

# CHƯƠNG 3. CHẤT BÁN DẪN THUẦN VÀ CHẤT BÁN DẪN PHA TẠP

## Intrinsic and Extrinsic Semiconductors

Giảng viên: Nguyễn Đức Cường

Trường Đại học Công nghệ - ĐHQGHN

*Email: cuongnd@vnu.edu.vn*

Ngày 8 tháng 9 năm 2021

## 1 3.1. CHẤT BÁN DẪN THUẦN

## 2 3.2. CHẤT BÁN DẪN PHA TẠP

## 3.1. CHẤT BÁN DẪN THUẦN

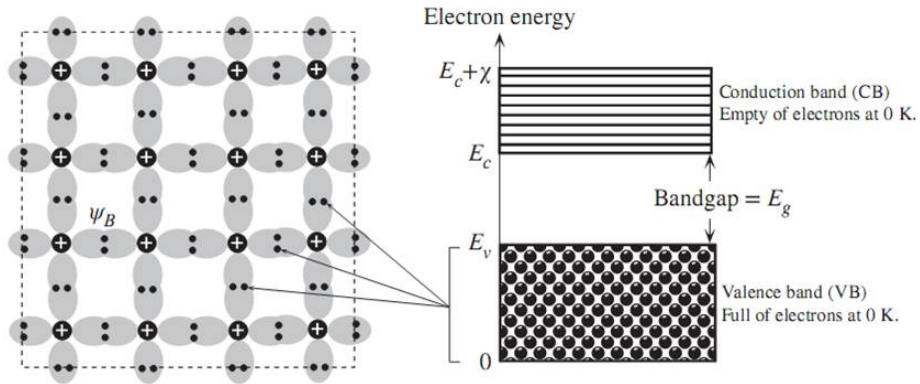
(Intrinsic Semiconductor)

# Khái niệm chất bán dẫn thuần

- **Chất bán dẫn thuần (intrinsic semiconductor)**, tức là chất bán dẫn không pha tạp (thường ký hiệu là *i*-type), là một chất bán dẫn sạch không có bất kỳ sự xuất hiện đáng kể nào của tạp chất. Những chất bán dẫn đơn chất như Ge, Si, hay hợp chất như GaAs, InSb, CdS... thuần khiết về mặt hóa học, không lẫn tạp chất, không lệch hợp thức, không có các sai hỏng cấu trúc tích điện được coi là các chất bán dẫn thuần.
- Nồng độ hạt tải của bán dẫn thuần được xác định bởi bản chất của vật liệu thay vì lượng tạp chất.
- Trong bán dẫn thuần, nồng độ điện tử được kích thích bằng nồng độ lỗ trống:

$$n_i = p_i$$

# Chất bán dẫn thuần điển hình (Si)



Mô hình 2 chiều đơn giản của một vùng trong tinh thể Si thể hiện các liên kết cộng hóa trị giữa các nguyên tử.

Sơ đồ vùng năng lượng tại nhiệt độ 0 tuyệt đối.

