MINI-PROJET 1

Complexité & Algorithme

RÉALISÉ PAR :
KHAYOUSSEF MOHAMED

Exercice 1 :

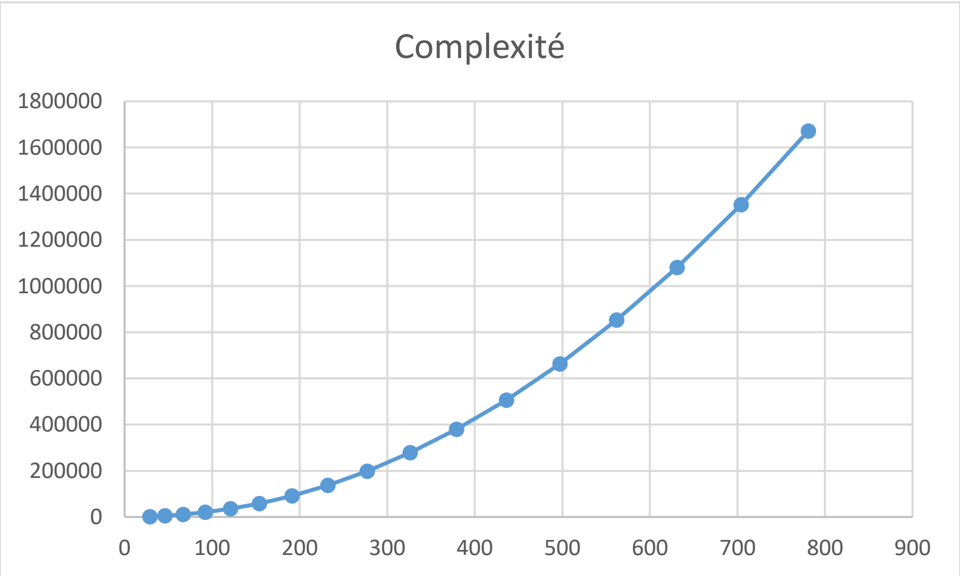
Pour le premier exercice, il fallait confectionner un programme simple pour gérer le problème de vérification du résultat de la multiplication unaire avec une seule bande, alors dans cet algorithme, on retrouve 3 étapes principales.

Etape 1 :
On parcourt le mot de gauche à droite en marquant d'un 'X' lorsqu'on trouve '='.

Etape 2 : Multiplication
Une fois qu'on rencontre 'x' (multiplication) on marque le premier chiffre un 'Y', ensuite on continue jusqu'à ce qu'on trouve le blanc donc là on marque un '#' comme un séparateur qui va nous servir à la comparaison, après on retourne de droite à gauche jusqu'au dernier 'Y' en remplaçant les 1 à sa droite par des 'Y' en rajoutant à chaque fois lorsqu'on change le '1' par 'Y' un 1 après le '#'.
Une fois les '1' précédés par le 'x' sont tous remplacés par des 'Y',on les rend tous des '1' et on passe à gauche jusqu'à ce qu'on rencontre un 'X' en remplaçant le premier '1' par 'X et on refait la même chose après le 'x'.

Etape 3 : Comparaison
Après avoir terminé le calcul, on parcourt le mot qui se trouve après le '#' de droite à gauche en remplaçant les '1' par des 'G' et on part jusqu'à le '=' , puis on remplace les '1' par des 'G'

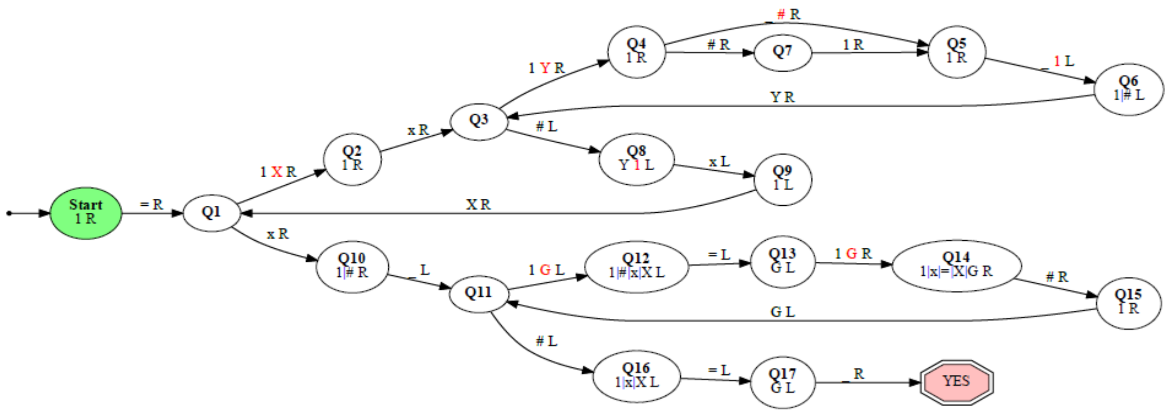
Analyse de complexité de l'algorithme de l'exercice 1 (en omettant les constantes) :
Pour cette algorithme, nous avons une complexité de l'ordre du $O(n^2)$



