NTNU

elsys
ELEKTRONISK SYSTEMDESIGN & INNOVASJON

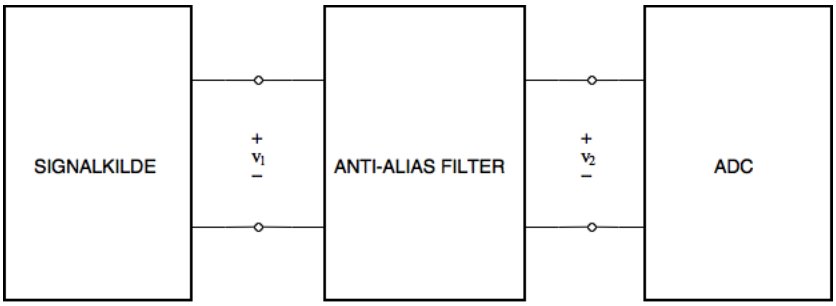
# Designnotat	
Tittel: Anti-alias filter	
Forfatter: Karl Henrik Ejdfors	
Versjon: 2.0	Dato: 1. desember 2017

Innhold

1 Problembeskrivelse

Når et analogt signal skal digitaliseres, er det nødvendig å begrense båndbredden til signalene [1], slik at man unngår aliasing. I følge Nyquists punktprøvingsteorem skal båndbegrensningen til signalet $B = \frac{f_s}{2}$, der f_s er punktprøvingsfrekvensen. Det er derfor ønskelig å dempe frekvenskomponenter over knekkfrekvensen f_c, og å påvirke frekvenskomponentene i passbåndnet minst mulig. I realiteten vil det være uoppnåelig å ha en amplituderespons med uendelig brå overgang fra passbånd til stoppbånd, det er derfor nødvendig med noen krav for systemet.

I dette designet skal det lages et anti-alias filter, som vist i figur 1.1, som skal ha en demping på minst 10dB ved frekvensen $\frac{f_s}{2}$. Knekkfrekvensen f_c skal oppfylle $f_c \geq 0.75\frac{f_s}{2}$. Systemet har inngangsspenningen v_1 fra signalkilden, og utgangsspenningen v_2 som går til en A/D-omformer.



Figur 1.1: Oversiktsfigur av design, modifisert fra [1].

2 Prinsipiell løsning

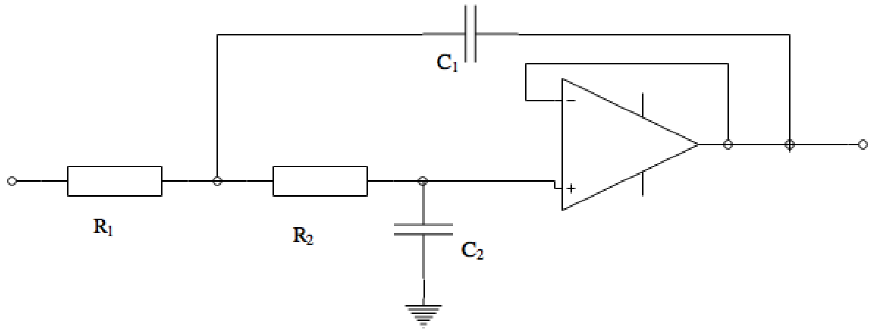
Et anti-alias filter kan designes på mange forskjellige måter. Et mulig design av anti-alias filteret er vist i figur 2.1, og tar utgangspunkt i Butterworth lavpass filter med Sallen-Key struktur. Et slikt filter er optimalisert for å holde passbåndet maksimalt flatt. Filterets orden n bestemmer brattheten fra passbånd til stoppbånd, der stor n gir brattere overgang.

Ved å bruke en Sallen-Key struktur på anti-alias filteret kan en kaskadekopling av flere strukturer være en enkel måte å øke ordenen til filteret på. Systemfunksjonen til systemet blir da produktet av systemfunksjonene til hver kaskadekopling. Orderen til systemet er dermed $n = 2 \cdot g$, der g er antall kaskadekoplinger.

Ordenen til filtert er bestemt av sammenhengen mellom frekvens og amplituderespons, gitt ved (2.1) [2].

$$A = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_0})^{2n}}} \tag{2.1}$$

Ved omskriving av (2.1) med hensyn på n blir uttrykket som gitt i (2.2).



