

Отчет о выполненной лабораторной работе 1.4.5

Антон Хмельницкий, Б01-306

October 24, 2023

1 Введение

Цель работы: исследовать вынужденную прецессию гироскопа, установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующий на ось гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

Оборудование: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

2 Теоретические сведения

В этой работе исследуется зависимость скорости прецессии гироскопа от момента силы, приложенной к его оси. Для этого к оси гироскопа подвешиваются грузы. Скорость прецессии определяется по числу оборотов рычага вокруг вертикальной оси и времени, которое на это ушло, определяемому секундомером. В процессе измерений рычаг не только поворачивается в результате прецессии гироскопа, но и опускается. Поэтому его в начале опыта следует преподнять на 5-6 градусов. Опять надо закончить, когда рычаг опустится на такой же угол.

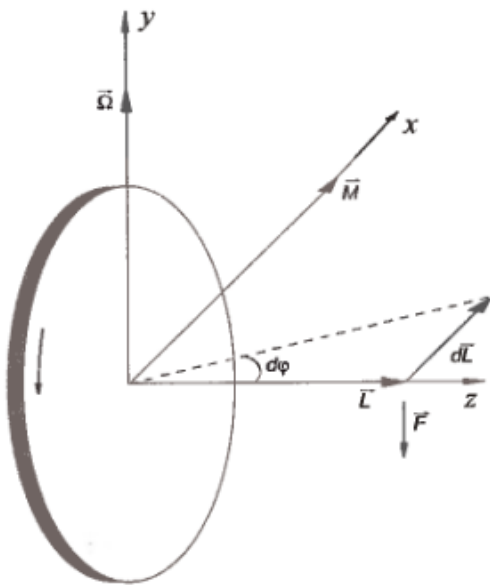


Рис. 1. Маховик

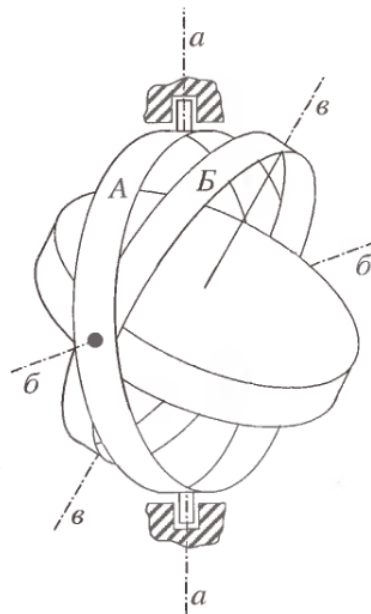


Рис. 2. Гироскоп в кардановом подвесе

Измерение скорости прецессии гироскопа позволяет вычислить угловую скорость вращения его ротора. Расчет производится по формуле:

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0}, \quad (1)$$

где m – масса груза, l – расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа, I_z – момент инерции гироскопа по его главной оси вращения. ω_0 – частота его вращения относительно главной оси, Ω – частота прецессии.

Момент инерции ротора относительно оси симметрии I_0 измеряется по крутильным колебаниям точной копии

ротора, подвешиваемой вдоль оси симметрии на десткой проволоке. Период крутильных колебаний T_0 зависит от момента инерции I_0 и модуля кручения проволоки f :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{f}}. \quad (2)$$

Чтобы исключить модуль кручения проволоки, вместо ротора гироскопа к той же проволоке подвешивают цилиндр правильной формы с известными размерами и массой, для которого легко можно вычислить момент инерции $I_{\text{ц}}$. Для определения момента инерции ротора гироскопа имеем:

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2}, \quad (3)$$

Здесь $T_{\text{ц}}$ – период крутильных колебаний цилиндра.