Etape 1 : on parcourt une fois tout le mot : $o(n)$
Etape 2 : on parcourt n/3 fois le mot pour trouver toutes les marques, donc on a $n*n/3$: $o(n^2)$
Etape 3 : on parcourt le mot de droite à gauche n fois : $o(n)$

Conclusion : $o(n) + o(n^2) + o(n)$, la complexité de l'algorithme est en $o(n^2)$.

Illustration de la machine :



Exercice 2 :

Cette fois-ci le but de cet exercice est de vérifier le résultat de la multiplication unaire mais avec trois bandes.
On considère un résultat de la forme suivante :

$$R = X \text{ x } Y$$

Le résultat au premier lieu doit être dans la première bande.
L'idée est de recopier tous les '1' qui se retrouvent dans le résultat dans la $3^{ème}$ bande et dans la partie 'X' dans la $2^{ème}$ bande en les supprimant de la $1^{ère}$ bande, de manière générale le but de la bande 2 est de savoir le nombre de bit de 'X'.

Analyse de complexité de l'algorithme de l'exercice 2 (en omettant les constantes) :

Dans cet algorithme on parcours le mot de gauche à droite dans les trois bandes et par conséquent on peut constater que nous avons une complexité de O(n) vu qu'il n'y pas de boucle .

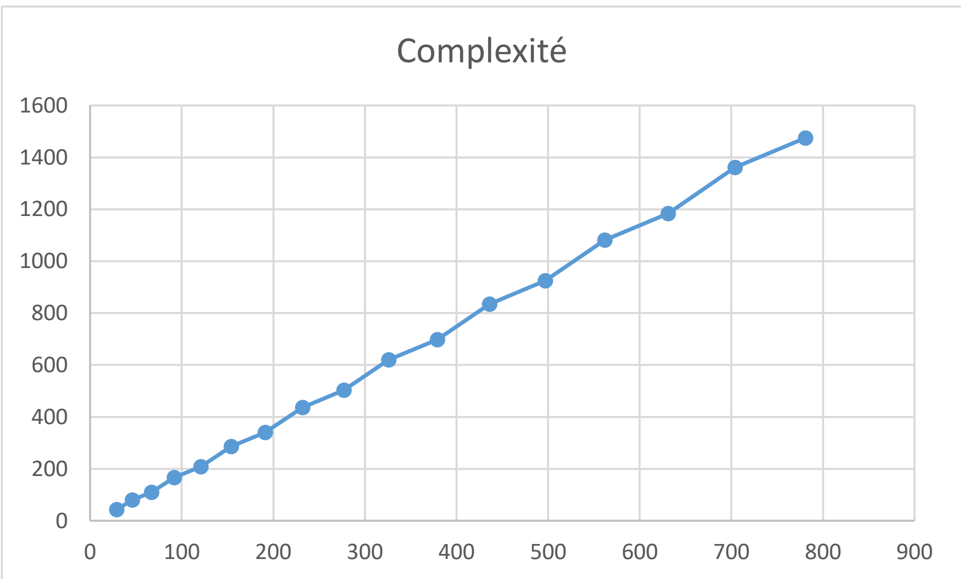
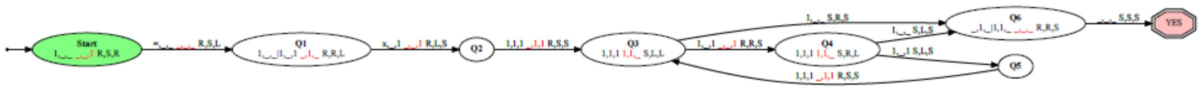


Illustration de la machine :



Exercice 3 :

En effet, cet exercice est totalement différent des deux premiers vu que nous allons vérifier la multiplication mais cette fois-ci ça sera un problème sur une machine à trois bandes pour le cas où les données sont en binaire.

