

«Московский физико-технический институт»

Отчёт о выполненной лабораторной работе
№3.2.6
Изучение гальванометра

Выполнил:
Хмельницкий А.А., Б01-306

Цель работы: Изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

В работе используются: Зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

1 Определение динамической постоянной гальванометра

1.1 Установка

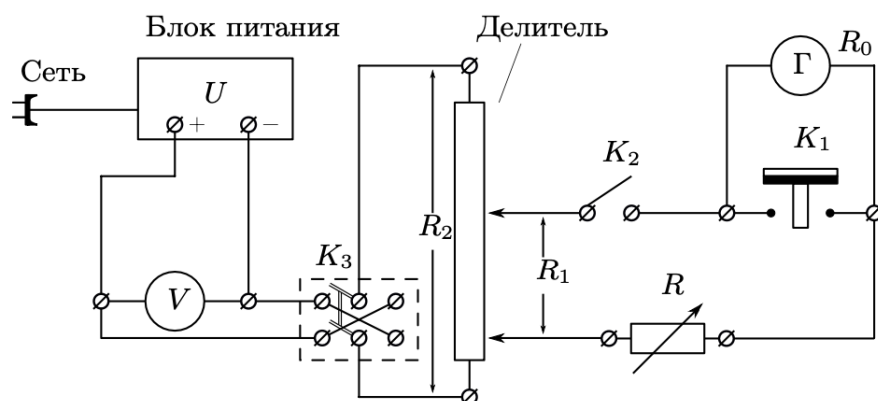


Рисунок 1: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

Вольтметр V измеряет постоянное напряжение U . Ключ K_3 меняет направление тока через гальванометр Γ . Делитель напряжения позволяет менять величину тока. Ключ K_2 служит для включения гальванометра. Кнопка K_1 успокаивает гальванометр. Магазин сопротивлений R позволяет менять режим работы гальванометра.

Ключ K_1 служит для успокоения гальванометра посредством его отключения от источника тока, что помогает избежать влияния внешних электрических шумов и колебаний на его показания. Это важно при измерении малых токов, где каждое колебание может привести к значительным ошибкам.

1.2 Гальванометр

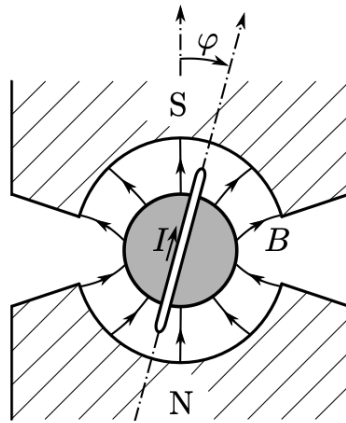


Рисунок 2: Рамка с током в магнитном поле

Главной частью высокочувствительного гальванометра магнитоэлектрической системы является подвешенная на вертикальной нити рамка, помещённая в поле постоянного магнита (рис. 2). Вырез цилиндрической формы в полюсах магнита и ферромагнитный цилиндр на оси системы делают поле в зазоре радиальным. Скреплённое с рамкой зеркальце служит для измерения угла поворота рамки. Магнит и подвижная система заключены в защитный кожух. Запишем основное уравнение колебаний рамки:

$$\ddot{\phi} + 2\gamma\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = KI \quad (1)$$

где введены обозначения: $2\gamma = \frac{(BSN)^2}{JR_\Sigma}$, $\omega_0^2 = \frac{D}{J}$, $K = \frac{BSN}{J}$. Эти величины выражены через параметры установки: B — магнитное поле, в которое помещена рамка, $I = \frac{\mathcal{E}}{R_\Sigma}$ — ток, текущий через рамку, R_Σ — сопротивление рамки и цепи, N — число витков рамки, S — площадь витка рамки, J — момент инерции системы, D — модуль кручения нити.