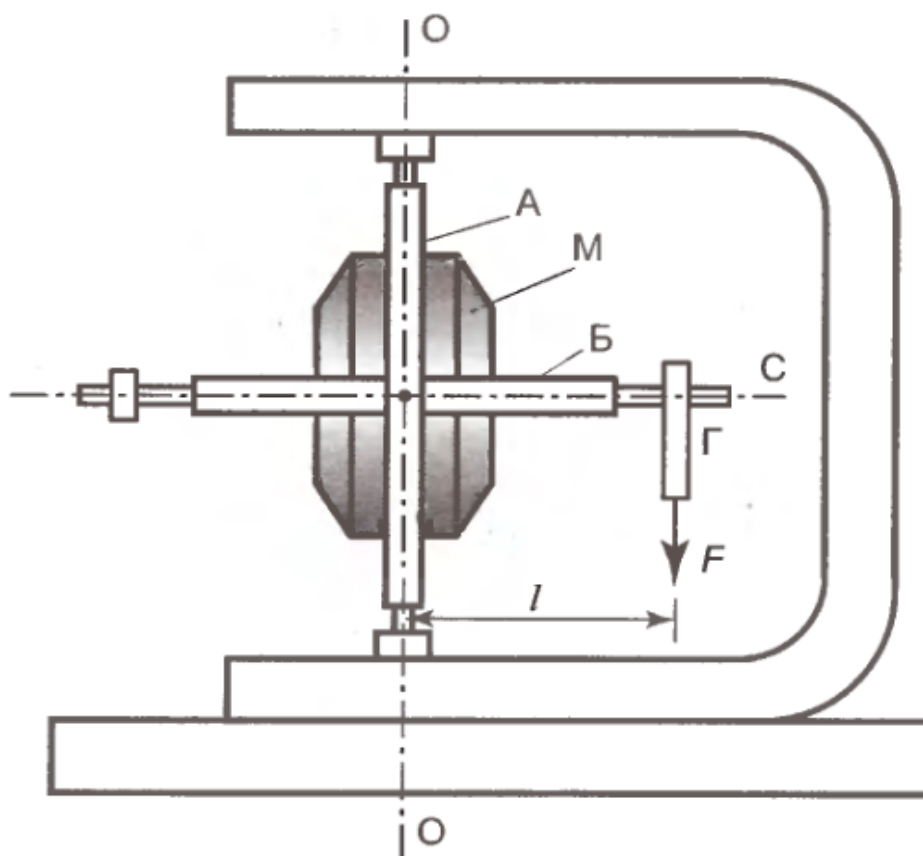


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Скорость вращения ротора гироскопа можно определить и не прибегая к исследованию прецессии. У используемых в работе гироскопов статор имеет две обмотки, необходимые для быстрой раскрутки гироскопа. В данной работе одну обмотку используют для раскрутки гироскопа, а вторую – для измерения числа оборотов ротора. Ротор электромотора всегда немного намагничен. Вращаясь, он наводит во второй обмотке переменную ЭДС индукции, частота которой равна частоте вращения ротора. Частоту этой ЭДС можно, в частности, измерить по фигурам Лиссажу, получаемым на экране осциллографа, если на один вход подать исследуемую ЭДС, а на другой – переменное напряжение с хорошо прокалиброванного генератора. При совпадении частот на экране получаем эллипс.

3 Приборы и данные

- Штангенциркуль, погрешность $\sigma_{shl} = 0,1$ мм
- Секундомер, погрешность $\sigma_{sec} = 0,1$ с (с учетом реакции экспериментатора)

- Осциллограф
- Генератор частот
- Весы, погрешность $\sigma_{shl} = 0,01$ г

| | Масса, г | Радиус, см | Период, с |
|---------|----------|------------|-----------|
| Цилиндр | 1616,6 | 3,9 | 3,91 |
| Ротор | 1083 | 3,4 | 3,22 |

Таблица 1: Данные полученные для расчета момента инерции ротора с помощью цилиндра

| | Масса груза, г | Время прецессии, с | Угол поворота, рад |
|----|----------------|--------------------|--------------------|
| №1 | 57 | 153 | 5,76 |
| №2 | 173 | 156 | 16,76 |
| №3 | 215 | 154 | 18,85 |
| №4 | 268 | 156 | 26,44 |
| №5 | 338 | 155 | 37,7 |

Таблица 2: Данные для измерения прецессии, зависимость угла поворота от момента сил

| | |
|-------------------------------|-------|
| Плечо от груза до ц.м., мм | 121 |
| Частота для фигур Лиссажу, Гц | 388,4 |

