

En el cálculo manual no hya tanta diferencia, debido al cálculo con decimales.

d) **Calcule la correlación entre las variables $X_i$ y las componentes principales, es decir, calcule**

$$\rho_{(X_1,Z_1)}, \rho_{(X_1,Z_2)}, \rho_{(X_2,Z_1)}$$

```
L <- unclass(pca$loadings) ; L

##     Comp.1    Comp.2
## [1,] 0.7071068  0.7071068
## [2,] 0.7071068 -0.7071068

# Autovalores
lambda <- pca$sdev^2

# Correlaciones
cor <- L %*% diag(sqrt(lambda))
cor
```

```
##          [,1]       [,2]
## [1,] 0.8027064  0.5963744
## [2,] 0.8027064 -0.5963744
```

## Ejercicio 2:

La siguiente tabla muestra los datos sobre la longitud de huesos registrados de 20 jóvenes a los 8, 8.5, 9 y 9.5 años respectivamente; Verificar si alguno de los individuos es considerado un dato atípico multivariado. Realizar la comprobación paso a paso como se realizó en clase (matricialmente), además tienes que comprobarlo con la función directa en el R

```
data <- data.frame(X1_y8 = c(47.8, 46.4, 46.3, 45.1, 47.6, 52.5, 51.2, 49.8,
                             48.1, 45.0, 51.2, 48.5, 52.1, 48.2, 49.6, 50.7,
                             47.2, 53.3, 46.2, 46.3),
                   X2_y8.5 = c(48.8, 47.3, 46.8, 45.3, 48.5, 53.2, 53.0, 50.0,
                               50.8, 47.0, 51.4, 49.2, 52.8, 48.9, 50.4, 51.7,
                               47.7, 54.6, 47.5, 47.6),
                   X3_y9 = c(49.0, 47.7, 47.8, 46.1, 48.9, 53.3, 54.3, 50.3,
                             52.3, 47.3, 51.6, 53.0, 53.7, 49.3, 51.2, 52.7,
                             48.4, 55.1, 48.1, 51.3),
                   X3_y9.5 = c(49.7, 48.4, 48.5, 47.2, 49.3, 53.7, 54.5, 52.7,
                               54.4, 48.3, 51.9, 55.5, 55.0, 49.8, 51.8, 53.3,
                               49.5, 55.3, 48.4, 51.8))
```

## Solución

Hallemos manualmente

```
# Calcular vector de medias
mu <- colMeans(data) ; mu

##  X1_y8 X2_y8.5  X3_y9 X3_y9.5
## 48.655 49.625 50.570 51.450

data_centered <- t(apply(data, 1, function(x) x - mu))
data_centered <- as.matrix(data_centered) ; data_centered

##        X1_y8 X2_y8.5 X3_y9 X3_y9.5
## [1,]  -0.855  -0.825 -1.57   -1.75
## [2,]  -2.255  -2.325 -2.87   -3.05
## [3,]  -2.355  -2.825 -2.77   -2.95
## [4,]  -3.555  -4.325 -4.47   -4.25
## [5,]  -1.055  -1.125 -1.67   -2.15
## [6,]   3.845   3.575  2.73    2.25
## [7,]   2.545   3.375  3.73    3.05
## [8,]   1.145   0.375 -0.27    1.25
## [9,]  -0.555   1.175  1.73    2.95
## [10,] -3.655  -2.625 -3.27   -3.15
## [11,]  2.545   1.775  1.03    0.45
## [12,] -0.155  -0.425  2.43    4.05
## [13,]  3.445   3.175  3.13    3.55
```

```
## [14,] -0.455  -0.725 -1.27  -1.65
## [15,] 0.945  0.775 0.63   0.35
## [16,] 2.045  2.075 2.13   1.85
## [17,] -1.455  -1.925 -2.17  -1.95
## [18,] 4.645  4.975 4.53   3.85
## [19,] -2.455  -2.125 -2.47  -3.05
## [20,] -2.355  -2.025 0.73   0.35

# Calcular matriz de covarianza e inversa
S <- cov(data) ; S

##          X1_y8 X2_y8.5   X3_y9 X3_y9.5
## X1_y8   6.329974 6.189079 5.777000 5.548158
## X2_y8.5 6.189079 6.449342 6.153421 5.923421
## X3_y9   5.777000 6.153421 6.918000 6.946316
## X3_y9.5 5.548158 5.923421 6.946316 7.464737

S_inv <- solve(S) ; S_inv

##            X1_y8    X2_y8.5      X3_y9    X3_y9.5
## X1_y8    2.6751033 -2.9161240  0.5007711 -0.1402566
## X2_y8.5 -2.9161240  4.3649625 -2.2211535  0.7706152
## X3_y9    0.5007711 -2.2211535  4.6620565 -2.9479467
## X3_y9.5 -0.1402566  0.7706152 -2.9479467  2.3699236

# Calcular distancia de Mahalanobis manualmente (paso a paso)
dist_manual <- (data_centered) %*% S_inv %*% t(data_centered)
dist_manual<-(diag(dist_manual)) ; dist_manual

##  [1] 0.7589305 1.2973512 1.7542420 3.8608496 0.8776488 2.8221570
##  [7] 4.0573285 8.1105862 10.9511973 5.8461957 2.8393025 10.5795182
## [13] 2.5797150 0.6625258 0.3324791 0.8462319 1.1141959 4.4104027
## [19] 2.1249099 10.1742322
```