On considère un résultat de la forme suivante :

$$R = X \times Y$$

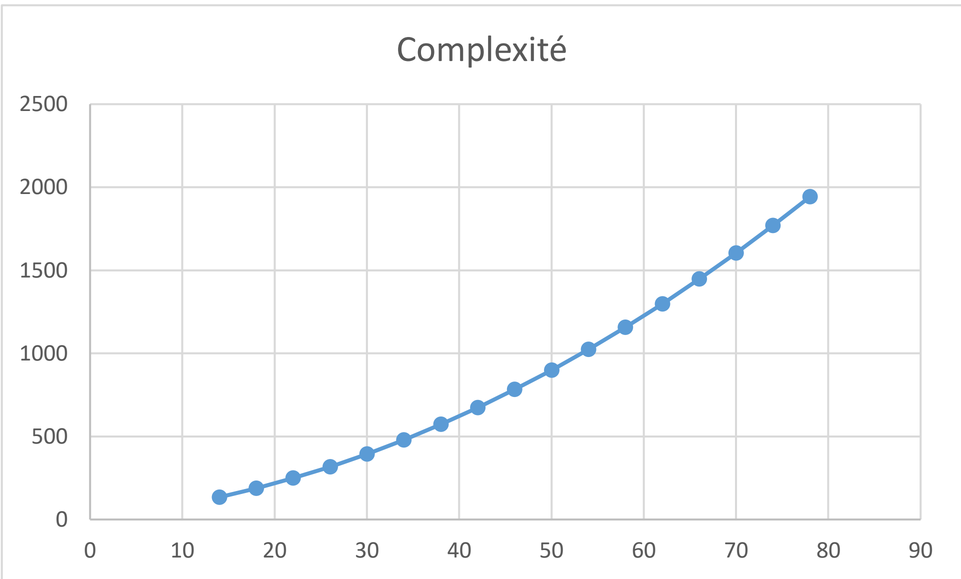
Dans un premier temps, on va mettre le résultat dans la 1ère bande et on va le parcourir, ensuite on commence à faire la multiplication en mettant son résultat dans la 2ème bande.

Au niveau de la 2ème bande, on fait aussi l'addition des opérandes dont lesquelles on a fait la multiplication, après on remplace les chiffres par des 'X'.

En ce qui concerne le décalage, nous avons au niveau de la 3ème bande un 'd' qui indique le premier décalage et un 'D' qui va indiquer le nombre de décalage lorsqu'il est supérieur à 1.

Analyse de complexité de l'algorithme de l'exercice 3 (en omettant les constantes) :

Pour cette algorithme, nous avons une complexité de l'ordre du $O(n^2)$



Justification :

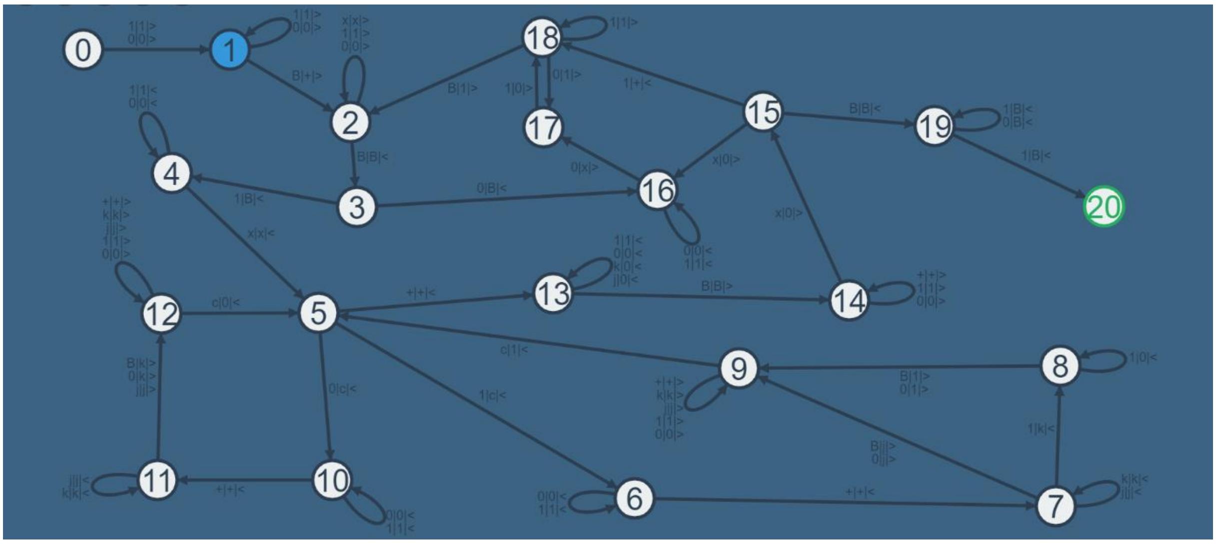
- Parcours de la gauche à droite : O(n)