1.3 Теоретическая выкладка

При $R_1 \ll R$, R_0 , R_2 сила тока, протекающего через гальванометр, может быть вычислена как

$$I = \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0}{R + R_0} \quad (2)$$

где U_0 — показания вольтметра, R_1/R_2 — положение делителя, R — сопротивление магазина, R_0 — внутреннее сопротивление гальванометра. Угол отклонения рамки от положения равновесия измеряется с помощью осветителя, зеркальца, укрепленного на рамке, и шкалы, на которую отбрасывается луч света от зеркальца. Координата x светового пятна на шкале связана с углом φ отклонения рамки формулой:

$$x = a \arctan 2\varphi \quad (3)$$

где a — расстояние от шкалы до зеркальца. При малых углах можно считать, что $\varphi = x/2a$.

Динамическая постоянная:

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x} \left[\frac{A}{\text{мм/м}} \right] \quad (4)$$

1.4 А. Обработка результатов

$R_1/R_2 = 1/1000$; $R_0 = 610 \pm 5$ Ом; $R_2 = 10 \pm 0,1$ кОм; $R = 50 \pm 0,5$ кОм; $U_0 = 1,18$ В; $a = 1,35$ м

Измерив токи I , построим график зависимости $I(x)$ для различных значений сопротивлений магазина R :

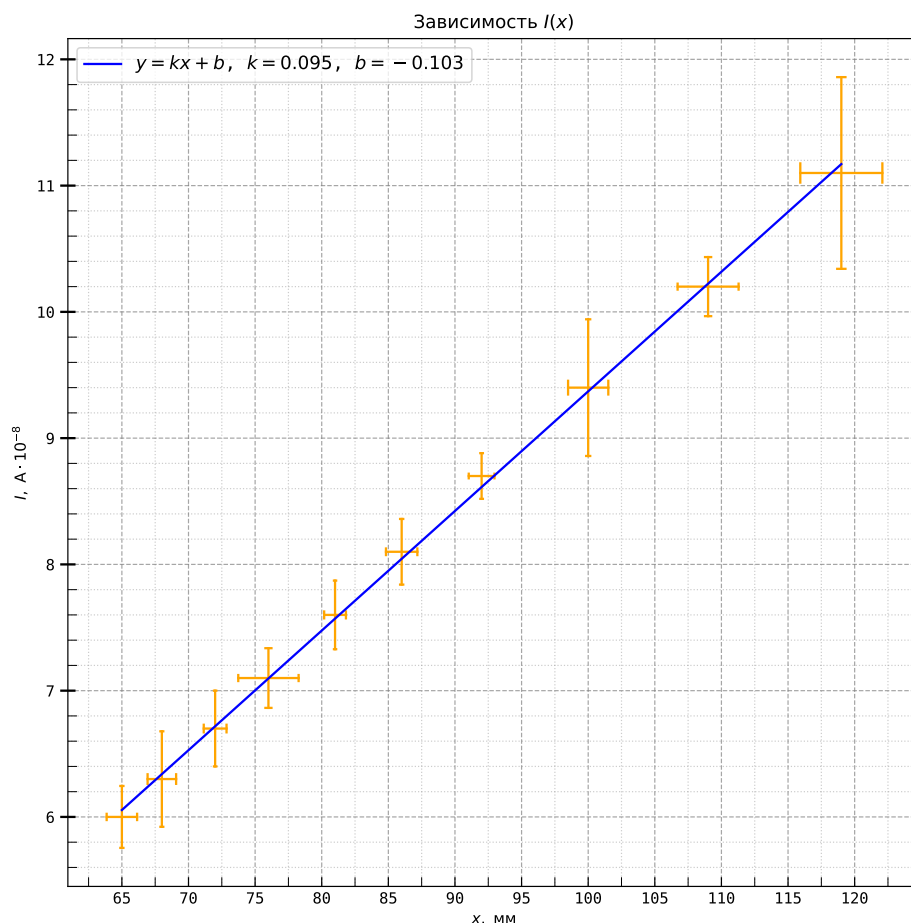


Рисунок 3: График зависимости $I(x)$

Тангенс угла наклона $tg\alpha = (0,095 \pm 0,007) \cdot 10^{-8} \frac{\text{А}}{\text{мм}}$.