CB: vùng dẫn

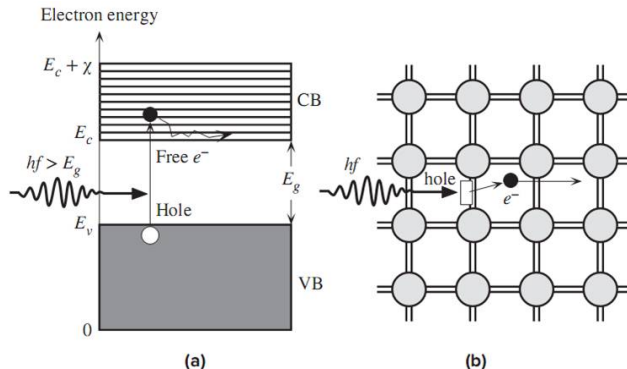
VB: vùng hóa trị

$E_g$ : độ rộng vùng cấm

# Chất bán dẫn thuần điển hình (Si)

- Vùng hóa trị (VB) chứa những trạng thái điện tử tương ứng với sự chồng chập của các orbital liên kết ( $\psi_B$ ). Do tất cả các orbital liên kết đều được lấp đầy bởi các điện tử hóa trị trong tinh thể, vùng hóa trị cũng được lấp đầy bởi các điện tử đó tại 0 độ tuyệt đối (0K). Đỉnh vùng hóa trị được gọi là  $E_V$ .
- Vùng dẫn (CB) chứa những trạng thái điện tử ở các mức năng lượng cao hơn, tương ứng với các orbital phản liên kết. Đáy vùng dẫn được gọi là  $E_C$ .
- Độ chênh lệch giữa mức  $E_C$  và mức  $E_V$  được gọi là độ rộng vùng cấm  $E_g$ . Độ chênh lệch giữa mức  $E_C$  và mức chân không được gọi độ rộng vùng dẫn hay **ái lực điện tử (electron affinity)  $\chi$** .

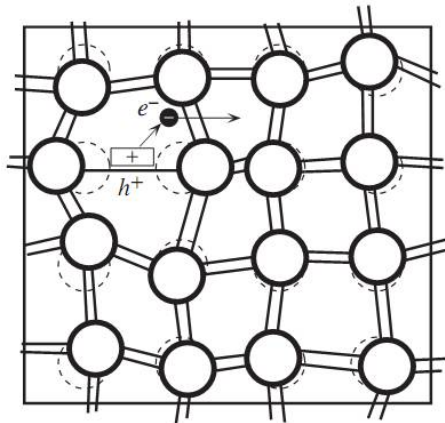
# Hạt tải (điện tử và lỗ trống)



(a) Một photon với năng lượng lớn hơn  $E_g$  có thể kích thích điện tử từ vùng hóa trị nhảy lên vùng dẫn.

(b) Khi một photon bẻ gãy được một liên kết Si-Si, một điện tử (electron) và một lỗ trống (hole) được tạo ra.

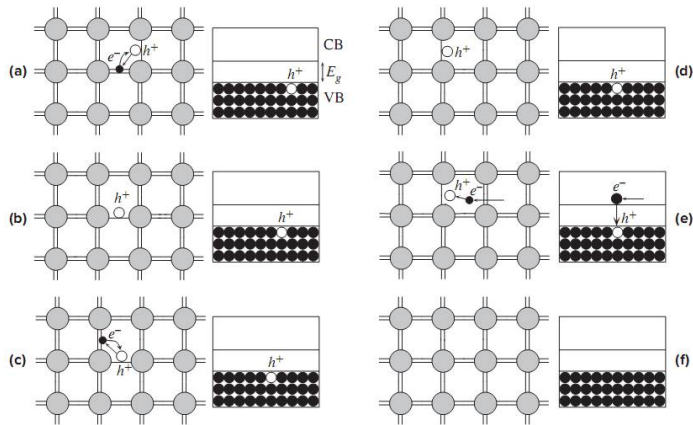
# Sự sinh hạt tải vì nhiệt (thermal generation)



Nhiệt độ tăng khiến cho các nguyên tử dao động, dẫn đến các liên kết bị bẻ gãy và sinh ra các cặp điện tử-lỗ trống.



# Sự dịch chuyển của hạt tải trong tinh thể

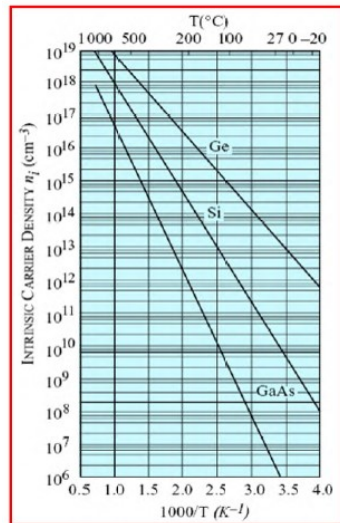


Lỗ trống “lang thang” trong tinh thể nhờ sự xuyên hầm (tunneling) của điện tử từ các liên kết cạnh đó.

