

«Московский физико-технический институт»
Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о лабораторной работе №2.1.6 Эффект Джоуля-Томпсона

Выполнил:

Хмельницкий А. А., Б01-306

Консультант:

Волков Л. С.

1 Аннотация

Цель работы:

1. определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры;
2. вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса «а» и «b».

В работе используются: трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термopара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

2 Теоретические сведения

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления P_1 проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением P_2 . Перепад давления $\Delta P = P_1 - P_2$ из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа; μ – его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к молю внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно V_1, P_1, U_1 и V_2, P_2, U_2 . Для того чтобы ввести в трубку объем V_1 , над газом нужно совершить работу $A_1 = P_1 V_1$. Проходя через сечение II, газ сам совершает работу $A_2 = P_2 V_2$. Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left(U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left(U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для A_1 и A_2 и перегруппировывая члены, найдем

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к ее нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через ее стенки.

Второе замечание связано с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который

позволил бы установить, когда это можно сделать. В силу сохранения энтропии в случае реального газа получаем:

$$\mu_{\text{Д-Т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{(2a/RT) - b}{C_P}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин a и b , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий a , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ($\Delta T < 0$, так как всегда $\Delta P < 0$). В обратном случае (малые a)

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ($\Delta T > 0$, так как по-прежнему $\Delta P < 0$).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нем можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших a велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении – при расширении газа – возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счет их кинетической энергии – температура газа при расширении падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях b .

Как следует из формулы (3), при температуре

$$T_i = \frac{2a}{Rb}$$

коэффициент $\mu_{\text{Д-Т}}$ обращается в нуль. По формулам связи параметров газа Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами получаем:

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре $T_{\text{инв}}$ эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ($\mu_{\text{Д-Т}} > 0$, газ охлаждается), выше $T_{\text{инв}}$ эффект отрицателен ($\mu_{\text{Д-Т}} < 0$, газ нагревается).

Вернемся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменяя в формуле (2) U через $C_V T$ и PV через RT , найдем

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu (v_2^2 - v_1^2) / 2$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P} (v_2^2 - v_1^2).$$

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа T_1 задается термостатом. Измерения проводятся при трех температурах: комнатной, 30 °С и 50 °С.