$$\frac{\sigma_{C_I}}{C_I} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{tg\alpha}}{tg\alpha}\right)^2} \approx 0,07$$

Подставляя значения в формулу (4), находим значения по формуле – $C_I = 2a \operatorname{tg}\alpha$ Динамическая постоянная:

$$C_I = 2,6 \pm 0,2 \left[\frac{\text{нА}}{\text{мм/м}} \right]$$

Чувствительность к току:

$$S_I = C_I^{-1} = 0,38 \pm 0,03 \left[\frac{\text{мм/м}}{\text{нА}} \right]$$

2 Определение критического сопротивления гальванометра

2.1 Теоретическое выкладка

Критическим сопротивлением баллистического гальванометра называется сопротивление его электрической цепи $R_{кр}$, при котором после начального толчка подвижная система почти экспоненциально возвращается к нулю, подчиняясь уравнению:

$$R_{кр} = R_{\Sigma кр} - R_0 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{DJ}} - R_0 \quad (5)$$

На практике критический режим, требующий строгого выполнения условия $\gamma = \omega_0$, не может быть точно реализован и имеет значение как пограничный между режимом затухающих колебаний ($\gamma < \omega_0$) и режимом аperiodического затухания ($\gamma > \omega_0$)

В качестве характеристики процесса затухания колебаний рамки гальванометра воспользуемся логарифмическим декрементом затухания:

$$\Theta = \gamma T_1 = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (6)$$

где x_n и x_{n+1} - два последовательных отклонения колеблющейся величины в одну сторону. Измеряя зависимость $\Theta(R)$ логарифмического декремента затухания от сопротивления внешней цепи R , можно найти критическое сопротивление $R_{кр}$

Используя,

$$\Theta = \gamma T_1 = \frac{(BSN)^2}{2JR_{\Sigma}} \cdot 2\pi \left[\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_{\Sigma})^2} \right]^{-1/2}$$

Приведём к виду:

$$\left(\frac{2\pi}{\Theta} \right)^2 + 1 = \frac{(2JR_{\Sigma})^2}{(BSN)^4} \cdot \frac{D}{J}$$

подставим в формулу (5) и получим:

$$R_{кр} = \frac{R + R_0}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\Theta} \right)^2 + 1}} - R_0 \quad (7)$$

или

$$\sqrt{\frac{4\pi^2}{\Theta^2} + 1} = \frac{R + R_0}{R_{кр} + R_0} \quad (8)$$

2.2 Б. Обработка результатов

Установим сопротивление, при котором зайчик отклонится почти на всю шкалу:

$$R = 5,00 \pm 0,05 \text{ кОм}$$

Зайчик при этом отклонился на $x_1 = 18,6 \pm 0,2$ см и $x_2 = 15,3 \pm 0,2$ см

Рассчитаем логарифмический декремент затухания Θ_0 по формуле (6):

$$\Theta_0 = 0.196 \pm 0,017$$

Период T_0 свободных колебаний рамки:

$$T_0 = 3.71 \pm 0,07 \text{ с}$$

Рассчитаем декремент затухания Θ при:

$$R_1/R_2 = 1/300 - \text{положение делителя}$$

$$R_{\text{кр}} = 7,800 \pm 0,078 \text{ кОм} - \text{критическое сопротивление}$$

$$R = 3 \cdot R_{\text{кр}} = 23,40 \pm 0,23 \text{ кОм}$$

из формулы (6) он получается равным:

$$\Theta = 1,65 \pm 0,01$$

Теперь рассчитаем Θ по формуле (6) для других значений R , увеличивая его с $3R_{\text{кр}}$ до $10R_{\text{кр}}$ и подставим в формулу (7) (см. Таблица 1 в приложении).