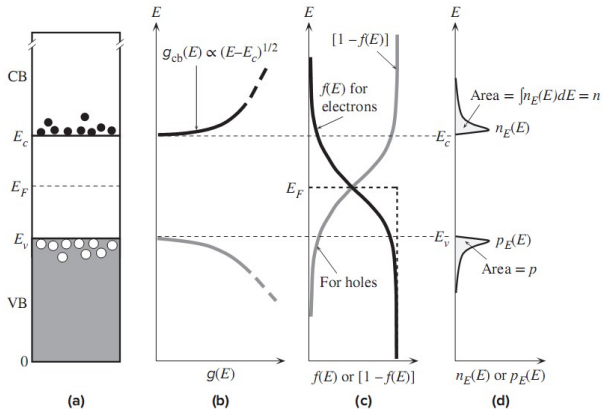
# Chất bán dẫn thuần điển hình

- Độ rộng vùng cấm ( $E_g$ ) của một số chất bán dẫn thuần:
  - Ge: 0.66 eV
  - Si: 1.1 eV
  - GaAs: 1.42 eV.
- Khối lượng hiệu dụng của hạt tải trong một số chất bán dẫn thuần:
  - Ge:  $m_e^* = 0.04m_0$ ;  $m_h^* = 0.27m_0$
  - Si:  $m_e^* = 0.26m_0$ ;  $m_h^* = 0.49m_0$
  - GaAs:  $m_e^* = 0.067m_0$ ;  $m_h^* = 0.45m_0$

**Nồng độ hạt tải trong chất bán dẫn thuần tăng khi nhiệt độ tăng!!!**



# Biểu thức nồng độ hạt tải



(a) Biểu đồ vùng năng lượng; (b) Mật độ trạng thái  $g(E)$ ; (c) Hàm xác suất Fermi-Dirac  $f(E)$ ; (d) Tích của  $g(E)$  và  $f(E)$  là mật độ theo năng lượng của điện tử trong vùng dẫn. Diện tích dưới đường cong  $n_E(E)$  là mật độ điện tử.

# Biểu thức nồng độ hạt tải

- Hàm xác suất Fermi-Dirac:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_B T}}}$$

trong đó  $E_F$  được gọi là năng lượng Fermi.

- Khi  $(E - E_F) \gg k_B T$ , chúng ta có thể sử dụng hàm xác suất Boltzmann:

$$f(E) \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

- Nồng độ của điện tử trên vùng dẫn (CB) là  $n$ :

$$n = \int_{E_C}^{\text{đỉnh của CB}} n_E(E) dE = \int_{E_C}^{\text{đỉnh của CB}} g_{cb}(E) f(E) dE$$

- Để thỏa mãn điều kiện  $g_{cb}(E) f(E) \rightarrow 0$  tại đỉnh của vùng dẫn, chúng ta có thể sử dụng công thức sau:

$$g_{cb}(E) = \frac{\pi 8 \sqrt{2} m_e^{*3/2}}{h^3} (E - E_C)^{1/2}$$

# Biểu thức nồng độ hạt tải

- Khi đó:

$$n \approx \frac{\pi 8 \sqrt{2} m_e^{*3/2}}{h^3} \int_{E_C}^{\infty} (E - E_C)^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}} dE$$

- Từ đó:

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$

- Với:

$$N_C = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$N_C$  được gọi là **mật độ trạng thái hiệu dụng tại biên của vùng dẫn (effective density of states at the conduction band edge)**.

# Biểu thức nồng độ hạt tải

- Nồng độ lỗ trống tại vùng hóa trị:

$$p = \int_0^{E_V} p_E(E) dE = \int_0^{E_V} g_{vb}(E) [1 - f(E)] dE$$

- Từ đó:

$$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

- Với:

$$N_V = 2 \left( \frac{2\pi m_h^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$N_V$  được gọi là **mật độ trạng thái hiệu dụng tại biên của vùng hóa trị (effective density of states at the valence band edge)**.

- Xem xét tích  $np$ :

$$np = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}} = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

# Biểu thức nồng độ hạt tải

- Phương trình tổng quát ở trạng thái cân bằng nhiệt (**Định luật tác dụng khối lượng - Mass action law**):

$$np = n_i^2 = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

Với  $n = p = n_i$  là nồng độ hạt tải thuần.

