Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №4

«Методы и процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант № 5

Выполнил Проверил:

ст. гр. 150504: Туровец Н. О.

Горбачевский К. В.

МИНСК 2024

1. **Цель работы**

– изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;

– изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

1. **Постановка задачи**

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.

2. Получить задание на лабораторную работу.

3. Выбрать множество Парето.

4. По указанию преподавателя выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу одним из следующих двух способов:

− первый способ:

а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;

б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;

в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;

− второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

**Вариант Б.5**

Выбирается место для строительства металлургического предприятия. Характеристики мест, предлагаемых для строительства следующие.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М4 | М5 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | совсем близко | близко | далеко | совсем близко | близко (немного дальше, чем для М2) | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | далеко | среднее расстояние | близко | очень далеко | далеко | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 2,5 | 4 | 3 | 2 | 3 | 3,5 |

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству; менее важный - близость к источникам сырья, еще немного менее важный - близость к потребителям.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - близость к источникам сырья, немного ме­нее важный - затраты на подготовку к строительству, значительно менее важный - близость к потребите­лям.

1. **Выполнение работы**
   1. **Выбор множества Парето**

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество.

Выбор множества Парето производится следующим образом. Все альтернативы попарно сравниваются друг с другом по всем критериям. Если при сравнении каких-либо альтернатив оказывается, что одна из них не лучше другой ни по одному критерию, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернатив не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Сравним альтернативы М1 и М2. По критериям «Близость к источникам сырья» и «Затраты на подготовку к строительству» лучше альтернатива М1. По критерию «Близость к потребителям» М2 лучше, чем М1. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по некоторым критериям лучше одна альтернатива, по другим – другая.

Сравним альтернативы М1 и М3. По критериям «Близость к источникам сырья» и «Затраты на подготовку к строительству» лучше альтернатива М1, чем М3. По критерию «Близость к потребителям» М3 лучше, чем М1. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М1 и М4. По критерию «Близость к источникам сырья» они одинаковые. По критерию «Близость к потребителям» лучше М1. По критерию «Затраты на подготовку к строительству» лучше М4. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним альтернативы М1 и М5. По критериям «Близость к источникам сырья» и «Затраты на подготовку к строительству» лучше альтернатива М1; по критерию «Близость к потребителям» они одинаковые. Таким образом, альтернативу М5 следует исключить из рассмотрения, так как она явно не лучшая из имеющихся. Сравнивать с М5 другие альтернативы не требуется.

Сравним М1 и М6. По критериям «Близость к источникам сырья» и «Затраты на подготовку к строительству» лучше альтернатива М1. По критерию «Близость к потребителям» М6 лучше, чем М1. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М2 и М3. По критерию «Близость к источникам сырья» лучше альтернатива М2; по остальным критериям лучше М3. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М2 и М4. По критерию «Близость к потребителям» лучше альтернатива М2; по остальным критериям лучше М4. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М2 и М6. По критерию «Близость к источникам сырья» лучше альтернатива М2; по остальным критериям лучше М6. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М3 и М4. По критерию «Близость к потребителям» лучше альтернатива М3; по остальным критериям лучше М4. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М3 и М6. По критерию «Затраты на подготовку к строительству» лучше альтернатива М3; по остальным критериям лучше М6. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним М4 и М6. По критерию «Близость к потребителям» лучше альтернатива М6; по остальным критериям лучше М4. Ни одна из альтернатив не исключается.

**3.2 Первый способ анализа альтернатив**

**3.2.1 Методика экспресс-анализа альтернатив**

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из критериев.

Методика рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми. Методика может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные (выраженные в словесной форме) критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

− оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале, а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием шкалы Харрингтона. При этом оценке "отлично" соответствуют числовые оценки от 0,8 до 1; "хорошо" - от 0,63 до 0,8; "удовлетворительно" - от 0,37 до 0,63; "плохо" - от 0,2 до 0,37; "очень плохо" - от 0 до 0,2. Числовая оценка выставляется человеком: экспертом или лицом, принимающим решения (ЛПР).

− для оценок, имеющих вид "да-нет", обычно используются следующие числовые оценки: "да" - 0,67, "нет" - 0,33.

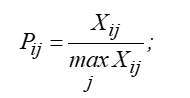
Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий. Для каждой альтернативы находится худшая оценка (из всех оценок данной альтернативы по критериям, используемым в задаче). Выбираются альтернативы, худшая оценка которых не ниже некоторой пороговой величины.

