

Спектральный анализ электрических сигналов

Шилов Артем

Б01-306

29 октября 2024 г.

1 Ход работы

1.1 Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов и проверка соотношений неопределённости

1. Настраиваем генератор на прямоугольные импульсы с частотой повторения $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц (период $T = 1$ мс) и длительностью импульса $\tau = T/20 = 50$ мкс.
2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала.
 - а. Изменяем $\nu_{\text{повт}}$ при фиксированном $\tau = 50$ мкс и получаем:

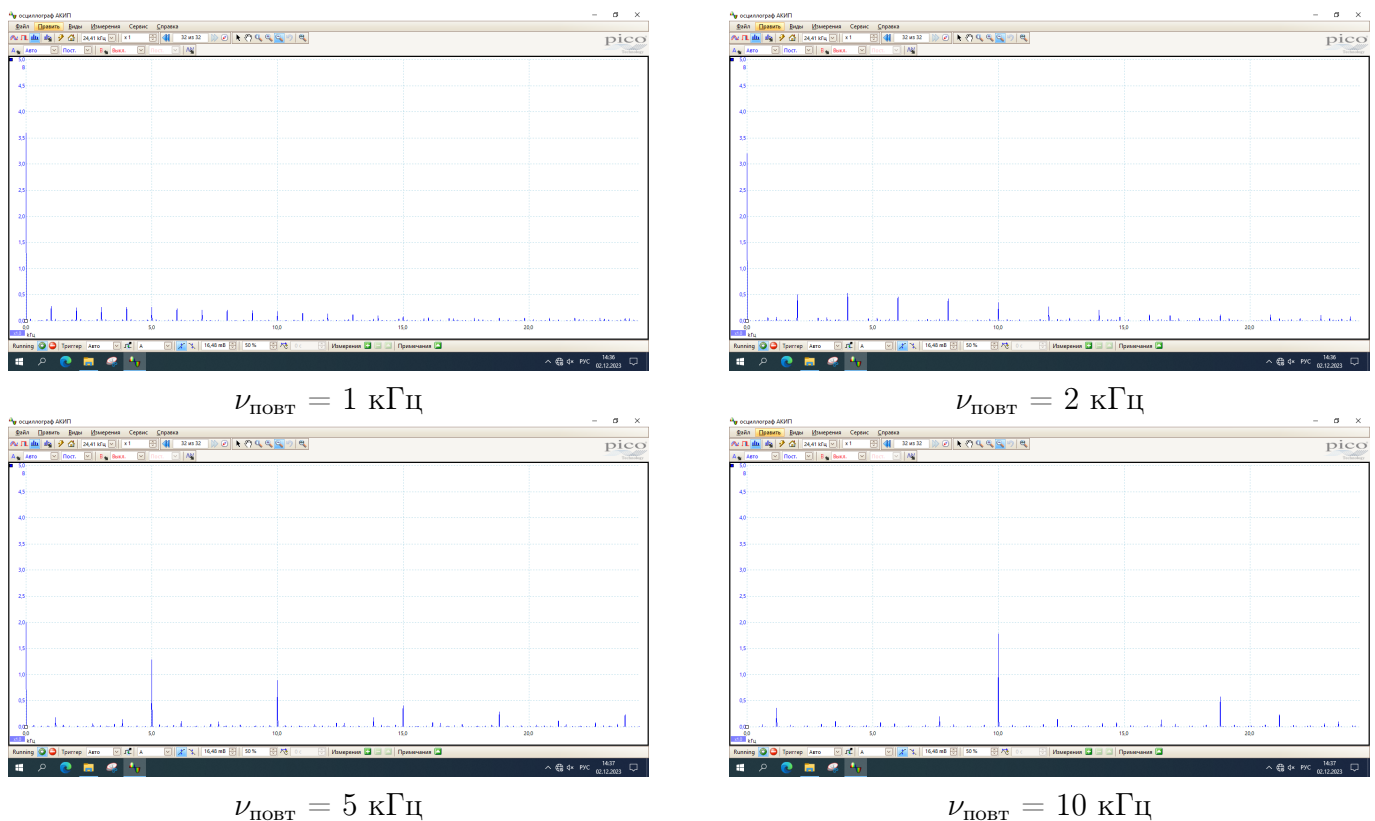


Рис. 1

Как видно из графиков, при увеличении частоты повторения сигнала увеличивается расстояние между компонентами спектра.