**Tích  $np$  là không đổi tại nhiệt độ nhất định và chỉ phụ thuộc vào vật liệu bán dẫn!!!**

**Bảng:** Nồng độ hạt tải của một số chất bán dẫn thuần ở nhiệt độ phòng (300 K)

Chất bán dẫn	$E_g$ (eV)	$N_C$ (cm <sup>-3</sup> )	$N_V$ (cm <sup>-3</sup> )	$n_i$ (cm <sup>-3</sup> )
Ge	0.66	$1.04 \times 10^{19}$	$6.0 \times 10^{18}$	$2.3 \times 10^{13}$
Si	1.1	$2.8 \times 10^{19}$	$1.2 \times 10^{19}$	$1 \times 10^{10}$
InP	1.34	$5.2 \times 10^{17}$	$1.1 \times 10^{19}$	$1.3 \times 10^7$
GaAs	1.42	$4.4 \times 10^{17}$	$7.7 \times 10^{18}$	$2.1 \times 10^6$

# Mức năng lượng Fermi

- Nồng độ điện tử bằng nồng độ lỗ trống:

$$n = p = n_i = 2 \left( \frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

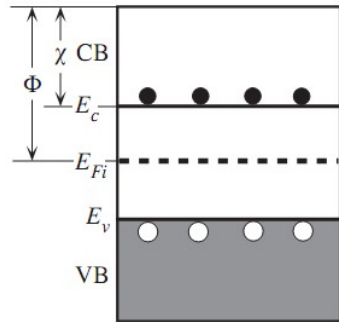
- Mức Fermi:

$$E_{Fi} = E_V + \frac{1}{2} E_g - \frac{1}{2} k_B T \ln \frac{N_C}{N_V}$$

hoặc 
$$E_{Fi} = E_V + \frac{1}{2} E_g - \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_e^*}{m_h^*}$$

- Nếu  $N_C = N_V$  hay  $m_e^* = m_h^*$ :

$$E_{Fi} = E_V + \frac{1}{2} E_g \rightarrow \text{Mức Fermi nằm chính giữa vùng cấm}$$





## Ví dụ 1

Cho khối lượng hiệu dụng gắn liền với mật độ trạng thái của điện tử và lỗ trống trong Si tương ứng là  $1.08m_e$  và  $0.6m_e$ . Độ linh động trôi của điện tử và lỗ trống tại nhiệt độ phòng là  $1400$  và  $450 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Hãy tính nồng độ hạt tải thuần và điện trở suất thuần của Si.

*Lời giải*

Sử dụng các công thức dành cho  $N_C$  và  $N_V$  ta có:

$$\begin{aligned} N_C &= 2 \left[ \frac{2\pi(1.08 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1})(300 \text{ K})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J s})^2} \right]^{3/2} \\ &= 2.81 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} \text{ hay } 2.81 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \\ &\quad \text{và} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_V &= 2 \left[ \frac{2\pi(0.6 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1})(300 \text{ K})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J s})^2} \right]^{3/2} \\ &= 1.16 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} \text{ hay } 1.16 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

Nồng độ hạt tải thuần là:

$$\begin{aligned}n_i &= [(2.81 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3})(1.16 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3})]^{1/2} \\&\times \exp \left[ - \frac{(1.1 \text{ eV})}{2(300 \text{ K})(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1})} \right] \\&= 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$

Độ dẫn điện là:

$$\begin{aligned}\sigma &= en\mu_e + ep\mu_h = en_i(\mu_e + \mu_h) \\&= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3})(1400 + 450 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}) \\&= 3.0 \times 10^{-6} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}\end{aligned}$$

Điện trở suất là:

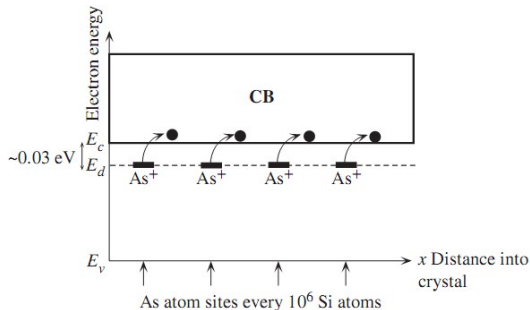
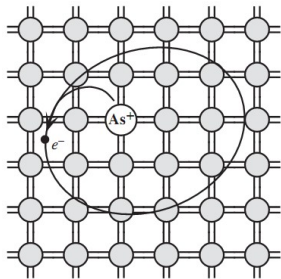
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 3.3 \times 10^5 \Omega \text{ cm}$$

