

### 38) Дифференциальное уравнение одномерной диффузии и теплопроводности. Коэффициент температуропроводности

пол-во энергии в объеме  $dV$  в момент времени  $t$ :  
 $dU = u dV$ , где  $u$  - плотность энергии.  
 $u = u(x, t)$   
 $q = q(x, t)$  - плотность потока тепла

$$(q(x, t) - q(x + dx, t)) dS = - \frac{\partial q}{\partial x} dV = \frac{\partial u}{\partial t} dV$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

$$u = C_p dT = g C_p^{(m)} dT$$

↑  
 уд. тепло-ть  
 теплоемк. объема в-ва

$$g C_p^{(m)} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\chi \frac{\partial T}{\partial x})$$

ЗД:  $g C_p^{(m)} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\chi \text{grad} T)$

если  $\chi, g, C_p^{(m)}$  постоянны:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{— лапласиан}$$

коэффициент температуропроводности

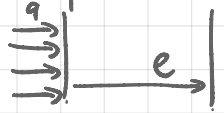
### Скорость расплывания облака частиц и распространения тепла при теплопроводности (качественно)

по своему смыслу диффузия ~ броновскому движению частиц. За время  $t$  частицы благодаря диффузии перемещаются на расстояние

$$L \sim \sqrt{D t}$$

молекулярная теплопроводность — перенос тепла в процессе случайных блужданий частиц поэтому за время  $t$  тепло переносится на расстояние

$$L \sim \sqrt{a t}$$



$$\frac{dE}{dt} = g C_p^{(m)} \Delta T S \frac{de}{de} \approx k \frac{\Delta T}{e} S$$

$$q \sim k \frac{\Delta T}{e}$$

↓  
 $e \sim a t$