Ahora hallemos con la función directa del R

```
# Calcular con la función base de R
dist_r <- mahalanobis(data, center = mu, cov = S) ; dist_r

##  [1] 0.7589305 1.2973512 1.7542420 3.8608496 0.8776488 2.8221570
##  [7] 4.0573285 8.1105862 10.9511973 5.8461957 2.8393025 10.5795182
## [13] 2.5797150 0.6625258 0.3324791 0.8462319 1.1141959 4.4104027
## [19] 2.1249099 10.1742322
```

Comparemos

```
# Comparar resultados
resultado <- data.frame(
  Observacion = rownames(data),
  Dist_Mahal_Manual = dist_manual,
  Dist_Mahal_R       = dist_r,
  Diferencia = abs(dist_manual - dist_r)
)
```

```
print(resultado)

##   Observacion Dist_Mahal_Manual Dist_Mahal_R   Diferencia
## 1           1         0.7589305    0.7589305 0.000000e+00
## 2           2         1.2973512    1.2973512 0.000000e+00
## 3           3         1.7542420    1.7542420 0.000000e+00
## 4           4         3.8608496    3.8608496 0.000000e+00
## 5           5         0.8776488    0.8776488 0.000000e+00
## 6           6         2.8221570    2.8221570 0.000000e+00
## 7           7         4.0573285    4.0573285 8.881784e-16
## 8           8         8.1105862    8.1105862 0.000000e+00
## 9           9        10.9511973   10.9511973 0.000000e+00
## 10         10         5.8461957    5.8461957 0.000000e+00
## 11         11         2.8393025    2.8393025 0.000000e+00
## 12         12        10.5795182   10.5795182 1.776357e-15
## 13         13         2.5797150    2.5797150 4.440892e-16
## 14         14         0.6625258    0.6625258 0.000000e+00
## 15         15         0.3324791    0.3324791 5.551115e-17
## 16         16         0.8462319    0.8462319 0.000000e+00
## 17         17         1.1141959    1.1141959 2.220446e-16
## 18         18         4.4104027    4.4104027 8.881784e-16
## 19         19         2.1249099    2.1249099 0.000000e+00
## 20         20        10.1742322   10.1742322 0.000000e+00
```

Practimente no se observan diferencias significativas. Ahora veamos los individuos considerados atípicos

```
# Umbral usando el percentil 97.5 de chi-cuadrado con 4 grados de libertad
umbral <- qchisq(0.975, df = 4) ; umbral

## [1] 11.14329

# Agregar al dataframe
resultado$dist_maha <- dist_r
resultado$Atipico <- ifelse(resultado$dist_maha > umbral, "Sí", "No")

# Mostrar resultado
print(resultado)

##   Observacion Dist_Mahal_Manual Dist_Mahal_R   Diferencia  dist_maha Atipico
## 1           1         0.7589305    0.7589305 0.000000e+00  0.7589305      No
## 2           2         1.2973512    1.2973512 0.000000e+00  1.2973512      No
## 3           3         1.7542420    1.7542420 0.000000e+00  1.7542420      No
## 4           4         3.8608496    3.8608496 0.000000e+00  3.8608496      No
## 5           5         0.8776488    0.8776488 0.000000e+00  0.8776488      No
## 6           6         2.8221570    2.8221570 0.000000e+00  2.8221570      No
## 7           7         4.0573285    4.0573285 8.881784e-16  4.0573285      No
## 8           8         8.1105862    8.1105862 0.000000e+00  8.1105862      No
## 9           9        10.9511973   10.9511973 0.000000e+00 10.9511973      No
## 10         10         5.8461957    5.8461957 0.000000e+00  5.8461957      No
## 11         11         2.8393025    2.8393025 0.000000e+00  2.8393025      No
## 12         12        10.5795182   10.5795182 1.776357e-15 10.5795182      No
```

```
## 13      13      2.5797150    2.5797150 4.440892e-16  2.5797150     No
## 14      14      0.6625258    0.6625258 0.000000e+00  0.6625258     No
## 15      15      0.3324791    0.3324791 5.551115e-17  0.3324791     No
## 16      16      0.8462319    0.8462319 0.000000e+00  0.8462319     No
## 17      17      1.1141959    1.1141959 2.220446e-16  1.1141959     No
## 18      18      4.4104027    4.4104027 8.881784e-16  4.4104027     No
## 19      19      2.1249099    2.1249099 0.000000e+00  2.1249099     No
## 20      20     10.1742322   10.1742322 0.000000e+00 10.1742322     No
```

Se observa que no se tiene ningun dato atípicos registrado, sin embargo la observación 9, 11 y 20 están cercas a considerarse outliers multivariados.