## 3.2. CHẤT BÁN DẪN PHA TẠP (Extrinsic Semiconductor)

# Khái niệm chất bán dẫn pha tạp

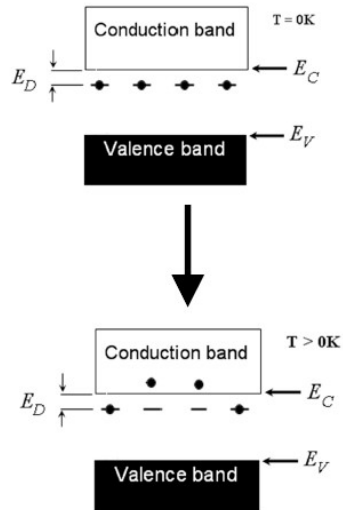
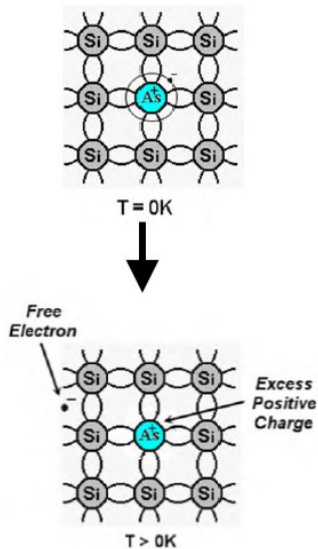
- **Chất bán dẫn pha tạp (extrinsic semiconductor)** là chất bán dẫn được pha tạp, tức là trong nó một lượng tạp chất được đưa vào để tạo ra các tính chất điện khác so với các chất bán dẫn thuần.
- Việc pha tạp là cho thêm các nguyên tử tạp chất vào một chất bán dẫn thuần và làm thay đổi các nồng độ điện tử và lỗ trống ở trạng thái cân bằng nhiệt.
- Tùy theo nồng độ hạt tải chiếm ưu thế trong chất bán dẫn tạp mà chúng ta gọi là bán dẫn loại  $n$  hoặc loại  $p$ .

# Chất bán dẫn pha tạp loại $n$ (ví dụ Si(IV) pha tạp As(V))



- Điện tử còn lại của nguyên tử As (Asen) không được liên kết chặt chẽ trong mạng tinh thể Si, và có thể dễ dàng ion hóa tại nhiệt độ  $T > 0 \text{ K}$  và tham gia vào quá trình dẫn dòng điện.
- Các nguyên tử tạp chất thuộc nhóm V (P, As, Sb, Bi) được gọi là **donor (chất cho)**, vì chúng 'cho' điện tử vào vùng dẫn.
- Bán dẫn được pha tạp bằng donor được gọi là **bán dẫn loại n**.

# Chất bán dẫn pha tạp loại $n$ (ví dụ Si(IV) pha tạp As(V))



# Chất bán dẫn pha tạp loại $n$ (ví dụ Si(IV) pha tạp As(V))

- Ion  $\text{As}^+$  với 1 điện tử xung quanh nó tương tự như nguyên tử hydro trong môi trường của Si. Năng lượng liên kết trong nguyên tử hydro là:

$$E_b = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$$

- Năng lượng liên kết của điện tử với ion  $\text{As}^+$  trong môi trường của Si là:

$$E_d = E_b^{\text{Si}} = \frac{m_e^* e^4}{8\epsilon_r^2 \epsilon_0^2 h^2} = (13.6 \text{ eV}) \left( \frac{m_e^*}{m_e} \right) \left( \frac{1}{\epsilon_r^2} \right)$$

Với  $\epsilon_r = 11.9$  và  $m_e^* = (1/3)m_e$  đối với Si, ta tính được  $E_b^{\text{Si}} = 0.032 \text{ eV}$ .

- Tạp chất như As tạo thành một mức năng lượng nằm trong vùng cấm và rất gần với vùng dẫn. Mức năng lượng đó được gọi là 'nông' (shallow) và năng lượng để ion hóa nguyên tử là nhỏ khiến một lượng lớn nguyên tử donor có thể bị ion hóa ở nhiệt độ phòng.

