Непрерывные распределения

Нормальное распределение: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Число успехов в серии из бесконечно большого числа испытаний Бернулли.

- Функция плотности:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- μ – математическое ожидание X, σ^2 - дисперсия X.

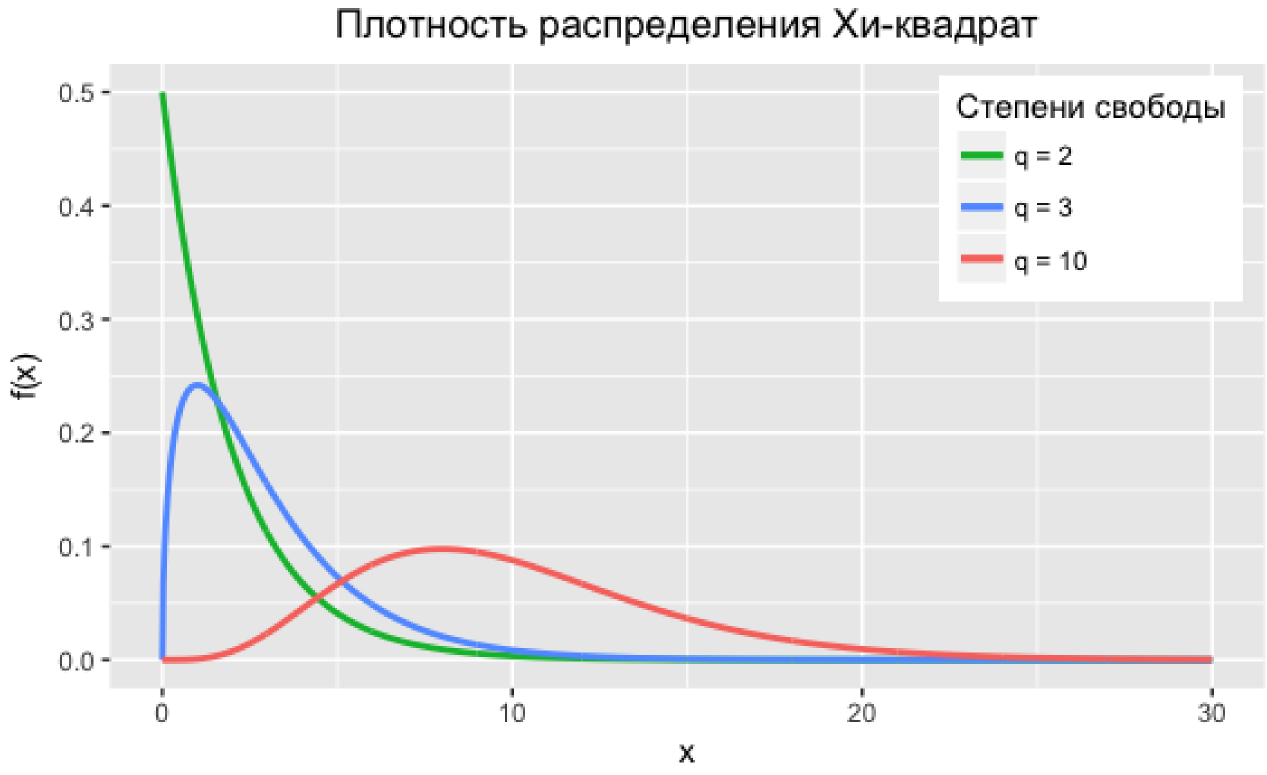
Хи-квадрат распределение: $Y \sim \chi^2(q)$

Распределение суммы квадратов q независимых стандартных нормальных случайных величин.

- $X_1, X_2, \dots, X_q \ - \ X_i \sim N(0;1)$
- $Y = X_1{}^2 + X_2{}^2 + \dots + X_q{}^2$