## Ejercicio 3:

En el Excel *(pregunta3.xlsx)* se muestran los valores de cinco variables obtenidas en 20 alumnos que quieren entrar a alguna universidad del consejo de rectores. Las variables en estudio son la distancia en kilómetros al lugar del colegio en el que estudiaban (DIST), el promedio de horas que hacían actividad física a la semana (EF), índice de masa corporal (IMC), IQ (coeficiente intelectual) y NEM (promedio de notas con el cual postulan a las universidades). Se quiere determinar las relaciones existentes entre dichas variables intentando reducir la dimensionalidad del problema vía un análisis factorial exploratorio.

a) Sobre el conjunto de datos halle si se cumple o no la normalidad multivariada.
b) Verifique si existe presencia de valores outliers para la data.
c) Realice el análisis factorial exploratorio vía componentes principales e interprete y justifique sus conclusiones.

## Solución

Leamos la data

```r
library(readxl)
pregunta3 <- read_excel(here("pregunta3.xlsx"))
```

a) **Sobre el conjunto de datos halle si se cumple o no la normalidad multivariada.**

Veamos si los datos siguen una distribución multivariada con los test de Mardia, Henze-Zirkler y Royston

```r
#Libreria a utilizar
library(MVN)

## Warning: package 'MVN' was built under R version 4.5.1

Y <- pregunta3[,-1]

Mardia = mvn(Y, mvn_test = "mardia")
Mardia$multivariate_normality
```

```
##          Test Statistic p.value    Method        MVN
## 1 Mardia Skewness    59.425   0.006 asymptotic ✗ Not normal
## 2 Mardia Kurtosis     0.976   0.329 asymptotic   ✓ Normal
```

La prueba de Mardia indica que no se tiene una distribución normal, sigamos con el test de Henze-Zirkler

```
HZ =mvn(Y, mvn_test = "hz")
HZ$multivariate_normality

##         Test Statistic p.value    Method     MVN
## 1 Henze-Zirkler    0.899   0.068 asymptotic ✓ Normal
```

El test de Henz indica que es normal, ahora el test de Royston

```
Roy =mvn(Y, mvn_test = "royston")
Roy$multivariate_normality

##     Test Statistic p.value    Method       MVN
## 1 Royston    37.453  <0.001 asymptotic ✗ Not normal
```

En dos se indican que no se tiene una distribución normal y en uno al momento se indico que sigue una distribución normal. Veamos con los otros test

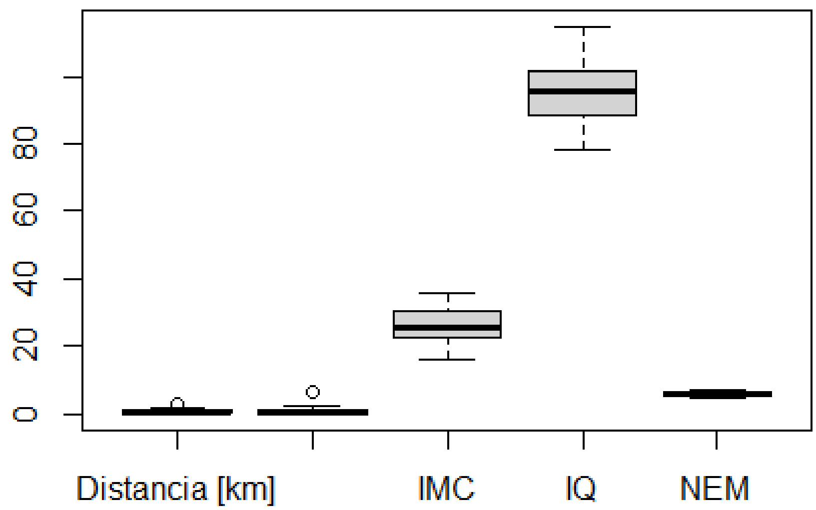
```
HW =mvn(Y, mvn_test = "hw")
HW$multivariate_normality

##        Test Statistic p.value    Method       MVN
## 1 Henze-Wagner    0.859   0.041 asymptotic ✗ Not normal

HW =mvn(Y, mvn_test = "doornik_hansen")
HW$multivariate_normality

##         Test Statistic df p.value    Method       MVN
## 1 Doornik-Hansen   141.944 10  <0.001 asymptotic ✗ Not normal

HW =mvn(Y, mvn_test = "energy")
HW$multivariate_normality

##       Test Statistic p.value   Method       MVN
## 1 E-Statistic     1.34   0.006 bootstrap ✗ Not normal
```

La mayor parte de los test indicaron que no se sigue una distribución normal multivariada, por lo tanto los datos no siguen una distribución normal multivariada. No se cumple la normalidad multivariada.