6. Изменяем τ при фиксированном $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц и получаем:

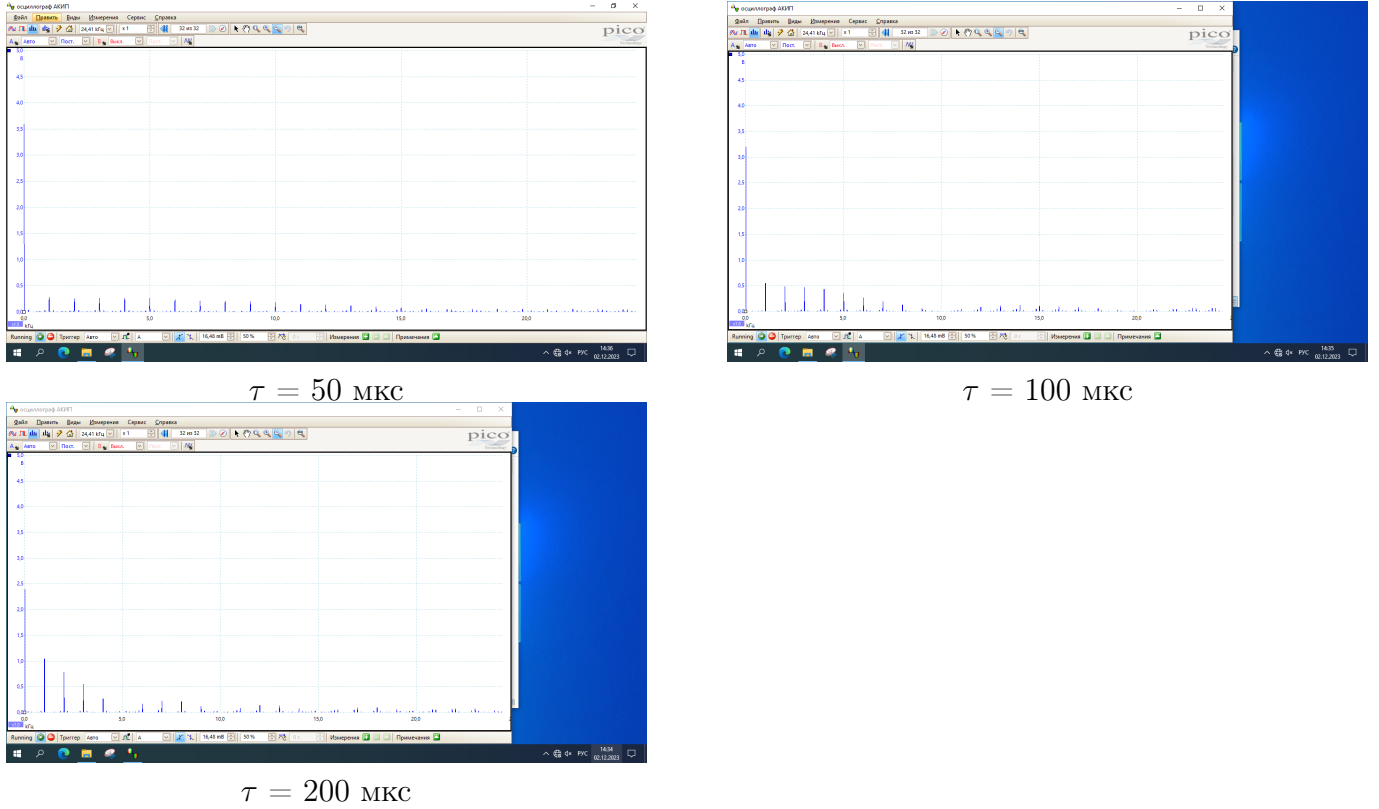


Рис. 2

Как видно из графиков, при увеличении длительности сигнала уменьшается ширина спектра.