q – число степеней свободы

- $E(Y) = q$
- $Var(Y) = 2q$



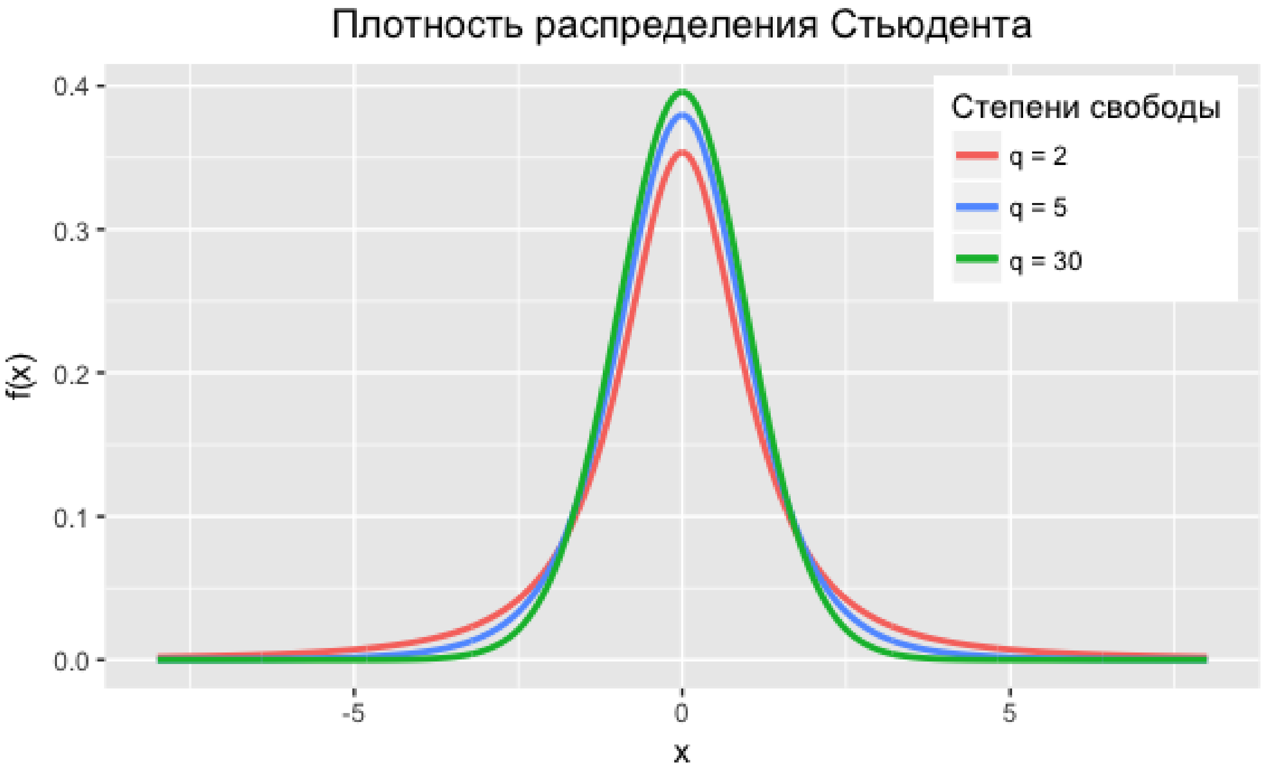
Распределение Стьюдента: $T \sim t(q)$

Искусственно созданное распределение для анализа малых выборок.

- $X_0, X_1, \dots, X_q \;-\; X_i \sim N(0;1)$
- $T = \dfrac{X_0}{\sqrt{\frac{1}{q}\sum_1^q X_i^2}}$

q – число степеней свободы

- $E(T) = 0$
- $Var(T) = \dfrac{q}{q-2}, q > 2$



Распределения в R

Распределение	**Обозначение в R**
Нормальное	`norm`
Хи-квадрат	`chisq`
Стьюдента	`t`

Характеристики случайных величин

Определение	Реализация в R
Медиана	
$x\colon\ P(X \le x) \ge 0.5,$ $P(X \ge x) \ge 0.5.$	`qname(0,5)`
Мода	
$x\colon\ \max f_X(x)$	`optimize(f, c(a, b), maximum = TRUE)` f – функция плотности, a и b – границы поиска максимума

Характеристики случайных величин

Нахождение моды с помощью пакета **modeest**.

Распределение	Команда в R
Нормальное	`normMode(mean=0, …)`
Хи-квадрат	`chisqMode(df, ncp=0)`
Стьюдента	`tMode(df, ncp=0)`

Характеристики случайных величин

По аналогии с одномерной функцией плотности $\mathrm{f}_X(x)$ существует функция плотности для двумерного распределения $f_{XY}(x, y)$.

Формула	Реализация в R
Математическое ожидание (непрерывный случай, одномерное распределение)	
$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)\, dx$	`f <- function(x) { x*dname(x) } mu <- integrate(f, -Inf, Inf)`

```
f <- function(x) {
  x*dname(x)
}
mu <- integrate(f, -Inf,
Inf)
```

Характеристики случайных величин

По аналогии с одномерной функцией плотности $f_X(x)$ существует функция плотности для двумерного распределения $f_{XY}(x,y)$.

Формула	Реализация в R
Математическое ожидание (непрерывный случай, двумерное распределение)	
$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x f_{XY}(x,y)\,dxdy$$	`mu <- int2(f, a=c(-Inf,-Inf), b=c(Inf,Inf))` `f` $= x f_{XY}(x,y)$

Числовые характеристики зависимости

Формула	Реализация в R
Ковариация двух случайных величин	
$cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$	`cov <- mu_xy - mu_x*mu_y`
Корреляция двух случайных величин	
$\rho(X,Y) = \dfrac{cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} \in [-1;1]$	`cor <- cov/(sd_x*sd_y)`