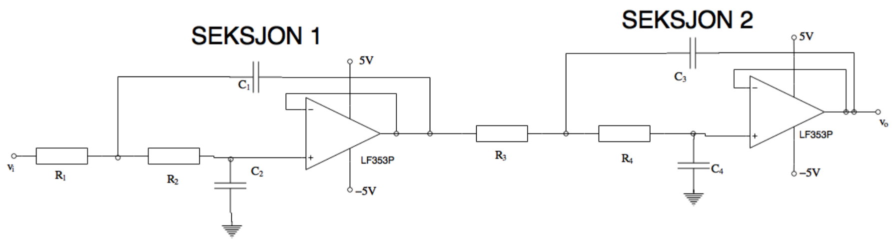
Figur 2.1: 2. ordens Butterworth filter med Sallen-Key struktur

$$n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(A^{-2} - 1)}{\ln(\frac{f}{f_0})} \tag{2.2}$$

Eksempelvis blir orderen til et system med punktptøvingsfrekvens $f_s = 5.6\text{kHz}$ med utgangspunkt i $f_c = \frac{f_s}{2}$, minimum 10dB demping ved $\frac{f_s}{2}$, og (2.2) bli

$$n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(10^{\frac{10}{20} \cdot 2} - 1)}{\ln(\frac{2.8}{2.1})} = 3.82 \Longrightarrow n = 4.$$

Et slikt system kan implementeres som vist i figur 2.2.



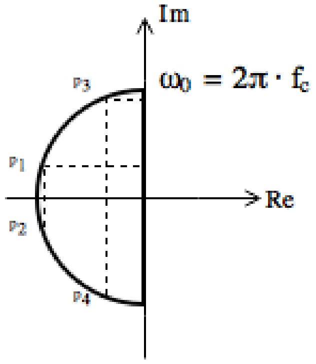
Figur 2.2: 4. ordens Butterworth filter med Sallen-Key-struktur

Systemfunksjonen til hver seksjon i fra figur 2.2, er bestemt av de fire polene, som er to komplekskonjugerte polpar. Disse er gitt ved (2.3).

$$H_i(s) = \frac{\omega_0^2}{(s - p_k)(s - p_{k+1})} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\omega_0\zeta_i s + \omega_0^2}, \quad i = 1, 2 \quad k = 1, 3 \tag{2.3}$$

Når vinkelen mellom polene er lik vil amplituderesponsen bli flatest mulig [2]. Polplasseringen er illustrert i figur 2.3. Ved hjelp av polplasseringene til systemet, er analyse av responsen til systemet lettere. Når s i (2.3) nærmer seg en pol, vil nevneren nærme seg null, og frekvensresponsen går mot uendelig. På den måten beskriver polene hvor stabilt et system er ved forskjellige s. Ved figur 2.3 blir uttrykket for dempningsfaktoren ζ_i gitt i (2.4).

$$\zeta_i = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{n} i\right), & \text{n odde} \\ \\ \cos\left(\frac{\pi}{2n} + (i-1)\frac{\pi}{n}\right), & \text{n like} \end{cases} \tag{2.4}$$



Figur 2.3: Poler til anti-alias filteret i figur 2.2.

Med $n = 4$ gir dette $\zeta_1 = 0.92388$ og $\zeta_2 = 0.38268$. Tidskonstantene i systemet er da gitt ved (2.5).

$$\tau_k = \frac{1}{\omega_0 \cdot \zeta_i} = RC_k \qquad \tau_{k+1} = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot \tau_k} = RC_{k+1}, \quad k = 1, 3, i = 1, 2 \tag{2.5}$$

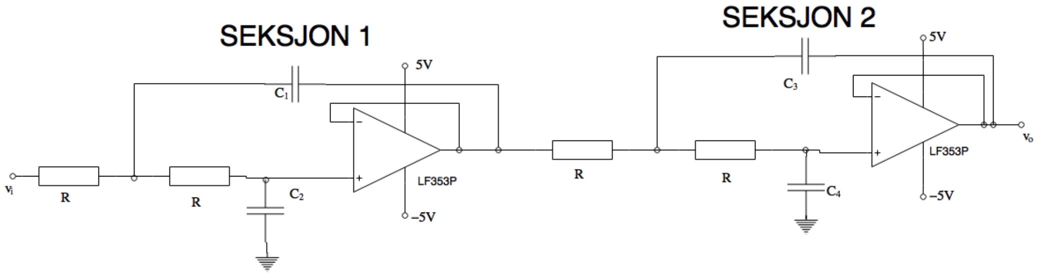
For enkelthets skyld kan motstandsverdiene settes til $R = 1\text{k}\Omega$. Dette fører til at tidskonstantene samt komponentverdiene blir som i tabell 2.1.

