25 Распределение Больцмана в поле внешних сил. Барометрическая формула

Поместим газ в потенциальное поле сил:

$n = n(\vec{r})$

Среднее число частиц dN в объёме dV со скоростями в элементе d^3v:

$$dN = \underbrace{n(\vec{r})\varphi(\vec{v})d^3v}_{dn_{\vec{v}}}\,dV = Ae^{-\frac{E}{kT}}dV\,d^3v,$$ где $E = \frac{mv^2}{2} + u(\vec{r})$ — полная энергия частицы.

распределение Максвелла-Больцмана

A определяется из условия $\int dN = N$: $A = n_0\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}$

$(u_0 = 0)$

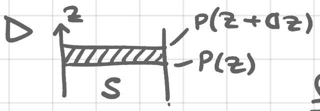
Газ в поле тяжести:

$n(z) = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} = n_0 e^{-\frac{Mgz}{RT}}$

$p(z) = p_0 e^{-\frac{Mgz}{RT}}$

барометрическая формула

▷



$dN = nS\,dz$

$f_z\,dN + P(z)S - P(z+dz)S = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = f_z n$

сила на одну частицу

$\exists f$ потенциальная: $f_z = -\frac{\partial u}{\partial z}$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial z}\frac{P}{kT} \Rightarrow \frac{\partial(\ln P)}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u}{kT}\right) \Rightarrow P = P_0 e^{-\frac{u}{kT}}$$ □