Таблица 3.1 – Множество Парето

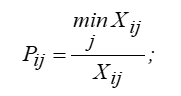
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | совсем близко | близко | далеко | совсем близко | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | далеко | среднее расстояние | близко | очень далеко | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 2,5 | 4 | 3 | 2 | 3,5 |

1) Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив находятся следующим образом:

− для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию:



− для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию:



− для качественных (словесных) критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

Безразмерные оценки приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | 1 | 0,75 | 0,25 | 1 | 0,5 |
| Близость к по­требителям | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,1 | 1 |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 0,8 | 0,5 | 0,67 | 1 | 0,57 |

В результате перехода к безразмерным оценкам устранены различия исходных оценок, затруднявшие сравнение альтернатив. Безразмерные величины не измеряются в каких-либо единицах, поэтому их можно сравнивать друг с другом, складывать и т.д. Безразмерные оценки не различаются по диапазону значений: все они имеют значения в пределах от 0 до 1. Они не различаются также по направленности: чем больше безразмерная оценка, тем лучше (по любому критерию), и лучшее значение равно 1.

2) Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

Минимальные оценки приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Минимальные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтернатива | M1 | M2 | M3 | M4 | M6 |
| *Pj* | 0,25 | 0,5 | 0,25 | 0,1 | 0,5 |

3) Выбирается пороговое значение минимальной оценки *P0*. Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений, например, в зависимости от количества альтернатив, которые требуется отобрать для дальнейшего анализа. Пусть назначено *P0* = 0,2.

4) Выбирается множество альтернатив, для которых *Pj* > *P0*. Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины *P0*.

Отбираются альтернативы M1, M2, M3, M6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых ниже.

**3.2.2 Методика скаляризации векторных оценок**

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям.

Основное преимущество этой методики - минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

Таблица 3.4 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | совсем близко | близко | далеко | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | далеко | среднее расстояние | близко | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 2,5 | 4 | 3 | 3,5 |

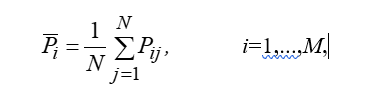
1) Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду, как и в методике экспресс-анализа альтернатив. Безразмерные оценки альтернатив приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | 1 | 0,75 | 0,25 | 0,5 |
| Близость к по­требителям | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 1 |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 1 | 0,63 | 0,83 | 0,71 |

2) Определяются веса (оценки важности) критериев. В рассматриваемой методике веса находятся на основе разброса оценок. Веса определяются в следующем порядке:

− определяются средние оценки по каждому критерию:

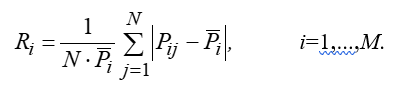


где M - количество критериев;

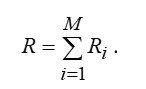
N - количество альтернатив;

Pij - безразмерные оценки.

− находятся величины разброса по каждому критерию:



− находится сумма величин разброса:

 R = 0.56 + 0.4 + 0.16 = 1.12

− находятся веса критериев, отражающие разброс оценок:

Wi = Ri/R, i=1,...,M.

W1 = 0.56/1.12 = 0.5 W2 = 0.4/1.12 = 0.35 W3 = 0.16/1.12 = 0.15

Чем больше разброс (различие) в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия. Таким образом, критерии, по которым оценки альтернатив существенно различаются, считаются более важными. Если оценки альтернатив по какому-либо критерию очень близки, то его вес будет небольшим, так как сравнение альтернатив при близких оценках не имеет смысла.

3) Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов критериев на оценки по соответствующим критериям):



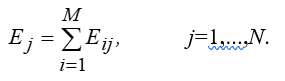
Взвешенные оценки приведены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | 0,5 | 0,67 | 2 | 1 |
| Близость к по­требителям | 1,4 | 0,7 | 0,47 | 0,35 |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 0,15 | 0,24 | 0,18 | 0,21 |

Чем большие значения принимают безразмерные оценки Pij, тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем меньше взвешенные оценки, тем лучше альтернатива.

4) Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):



E1 = 0.5 + 1.4 + 0.15 = 2.05 (М1)

E2 = 0.67 + 0.7 + 0.24 = 1.61 (М2)

E3 = 2 + 0.47 + 0.18 = 2.65 (М3)

E6 = 1 + 0.35 + 0.21 = 1.56 (М6)

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, лучшим вариантом будет выбор места М6, немного хуже – М2, еще хуже – М1, хуже всех – М3.