# Chất bán dẫn pha tạp loại $n$ (ví dụ Si(IV) pha tạp As(V))

- Nếu  $N_d \gg n_i$  thì tại nhiệt độ phòng, nồng độ điện tử  $n$  gần bằng  $N_d$ . Nồng độ lỗ trống  $p = n_i^2/N_d$  rất nhỏ so với  $n_i$  và độ dẫn điện là:

$$\sigma = eN_d\mu_e + e\left(\frac{n_i^2}{N_d}\right)\mu_h \approx eN_d\mu_e$$

- Ở nhiệt độ thấp, nồng độ nguyên tử chất pha tạp bị ion hóa là:

$$\begin{aligned} N_d^+ &= N_d \times (\text{xác suất không tìm thấy điện tử tại } E_d) \\ &= N_d[1 - f_d(E_d)] \\ &= \frac{N_d}{1 + 2 \exp\left[\frac{E_F - E_d}{k_B T}\right]} \end{aligned}$$

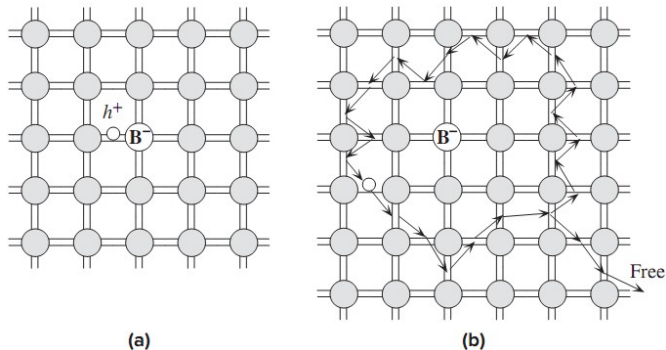
với

$$f_d(E_d) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\left[\frac{E_d - E_F}{k_B T}\right]}$$

là hàm xác suất tìm thấy điện tử tại mức năng lượng  $E_d$ .



# Chất bán dẫn pha tạp loại $p$ (ví dụ Si(IV) pha tạp B(III))

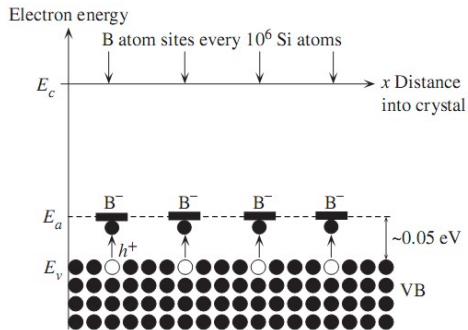


(a) B (Bo) chỉ có 3 điện tử hóa trị, dẫn đến thiếu 1 điện tử khi liên kết với Si và tạo thành 'lỗ trống'.

(b) Lỗ trống di chuyển xung quanh ion  $B^-$  thông qua sự xuyên hầm của điện tử từ các liên kết cạnh đó. Cuối cùng dao động nhiệt của các nguyên tử Si cung cấp đủ năng lượng để lỗ trống thoát khỏi ảnh hưởng của ion  $B^-$  và nhảy vào vùng hóa trị.

# Chất bán dẫn pha tạp loại $p$ (ví dụ Si(IV) pha tạp B(III))

- Các nguyên tử tạp chất thuộc nhóm III (B, Al, Ga, In) được gọi là **acceptor (chất nhận)**, vì chúng 'nhận' điện tử từ vùng hóa trị và để lại lỗ trống ở vùng đó.
- Bán dẫn được pha tạp bằng acceptor được gọi là **bán dẫn loại  $p$** .
- Nếu nồng độ acceptor  $N_a \gg n_i$  thì tại nhiệt độ phòng, nồng độ lỗ trống  $p$  gần bằng  $N_a$ . Nồng độ điện tử  $n = n_i^2 / N_a$  sẽ rất nhỏ so với  $n_i$  và độ dẫn điện là  $\sigma = eN_a\mu_h$ .



