

«Московский физико-технический институт»
Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о лабораторной работе №2.2.1 Исследование взаимной диффузии газов

Выполнил:
Хмельницкий А. А., БО1-306
Консультант:
Волков Л.С.

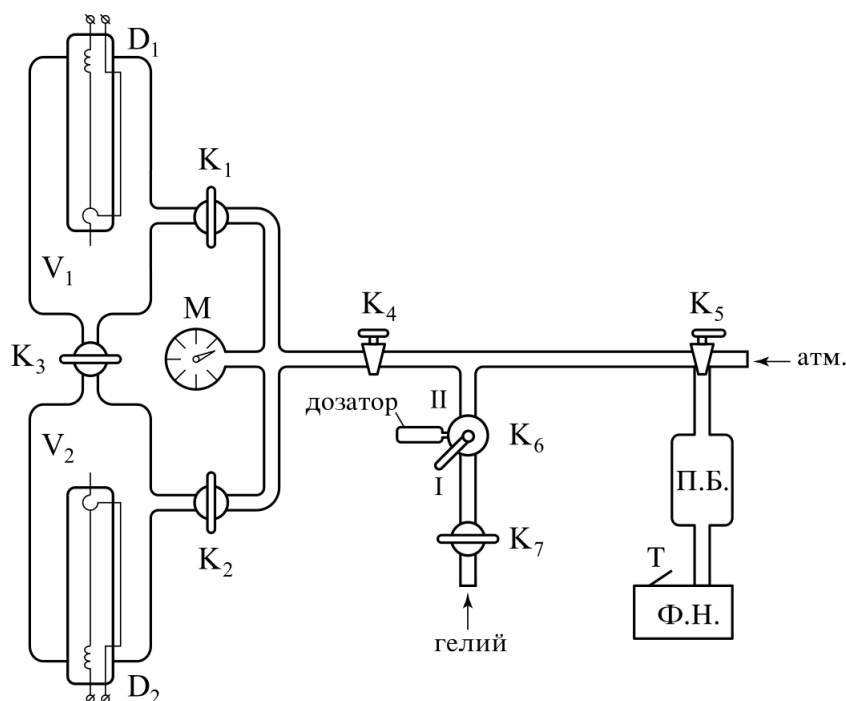
Цель работы:

- 1) Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводимости при разных начальных давлениях смеси газов;
- 2) Определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются:

Измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

Экспериментальная установка:



Теоретическая часть:

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их теплового движения. В жидкости диффузия происходит быстрее, чем в твердых телах, а в газах — быстрее, чем в жидкостях. В тех случаях, когда изучается перемешивание молекул одного сорта, говорят о самодиффузии, а если перемешиваются разные молекулы — о взаимной (или концентрационной) диффузии.

Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. Пусть концентрации одного из компонентов смеси в сосудах V_1 и V_2 равны n_1 и n_2 . Плотность диффузионного потока любого компонента (т. е. количество вещества, проходящее в единицу времени через единичную поверхность) определяется законом Фика:

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x},$$

где D — коэффициент взаимной диффузии газов, а j — плотность потока частиц. В наших условиях решение задачи упрощается благодаря тому, что: а) объем соединительной трубки

мал по сравнению с объемами сосудов, б) концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объему. Диффузионный поток в любом сечении трубки одинаков. Поэтому $J = -DS(\partial n/\partial x)$ не меняется вдоль трубки. Следовательно,

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}.$$

Обозначим через Δn_1 и Δn_2 изменения концентрации в объемах V_1 и V_2 за время Δt . Тогда $V_1 \Delta n_1$ равно изменению количества компонента в объеме V_1 , а $V_2 \Delta n_2$ — изменению количества этого компонента в V_2 . Из закона сохранения вещества следует, что $V_1 \Delta n_1 + V_2 \Delta n_2 = \text{const}$, откуда $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$. Эти изменения происходят вследствие диффузии, поэтому