**3.2.3 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования**

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив. Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

Для методики сравнительной оценки двух альтернатив выберем лучшие альтернативы из предыдущего метода (М6 и М2).

Таблица 3.7 – Исходные данные

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Место | М2 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | близко | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | среднее расстояние | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 4 | 3,5 |

По критериям "Близость к источникам сырья" и "Близость к потребителям" требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона. Пусть для места М2 по первому критерию назначена числовая оценка 0.8, а для М6 – оценка 0.5. Пусть для места М2 по второму критерию назначена числовая оценка 0.5, а для М6 – оценка 1.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо критерию они имеют одинаковые оценки, то такой критерий не учитывается. Таких критериев нет.

1) Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности - 2, и т.д. Если какие-либо критерии близки по важности, им рекомендуется назначать одинаковые ранги. Обозначим ранги как Ri, i=1,...,M, где M - количество критериев.

Пусть критериям назначены следующие ранги: R1=2, R2=3 и R3=1.

2) Выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный, к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:



Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

V1 = 2, V2 = 1, V3 = 3.

3) Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:



где Xi1, Xi2 - оценки двух сравниваемых альтернатив по i-му критерию.

S1 = 0,8/0,5 = 1,6 S2 = 1/0,5 = 2 S3 = 4/3,5 = 1.14

4) Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:



Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

5) Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

Место М2 лучше места М6 по критерию "Близость к источникам сырья". Оценка доминирования М2 над М6 равна D1 = 2,56.

Место М6 лучше, чем М2, по критериям «Близость к потребителям» и "затраты на подготовку к строительству”. Оценка доминирования М6 над М2: D2 = 2 1,48 = 2,96.

6) Находится обобщенная оценка доминирования:

D = D1 / D2.

Если D>1, то первая альтернатива лучше второй; если D<1, то вторая альтернатива превосходит первую.

D = 2,56 / 2,96 = 0,86. Таким образом, место М6 лучше, чем М2.

**3.3 Второй способ анализа альтернатив**

**3.3.1 Метод ранга для определения весов критериев**

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству; менее важный - близость к источникам сырья, еще немного менее важный - близость к потребителям.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - близость к источникам сырья, немного ме­нее важный - затраты на подготовку к строительству, значительно менее важный - близость к потребите­лям.

1) Каждый эксперт указывает оценки важности критериев по 10-балльной шкале. Чем важнее (по мнению эксперта) является критерий, тем более высокий балл для него указывается. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером *M\*N*, где *M* - число экспертов, *N* - число критериев. Обозначим эти оценки как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Таблица 3.8 – Матрица экспертных оценок для метода ранга

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Эксперты*** | ***Критерии*** | | |
| ***К1*** | ***К2*** | ***К3*** |
| ***1*** | 8 | 7 | 10 |
| ***2*** | 10 | 5 | 9 |

2. Находятся суммарные оценки критериев всеми экспертами:

 *j*=1,...,*N*.

*C1 = 8 + 10 = 18 C2 = 7 + 5 = 12 C3 = 10 +9 = 19*

3. Находится сумма всех оценок:

 *С* = 18 + 12+ 19 = 49.

4. Находятся веса критериев: *Vj* = *Cj*/*C*, *j*=1,...,*N*.

*V1 =* 18 / 49 = 0.37

*V2 =* 12 / 49 = 0.24

*V3 =* 19 / 49 = 0.39

Наиболее предпочтительным, по мнению экспертов, является критерий, имеющий максимальный вес – «затраты на подготовку к строительству».

**3.3.2 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла**

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям.

Основное преимущество алгоритма - возможность анализа и выбора альтернатив, оцениваемых по критериям различных видов: числовым, качественным, “да-нет” и т.д. Алгоритм также позволяет учитывать суждения ЛПР о важности критериев.

Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.

Таблица 3.9 – Множество Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | совсем близко | близко | далеко | совсем близко | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | далеко | среднее расстояние | близко | очень далеко | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед. | 2,5 | 4 | 3 | 2 | 3,5 |

1) С помощью метода ранга были найдены веса критериев (пп. 3.3.1)

V1 = 0.37 V2 = 0.24 V3 = 0.39

2) Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2, и т.д. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают одинаковые оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу.