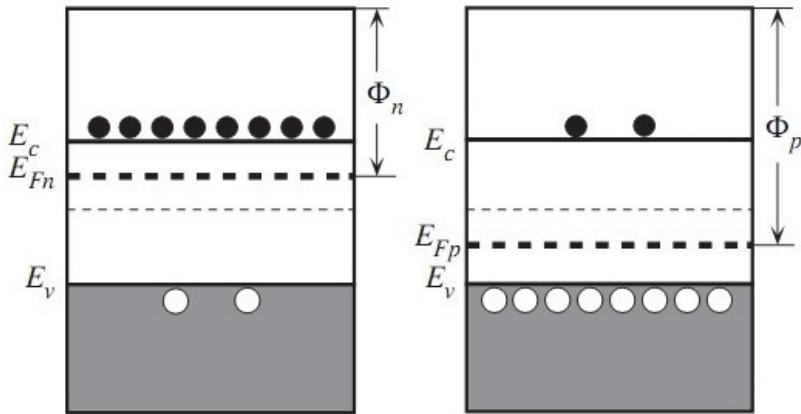
Giản đồ vùng năng lượng của bán dẫn Si loại  $p$  được pha tạp bởi 1 ppm (parts per million - một phần triệu) nguyên tử B.

# Mức năng lượng của một vài tạp chất

**Bảng:** Năng lượng ion hóa của các tạp chất trong Si và Ge (eV)

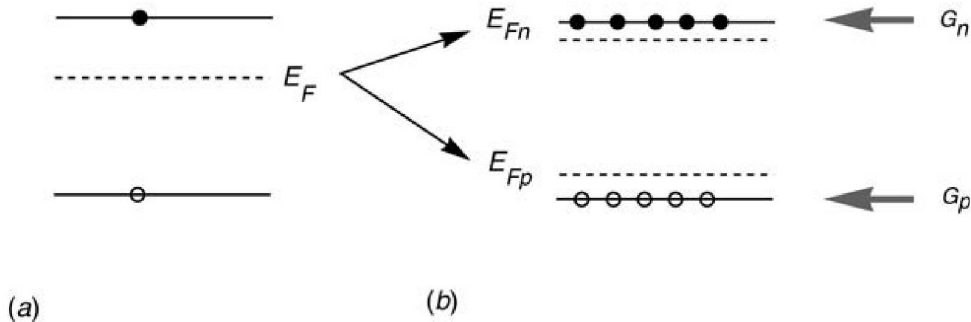
Loại	Nguyên tố	Trong Si	Trong Ge
Loại $n$	P	0.044	0.012
	As	0.049	0.013
	Sb	0.039	0.010
Loại $p$	B	0.045	0.010
	Al	0.057	0.010
	Ga	0.065	0.011
	In	0.16	0.011

# Mức năng lượng Fermi



(a) Loại  $n$ , mức Fermi  $E_{Fn}$  nằm gần mức  $E_C$       (b) Loại  $p$ , mức Fermi  $E_{Fp}$  nằm gần mức  $E_V$

# Mức năng lượng Fermi



- (a) Ở trạng thái cân bằng nhiệt, điện tử và lỗ trống có cùng mức Fermi.
- (b) Khi ra khỏi trạng thái cân bằng nhiệt (ví dụ khi các vùng được lấp đầy bởi các hạt tải quang sinh hoặc được tiêm bởi dòng điện), mật độ của điện tử và lỗ trống được mô tả bởi các mức Fermi riêng của chúng (hay gọi là **mức giả Fermi (quasi Fermi level)**), và không còn trùng với trường hợp (a).

# Sự pha tạp bù

- Thuật ngữ **pha tạp bù (compensation doping)** được sử dụng để mô tả sự pha tạp bởi cả donor và acceptor để kiểm soát tính chất của bán dẫn. Ví dụ, một bán dẫn loại  $p$  được pha tạp với  $N_a$  acceptor có thể biến thành loại  $n$  chỉ đơn giản bằng cách thêm donor cho đến khi nồng độ  $N_d$  vượt quá  $N_a$ . Hiệu ứng của donor sẽ bù lại hiệu ứng của acceptor. Nồng độ của điện tử là  $n = N_d - N_a$ .
- Khi cả donor và acceptor đều có mặt, điều thực sự xảy ra là điện tử sinh ra từ donor tái hợp với lỗ trống sinh ra từ acceptor, sao cho tuân theo định luật tác dụng khối lượng  $np = n_i^2$ . Nồng độ điện tử và lỗ trống không thể đồng thời tăng, do khi đó sẽ tăng tốc độ tái hợp của chúng. Khi một nguyên tử acceptor nhận một điện tử từ vùng hóa trị, một lỗ trống sẽ được sinh ra trong vùng đó, và lỗ trống này sẽ tái hợp với điện tử trong vùng dẫn. Giả sử ban đầu nồng độ điện tử là  $n = N_d$ , thì sự tái hợp của điện tử sinh ra từ donor và  $N_a$  lỗ trống sinh ra từ  $N_a$  acceptor dẫn đến nồng độ điện tử giảm xuống chỉ còn  $n = N_d - N_a$ . Tương tự như vậy với trường hợp có nhiều acceptor hơn donor. Ta có kết luận sau (đúng cho nhiệt độ phòng, khi tất cả donor và acceptor đều bị ion hóa):

