

Отчет о выполненной лабораторной работе 1.1.1

Антон Хмельницкий, Б01-306

September 19, 2023

Измерение удельного сопротивления нихромовой проволоки

1 Аннотация

В данной лабораторной работе измеряется удельное сопротивление нихромовой проволоки. Для этого используются методы:

1. Определение углового коэффициента наклонной в зависимости $U(I)$ - напряжения от тока, измеряемых с помощью цифрового амперметра и аналогового вольтметра.
2. Измерение сопротивления с помощью моста постоянного тока.

С помощью линейки, штангенциркуля и микрометра измеряются геометрические размеры проволоки. Отдельное внимание уделяется случайным и систематическим погрешностям в измерениях.

2 Теоретические сведения

Удельное сопротивление материала проволоки круглого сечения изготовленной из однородного материала и имеющей постоянную толщину определяется по формуле:

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}}}{l} \frac{\pi d^2}{4}$$

где $R_{\text{пр}}$ - сопротивление измеряемого отрезка проволоки, l - его длина, d - диаметр. Поэтому измеряем длину, диаметр и электрическое сопротивление проволоки.

Диаметр у проволоки не постоянный поэтому нужно учесть случайную погрешность.

По закону Ома: $R_{\text{пр}} = \frac{V_a}{I_a}$, где V_a и I_a - показания вольтметра и амперметра. Для измерения используем схему а) из учебника "Лабораторный практикум по общей физике т.1 Гладов" - рис.1, т.к. погрешность в измерениях там меньше чем в схеме б) (расчет будет в соответствующем параграфе). Получаем формулы для расчета: $R_{\text{пр1}} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_v}{R_{\text{пр}} + R_v}$. Преобразовываем: $R_{\text{пр}} = \frac{R_{\text{пр1}}}{1 - (R_{\text{пр1}}/R_v)} \approx R_{\text{пр1}}(1 + \frac{R_{\text{пр1}}}{R_v})$ (Используется приближение, т.к. сопротивление вольтметра $R_v \gg R_{\text{пр}}, R_{\text{пр1}}$).

График зависимости $V_a(I_a)$ должен представлять прямую, угловой коэффициент которой и будет равен R_1 .

3 Оборудование и системные погрешности

- Линейка: $\sigma_{\text{лин}} = \pm 0.5$ мм (по цене деления).
- Штангенциркуль: $\sigma_{\text{штан}} = \pm 0.1$ мм (маркировка производителя).
- Микрометр: $\sigma_{\text{микро}} = \pm 0.01$ мм (маркировка производителя).

| | Вольтметр | Амперметр |
|----------------------------------|----------------------|---|
| Система | Магнитоэлектрическая | Электромагнитная |
| Класс точности | 0.5 | 0.5 |
| Погрешность измерений | 0.2%(по маркировке) | $\sigma_A = \pm(0.002x + 0.02)$, x - величина измерения. |
| Число делений шкалы n | 150 на 600 мВ | цифровой дисплей, 5 ед. на 000.00 мА |
| Внутреннее сопротивление прибора | 4 кОм | 1.2 Ом |

Сравним погрешности для а) и б):

для а): $R_{\text{пр}}/R_v = 10/4000 = 0.0025$, т.е. 0.25%.

для б): $R_A/R_{\text{пр}} = 1.2/10 = 0.12$, т.е. 12%.

