

# Factorial caso 4

Arturo Zuñiga

2025-09-20

## Caso 4:

En los procesos industriales y de laboratorio, la **eficiencia y confiabilidad de las mediciones químicas** resulta fundamental para asegurar la calidad de los productos finales. Un caso particular es la medición de la **concentración de glucosa (mg/dl)**, parámetro de gran importancia tanto en la industria alimentaria como en aplicaciones biomédicas. La precisión de esta medición puede verse influenciada por diversos factores, tales como los **reactivos químicos empleados**, la **temperatura a la cual se desarrolla la reacción** y las **condiciones técnicas de los equipos utilizados**.

En este estudio, una compañía busca evaluar el efecto de **dos tipos de reactivos químicos** y **tres niveles de temperatura** sobre la exactitud de la medición de glucosa. Cada posible combinación de reactivo y temperatura se repitió **tres veces**, pero con un matiz relevante: cada repetición se realizó utilizando un **espectrómetro de distinta antigüedad**. Esta característica es importante, ya que los instrumentos más antiguos pueden presentar mayor desgaste o menor sensibilidad en comparación con los más modernos, influyendo potencialmente en el resultado de la medición.

El diseño seguido corresponde a un **experimento factorial**  $2 \times 3$ , lo que implica que se evaluaron todas las combinaciones posibles entre los 2 reactivos y las 3 temperaturas. El hecho de incluir tres repeticiones con distintos espectrómetros añade una dimensión adicional de variabilidad, permitiendo analizar no solo los efectos principales de los factores en estudio, sino también la **consistencia de las mediciones** al considerar equipos con diferente grado de uso.

En cada ensayo se registró como variable de respuesta la **concentración de glucosa (mg/dl)** obtenida, valor que refleja la capacidad de la combinación reactivo-temperatura para generar una medición confiable y precisa. Con este planteamiento, el experimento busca responder preguntas clave: ¿existe un reactivo más eficiente que otro?, ¿la temperatura afecta significativamente la medición?, ¿los equipos más antiguos distorsionan los resultados? y, de manera crucial, ¿hay interacción entre los factores evaluados, es decir, la efectividad de un reactivo depende de la temperatura aplicada?

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \gamma_k + \epsilon_{ijk}$$

Variable respuesta: ...

Factores en estudio: ...

Tratamientos: ...

Lectura y presentación de datos

```
rm(list=ls())
datos.4 = read.table("datos4.txt",T)
datos.4
```

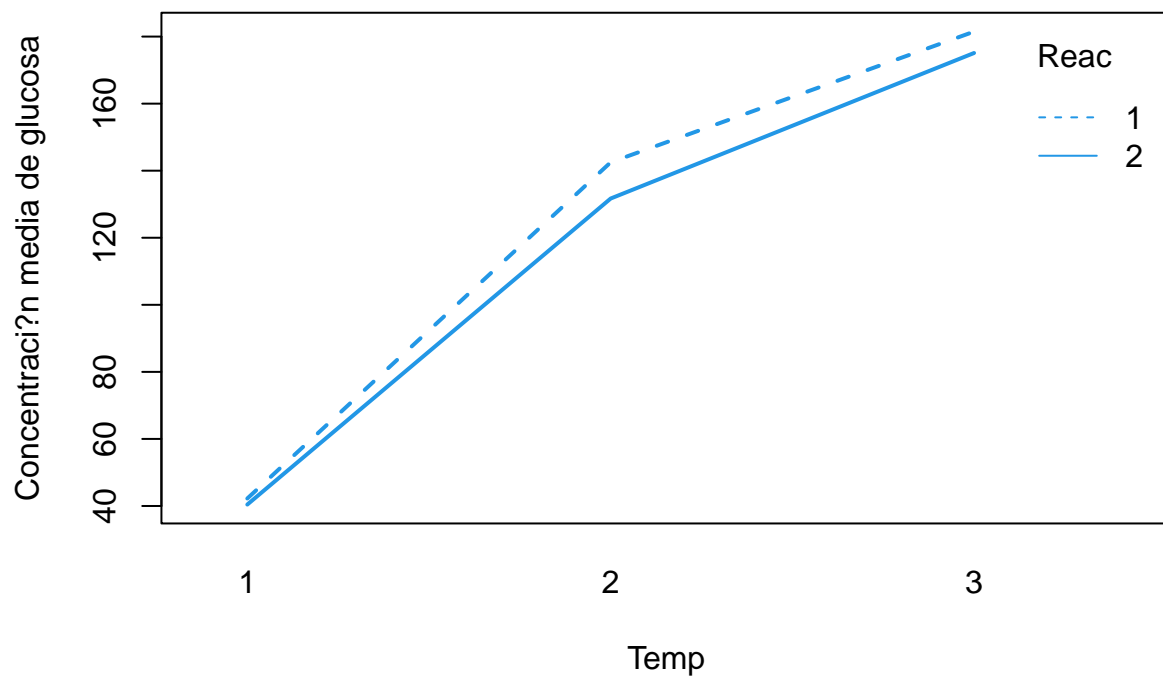
##	Reactivo	Temp	Espectometro	Glucosa
## 1	1	1	1	40.5
## 2	1	1	2	43.3

```
## 3      1      1      3      42.9
## 4      1      2      1     140.4
## 5      1      2      2     144.4
## 6      1      2      3     142.7
## 7      1      3      1     180.9
## 8      1      3      2     180.5
## 9      1      3      3     183.0
## 10     2      1      1      39.8
## 11     2      1      2      40.3
## 12     2      1      3      41.2
## 13     2      2      1     132.4
## 14     2      2      2     132.4
## 15     2      2      3     130.3
## 16     2      3      1     176.8
## 17     2      3      2     173.6
## 18     2      3      3     174.9
```

```
attach(datos.4)
Reac = as.factor(Reactivo)
Temp = as.factor(Temp)
Espe = as.factor(Espectometro)
```