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \Delta t.$$

Деля это равенство на Δt , получим

$$V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}.$$

Разделив первое из этих уравнений на V_1 , а второе на V_2 и вычтя эти равенства друг из друга, найдем

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Введем новую переменную $n_1 - n_2$, после чего уравнение легко интегрируется:

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-t/\tau}, \quad (1)$$

где $(n_1 - n_2)_0$ — разность концентраций в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD} \quad (2)$$

Формула (1) показывает, что разность концентраций убывает по экспоненциальному закону, и тем быстрее, чем меньше τ (постоянная времени процесса). Величина τ определяется геометрическими размерами установки (l, S, V_1, V_2) и величиной коэффициента диффузии D . Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности D_1, D_2 и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от ее состава. Тонкая проволока радиуса $r_{\text{пр}}$, протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра радиуса $R_{\text{ц}}$, нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра переходит главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количество тепла, передающееся стенке в единицу времени:

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R_{\text{ц}}/r_{\text{пр}})} (T_1 - T_2),$$

где κ — теплопроводность, L — длина нити, T_1, T_2 — температуры проволоки и стенки. При заданном режиме нагревания ($Q = \text{const}$) температура проволоки и соответственно ее сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом. В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (1). Потому же закону изменяются во времени показания гальванометра (например, в делениях шкалы), т. е.

$$N = N_0 e^{-t/\tau},$$

где N_0 — показание в начальный момент времени.

1 Результаты эксперимента

Для смеси гелий-воздух исследуем зависимость коэффициента взаимной диффузии от начального давления в системе. Для этого будем фиксировать с помощью компьютера в лаборатории зависимость показаний вольтметра от времени, прошедшего с начала эксперимента. Полученные результаты заносим в таблицу. Она расположена в конце отчёта, т.к. содержит очень много данных. По полученным результатам нарисуем график зависимости напряжения от времени в логарифмическом масштабе по оси ординат.

