39) Диффузия как процесс случайных блужданий. Закон Эйнштейна-Смолуховского. Скорость распространения тепла при теплопроводности (как рез-т. задачи о случайных блужданиях)

Закон Эйнштейна-Смолуховского

$\exists$ маленькая частица движется в среде, на неё действуют 2 типа сил:

1) сила торможения за счёт вязкого трения: $\vec{F}_{тр} = \vec{v}/B$. B — подвижность частицы, определяется ф-ой Стокса: $B = \frac{1}{6\pi R \eta}$

2) флуктуационная сила $\vec{X}$ со стороны молекул среды. $\overline{\vec{X}} = 0$

ур-ние движения: $m\frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} = \vec{X} - \frac{1}{B}\frac{d\vec{r}}{dt} \quad |\,\vec{r}$

$$\vec{r}\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{d^2(\vec{r})^2}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}\overline{r^2} + \frac{1}{2B}\frac{d}{dt}\overline{r^2} = \overline{mv^2} + \overline{rX}$$

$$\left[\begin{array}{l}\overline{rX} = 0\\ \frac{\overline{mv^2}}{2} = \frac{3}{2}kT\end{array}\right]$$

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}\overline{r^2} + \frac{1}{2B}\frac{d}{dt}\overline{r^2} = 3kT$$

решение: $\overline{r^2} = r_0^2 + 6kTBt + C\exp\left(-\frac{t}{mB}\right)$

$t \gg mB \Rightarrow$ закон Эйнштейна-Смолуховского: $\boxed{\overline{r^2} = r_0^2 + 6kTBt}$

броуновское движение частиц аналогично процессу диффузии

средняя скорость дрейфа: $\vec{u} = B\vec{F}$

$j_x^{(F)} = nu_x = nBF_x$

$\exists$ $\vec{F}$ — потенциальная: $F_x = -\frac{\partial u}{\partial x}$

$n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{u(\vec{r})}{kT}\right)$

$\Rightarrow j_x^{(D)} = -D\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{D}{kT} n_0 e^{-\frac{u}{kT}} \frac{\partial u}{\partial x} = -n\frac{D}{kT}F_x$

в состоянии равновесия $j_x^{(D)} + j_x^{(F)} = 0 \Rightarrow \boxed{D = kTB}$

$\boxed{\overline{r^2} = r_0^2 + 6Dt}$