b) **Verifique si existe presencia de valores outliers para la data.**

Veamos primeramente a nivel univariado

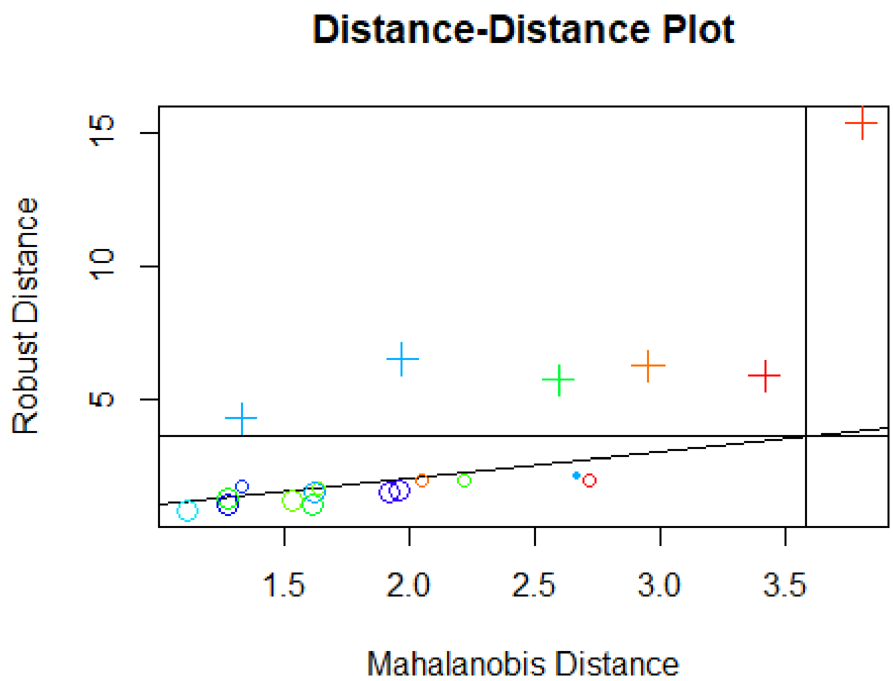
```
boxplot(pregunta3[,-1])
```




Parece que distancia y EF tienen valores outliers a nivel univariado.

Ahora veamos a nivel multivariado a través de la distancia clásica de Mahalanobich

```
# Librerias a utilizar
library(mvoutlier)

## Warning: package 'mvoutlier' was built under R version 4.5.1

## Cargando paquete requerido: sgeostat

##
## Adjuntando el paquete: 'mvoutlier'

## The following object is masked _by_ '.GlobalEnv':
##
##    Y

library(aplpack)

distances <- dd.plot(pregunta3[,-1], quan=1/2, alpha=0.025)
```



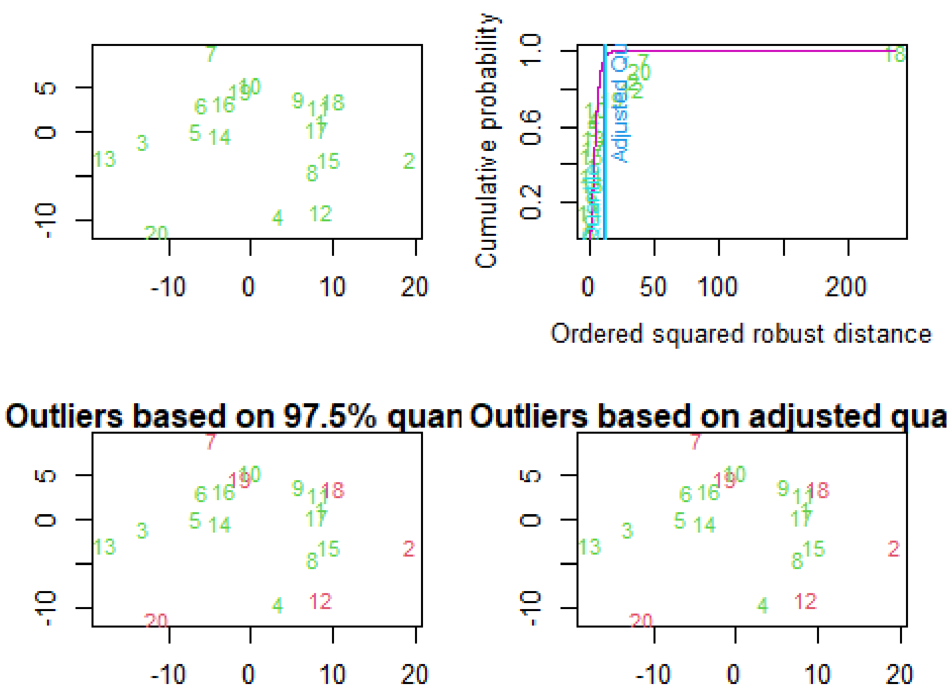

```r
out1=data.frame(pregunta3,pred=as.numeric(distances$outliers))
subset(out1,pred==1)
```

```
##   Individuo Distancia..km. EF..hrs.    IMC      IQ NEM pred
## 2        2        3.1442   0.4168 31.6282  77.9768 5.1    1
## 7        7        0.2746   1.5676 15.9921 100.2147 5.5    1
## 12      12        0.3059   0.2488 36.0617  89.4410 5.7    1
## 18      18        0.1206   6.5881 22.7429  86.5072 5.7    1
## 19      19        0.1266   1.2532 20.9371  97.3890 5.9    1
## 20      20        0.4173   0.0742 35.5664 109.5347 6.3    1
```