3. Измерим амплитуды a_n и частоты ν_n спектральных гармоник при фиксированных $\nu_{\text{повт}} = 3$ кГц и $\tau = 50$ мкс.

n гармоники	1	2	3	4	5	6
$\nu_n^{\text{эксп}}$, кГц	3.0	6.0	9.0	12.0	15.0	18.8
$\nu_n^{\text{теор}}$, кГц	3.	6.0	9.0	12.0	15.0	18.0
$ a_n ^{\text{эксп}}$, мВ	791	699	607	414	240	174
$ a_n/a_1 _{\text{эксп}}$	1	0.884	0.767	0.523	0.303	0.220
$ a_n/a_1 _{\text{теор}}$	1	0.891	0.725	0.524	0.312	0.114

Здесь $a_1 = 143.8$ мВ.

$$\nu_n^{\text{теор}} = \frac{n}{T}$$

$$|a_n|_{\text{теор}} = \frac{|\sin \frac{\pi n \tau}{T}|}{\pi n}$$

4. Зафиксируем период повторения прямоугольного сигнала $T = 1$ мс, $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц. Изменяя длительность импульса τ в диапазоне от $\tau = T/50$ до $\tau = T/5$, измерим полную ширину спектра сигнала $\Delta\nu$ — от центра спектра ($\nu = 0$) до гармоники с нулевой амплитудой $a_n \approx 0$ и установим зависимость между $\Delta\nu$ и τ , полученную из формулы ??.

Построим график $\Delta\nu(\frac{1}{\tau})$. Используя МНК, получим $k = 1.0229 \pm 0.0223$, откуда с хорошей точностью можем заключить, что $\Delta\nu \frac{1}{\tau} = 1$, что экспериментально доказывает соотношение неопределённостей. График приведён на рис.12

τ , мкс	20	40	60	80	100	120	140
$\Delta\nu$, кГц	50	25	17	12.5	10	7.5	5
$1/\tau \cdot 10^3$, с ⁻¹	50.0	25.0	16.7	12.5	10	8.3	7.1

Таблица 1: Исследование зависимости $\Delta\nu$ и τ

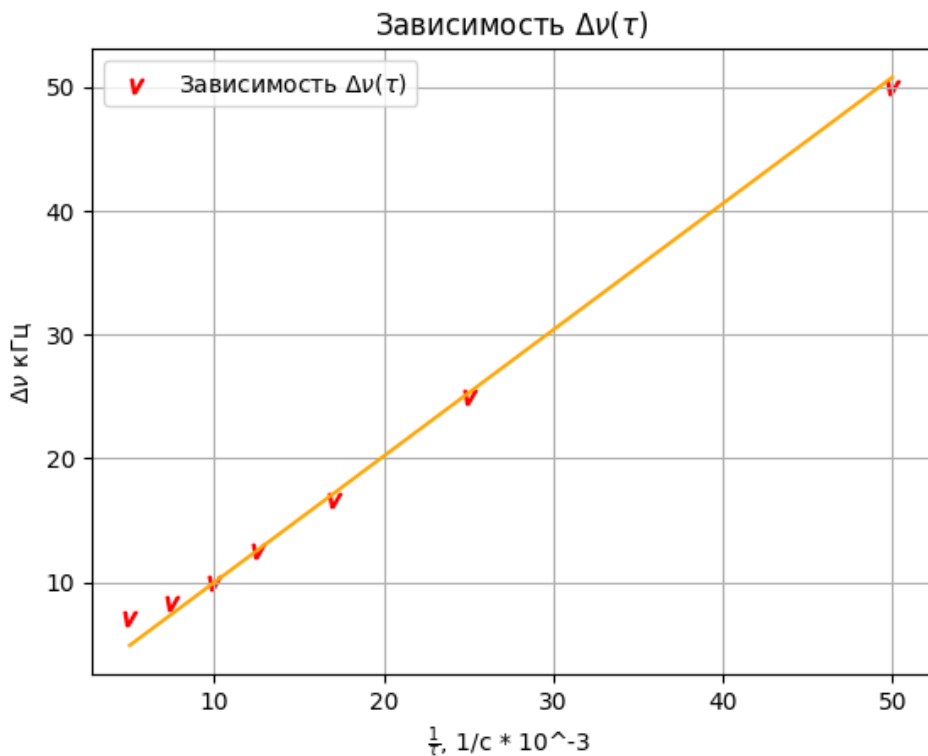


Рис. 3: Зависимость $\Delta\nu$ от $1/\tau$

5. Зафиксируем длительность импульса прямоугольного сигнала $\tau = 100\text{мкс}$. Изменяя период повторения T в диапазоне от 2τ до 50τ измерим расстояния $\delta\nu = \nu_{n+1} - \nu_n$ между соседними гармониками спектра.

