Cap II. Diseño Completo al Azar

Mtro. Arturo Zuñiga Blanco

Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco

5 de septiembre de 2025

Estructura del capítulo II

- Introducción
- Modelamiento
- Inferencia
  - Inferencia global
  - Comparaciones múltiples
  - Verificación de supuestos

Introducción

- El nombre de este diseño se abrevia como DCA.
- Diseño experimental más simple, también conocido como diseño de clasificación en una vía.
- Las unidades experimentales deben ser homogéneas.
- Cada unidad experimental tiene la misma probabilidad de recibir cualquier tratamiento.
- Es una generalización de la comparación de dos medias usando una prueba t de Student

Ventajas

- Es un diseño flexible porque el número de repeticiones puede variar de tratamiento en tratamiento (se recomienda usar la misma cantidad)
- El análisis estadístico es simple.
- Para un tamaño de muestra fijo, maximiza el número de grados de libertad (minimiza el CME $\rightarrow$ mejora la precisión del experimento).

Desventajas

- Requiere de material experimental homogéneo.
- Cuando se tiene diferente número de repeticiones por tratamiento es necesario calcular un error estándar por cada par de promedios si se quiere comparar sus diferencias (con R nos olvidamos de esta desventaja)

Croquis experimental

- Muestra el arreglo de la aleatorización de los tratamientos a las unidades experimentales.
- El paquete `agricolae` incluye funciones para la creación de croquis experimentales.
- Ejemplo:

T1	T3	T1	T3
T4	T2	T4	T2
T2	T1	T3	T4

Cuadro de datos

- Se desea comparar t tratamientos.
- El t-ésimo tratamiento cuenta con n_t repeticiones.
- Se sugiere que $n_1 = n_2 = \ldots = n_t$ (experimento balanceado) para no afectar la homocedasticidad.

Repetición	Tratamientos			
	1	2	...	t
1	Y_{11}	Y_{21}	...	Y_{t1}
...	...	...	...	...
n_i	Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	...	Y_{tn_t}

Modelo aditivo lineal

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

donde:

- Y_{ij} es el valor observador de la variable respuesta en el i-ésimo tratamiento y j-ésima repetición.
- μ es el efecto de la media general de la variable respuesta.
- τ_i es el efecto del i-ésimo tratamiento.
- ϵ_{ij} es el efecto del error experimental en el i-ésimo tratamiento y j-ésima repetición.

para $i = 1, ..., t$ y $j = 1, ..., n_i$. Además, el modelo asume que $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

En un experimento, un agrónomo busca comparar el efecto de 3 cepas de Azotobacter y un control en la altura de plantas de pimiento a los 30 días, expresada en centímetros, para determinar cuál de éstas es más dañina, impidiendo el crecimiento de la planta. Cada tratamiento fue evaluado 5 veces. Los datos se muestran en la siguiente tabla:

Cepa 1	**Cepa 2**	**Cepa 3**	**Control**
45	50	44	55
46	45	40	53
45	43	44	54
44	49	40	57
47	52	41	54

Formule el modelo aditivo lineal.

Modelo Aditivo Lineal

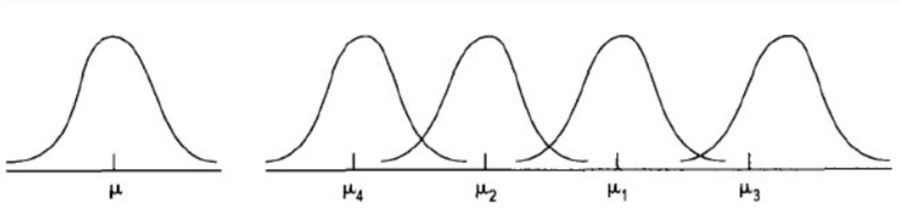
$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

Para $i = 1, 2, 3, 4$ y $j = 1, 2, 3, 4, 5$, donde:

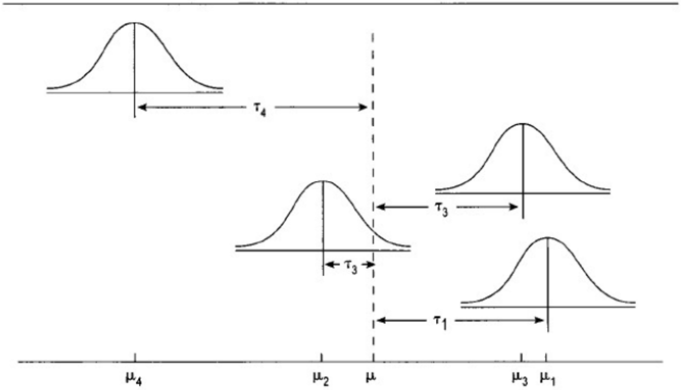
- Y_{ij}: Altura de la planta de pimiento al usar la i-ésima cepa en la j-ésima repetición.
- μ: Efecto de la media general de la altura de la planta de pimiento.
- τ_i: Efecto de la i-ésima cepa.
- ϵ_{ij}: Efecto del error experimental al usar la i-ésima cepa en la j-ésima repetición.

Para el modelo I (de efectos fijos) las hipótesis pueden plantearse en función de:

1. las medias en los tratamientos
   $H_0 : \mu_1 = ... = \mu_t$
   H_1 : Al menos un $\mu_i$es distinto, $i = 1, ..., t$.



1. los efectos de los tratamientos:
   $H_0 : \tau_i = 0, \forall i = 1, ..., t$
   H_1 : Al menos un $\tau_i \neq 0$, $i = 1, ..., t$.



La estimación de los parámetros (μ, τ_i) se realiza mediante el método de mínimos cuadrados. Luego, si bien la prueba es sobre medias, se comparan las variancias. ¿Por qué?