Таблица 3.10 – Матрица ранжирования

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| К1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| К2 | 4 | 3 | 2 | 5 | 1 |
| К3 | 2 | 5 | 3 | 1 | 4 |

3) На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется M таких матриц, где M - количество критериев. Матрицы парных сравнений по критериям К1-К3 приведены в таблицах 3.11-3.13 соответственно.

Таблица 3.11 – Матрица парных сравнений по критерию К1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| М1 | — | 1 | 1 | 0 | 1 |
| М2 | -1 | — | 1 | -1 | 1 |
| М3 | -1 | -1 | — | -1 | -1 |
| М4 | 0 | 1 | 1 | — | 1 |
| М6 | -1 | -1 | 1 | -1 | — |

Таблица 3.12 – Матрица парных сравнений по критерию К2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| М1 | — | -1 | -1 | 1 | -1 |
| М2 | 1 | — | -1 | 1 | -1 |
| М3 | 1 | 1 | — | 1 | -1 |
| М4 | -1 | -1 | -1 | — | -1 |
| М6 | 1 | 1 | 1 | 1 | — |

Таблица 3.13 – Матрица парных сравнений по критерию К3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| М1 | — | 1 | 1 | -1 | 1 |
| М2 | -1 | — | -1 | -1 | -1 |
| М3 | -1 | 1 | — | -1 | 1 |
| М4 | 1 | 1 | 1 | — | 1 |
| М6 | -1 | 1 | -1 | -1 | — |

4) Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - NxN, где N - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

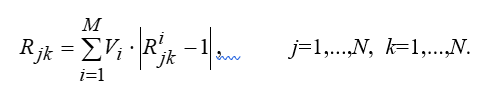


Таблица 3.14 – Матрица потерь

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М4 | М6 |
| М1 | — | 0,48 | 0,48 | 1,15 | 0,48 |
| М2 | 1,52 | — | 1,26 | 1,52 | 1,26 |
| М3 | 1,52 | 0,74 | — | 1,52 | 1,22 |
| М4 | 0,85 | 0,48 | 0,48 | — | 0,48 |
| М6 | 1,52 | 0,74 | 0,78 | 1,52 | — |

Смысл элементов матрицы потерь следующий: чем больше элемент Rjk, тем больше отставание j-й альтернативы от k-й (тем хуже j-я альтернатива по сравнению с k-й).

5) Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма j-й строки представляет собой оценку отставания j-й альтернативы от всех остальных альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует минимальная сумма, предварительно считается лучшей. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование. Найдем суммы строк матрицы потерь:

P1 = 0,48+0,48+1,15+0,48 =2,59

P2 = 1,52+1,26+1,52+1,26=5,56

P3 = 1,52+0,74+1,52+1,22=5

P4 = 0,85+0,48+0,48+0,48=2,29

P6 = 1,52+0,74+0,78+1,52=4,56

Предварительно лучшей считается альтернатива М4. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.15.

Таблица 3.15 – Первая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М2 | М3 | М6 |
| М1 | — | 0,48 | 0,48 | 0,48 |
| М2 | 1,52 | — | 1,26 | 1,26 |
| М3 | 1,52 | 0,74 | — | 1,22 |
| М6 | 1,52 | 0,74 | 0,78 | — |

Суммы строк этой матрицы: P1=1,44; P2=4,04; P3=3,48; P6=3,04. Исключается альтернатива М1. Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 3.16.

Таблица 3.16 – Вторая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | М2 | М3 | М6 |
| М2 | — | 1,26 | 1,26 |
| М3 | 0,74 | — | 1,22 |
| М6 | 0,74 | 0,78 | — |

Суммы строк этой матрицы: P2=2,52; P3=1,96; P6=1,52. Исключается альтернатива М6. Третья сокращенная матрица потерь приведена в табл. 3.17.

Таблица 3.17 – Третья сокращенная матрица потерь

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | М2 | М3 |
| М2 | — | 1,26 |
| М3 | 0,74 | — |

Суммы строк этой матрицы: P2=1,26; P3=0,74. Лучшая альтернатива (из двух оставшихся) – М3.

Предварительное ранжирование альтернатив: М4, М1, М6, М3, М2.

6) Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются j-я и k-я альтернативы (при этом j-я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k-й) и выполняется условие Rjk ≤ Rkj (где Rjk и Rkj - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j-я альтернатива лучше k-й). Если Rjk>Rkj, то альтернативы меняются местами (j-я альтернатива хуже k-й).