T , мкс	200	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
$\delta\nu$, кГц	5	2	1	0.688	0.459	0.400	0.330	0.287	0.250	0.220	0.200

Таблица 2: Зависимость $\delta\nu$ от T

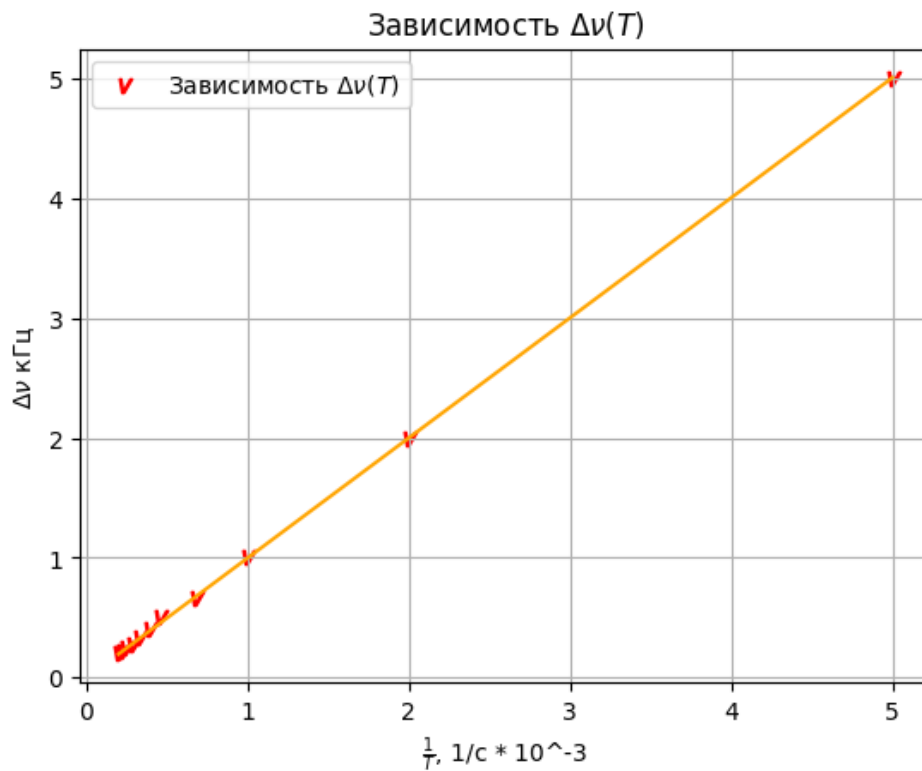


Рис. 4: Зависимость $\delta\nu$ от $1/T$

Построим график $\delta\nu\left(\frac{1}{T}\right)$. Используя МНК, получим $k = 1.001 \pm 0.003$, что экспериментально доказывает соотношение неопределённостей. График приведён на рис.13.

1.2 Наблюдение спектра амплитудно-модулированного сигнала

1. Настраиваем генератор в режим модулированного по амплитуде синусоидального сигнала с несущей частотой $\nu_0 = 50$ кГц, частотой модуляции $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц и глубиной модуляции $m = 0.5$.
2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала. Из графика получим $A_{\text{max}} = 1.489\text{ мВ}$ и $A_{\text{min}} = 0.489\text{ мВ}$ и убедимся в справедливости соотношения

$$m = \frac{A_{\text{max}} - A_{\text{min}}}{A_{\text{max}} + A_{\text{min}}} = \frac{1}{1.978} \approx 0.5$$

Поскольку мы установили глубину модуляции на 0,5, а из теории у нас получилась 0,503, то мы видим, что формула ?? верна.

3. Изменяя на генераторе глубину модуляции m в диапазоне от 10 % до 100 % (всего 6-8 точек), измерим отношение амплитуд боковой и основной спектральных линий $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$. Построим график зависимости $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$ от m и проверим, совпадает ли результат с теоретическим.

$m, \%$	10	25	40	55	70	85	100
$a_{\text{бок}}, \text{ мВ}$	33.72	84.0	135.0	186.0	235.0	285.0	334.0
$a_{\text{осн}} = 672 \text{ мВ}$							
$a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$	0.050	0.125	0.200	0.277	0.350	0.425	0.498

Таблица 3. Исследование зависимости $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$ от m .