Interacci?n

```
interaction.plot(Temp, Reac, Glucosa, lwd = 2, col = 4, ylab = "Concentraci?n media de glucosa")
```



Modelo

```
library(agricolae)
mod.ef4 = lm(Glucosa ~ Reac * Temp + Espe)
summary(aov(mod.ef4))
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq    F value    Pr(>F)
## Reac          1    180      180      76.132 5.46e-06 ***
## Temp          2  59245   29623 12538.382 < 2e-16 ***
## Espe          2      2        1      0.371 0.69896
## Reac:Temp      2     61      30   12.858 0.00172 **
## Residuals     10     24        2
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
cv.model(mod.ef4)
```

```
## [1] 1.292674
```

La interacción resultará significativa por lo que deben analizarse los efectos simples, previa verificación de supuestos.

Verificación de supuestos

```
shapiro.test(residuals(mod.ef4))
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  residuals(mod.ef4)
## W = 0.95365, p-value = 0.4851
```

```
library(nortest)
ad.test(residuals(mod.ef4))
```

```
##
##  Anderson-Darling normality test
##
## data:  residuals(mod.ef4)
## A = 0.2588, p-value = 0.6731
```

```
library(car)
ncvTest(mod.ef4)
```

```
## Non-constant Variance Score Test
## Variance formula: ~ fitted.values
## Chisquare = 1.573741, Df = 1, p = 0.20966
```

```
library(lmtest)
dwtest(mod.ef4,alternative = c("two.sided"))
```

```
##
##  Durbin-Watson test
##
## data:  mod.ef4
## DW = 2.9478, p-value = 0.3106
## alternative hypothesis: true autocorrelation is not 0
```

## ANÁLISIS DE EFECTOS SIMPLES

Para cada temperatura:

En la primera temperatura:

$$H_0 : \mu_{11} = \mu_{12}$$

$$H_1 : \mu_{11} \neq \mu_{12}$$

En la segunda temperatura:

$$H_0 : \mu_{21} = \mu_{22}$$

$$H_1 : \mu_{21} \neq \mu_{22}$$

En la tercera temperatura:

$$H_0 : \mu_{31} = \mu_{32}$$

$$H_1 : \mu_{31} \neq \mu_{32}$$

```
library(phia)
testInteractions(mod.ef4, fixed="Temp", across="Reac")
```

```
## F Test:
## P-value adjustment method: holm
##      Value      SE Df Sum of Sq      F      Pr(>F)
## 1      1.8000 1.255  1      4.860  2.0571 0.1820213
## 2     10.8000 1.255  1     174.960 74.0554 1.854e-05 ***
## 3      6.3667 1.255  1      60.802 25.7356 0.0009654 ***
## Residuals              10      23.626
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
library(lsmeans)
```

```
## Cargando paquete requerido: emmeans
## Welcome to emmeans.
## Caution: You lose important information if you filter this package's results.
## See '? untidy'

## The 'lsmeans' package is now basically a front end for 'emmeans'.
## Users are encouraged to switch the rest of the way.
## See help('transition') for more information, including how to
## convert old 'lsmeans' objects and scripts to work with 'emmeans'.
```

```
lsmeans(mod.ef4, pairwise ~ Reac|Temp)
```

```
## $lsmeans
## Temp = 1:
## Reac lsmean      SE df lower.CL upper.CL
## 1      42.2 0.887 10      40.3      44.2
## 2      40.4 0.887 10      38.5      42.4
##
## Temp = 2:
## Reac lsmean      SE df lower.CL upper.CL
## 1     142.5 0.887 10     140.5     144.5
## 2     131.7 0.887 10     129.7     133.7
##
## Temp = 3:
## Reac lsmean      SE df lower.CL upper.CL
## 1     181.5 0.887 10     179.5     183.4
## 2     175.1 0.887 10     173.1     177.1
```

```
##
## Results are averaged over the levels of: Espe
## Confidence level used: 0.95
##
## $contrasts
## Temp = 1:
## contrast      estimate    SE df t.ratio p.value
## React1 - React2      1.80 1.26 10   1.434  0.1820
##
## Temp = 2:
## contrast      estimate    SE df t.ratio p.value
## React1 - React2     10.80 1.26 10   8.606  <.0001
##
## Temp = 3:
## contrast      estimate    SE df t.ratio p.value
## React1 - React2      6.37 1.26 10   5.073  0.0005
##
## Results are averaged over the levels of: Espe
```

```
aggregate(Glucosa ~ Reac*Temp, FUN = mean)
```

```
##   Reac Temp  Glucosa
## 1     1     1 42.23333
## 2     2     1 40.43333
## 3     1     2 142.50000
## 4     2     2 131.70000
## 5     1     3 181.46667
## 6     2     3 175.10000
```

- Para la temperatura 1, los reactivos no tienen un efecto distinto sobre la media de glucosa (medias similares).
- Para las temperaturas 2 y 3, los reactivos s? tienen efectos distintos sobre la media de glucosa (medias distintas).

Para cada reactivo:

Para el primer reactivo:

$$H_0 : \mu_{11} = \mu_{21} = \mu_{31}$$

$H_1$  : Al menos un  $\mu_{i1}$  es distinto

Para el segundo reactivo:

$$H_0 : \mu_{12} = \mu_{22} = \mu_{32}$$

$H_1$  : Al menos un  $\mu_{i2}$  es distinto

```
library(phia)
testInteractions(mod.ef4, fixed="Reac", across="Temp")
```

```
## F Test:
## P-value adjustment method: holm
##           Temp1  Temp2  SE1  SE2 Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1          -139.23 -38.967 1.255 1.255  2   30957.7 6551.7 5.157e-16 ***
## 2          -134.67 -43.400 1.255 1.255  2   28348.3 5999.5 5.157e-16 ***
## Residuals                                10      23.6
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Tanto para el primer como para el segundo reactivo, al menos una de las concentraciones medias de glucosa es distinto cuando se comparan las tres temperaturas. Las comparaciones en pares sirven para indicar cuáles son las medias distintas.

```
lsmeans(mod.ef4, pairwise ~ Temp|Reac)
```

```
## $lsmeans
## Reac = 1:
## Temp lsmean      SE df lower.CL upper.CL
## 1      42.2 0.887 10      40.3      44.2
## 2     142.5 0.887 10     140.5     144.5
## 3     181.5 0.887 10     179.5     183.4
##
## Reac = 2:
## Temp lsmean      SE df lower.CL upper.CL
## 1      40.4 0.887 10      38.5      42.4
## 2     131.7 0.887 10     129.7     133.7
## 3     175.1 0.887 10     173.1     177.1
##
## Results are averaged over the levels of: Espe
## Confidence level used: 0.95
##
## $contrasts
## Reac = 1:
## contrast      estimate      SE df  t.ratio p.value
## Temp1 - Temp2   -100.3 1.26 10   -79.893 <.0001
## Temp1 - Temp3   -139.2 1.26 10  -110.942 <.0001
## Temp2 - Temp3    -39.0 1.26 10   -31.049 <.0001
##
## Reac = 2:
## contrast      estimate      SE df  t.ratio p.value
## Temp1 - Temp2    -91.3 1.26 10   -72.722 <.0001
## Temp1 - Temp3   -134.7 1.26 10  -107.304 <.0001
## Temp2 - Temp3    -43.4 1.26 10   -34.582 <.0001
##
## Results are averaged over the levels of: Espe
## P value adjustment: tukey method for comparing a family of 3 estimates
```

Para ambos reactivos, vemos que todas las medias resultan significativamente distintas.

```
aggregate(Glucosa ~ Temp*Reac, FUN = mean)
```

```
## Temp Reac Glucosa
## 1 1 1 42.23333
## 2 2 1 142.50000
## 3 3 1 181.46667
## 4 1 2 40.43333
## 5 2 2 131.70000
## 6 3 2 175.10000
```