- Le produit du X et Y donc O(n)

- La comparaison du résultat trouvé et le résultat produit O(n)

Exercice 4 :

En ce qui concerne cet exercice j'ai essayé plusieurs de solution mais en vain, ça n'a pas marché mais j'ai essayé de l'illustrer ma solution dans ce graphe suivant ;



Ici, J est utilisé pour remplacer par 1 et K est utilisé pour remplacer par 0. c'est juste une technique de comptage utilisée pour compter le nombre d'entiers dans le deuxième nombre binaire.

Exercice 5 :

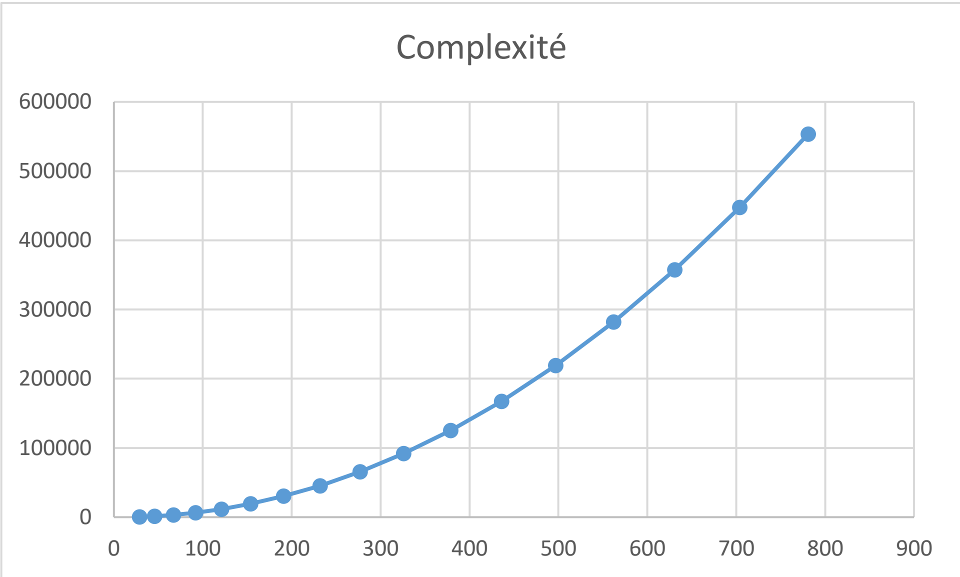
Cette exercice est pour but d'optimiser c'est que j'ai fait dans l'exercice 1, alors l'idée de l'exercice 1 ce que je parcourais le mot de gauche à droite en faisant la multiplication et après on compare le produit du l'opération avec le produit de l'input.

On considère un résultat de la forme suivante :

R = X x Y

Dans cet exercice on parcours et on multiplet sans faire la comparaison chose qui va nous donner un algorithme plus optimal que celui de l'exercice précèdent avec moins d'états.

Analyse de complexité de l'algorithme de l'exercice 5 (en omettant les constantes) :
Pour cette algorithme, nous avons une complexité de l'ordre du **O(n²).**



Justification :

Pour les étapes de cet algorithme on a :

-Parcours de gauche à droite : O(n)

-le moment ou il reste des '1' dans la partie après le 'x', on remplace toute la partie 'X' par des 'Y', ensuite on remplace toute la partie résultat par des 'R' : O(n²)

- Suppression des chiffres de droite de toute la partie 'Y' : O(1)