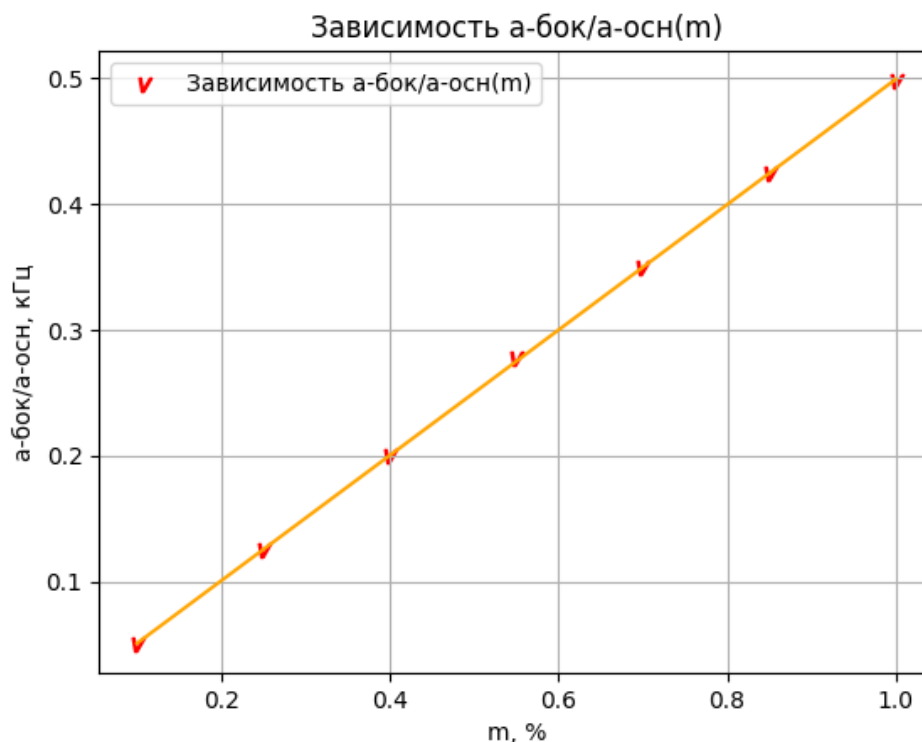
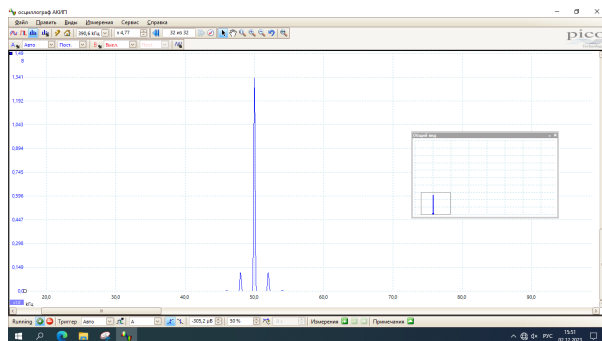


Рис. 5: Зависимость $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$ от m

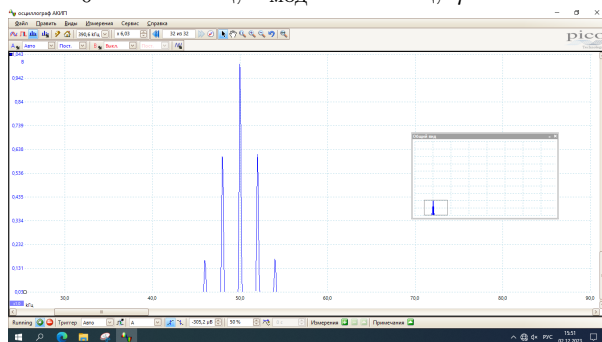
Построим график $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}}(m)$. Используя МНК, получим $k = 0.499x \pm 0.001$, что подтверждает $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}} = \frac{m}{2}$, т.е. совпадает с теоретическим предсказанием. График приведён на рис.5.