Таблица 3: Дополнительные данные

4 Обработка результатов

4.1 Нахождение момента инерции ротора

Используя данные таблицы 1 и формулу получаем:

$$I_{\text{ц}} = \frac{m_{\text{ц}} R^2}{2} = (123 \pm 1,23) \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 (\varepsilon_{I_{\text{ц}}} = 1\%)$$

$$I_0 = I_{\text{ц}} \cdot \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2} = (8,34 \pm 0,067) \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 (\varepsilon_{I_0} = 0,8\%)$$

4.2 Измерение угловой скорости регулярной прецессии

По таблице 2: Используя формулу $\Omega = \frac{\Delta\phi}{T}$ находим угловую скорость прецессии. Далее найдем момент силы $M = mgl$ для каждой массы и $\omega = \frac{\Delta\phi'}{T}$, $\phi = 0,17$ рад - угловую скорость опускания рычага. Погрешность:

$$\sigma_{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{i=1}^5 (\overline{\Omega}_i - \Omega_i)^2}$$

$$\sigma_{\text{сист}} = \Omega \cdot \varepsilon_T$$

$$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{сист}}^2}$$

| | Масса груза, m , г | Угловая скорость рецессии, Ω , c^{-1} | Момент силы, M , Н · м | Угловая скорость, ω , c^{-1} |
|----|----------------------|--|--------------------------|---------------------------------------|
| №1 | 57 | $0,0378 \pm 0,00012$ | 0,069 | 0,00110 |
| №2 | 173 | $0,107 \pm 0,0003$ | 0,21 | 0,00109 |
| №3 | 215 | $0,122 \pm 0,0004$ | 0,26 | 0,00110 |
| №4 | 268 | $0,17 \pm 0,00055$ | 0,324 | 0,00108 |
| №5 | 338 | $0,243 \pm 0,0008$ | 0,41 | 0,00111 |

