Análisis de Varianca Multivariado

1. Introducción
2. Metodología Estadística
    2.1 Formulación del modelo
    2.2 Prueba de hipótesis
    2.3 Pruebas estadísticas
3. Ejemplo de aplicación

1. Introducción

El análisis de Variancia Multivariado (MANOVA) proporciona toda la técnica del diseño experimental y prueba de hipótesis a ser aplicados cuando se tienen en estudio respuestas múltiples, permitiendo obtener una mejor interpretación de los resultados de la investigación. Las correlaciones entre las variables respuestas es una de las razones para usar MANOVA en lugar de ANOVA. En MANOVA existen dos tipos de selección que son de interés: a) Seleccionar el subgrupo de tratamientos y b) lo más importante, seleccionar un subgrupo de variables respuestas.

2.1 Formulación del modelo en el diseño completamente al azar

1. Modelo Aditivo Lineal

Se considera un factor y K variables dependientes (o respuestas) y G grupos del factor analizado. El modelo aditivo lineal es:

$$\begin{bmatrix} Y_{1g} \\ Y_{2g} \\ \cdots \\ Y_{Kg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{1g} \\ \mu_{2g} \\ \cdots \\ \mu_{Kg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1g} \\ \varepsilon_{2g} \\ \cdots \\ \varepsilon_{Kg} \end{bmatrix} \quad g = 1, 2, \ldots, G$$

$$\underline{y}_g = \underline{\mu}_g + \underline{\varepsilon}_g$$

2.1 Formulación del modelo

2. Suposiciones

Las suposiciones más importantes para el modelo del MANOVA son:

- Distribuciones Normales Multivariadas

$$\underline{\varepsilon}_{ij} \sim \mathrm{N}_{\mathrm{p}}(\underline{\mathrm{O}}, \Sigma)$$

$$\underline{Y}_{ij} \sim \mathrm{N}_{\mathrm{p}}(\underline{\mu}, \Sigma)$$

- Igualdad de matrices de variancias – covariancias.

$$\Sigma_1 = \Sigma_2 = \ldots = \Sigma_G = \Sigma$$

2.1 Formulación del modelo

- Las variables respuesta (dependientes) deben estar correlacionadas. Hacer la prueba de esfericidad de Bartlett.
- **NOTA:** La violación del supuesto de normalidad multivariante tienen una pequeña influencia si los tamaños muestrales son grandes, lo mismo ocurre con el ANOVA. La falla de este supuesto crea problemas para usar el contraste de Box, de igualdad de matrices varianza covarianza, pero las transformaciones pueden corregir este problema.

2.2 Pruebas estadísticas

- **Formulación de hipótesis**

$$\mathrm{H}_0 : \underline{\mu}_1 = \underline{\mu}_2 = \ldots = \underline{\mu}_G$$

$$H_1 : \text{No todas las } \underline{\mu}_g \text{ son iguales}$$

La hipótesis nula, implica una prueba de G vectores de medias de los tratamientos son iguales mientras que la hipótesis alterna prueba si algún vector es diferente.

2.2 Pruebas estadísticas

En el análisis de variancia multivariado (MANOVA), se tienen matrices de sumas de cuadrados y productos cruzados correspondiente a los efectos del modelo. Así, para el diseño completamente al azar, se denotarán las matrices de las sumas y productos entre tratamientos por B y dentro de tratamientos o error por W.

2.2 Pruebas estadísticas

Existen cuatro criterios que son los más usados como pruebas estadísticas, para probar la hipótesis Ho en el MANOVA. Estos criterios se basan en el cálculo de los autovalores de la matriz BW^{-1} . La cantidad de autovalores diferentes de cero se denota por s, siendo s=min(h,G), en donde h son los grados de libertad de la matriz hipotética y G el número de variables respuestas.

2.2 Pruebas estadísticas

1) Criterio del Máximo Autovalor (Roy` s)

Se basa en el máximo autovalor de BW^{-1}

$$\frac{l_1}{1 + l_1}$$

2) Criterio de la Traza (Lawley y Hotelling)

$$T = Tr\,(BW^{-1}) = \sum_{i=1}^{p} l_i$$

2.2 Pruebas estadísticas

3) Criterio de Bartlett – Nanda – Pillai

$$V = \sum_{i=1}^{p} \frac{l_i}{1 + l_i} = Tr\left[B(W + B)^{-1} \right]$$

4) Criterio de Razón de verosimilitud (Lambda de Wilk` s)

$$W = \frac{|W|}{|T|} = \frac{|W|}{|B + W|} = \prod_{i=1}^{p} (1 + l_i)^{-1}$$

3. Ejemplo de aplicación

1. Se quiere emplear el Manova en un estudio de 6 diferentes tipos de híbridos de maíz. Se utilizó un Diseño Completamente al Azar con 6 repeticiones. Las variables respuestas son:

   Y1 = Rendimiento (Tn/Ha).

   Y2 = Altura de planta (cm).

   Y3 = Altura de mazorca (cm).

   Y4 = Largo de mazorca (cm).

   Y5 = Peso de mazorca (gr).

2. Asuma que se empleó un DBCA y realice el Manova.