Выполним окончательное ранжирование.

Сравниваем М3 и М2. R32=0,74; R23=1,26. Так как R32<R23, альтернативы остаются на прежних местах (М3 выше М2).

Сравниваем М6 и М3. R63=0,78; R36=1,22. Так как R63<R36, альтернативы остаются на прежних местах (М6 выше М3).

Сравниваем М1 и М6. R16=0,48; R61=1,52. Так как R16<R61, альтернативы остаются на прежних местах (М1 выше М6).

Сравниваем М4 и М1. R41=0,85; R14=1,15. Так как R41<R14, альтернативы остаются на прежних местах (М4 выше М1).

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: М4, М1, М6, М3, М2. Лучшим вариантом будет выбор места М4. Для следующего метода необходимы 3 лучшие альтернативы: М4, М1 и М6.

**3.3.3 Метод ЭЛЕКТРА**

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (Aj и Ak) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива Aj лучше, чем Ak. Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве Aj над Ak) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

Необходимо выбрать одну из трех (М4, М1 и М6) лучших альтернатив из предыдущего метода.

Веса критериев были найдены в пп. 3.3.1:

V1 = 0.37 V2 = 0.24 V3 = 0.39

Таблица 3.18 – Исходные данные

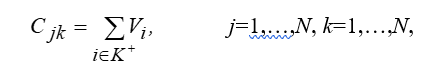
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М4 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | совсем близко | совсем близко | среднее расстояние |
| Близость к по­требителям | далеко | очень далеко | совсем близко |
| Затраты на подготовку к строительству | 2,5 | 2 | 3,5 |

1) Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Так как безразмерные оценки были вычислены ранее в пп. 3.2.1, вычислять их повторно не требуется.

Таблица 3.19 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Место | М1 | М4 | М6 |
| Близость к ис­точникам сырья | 1 | 1 | 0,5 |
| Близость к по­требителям | 0,25 | 0,1 | 1 |
| Затраты на подготовку к строительству | 0,8 | 1 | 0,57 |

2) Определяются индексы согласия Cjk, j=1,...,N, k=1,...,N (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

где Vi - веса критериев;

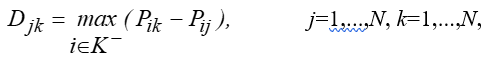
K+ - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не хуже k-й.

Таким образом, индекс согласия Cjk находится как сумма весов критериев, по которым j-я альтернатива не хуже k-й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство j-й альтернативы над k-й.

Таблица 3.20 – Матрица индексов согласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М4 | М6 |
| М1 | — | 0,61 | 0,76 |
| М4 | 0,76 | — | 0,76 |
| М6 | 0,24 | 0,24 | — |

3) Определяются индексы несогласия Djk, j=1,...,N, k=1,...,N. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й. Индексы Djk находятся по формуле:



где Pik, Pij - безразмерные оценки альтернатив;

K— - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не превосходит k-ю.

Таким образом, индекс несогласия Djk находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j-я альтернатива не лучше k-й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j-й альтернативы над k-й.

Таблица 3.21 – Матрица индексов несогласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | М1 | М4 | М6 |
| М1 | — | 0,2 | 0,75 |
| М4 | 0,15 | — | 0,9 |
| М6 | 0,5 | 0,5 | — |

4) Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:



Таким образом, предельное значение индекса согласия для j-й альтернативы находится как минимальный элемент j-й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

С1 = 0,61 С4 = 0,76 С6 = 0,24

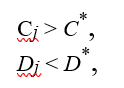
5) Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:



Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j-й альтернативы находится как максимальный элемент j-й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j-й альтернативы над другими альтернативами.

D1 = 0.75 D4 = 0.9 D6 = 0.5

6) Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:



где C\*, D\* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения С\*=0,5, D\*=0,5; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие обоим условиям.

По условию требуется выбрать одно место. Назначим пороговые значения С\*=0,5, D\*=0,8. Условию Сj > C\* удовлетворяет альтернативы М1 и М4, условию Dj < D\* - альтернативы М1 и М6. Таким образом, выбирается альтернатива М1, то есть первое место для строительства предприятия.

1. **Вывод**

В ходе лабораторной работы были изучены методы и процедуры многокритериального выбора альтернатив, а также применение методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.