Таблица 4: Полученные величины Ω , M , ω

4.3 Построение графика зависимости угловой скорости рецессии от момента силы

С помощью расчетов из таблицы 4 построим график $\Omega(M)$

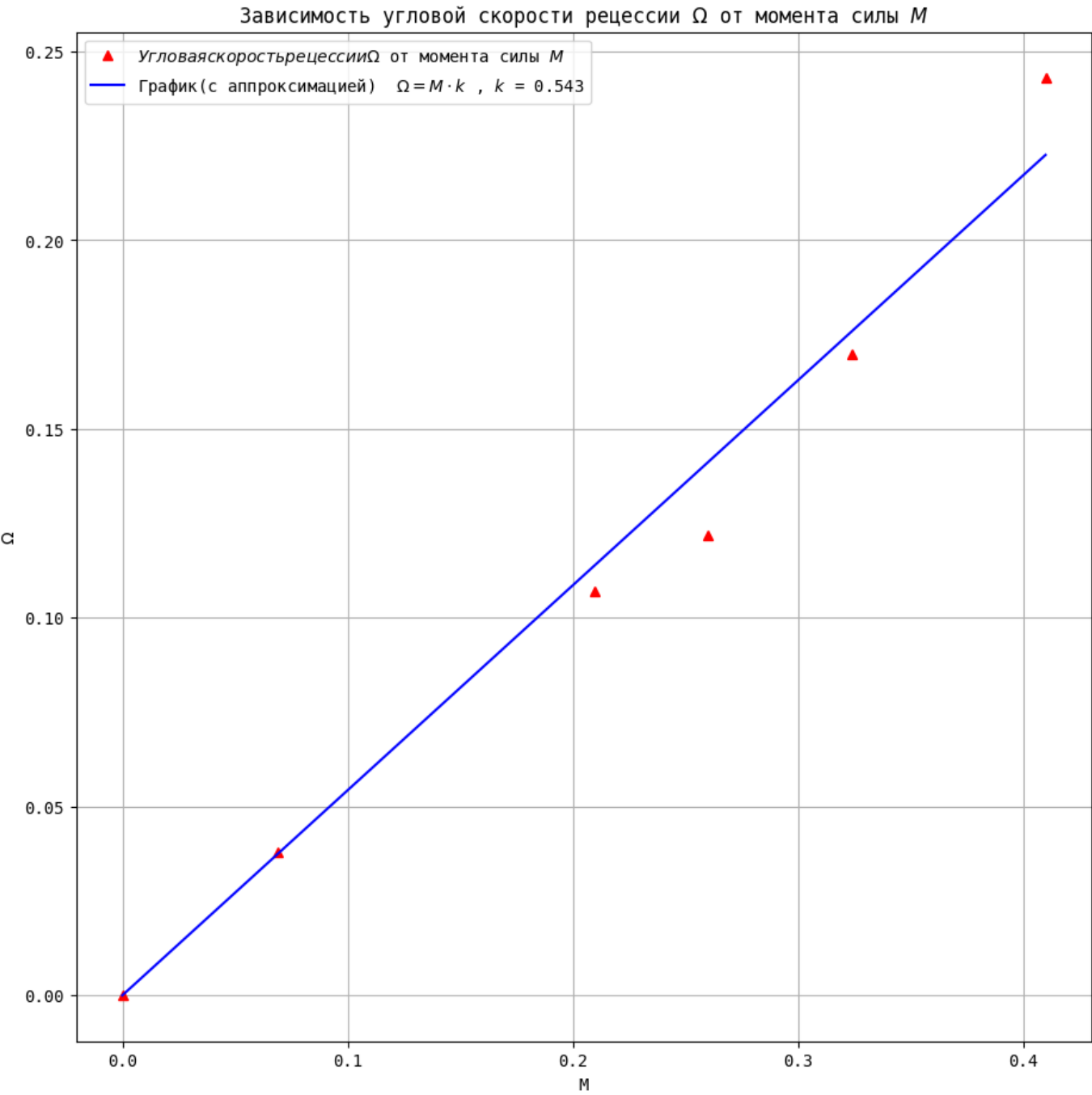


Рисунок 1: График зависимости угловой скорости рецессии Ω от момента силы M

4.4 Нахождение частоты вращения ротора гироскопа

Частота вращения будет равна $\omega_0 = \frac{1}{kI_0}$, где k - угол наклона прямой графика $\Omega(M)$

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \approx 0,543$$

Получаем $\omega_0 = 2245,4 \text{ с}^{-1}$

Погрешность $\sigma_{\omega_0} = \omega_0 \cdot \varepsilon_{I_0} \approx 17,96 \text{ с}^{-1} (\varepsilon_{\omega_0} = 0,8\%)$

Отсюда частота вращения ротора гироскопа будет рассчитываться как $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 357,4 \text{ Гц}$

Погрешность частоты: $\sigma_\nu = \nu \cdot \varepsilon_{\omega_0} \approx 2,86 \text{ Гц} (\varepsilon_\nu = 0,8\%)$

Получаем частота вращения ротора гироскопа $\nu = 357,4 \pm 2,86 \text{ Гц}$ с точностью 0,8 %.

4.5 Определение частоты вращения по фигурам Лиссажу

С помощью осциллографа и генератора частот подключенных к гироскопу была найдена частота вращения ротора гироскопа.

Подобранная частота $\nu = 388,4 \pm 0,5 \text{ Гц}$, при которой эллипс отображаемый на осциллографе стал неподвижным.

Также были замечены помехи от внутренней ЭДС гироскопа, поэтому наблюдение фигуры Лиссажу было во время выключения гироскопа.

5 Выводы

В данной работе были получены частоты вращения ротора гироскопа двумя способами с разными погрешностями:

- Через прецессию гироскопа: $\nu_1 = 357,4 \pm 2,86 \text{ Гц}$ с точностью 0,8 %.
- Через фигуры Лиссажу: $\nu_2 = 388,4 \pm 0,5 \text{ Гц}$ с точностью 0,1 %

Сравнивая результаты приходим к выводу что при расчете 1 способом на значения оказывает влияние погрешность в отличии от способа 2 где используются более точные приборы.

В работе была исследована вынужденная перцессия гироскопа, установлена зависимость скорости прецессии от момента сил действующих на ось гироскопа, и также были посчитаны частоты вращения двумя методами, а затем было проведено их сравнение с учетом погрешностей.