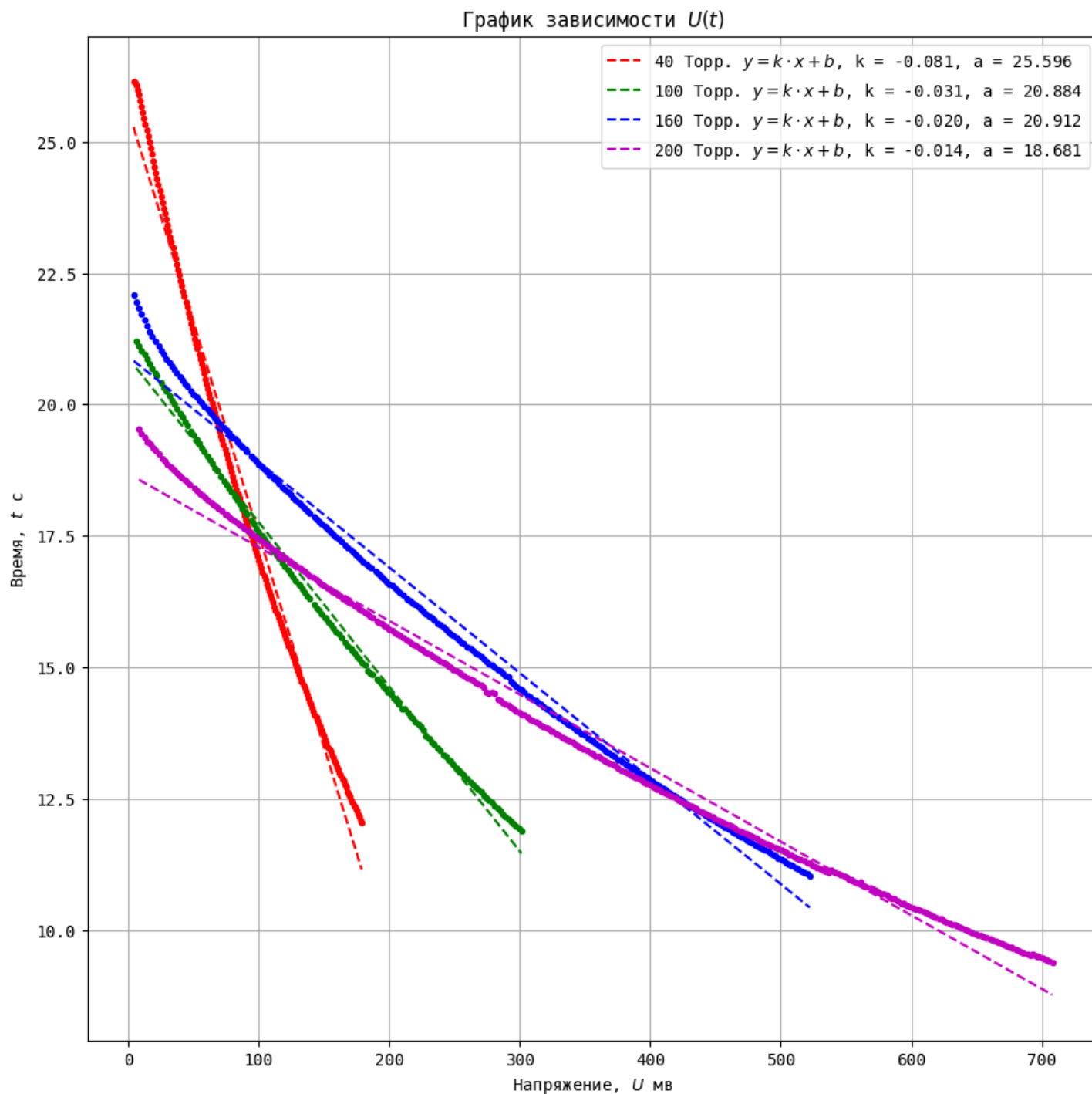


Рисунок 1: График $U(t)$

2 Обработка результатов

Из графика видно, что в логарифмическом масштабе зависимости принимают линейный вид. Поэтому проведём их аппроксимацию прямыми вида

$$y = Ae^{Bx}.$$

Это уравнение при помощи логарифмирования можно привести к виду

$$\ln y = \ln A + Bx.$$

Тогда в этом случае для вычисления параметра B можно воспользоваться методом наименьших квадратов. Получаем следующее:

$$B = \frac{\langle t \ln U \rangle - \langle t \rangle \langle \ln U \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} \quad (3)$$

$$\sigma_B^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \left(\frac{\langle (\ln U - \langle \ln U \rangle)^2 \rangle}{\langle (t - \langle t \rangle)^2 \rangle} \right) - B^2}, \quad (4)$$

где N – количество измерений. При этом можно считать, что $\sigma_B \approx \sigma_B^{\text{случ}}$, т.к. показания вольтметра довольно точны и систематическая ошибка мала по сравнению со случайными флуктуациями напряжения в ходе эксперимента.

Проводя данные вычисления для каждого значения, заносим результаты в таблицу 1.

P , торр	σ_P , торр	$B \cdot 10^{-3}$, с^{-1}	$\sigma_B \cdot 10^{-3}$, с^{-1}	τ , с	σ_τ , с
40,0	1,9	-3,930	0,002	254,5	0,1
100,0	1,9	-2,400	0,001	416,7	0,1
160,0	1,9	-1,177	0,001	565,0	0,4
200,0	1,9	-1,350	0,001	740,7	0,4

Таблица 1: Аппроксимация зависимостей

При такой аппроксимации коэффициент

$$B = -\tau^{-1} \Rightarrow \tau = -B^{-1}.$$

При этом погрешность

$$\sigma_\tau = \tau \cdot \frac{\sigma_B}{|B|}.$$

Вычисляем эти параметры и результаты также заносим в таблицу 1. Выразим коэффициент взаимной диффузии:

$$D = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{VL}{2S}, \quad (5)$$

где параметры V и L/S определяются лишь геометрическими параметрами установки. На моей установке

$$V = (420 \pm 10) \text{ см}^3,$$

$$\frac{L}{S} = (9,0 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}.$$

Таким образом, погрешность вычисления коэффициента взаимной диффузии по (5) можно вычислить по следующей формуле:

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_\tau}{\tau} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{(L/S)} \right)^2}.$$

P , торр	D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	σ_D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
40,0	7,43	0,20
100,0	4,54	0,09
160,0	3,35	0,07
200,0	2,55	0,05

Таблица 2: Результаты вычислений D

Используя приведённые выше соотношения, вычисляем коэффициент D для каждого значения P . Результаты вычислений заносим в таблицу.

Экстраполируем полученные результаты к атмосферному давлению. Для этого построим график зависимости $D(1/P)$. Подготовим необходимые для построения данные, занесём их в таблицу 3, затем построим график.

$1/P \cdot 10^{-3}$, торр $^{-1}$	$\sigma_{1/P} \cdot 10^{-3}$, торр $^{-1}$	D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	σ_D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$
25,00	1,19	7,43	0,20
10,00	0,26	4,54	0,12
6,25	0,12	3,35	0,09
5,00	0,07	2,55	0,07

Таблица 3: Данные для построения графика зависимости $D(1/P)$

Проведём аппроксимацию полученной зависимости прямыми $y = kx + b$. В итоге получаем

$$k = (229 \pm 23, 8) \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{торр}}.$$

Таким образом, для атмосферного давления ($P = 760$ торр) получаем

$$D_{\text{атм}} = (0,43 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}, \quad (\varepsilon = 7\%).$$

По полученным данным вычислим длину свободного пробега λ атомов гелия в воздухе.

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v} = \frac{1}{3} \lambda \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Отсюда получаем следующее:

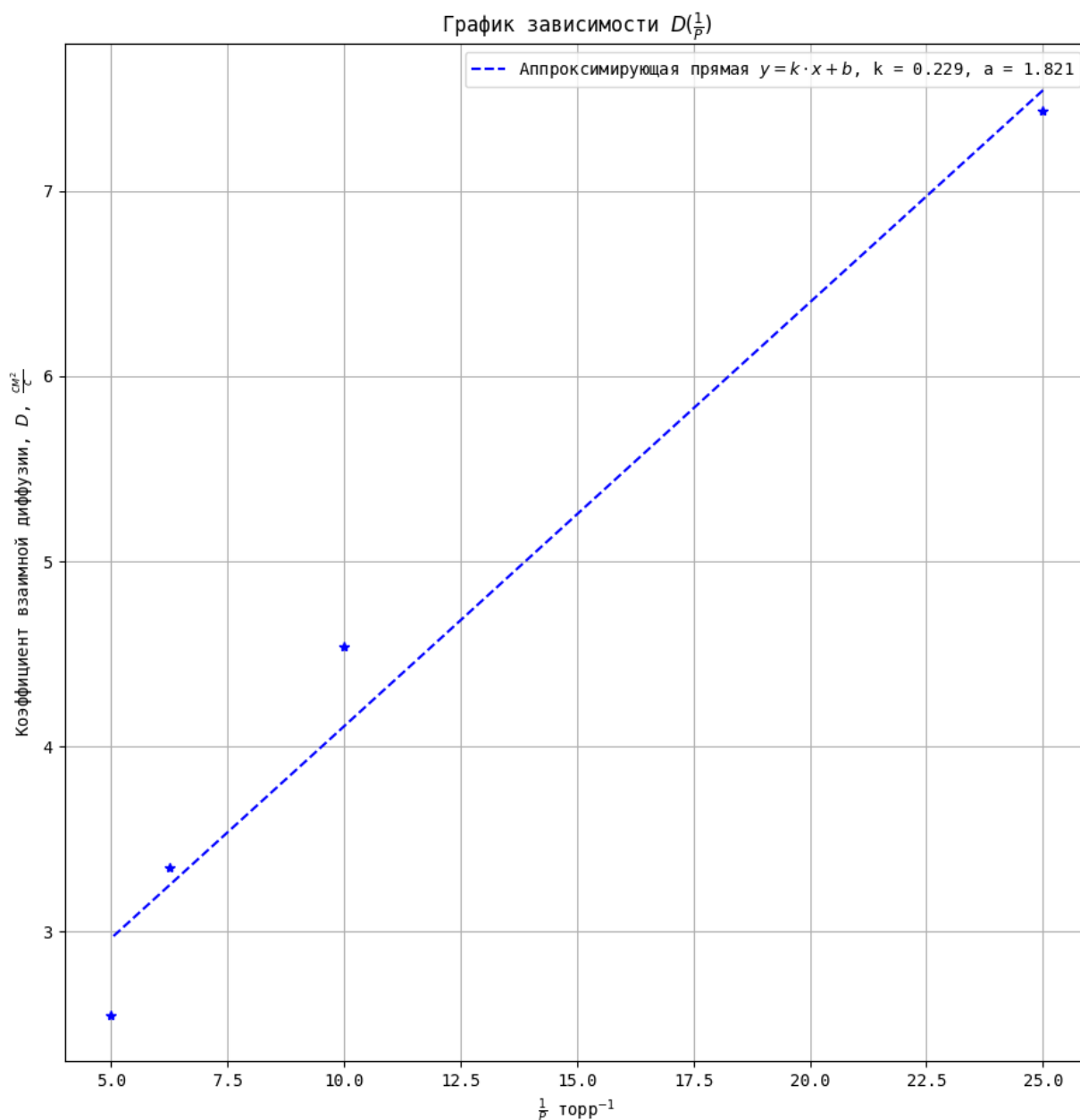
$$\lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \approx (107,3 \pm 7,5) \text{ нм}, \quad (\varepsilon = 7\%).$$