Se muestran los individuos los cuales son outliers multivariados, ahora con la distancia de Mahalanobich robusta

```r
outliers <- aq.plot(pregunta3[,-1], delta=qchisq(0.975, df = ncol(pregunta3[,-1])), quan = 1/2, alpha = 0.05)
```

```
## Projection to the first and second robust principal components.
## Proportion of total variation (explained variance): 0.9194741
```




```
out2=data.frame(pregunta3,pred=as.numeric(outliers$outliers))
subset(out2,pred==1)
```

```
##    Individuo Distancia..km. EF..hrs.    IMC      IQ NEM pred
## 2         2         3.1442   0.4168 31.6282  77.9768 5.1    1
## 7         7         0.2746   1.5676 15.9921 100.2147 5.5    1
## 12       12         0.3059   0.2488 36.0617  89.4410 5.7    1
## 18       18         0.1206   6.5881 22.7429  86.5072 5.7    1
## 19       19         0.1266   1.2532 20.9371  97.3890 5.9    1
## 20       20         0.4173   0.0742 35.5664 109.5347 6.3    1
```

Se tienen los mismo individuos (2, 7, 12, 18, 19 y 20) como outliers multivariados.

c) **Realice el análisis factorial exploratorio vía componentes principales e interprete y justifique sus conclusiones.**

Ver si existen datos NA

```
colSums(is.na(pregunta3))
```

```
##   Individuo Distancia [km]    EF [hrs]         IMC          IQ
##           0              0           0           0           0
##         NEM
##           0
```

No se tienen datos perdidos, empecemos realizando la prueba de esfericidad de Bartlet

```
library(psych)
```

```
##
## Adjuntando el paquete: 'psych'

## The following object is masked from 'package:MVN':
##
##     mardia

cortest.bartlett(cor(Y), n=nrow(Y))

## $chisq
## [1] 26.14193
##
## $p.value
## [1] 0.00355391
##
## $df
## [1] 10
```

El valor es significativo, justifica el uso de reducción de datos, veamos el test KMO

```
KMO(Y)

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = Y)
## Overall MSA =  0.37
## MSA for each item =
## Distancia [km]      EF [hrs]          IMC          IQ         NEM
##          0.57          0.21          0.23        0.40        0.40
```

Los valores son menores a 0.5 a excepción de Distancia [km] por lo que se puede extraer para que se considere aceptable la aplicación del análisis factorial al conjunto de datos

```
data_AFE <- Y[,-1]
```

Veamos el test de bartlet y KMO

```
cortest.bartlett(cor(data_AFE), n=nrow(data_AFE))

## $chisq
## [1] 19.15131
##
## $p.value
## [1] 0.003915573
##
## $df
## [1] 6
```

Significativo, ahora veamos el KMO

```
KMO(data_AFE)

## Kaiser-Meyer-Olkin factor adequacy
## Call: KMO(r = data_AFE)
## Overall MSA =  0.29
```

```
## MSA for each item =
## EF [hrs]     IMC      IQ     NEM
##    0.23    0.13    0.34    0.33
```

Ahora si es justificable el uso de un análisis factorial exploratorio, realizemos con la rotación principal

```
facto=principal(r=data_AFE,nfactors=4,rotate="none")
facto=principal(r=data_AFE,nfactors=4,rotate="varimax")
facto

## Principal Components Analysis
## Call: principal(r = data_AFE, nfactors = 4, rotate = "varimax")
## Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
##          RC1   RC2   RC3   RC4 h2      u2 com
## EF [hrs] -0.01 -0.05  0.99 -0.15  1  0.0e+00 1.1
## IMC       0.14  0.98 -0.05 -0.10  1 -2.2e-15 1.1
## IQ        0.40 -0.15 -0.21  0.88  1 -2.2e-15 1.6
## NEM       0.92  0.18  0.00  0.35  1 -3.8e-15 1.4
##
##                        RC1  RC2  RC3  RC4
## SS loadings           1.03 1.03 1.02 0.92
## Proportion Var        0.26 0.26 0.26 0.23
## Cumulative Var        0.26 0.51 0.77 1.00
## Proportion Explained  0.26 0.26 0.26 0.23
## Cumulative Proportion 0.26 0.51 0.77 1.00
##
## Mean item complexity =  1.3
## Test of the hypothesis that 4 components are sufficient.
##
## The root mean square of the residuals (RMSR) is  0
##  with the empirical chi square  0  with prob <  NA
##
## Fit based upon off diagonal values = 1

facto$loadings

##
## Loadings:
##          RC1    RC2    RC3    RC4
## EF [hrs]               0.987 -0.152
## IMC       0.136  0.984        -0.101
## IQ        0.404 -0.148 -0.212  0.878
## NEM       0.920  0.182         0.348
##
##                  RC1   RC2   RC3   RC4
## SS loadings    1.028 1.026 1.022 0.924
## Proportion Var 0.257 0.257 0.255 0.231
## Cumulative Var 0.257 0.513 0.769 1.000
```