1.3 Наблюдение спектра сигнала, модулированного по фазе

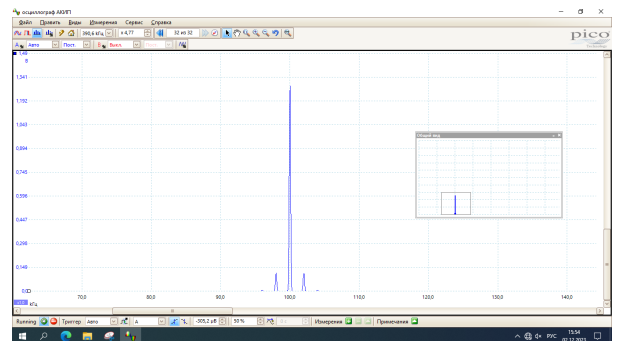
1. Настраиваем генератор в режим модулированного по фазе синусоидального сигнала с несущей частотой $\nu_0 = 50$ кГц, частотой модуляции $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц и максимальным отклонением (глубиной модуляции) $\varphi = 10$.
2. Получаем на экране спектр (Преобразование Фурье) сигнала.



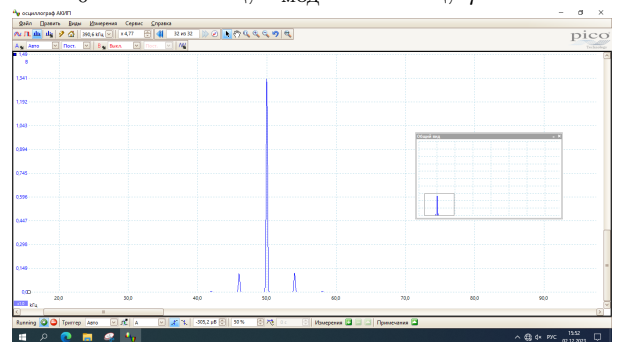
$$\nu_0 = 50 \text{ кГц}, \nu_{\text{мод}} = 2 \text{ кГц}, \varphi = 10$$



$$\nu_0 = 50 \text{ кГц}, \nu_{\text{мод}} = 2 \text{ кГц}, \varphi = 60$$

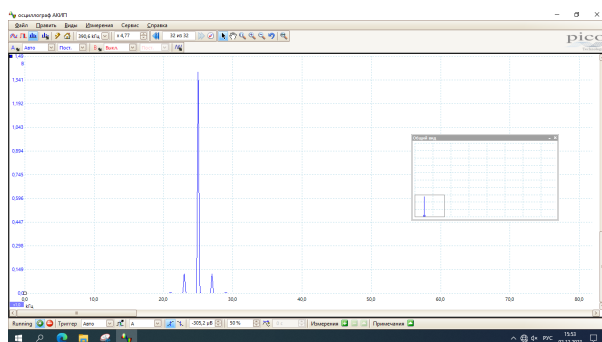


$$\nu_0 = 100 \text{ кГц}, \nu_{\text{мод}} = 2 \text{ кГц}, \varphi = 10$$



$$\nu_0 = 50 \text{ кГц}, \nu_{\text{мод}} = 4 \text{ кГц}, \varphi = 10$$

Рис. 6



$$\nu_0 = 25 \text{ кГц}, \nu_{\text{мод}} = 2 \text{ кГц}, \varphi = 10$$

1.4 Изучение фильтрации сигналов

Подадим на вход RC-цепочки последовательность прямоугольных импульсов с периодом повторения $T = 3$ мкс и длительностью $\tau = 150$ нс. Получим спектр, представленный на рис. 7. При том же фиксированном периоде T проведем измерения отношения амплитуд соответствующих спектральных гармоник фильтрованного и исходного сигналов $K_n = \frac{|a_n^\phi|}{a_n^0}$. Полученные данные представлены в таблице 3. Частоту можно почитать по формуле $\nu = \nu_0 n = n/T$. При больших значениях частот K линейна. Построим её и по углу наклона определим τ_{RC}

$$K(1/\nu) = \frac{1}{2\pi\tau_{RC}} \left(\frac{1}{\nu} \right)$$

Построим график $K(1/\nu)$.