Используя длину свободного пробега, можно оценить сечение столкновения атомов гелия с молекулами воздуха σ по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{1}{n_{\text{возд}} \lambda},$$

где $n_{\text{возд}} \approx 2,65 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ – концентрация воздуха при нормальных условиях. Производя расчёты, получаем:

$$\sigma \approx (3,51 \pm 0,24) \cdot 10^{-19} \text{ м}^2, \quad (\varepsilon = 7\%).$$

Рисунок 2: График $D(\frac{1}{P})$

3 Выводы

В итоге, для коэффициента взаимной диффузии смеси гелий-воздух мы получили:

$$D_{\text{атм}} = (0,43 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}, \quad (\varepsilon = 7\%).$$

Сравним полученные данные с табличными. Из таблицы в «Лабораторном практикуме» имеем:

$$D_{\text{табл}} = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}.$$

Таким образом, полученные экспериментально данные отличаются от табличных и не совпадают в пределах погрешности. Однако, полученные результаты совпадают с табличным значением по порядку величины, что может говорить об их качественной достоверности. Полученное экспериментально значение позволяет качественно описать процесс взаимной диффузии смеси

воздух-гелий, а отклонение от табличного значения могло возникнуть из-за неидеальных условий проведения эксперимента. Так, не удавалось точно добиться необходимого начального давления, тем самым нарушалась балансировка моста и измерения могли исказиться.

Также были оценены длина свободного пробега гелия в воздухе и сечение столкновения его атомов с молекулами воздуха. Мы получили:

$$\lambda = (107,3 \pm 7,5) \text{ нм}, \quad (\varepsilon = 7\%),$$

$$\sigma \approx (3,51 \pm 0,24) \cdot 10^{-19} \text{ м}^2, \quad (\varepsilon = 7\%).$$

Сравним полученные данные с табличными. Из справочников имеем:

$$\lambda_{\text{табл}} = 175 \text{ нм},$$

$$\sigma_{\text{табл}} = 5,89 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2.$$

Таким образом, наша оценка по порядку величины совпадает с табличными данными.