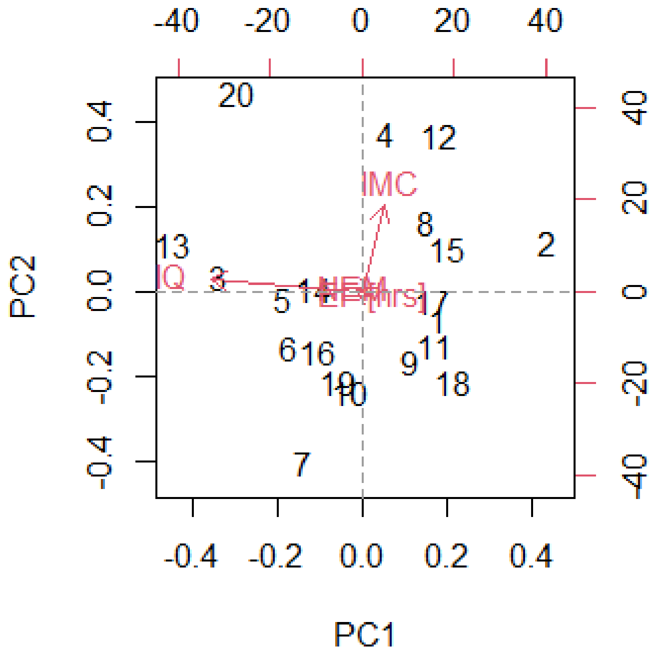
Por la mayor explicación de la varianza, se recomienda usar 3 factores

```
facto=principal(r=data_AFE,nfactors=3,rotate="varimax")
facto

## Principal Components Analysis
## Call: principal(r = data_AFE, nfactors = 3, rotate = "varimax")
## Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix
##          RC1   RC2   RC3   h2    u2 com
## EF [hrs] -0.10 -0.05  0.99 0.99 0.011 1.0
## IMC       0.03  0.99 -0.05 0.98 0.022 1.0
## IQ        0.88 -0.26 -0.30 0.93 0.075 1.4
## NEM       0.92  0.28  0.06 0.94 0.065 1.2
##
##                        RC1  RC2  RC3
## SS loadings           1.63 1.12 1.07
## Proportion Var        0.41 0.28 0.27
## Cumulative Var        0.41 0.69 0.96
## Proportion Explained  0.43 0.29 0.28
## Cumulative Proportion 0.43 0.72 1.00
##
## Mean item complexity =  1.2
## Test of the hypothesis that 3 components are sufficient.
##
## The root mean square of the residuals (RMSR) is  0.04
##  with the empirical chi square  0.39  with prob <  NA
##
## Fit based upon off diagonal values = 0.99

facto$loadings

##
## Loadings:
##          RC1    RC2    RC3
## EF [hrs] -0.100         0.988
## IMC              0.987
## IQ        0.879 -0.256 -0.297
## NEM       0.923  0.283
##
##                  RC1   RC2   RC3
## SS loadings    1.634 1.122 1.071
## Proportion Var 0.409 0.281 0.268
## Cumulative Var 0.409 0.689 0.957
```

Se tienen los siguientes factores

RC1 = IQ y NEM (Academico) RC2 = IMC (Caracteristicas del Individuo) RC3 = EF (Nivel de actividad fisica)

```
biplot(prcomp(data_AFE, scale = FALSE))
abline(h = 0, v = 0, lty = 2, col = 8)
```