Найдём $R_{\text{кр}}$, посчитав истинное среднее с помощью распределения Стьюдента:

$$R_{\text{кр}} = \langle R_{\text{кр}} \rangle \pm A \frac{\sigma_R}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

где $A = 2,015$ - коэффициент Стьюдента, $\langle R_{\text{кр}} \rangle = 5,86 \text{ кОм}$ - среднее арифметическое $R_{\text{кр}}$; $\sigma_R = 0,13 \text{ кОм}$ - среднеквадратичное отклонение. $N = 15$. Получаем ответ:

$$R_{\text{кр}} = 5,86 \pm 0,06 \text{ кОм}$$

3 Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

3.1 Схема

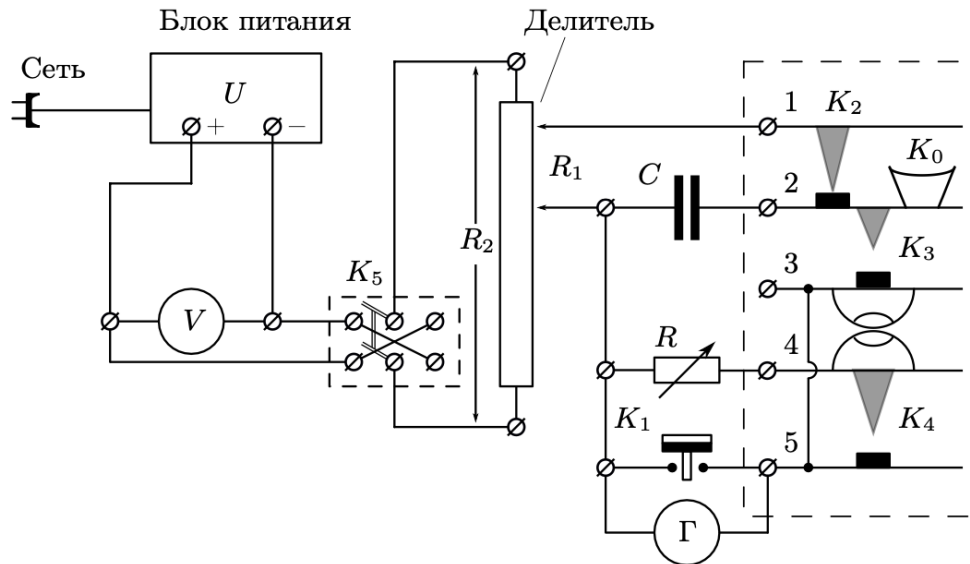


Рисунок 4: Схема установки для определения баллистической постоянной

Система ключей устроена так, что нормально ключ K_2 замкнут, а ключи K_3 и K_4 разомкнуты. При нажатии на кнопку K_0 сначала размыкается ключ K_2 , затем K_3 и через некоторое время - K_4 . При нормальном положении кнопки K_0 конденсатор C заряжается до напряжения U_C и получается заряд q :

$$U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 \quad q = C U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C$$

При нажатии на ключ K_0 конденсатор отключается от источника постоянного напряжения (размыкается ключ K_2) и подключается к гальванометру (замыкается ключ K_3).

3.2 Теоретическая выкладка

Ёмкость конденсатора выбрана так, что к моменту замыкания ключа K_4 весь заряд успевает пройти через гальванометр, и рамка получает начальную скорость $\dot{\varphi}(\tau) = Kq$. При этом можно считать, что отклонение рамки, происходящее за время, протекающее между замыканием ключей K_3 и K_4 , равно нулю. При замыкании ключа K_4 гальванометр шунтируется внешним сопротивлением R , и в зависимости от величины этого сопротивления движение рамки описывается одним из следующих уравнений:

При $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим):

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_1} e^{-\gamma t} \sin \omega_1 t, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (10)$$

Когда $\gamma \ll \omega_0$ (малое затухание), $\omega_1 \approx \omega_0$, движение рамки близко к синусоидальному:

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (11)$$

При $\gamma = \omega$ (критический режим):

$$\varphi(t) = \dot{\varphi}_0 t e^{-\gamma t} \quad (12)$$

При $\gamma > \omega_0$ (случай переуспокоенного гальванометра):