$$\text{Nhiều donor hơn: } N_d - N_a \gg n_i \quad n = (N_d - N_a) \text{ và } p = \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$$

$$\text{Nhiều acceptor hơn: } N_a - N_d \gg n_i \quad p = (N_a - N_d) \text{ và } n = \frac{n_i^2}{N_a - N_d}$$

## Ví dụ 2

Một phiến Si loại  $n$  được pha tạp đều bằng Sb với nồng độ  $10^{16}$  nguyên tử/cm<sup>3</sup>. Hãy tính vị trí của mức năng lượng Fermi so với mức năng lượng Fermi  $E_{Fi}$  trong bán dẫn Si thuần. Mẫu bán dẫn Si loại  $n$  trên được pha tạp tiếp bằng B với nồng độ  $2 \times 10^{17}$  nguyên tử/cm<sup>3</sup>. Hãy tính vị trí của mức năng lượng Fermi so với mức năng lượng Fermi  $E_{Fi}$  trong bán dẫn Si thuần (cho  $T = 300$  K và  $k_B T = 0.0259$  eV).

*Lời giải*

Pha tạp bằng Sb sẽ cho bán dẫn loại  $n$  với  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Vì  $N_d \gg n_i (= 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3})$  nên:

$$n = N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Đối với bán dẫn Si thuần:

$$n_i = N_C \exp \left[ - \frac{(E_C - E_{Fi})}{k_B T} \right]$$

## Ví dụ

Trong khi đó với bán dẫn Si pha tạp:

$$n = N_C \exp \left[ - \frac{(E_C - E_{Fn})}{k_B T} \right] = N_d$$

trong đó  $E_{Fi}$  và  $E_{Fn}$  tương ứng là năng lượng Fermi trong bán dẫn Si thuần và loại  $n$ . Từ đó:

$$\frac{N_d}{n_i} = \exp \left[ \frac{(E_{Fn} - E_{Fi})}{k_B T} \right]$$

Như vậy:

$$E_{Fn} - E_{Fi} = k_B T \ln \left( \frac{N_d}{n_i} \right) = (0.0259 \text{ eV}) \ln \left( \frac{10^{16}}{1.0 \times 10^{10}} \right) = 0.36 \text{ eV}$$

Khi pha tạp được pha tạp tiếp với B, nồng độ acceptor là:

$$N_a = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} > N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Bán dẫn được pha tạp bù và sự bù đó biến nó thành loại  $p$ . Vì vậy:

$$p = N_a - N_d = (2 \times 10^{17} - 10^{16}) = 1.9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$



Trong khi đó với bán dẫn Si pha tạp:

$$p = N_V \exp \left[ - \frac{(E_{Fp} - E_V)}{k_B T} \right] = N_a - N_d$$

trong đó  $E_{Fi}$  và  $E_{Fp}$  tương ứng là năng lượng Fermi trong bán dẫn Si thuần và loại  $p$ . Từ đó:

$$\frac{p}{n_i} = \exp \left[ - \frac{(E_{Fp} - E_{Fi})}{k_B T} \right]$$

Suy ra:

$$E_{Fp} - E_{Fi} = -k_B T \ln \left( \frac{p}{n_i} \right) = -(0.0259 \text{ eV}) \ln \left( \frac{1.9 \times 10^{17}}{1.0 \times 10^{10}} \right) = -0.43 \text{ eV}$$

# The End