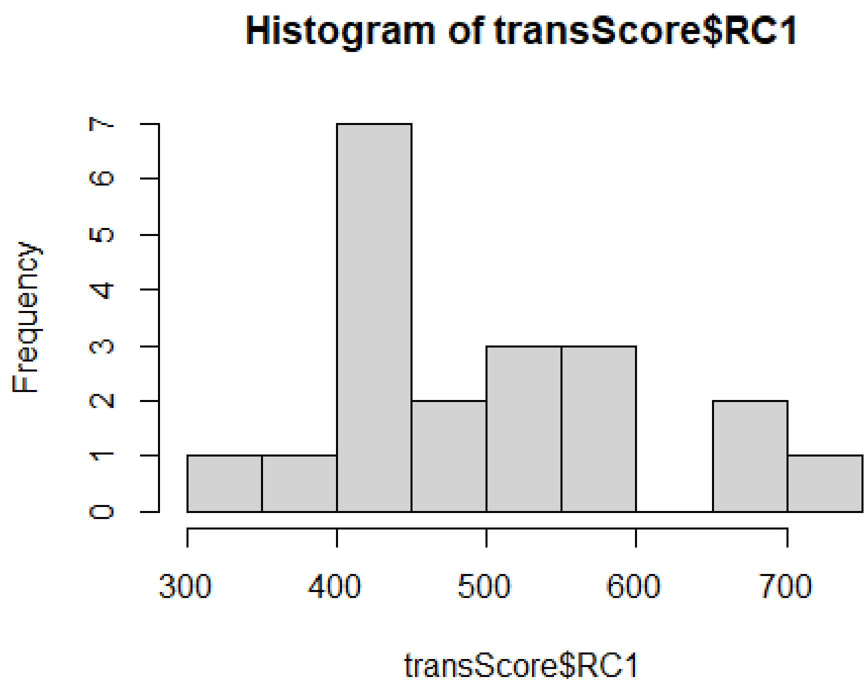

Saquemos ahora los scores

```
scores <- as.matrix(data_AFE) %*% as.matrix(facto$loadings)
scores <- data.frame(scores) ; scores
```

```
##       RC1        RC2       RC3
## 1   82.99803  4.3416280 -26.14869
## 2   74.23487 12.6940176 -23.87682
## 3  103.34898 -1.5263996 -33.21591
## 4   90.08681 12.4732635 -27.22022
## 5   97.81104 -0.1204168 -31.09675
## 6   96.00638 -2.7172449 -31.00943
## 7   93.50009 -8.3734869 -28.57108
## 8   85.44618  9.3336375 -26.05739
## 9   85.18837  1.0958082 -27.47503
## 10  89.61210 -3.0445936 -28.48060
## 11  83.40019  2.9193219 -26.74265
## 12  85.02641 14.3153197 -27.61324
## 13 108.13035 -1.4962417 -34.78397
## 14  95.19982  1.4903639 -30.53744
## 15  83.54105  8.7027247 -25.46491
## 16  93.03440 -2.0159418 -30.18438
## 17  83.89996  5.2632489 -27.04577
## 18  81.36580  1.6105370 -19.85049
## 19  91.58438 -2.6406004 -28.25121
## 20 103.23441  8.8635815 -33.68287
```

Realizemos una transformación manteniendo sus características

```
Zscores<-scale(scores)
transScore <- Zscores*100+500 # Proceso de baremación de PISA
transScore <- data.frame(transScore)
hist(transScore$RC1)
```



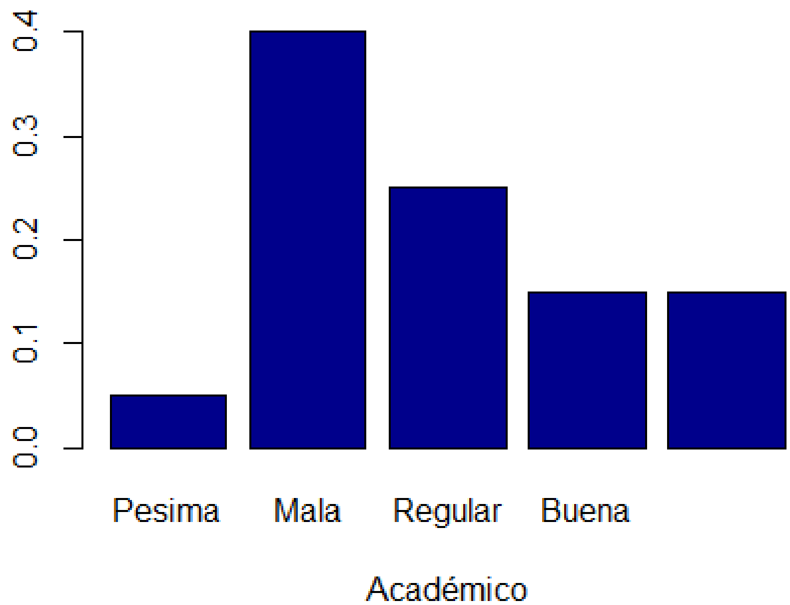

Recodifiquemos para la interpretación

**RC1 (Academico)**

```
transScore$RNC1[transScore$RC1<350] <-1
transScore$RNC1[transScore$RC1>=350 & transScore$RC1<450] <-2
transScore$RNC1[transScore$RC1>=450 & transScore$RC1<550] <-3
transScore$RNC1[transScore$RC1>=550 & transScore$RC1<650] <-4
transScore$RNC1[transScore$RC1>=650] <-5


# Etiquetar
transScore$RNC1 <- factor(transScore$RNC1,
                           labels = c("Pesima", "Mala", "Regular",
                                      "Buena", "Excelente"))


fi=table(transScore$RNC1)
probabilidad=prop.table(table(transScore$RNC1))*100
cbind(fi,probabilidad)

##      fi probabilidad
## Pesima   1      5
```

```
## Mala      8       40
## Regular   5       25
## Buena     3       15
## Excelente 3       15
```

```
barplot(prop.table(table(transScore$RNC1)), col = "darkBlue", xlab = "Académico")
```