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0}{\alpha} e^{-\gamma t} \sinh \alpha t \quad \alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad (13)$$

Первый отброс зайчика φ_{max} после нажатия на кнопку K_0 зависит от сопротивления внешней цепи, подключённой к гальванометру. Для определения $R_{кр}$ использует то обстоятельство, что в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем у гальванометра без затухания

$$\dot{\varphi}|_0^\tau + 2\gamma\varphi|_0^\tau + \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt = Kq, \quad (14)$$

$$\dot{\varphi}(\tau) = Kq \quad (15)$$

Наблюдать колебания рамки при полном отсутствии затухания невозможно. Величину максимального отклонения рамки гальванометра без затухания φ_{max}^{cb} можно, однако, рассчитывать, если при разомкнутой цепи измерить реальное максимальное отклонение рамки φ_0 и логарифмический декремент затухания Θ_0 (При $R = \infty$ величина Θ_0 определяется только внутренним трением в рамке). Из уравнений (5) и (9) при $\gamma \ll \omega_0$ вытекают равенства:

$$\varphi_0 = \varphi(T_1/4) = \varphi_{max}^{cb} e^{-\Theta_0/4}, \quad (16)$$

так что максимальное отклонение рамки гальванометра без затухания

$$\varphi_{max}^{cb} = \varphi_0 e^{\Theta_0/4} \approx \varphi_0 \left(1 + \frac{\Theta}{4}\right) \quad (17)$$

Баллистическая постоянная гальванометра $C_q^{кр} \left[\frac{Кл}{мм/м} \right]$ определяется при критическом сопротивлении ($R = R_{кр}$):

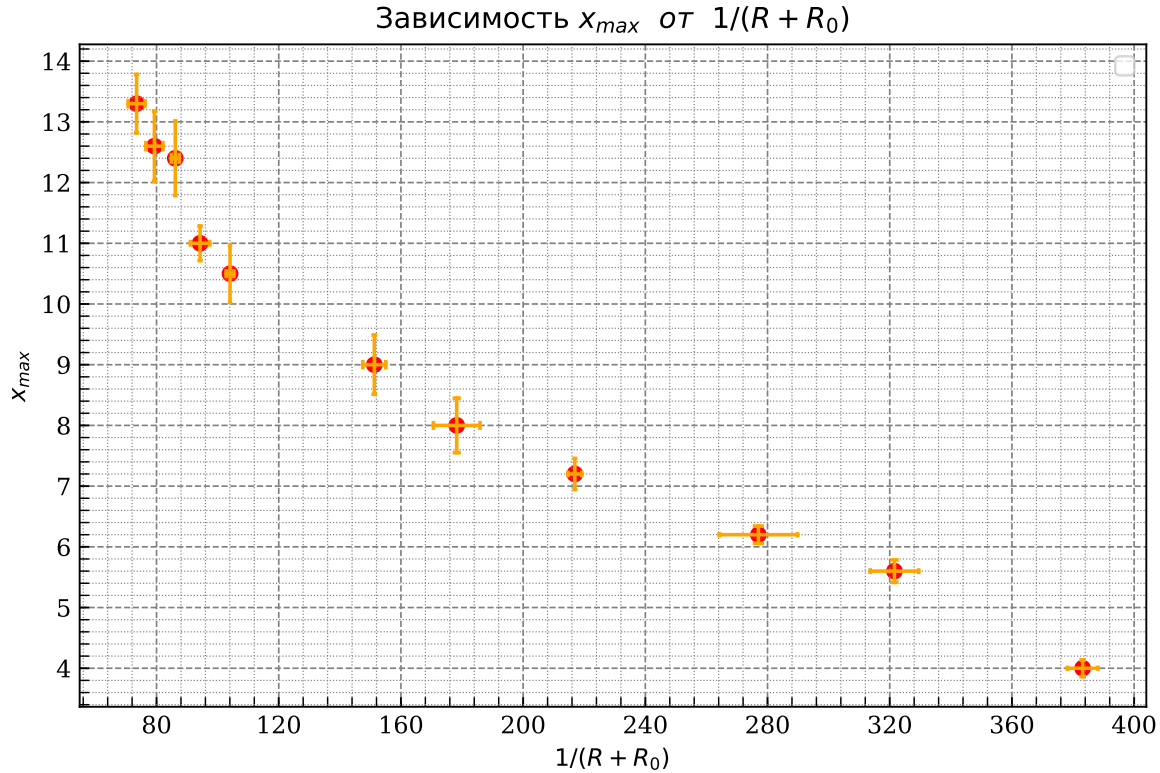
$$C_q^{кр} = \frac{q}{\varphi_{max}^{кр}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{CU_0}{x_{max}^{кр}} \quad (18)$$