3 Экспериментальная установка

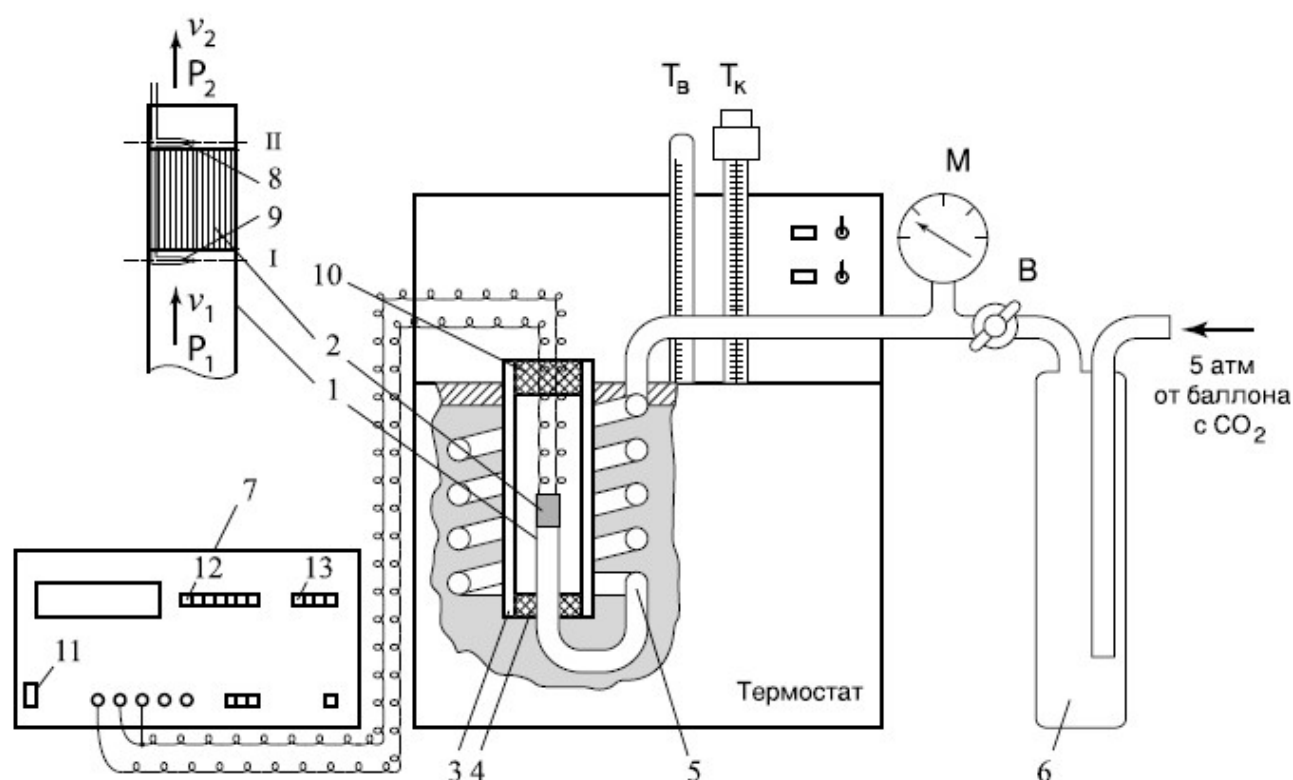


Рисунок 1: *Схема установки*

Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе представлена на рисунке 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки $d = 3$ мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ($l = 5$ мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений $\Delta P = 4$ атм (расход газа составляет около 10 см³/с); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создается достаточная разность температур.

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром T_v , помещенным в термостат. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра T_k .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентилей В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление P_1 повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным

давлением P_2 , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки $\Delta P = P_1 - P_2$.

Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь – константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

4 Результаты эксперимента

Проведём измерение зависимости ΔT от ΔP для разных значений температур. Полученные значения заносим в таблицы. При вычислении будем использовать следующую формулу:

$$\Delta T = \frac{U}{\alpha},$$

где

$$\alpha_{20^\circ C} = 40,2 \text{ мкВ}/^\circ C, \quad \alpha_{30^\circ C} = 41,1 \text{ мкВ}/^\circ C, \quad \alpha_{50^\circ C} = 42,9 \text{ мкВ}/^\circ C.$$

Таблица 1: Данные зависимости $P(U)$ при трех температурах $T = 20, 30, 50^\circ C$

	$\Delta T, K$		
$\Delta P,$	$T = 20^\circ C$	$T = 30^\circ C$	$T = 50^\circ C$
4	4,28	3,87	3,24
3,5	3,61	3,36	2,73
3	2,99	2,77	2,33
2,5	2,54	2,19	1,86
2	1,74	1,65	1,52
1,5	1,39	1,29	1,07

5 Обработка результатов

Также необходимо учесть, что при $\Delta P = 0$ показания вольтметра составляли $U(0) = -1 \text{ мкВ}$. Поэтому для корректной обработки данных сделаем необходимую поправку, вычитая из полученных показаний $U(0)$.