$1/\nu, \text{ кГц}^{-1}$	1.000	0.500	0.333	0.250	0.200	0.167
K_n	0.380	0.190	0.120	0.071	0.078	0.042

Таблица 3: Отношение амплитуд спектральных гармоник фильтрованного и исходного сигналов

Из коэффициента наклона получаем

$$\tau_{RC} = (3.3 \pm 0.2)$$

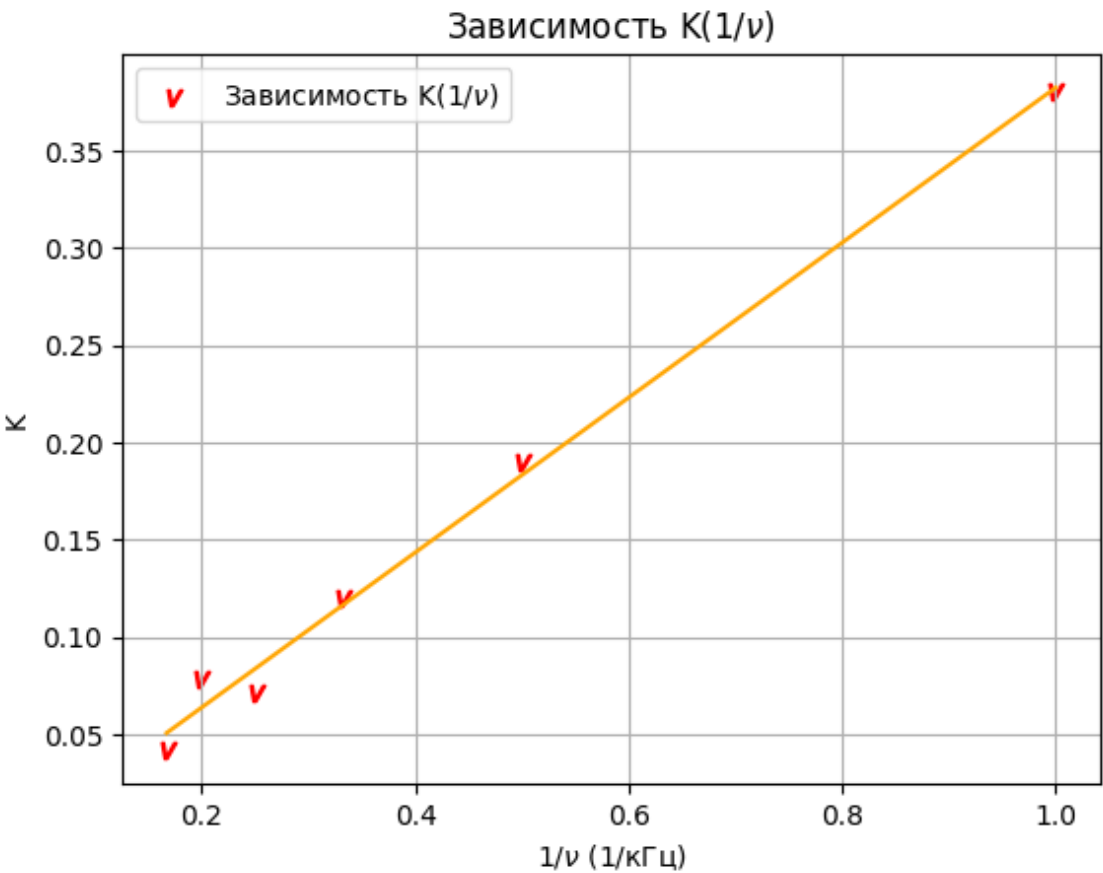


Рис. 7: Зависимость K от $\frac{1}{\nu}$

2 Вывод к лабораторной работе

В ходе работы исследованы спектральные характеристики электрических сигналов и их соответствие теоретическим расчетам. При увеличении частоты повторения прямоугольных импульсов увеличилось расстояние между спектральными гармониками, как и предсказывалось теорией. Изменение длительности импульса привело к ожидаемому сужению ширины спектра. Экспериментально подтвердилось соотношение неопределенности: коэффициент $k = 1.0229 \pm 0.0223$ практически совпал с теоретическим значением $k = 1$. Также проверено соотношение амплитуд боковых и основной линий амплитудно-модулированного сигнала; измеренные значения соответствовали $\frac{m}{2}$ с отклонением менее 1%. При фильтрации через RC-цепочку наблюдалось снижение амплитуд гармоник с ростом частоты, и определенное значение $\tau_{RC} = 3.3 \pm 0.2$ мс также совпало с теоретическим расчетом.