где $x_{max}^{кр}$ - величина первого отброса в критическом режиме, выраженная в делениях шкалы (мм), a - расстояние от зеркала до шкалы (м), CU_0 - заряд (Кл).

3.3 В. Обработка результатов

$$C = 2 \text{ мкФ}; \quad R_1/R_2 = 1/20; \quad x_{\max} = 197 \pm 2 \text{ мм} \quad (\text{при } R = \infty); \quad T = 3,714 \pm 0,148 \text{ с}$$

Построим график зависимости отклонения гальванометра от суммарного сопротивления:



Найдём величину $x_1 = x_{\max} \cdot e^{\Theta_0/4} = 20,68 \text{ см}$. Величина в 4 раз меньшая, это $x_e \approx 5,17 \text{ см}$. С помощью графика видим, что эта величина соответствует значению $\frac{1}{R+R_0} = (200,072 \pm 14,001) \cdot 10^{-6} \text{ Ом}^{-1}$, получаем:

$$R = 4,38 \pm 0,30 \text{ кОм}$$

Сравнивая $R_{\text{кр}} = 4,38 \text{ кОм}$ для баллистического режима с $R_{\text{кр}} = 5 \text{ кОм}$, получившегося подбором и $R_{\text{кр}} = 5,86 \text{ кОм}$, получившегося путём расчёта логарифмических декрементов для различных R , приходим к выводу, что они пересекаются с погрешностью в 14%. Такая большая погрешность может быть связана с неточностью измерений углов поворота рамки.

Теперь найдём баллистическую постоянную по формуле (18):

$$C_q^{\text{кр}} = 7,24 \text{ Кл}$$

Посчитаем погрешность по формуле:

$$\sigma_{C_q^{\text{кр}}} = C_q^{\text{кр}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_e}}{x_e}\right)^2} = 0,03 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Получаем:

$$C_q^{\text{кр}} = (7,24 \pm 0,03) \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = (7,24 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \frac{\text{Кл}}{\text{мм/м}}$$

Посчитаем период релаксации и сравним с периодом свободных колебаний:

$$\tau = R_0 C \approx 4,42 \pm 0,04 \text{ мс}$$

$$\frac{T}{\tau} \approx (0,84 \pm 0,03) \cdot 10^3$$

4 Вывод

1. В этой работе мы исследовали работу гальванометра в трех режимах: стационарном, баллистическом и при свободных колебаниях. Мы измерили критическое сопротивление контура $R_{кр}$ тремя способами и выявили высокую погрешность измерения в 14%, что может быть связано с фактором недостаточной точности измерения отклонений 'зеркальца', электрических шумов, невозможности моментально погасить инерцию отклоняющегося гальванометра.

2. В ходе работы также нашли динамическую постоянную гальванометра: $C_I = 2,6 \pm 0,2 \left[\frac{\text{нА}}{\text{мм/м}} \right]$, которая определяет количество электричества, при протекании которого через рамку последняя повернется на угол, равный 1 радиану.

Баллистическую постоянную: $C_q^{кр} = (7,24 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{Кл}}{\text{мм/м}} \right]$, которая показывает, какой заряд (в кулонах) протекает через рамку при смещении светового "зайчика" на одно деление шкалы.