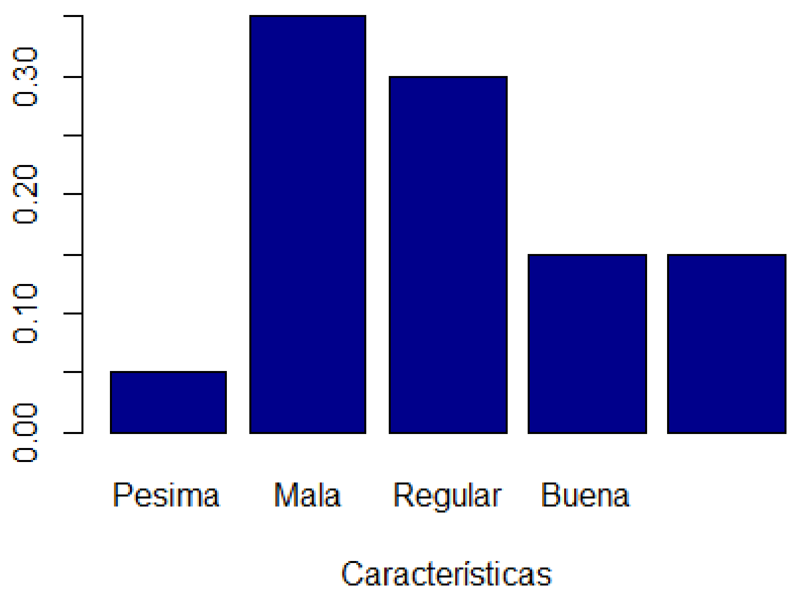

Se observa que la mayor parte se encuentra en un nivel malo y regular con respecto a la parte académica

**RC2 (Características del individuo)**

```
transScore$RNC2[transScore$RC2<350] <-1
transScore$RNC2[transScore$RC2>=350 & transScore$RC2<450] <-2
transScore$RNC2[transScore$RC2>=450 & transScore$RC2<550] <-3
transScore$RNC2[transScore$RC2>=550 & transScore$RC2<650] <-4
transScore$RNC2[transScore$RC2>=650] <-5


# Etiquetar
transScore$RNC2 <- factor(transScore$RNC2,
                          labels = c("Pesima", "Mala", "Regular",
                                     "Buena", "Excelente"))


fi=table(transScore$RNC2)
probabilidad=prop.table(table(transScore$RNC2))*100
cbind(fi,probabilidad)
```

```
##          fi probabilidad
## Pesima    1          5
## Mala      7         35
## Regular   6         30
## Buena     3         15
## Excelente 3         15
```

```
barplot(prop.table(table(transScore$RNC2)), col = "darkBlue", xlab = "Característ
icas")
```

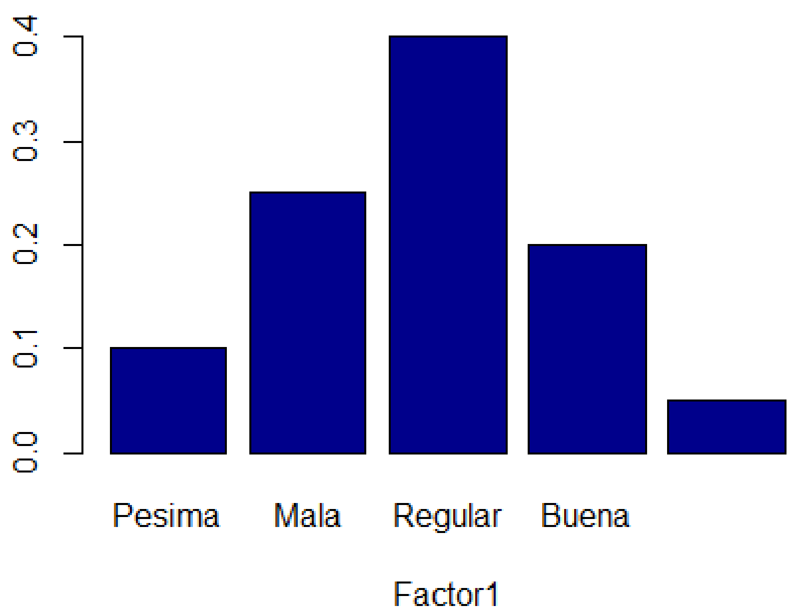



Se observa que la mayor parte se encuentra en un nivel malo y regular con respecto a las características de los individuos

**RC3 (Nivel de actividad fisica)**

```
transScore$RNC3[transScore$RC3<350] <-1
transScore$RNC3[transScore$RC3>=350 & transScore$RC3<450] <-2
transScore$RNC3[transScore$RC3>=450 & transScore$RC3<550] <-3
transScore$RNC3[transScore$RC3>=550 & transScore$RC3<650] <-4
transScore$RNC3[transScore$RC3>=650] <-5


# Etiquetar
transScore$RNC3 <- factor(transScore$RNC3,
                          labels = c("Pesima", "Mala", "Regular",
                                     "Buena", "Excelente"))
```

```
fi=table(transScore$RNC3)
probabilidad=prop.table(table(transScore$RNC3))*100
cbind(fi,probabilidad)

##       fi probabilidad
## Pesima    2       10
## Mala      5       25
## Regular   8       40
## Buena     4       20
## Excelente 1        5

barplot(prop.table(table(transScore$RNC3)), col = "darkBlue", xlab = "Factor1")
```




Se observa que la mayor parte se encuentra en un nivel regular, bueno y malo, más balanceado con respecto a la parte del nivel de actividad física