Кроме того, при вычислении ΔT погрешность этого вычисления определяем по формуле:

$$\sigma_{\Delta T} = \Delta T \frac{\sigma_U}{U}.$$

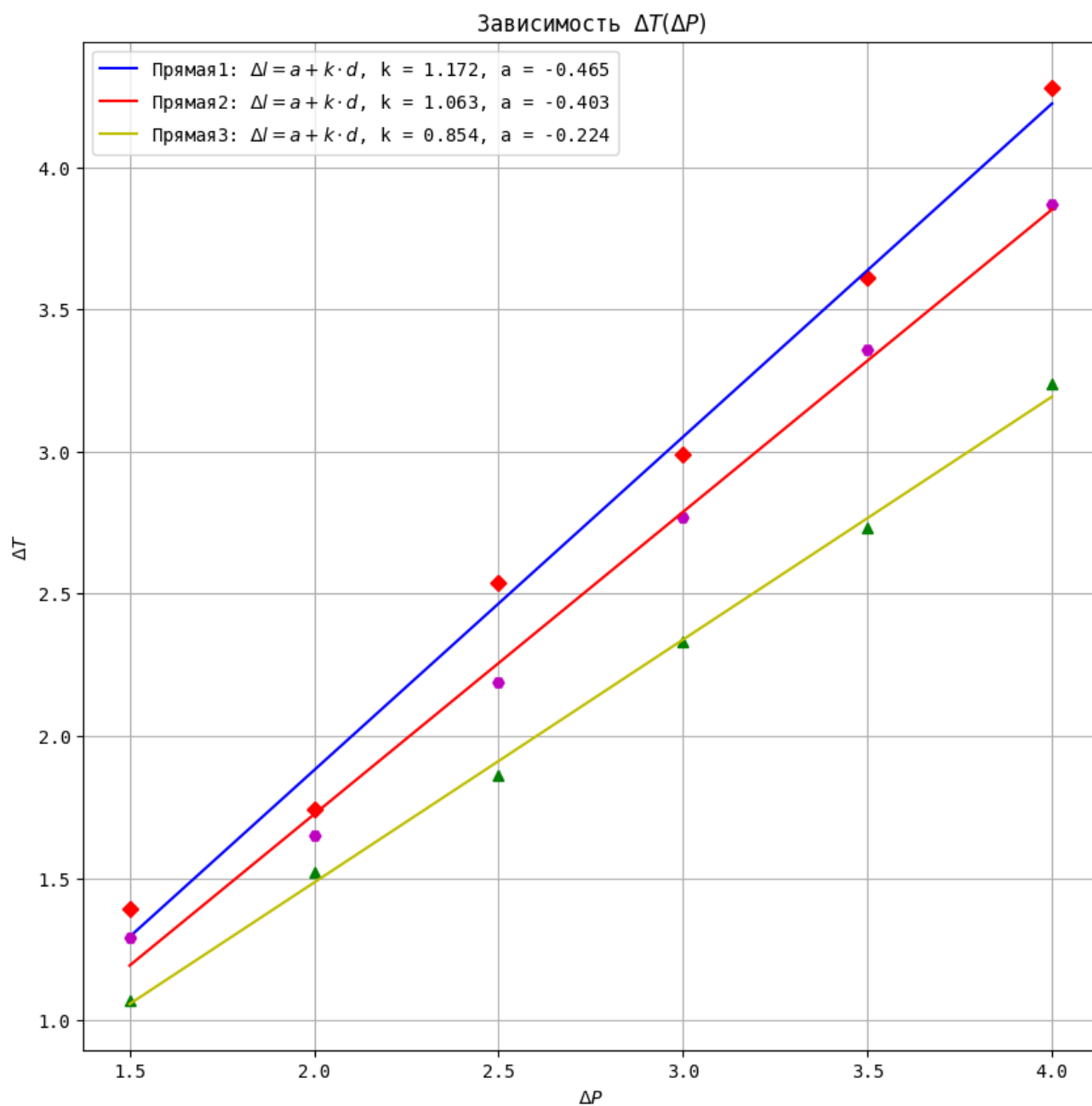
По имеющимся данным проведём аппроксимацию зависимости ΔT от ΔP , чтобы определить коэффициент Джоуля-Томсона. Вычислим $\mu_{Д-Т} = \frac{dT}{dP}$, используя метод наименьших квадратов:

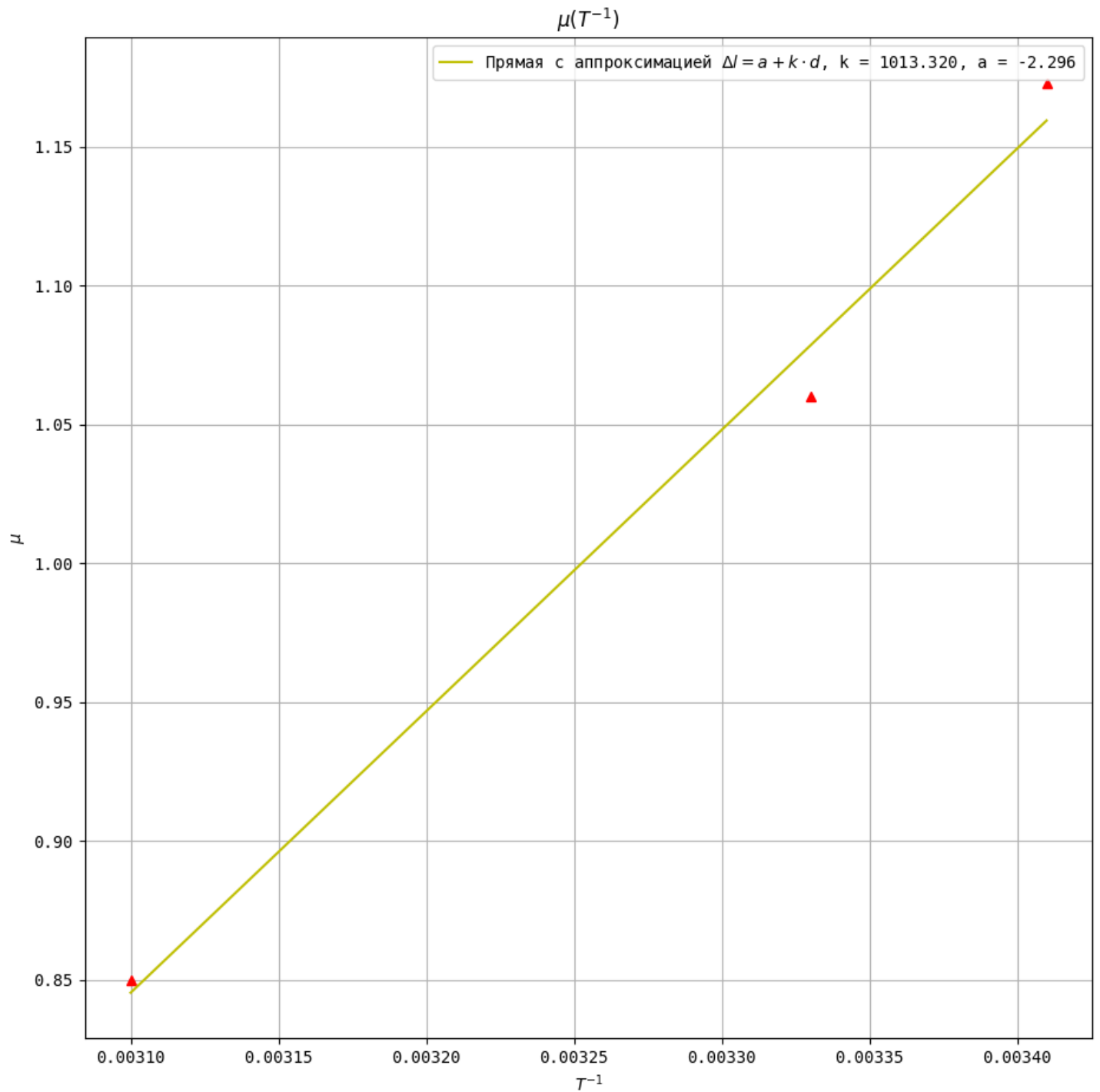
$$\mu_{Д-Т} = \frac{\langle \Delta P \Delta T \rangle - \langle \Delta P \rangle \langle \Delta T \rangle}{\langle \Delta P \rangle - \langle \Delta P \rangle^2}.$$

$$\sigma_{\mu_{Д-Т}}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \left(\frac{\langle (\Delta T - \langle \Delta T \rangle)^2 \rangle}{\langle (\Delta P - \langle \Delta P \rangle)^2 \rangle} \right) - \mu_{Д-Т}^2},$$

где N – количество измерений.