Fuente de variación	**Grados de libertad**	**Suma de cuadrados**	**Cuadrados medios**	F_{calc}
Tratamientos	$t-1$	$SCTrat$	$CMTrat$	$\frac{CMTrat}{CME}$
Error	$n-t$	SCE	CME	
Total	$n-1$	$SCTot$		

donde $n = n_1 + \ldots + n_t$.

Regla de decisión: Rechazar H_0 si:

- $F_{calc} > F_{crit} = F_{1-\alpha,t-1,n-t}$
- $p - valor < \alpha$

¿Aplicando alguna de las cepas se obtiene una altura promedio distinta en plantas de pimiento?
Plantee las hipótesis y presente el análisis de varianza usando R.

- Permite probar constrastes planeados (y no planeados) entre tratamientos.
- Además, permite elegir el mejor subconjunto de tratamientos según el objetivo del investigador.
- Se tiene:
  1. DLS
  2. Tukey
  3. Duncan
  4. Scheffe
  5. Dunnet
  6. Contrastes ortogonales

- Se requiere que la prueba F del ANVA haya resultado significativa
- Permite comparaciones planeadas de medias (evitar los “efectos sugeridos por los datos” o “razonamientos posteriores a los hechos”)
- El nivel de significación α es individual (para cada par de medias siendo comparadas) por lo que el n.s. del experimento crece.
- Si bien se pueden comparar todos los pares de medias, se sugiere realizar solo una

- Prueba propuesta por Tukey (1949)
- El nivel de significación global es α, por lo que detecta las diferencias significativas de manera honesta (honestly significant difference).
- No necesita que la prueba F del ANVA resulte significativa ni que las comparaciones sean planeadas.

- Reemplaza el nivel de confianza por nivel de protección ante el riesgo de hallar diferencias significativas erróneas
- Realice un ordenamiento previo de las medias. Compara la menor con la mayor, luego la segunda menor con la mayor, así hasta no encontrar diferencias significativas, momento en el que detiene las comparaciones.
- El nivel de significación para comparar dos medias adyacentes es $1 - (1 - \alpha)^1 = \alpha$.
- El nivel de significación para comparar dos medias separadas por una media es $1 - (1 - \alpha)^2$, y así sucesivamente.
- Por ejemplo, si $\alpha = 0{,}05$, pasa de 0.05 a 0.0975 y luego a 0.14625.
- Se basa en el hecho de que a más medias en comparación, menor es la probabilidad de semejanza de las mismas.

- Puede emplearse si no se conocen de antemano los contrastes a comparar.
- Permite realizar pruebas sobre cualquier función estimable de medias de tratamientos, por ejemplo $\mu_1 - \frac{\mu_2+\mu_3}{2} = 0$
- El error tipo I del experimento es α
- No es el procedimiento más sensible para comparar todas las medias en pares

- Se desea comparar el efecto de cada tratamiento contra el de uno considerado como testigo o control.
- Un tratamiento es considerado como control cuando su efectividad es conocida (o nula).
- Se requiere que las comparaciones sean previamente planeadas.

- En general, las hipótesis pueden ser expresadas como $H_0 : \sum_{i=1}^{t} c_i\mu_i = 0$
- $c_i\mu_i$ es conocida como función estimable

- Cuantifica el grado de homogeneidad de los resultados de un experimento.
- Su valor es grande o pequeño según el área y/o experiencia. Por ejemplo:
  1. En experimentos controlados en laboratorio, debe ser menor al 10 %
  2. En experimentos agrícolas, el umbral suele ser de 25 % a 30 %

Verificación de supuestos

Normalidad de errores

- Las hipótesis de estudio son:
  H_0 : Los errores se distribuyen normalmente
  H_1: Los errores no se distribuyen normalmente
- Puede usarse la prueba de Shapiro Wilk, Anderson Darling o Kolmogorov Smirnov.

- Es el supuesto más crítico.
- Las hipótesis de estudio son:
  H_0 : Existe homogeneidad de varianzas
  H_1 : No existe homogeneidad de varianzas
- Para un DCA se puede emplear la prueba de Barttlett (sensible ante la falta de normalidad) o Levene (robusta ante la falta de normalidad).
- También puede utilizarse la prueba de Breusch - Pagan (más general).

- También denominada No autocorrelación de los errores
- Las hipótesis de estudio son:
  H_0 : Existe independencia de errores
  H_1 : No existe independencia de errores
- Puede emplearse la prueba de Durbin Watson

Tamaño de muestra y potencia de prueba

- El error tipo II se comete cuando no se rechaza una hipótesis nula falsa.
- La probabilidad de cometer error tipo II se simboliza con β.
- Su complemento, $P(RH_0|F)$, es la potencia de prueba $(1 - \beta)$.
- Incrementar el número de repeticiones, incrementa la sensitividad (la potencia de prueba) del experimento.

CASO 2

Se realizó un experimento para evaluar el efecto de la adición de compuestos vitamínicos al alimento balanceado en la ganancia de peso en cerdos. Tres diferentes compuestos fueron evaluados (A, B y C) y un control (D, sin la adición de compuesto vitamínico). El aumento de peso(en kg) tras una semana en una muestra aleatoria de 22 cerdos se da a continuación:

Compuesto vitamínico	**Aumento de peso tras una semana**					
A	5.03	4.94	4.90	4.63	5.17	4.85
B	5.22	4.99	4.90	4.81	5.08	4.94
C	4.38	4.61	4.88	4.43	4.52	
D	4.17	4.45	4.58	4.40	4.72	

¿Qué compuesto(s) vitamínico recomendaría utilizar?