Tabell 2.1: Komponentverdier og tidskonstanter

$R = 1\text{k}\Omega$				
Tidskonstant, µs	$\tau_1 = 82$	$\tau_2 = 70$	$\tau_3 = 198$	$\tau_4 = 29$
Kondensator, nF	$C_1 = 82$	$C_2 = 70$	$C_3 = 198$	$C_4 = 29$

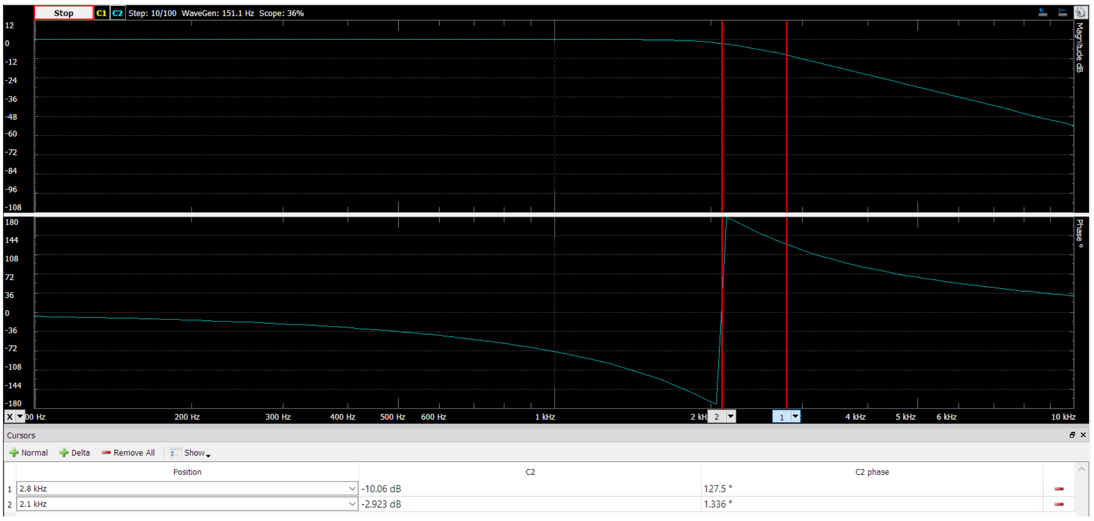
3 Realisering

Systemet testes med en punktprøvingsfrekvens $f_s = 5.6\text{kHz}$. Fra 'Prinsipiell løsning' blir den minste orderen til systemet $n = 4$. Implementasjonen av systemet er vist i figur 3.1 med komponentverdier fra tabell 2.1.

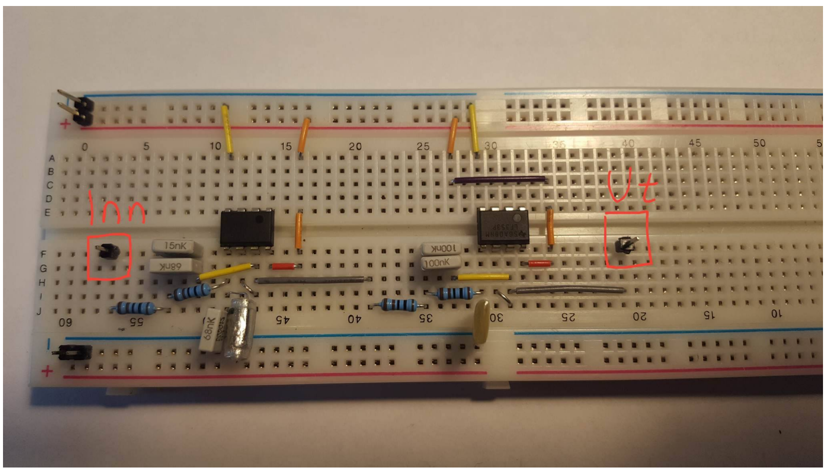


Figur 3.1: Anti-alias filter

Fra Bode-diagrammet i figur 3.2 er det tydelig at knekkfrekvensen er større enn 2.1kHz og at filteret demper alle frekvenskomponenter over $\frac{f_s}{2}$ = 2.8kHz med minst 10dB. Passbåndet slippes uendret gjennom som forventet. Av Bode-diagrammet ser man at en variasjon på mer enn 10Hz i f_s vil føre til at frekvensresponsen havner utenfor kravspesifikasjonene. For å gjøre filteret mer robust mot variasjoner kan filteret designes med høyere orden n, slik at overgangen fra passbånd til stoppbånd blir enda brattere.



Figur 3.2: Frekvensresponsen til filteret



Figur 3.3: Fotografi av design.

4 Konklusjon

Anti-alias filteret er realisert med et 4. ordens Butterworth filter med Sallen-Key struktur. Filteret demper frekvenskomponenter over $\frac{f_s}{2} = 2.8\text{kHz}$ med minst 10dB, og knekkfrekvensen er målt til å være over $0.75 \cdot \frac{f_s}{2} = 2.1\text{kHz}$. Frekvenskomponentene i passbåndet er minimalt påvirket av filteret.

Referanser

[1] Ukjent. *Anti-alias-filter*. NTNU, 2017.

[2] Lars Lundheim. Filterdesign. `https://www.scalable-learning.com/#/courses/2251/modules/7618/courseware/overview`.