Результаты вычислений заносим в таблицу.

Рисунок 2: Графики $\Delta T(\Delta P)$

Рисунок 3: Графики $\mu(T^{-1})$

$T, ^\circ C$	$\mu_{Д-Т}, K/atm$	$\sigma_{\mu_{Д-Т}}, K/atm$	$\varepsilon, \%$
20	1,17	0,04	3,4
30	1,06	0,02	1,7
50	0,85	0,01	0,9

Таблица 2: Результаты измерений $\mu_{Д-Т}$

5.1 Вычисление параметров газа Ван-дер-Ваальса

Вычислим параметры газа Ван-дер-Ваальса, используя коэффициенты $\mu_{Д-Т}$ для разных пар температур.

$$\begin{cases} a = \frac{(\mu_1 - \mu_2) C_P R T_1 T_2}{2 (T_2 - T_1)}, \\ b = \frac{C_P (\mu_2 T_2 - \mu_1 T_1)}{T_1 - T_2}. \end{cases}$$

Для температур 20°C и 30°C, а также для 30°C и 50°C, вычисляем параметры «а» и «b» газа Ван-дер-Ваальса.

$T, ^\circ C$	$a, \frac{Па \cdot м^6}{моль^2}$	$\sigma_a, \frac{Па \cdot м^6}{моль^2}$	$\varepsilon_a, \%$	$b \cdot 10^{-4}, \frac{м^3}{моль}$	$\sigma_b \cdot 10^{-4}, \frac{м^3}{моль}$	$\varepsilon_b, \%$
30 – 20	1,11	0,48	43,7	5,04	3,76	74,7
50 – 30	1,28	0,30	26,4	6,32	2,38	38,4

Таблица 3: Результаты измерения параметров газа Ван-дер-Ваальса

Сверим полученные результаты с табличными. Согласно справочнику для углекислого газа

$$a = 0,36 \frac{Па \cdot м^6}{моль^2},$$

$$b = 0,42 \cdot 10^{-4} \frac{м^3}{моль}.$$

5.2 Вычисление температуры инверсии

По полученным параметрам газа Ван-дер-Ваальса вычислим $T_{инв}$. Также оценим погрешность по следующей формуле:

$$\sigma_{T_{инв}} = T_{инв} \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$

$T, ^\circ C$	$T_{инв}, ^\circ K$	$\sigma_{T_{инв}}, ^\circ K$	$\varepsilon, \%$
30-20	467	343	79
50-30	488	224	46

Таблица 4: Результаты вычисления температуры инверсии

Для углекислого газа, согласно справочнику

$$T_{инв} = 2053 \text{ K}.$$

6 Выводы

В ходе выполнения работы мы:

- экспериментальным методом измерили коэффициенты газа Ван-дер-Ваальса «a» и «b»;
- вычислили $T_{\text{инв}}$ для углекислого газа.

В ходе работы мы получили значения, очень сильно отличающиеся от табличных. Погрешность вычисления параметров газа Ван-дер-Ваальса составила десятки процентов. Такая большая ошибка может говорить нам о неприменимости уравнения Ван-дер-Ваальса в условия лабораторной работы. Действительно, это уравнение используется лишь для качественного описания процессов, происходящих с реальными газами. Количественный подход к этому уравнению неприменим.

Также для увеличения точности измерений можно использовать более точные методы измерения температуры. Повысить точность необходимо как у термостата, так и у вольтметра, т.к. температура на них колебалась на протяжении эксперимента, несмотря на то, что условия оставались неизменными.