Значит схема а) более точна с погрешностью 0.25%

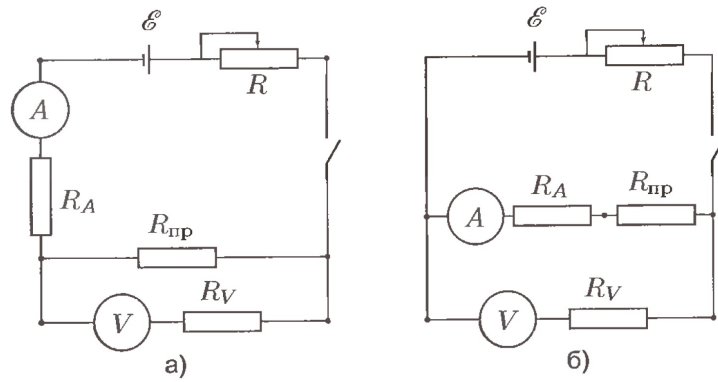


Рис. 1. Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

Рисунок 1: Схема для измерения сопротивления

Так как погрешность от половины цены деления больше чем погрешность измерений, то итоговая погрешность вольтметра будет $\sigma_V = \pm(600/150)/2\text{мВ} = \pm 2\text{ мВ}$.

Для значений амперметра от 50 мА до 300 мА погрешность будет составлять от $\sigma_A = \pm 0.06\text{мА}$ до $\sigma_A = \pm 0.6\text{мА}$. Мост постоянного тока Р4833: Класс точности - 0.1, Разрядность магазина сопротивлений - 5 ед., Множитель - $N = 10^{-2}$, Погрешность $\sigma_M = 0.1\% \Rightarrow \sigma_M = 0.001\text{ Ом}$.

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Измерение диаметра проволоки

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $d_{\text{штанг}}$, мм | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| $d_{\text{микро}}$, мм | 0.35 | 0.34 | 0.35 | 0.34 | 0.34 | 0.33 | 0.34 | 0.35 | 0.34 | 0.34 |

Погрешности: Для штангенциркуля в 10 замерах был результат 0.4, погрешности будут считаться для микрометра как более точного инструмента.

- Среднее значение: $\langle d \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 0.342\text{ мм}$.
- Стандартное отклонение: $\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - \langle d \rangle)^2} = 0.0063\text{ мм}$.
- Стандартная погрешность опыта: $\sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} = 0.002\text{ мм}$.
- Полная погрешность: $\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{ср}}^2 + \sigma_{\text{микро}}^2} = 0.0102\text{ мм}$.

Итоговые результаты:

Штангенциркуль: $d_{\text{штанг}} = 0.4 \pm 0.5\text{ мм}$.

Микрометр: $d_{\text{микро}} = 0.342 \pm 0.0102\text{ мм}$. ($\varepsilon_d = 3\%$)

4.2 Измерение сопротивления проволоки

| | l = 20 см | | | | | | | | | | |
|---------------|-----------|-------|--------|------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| V_{B1} , мВ | 0 | 340 | 240 | 280 | 560 | 520 | 480 | 440 | 320 | 400 | 360 |
| I_{A1} , мА | 0 | 157.8 | 111.13 | 129 | 260 | 241 | 223.45 | 204.56 | 148.4 | 185.5 | 166.45 |
| | l = 30 см | | | | | | | | | | |
| V_{B2} , мВ | 0 | 560 | 340 | 240 | 280 | 320 | 360 | 400 | 440 | 520 | 480 |
| I_{A2} , мА | 0 | 173.4 | 104.5 | 74 | 86.35 | 98.73 | 111 | 123.2 | 135.38 | 161.35 | 148.3 |
| | l = 50 см | | | | | | | | | | |
| V_{B3} , мВ | 0 | 320 | 360 | 400 | 440 | 480 | 520 | 560 | 340 | 380 | 420 |
| I_{A3} , мА | 0 | 59.35 | 67 | 74.3 | 81.7 | 89.1 | 97.05 | 104.36 | 63.24 | 70.5 | 78.09 |

Результаты исследований зависимостей показаний вольтметра V_a от показаний амперметра I_a представлены на рисунке 2. С помощью метода наименьших квадратов были построены аппроксимирующие прямые $V_B = \langle R \rangle I_A$ по формуле:

$$\langle R \rangle = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

Погрешность угла наклона в аппроксимации (т.е. погрешность $\langle R \rangle$) найдем как косвенную погрешность наименьших квадратов по формуле: $\sigma_{R_{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}(\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - \langle R \rangle^2)}$.

Систематическую погрешность найдем как частные производные за значения выбрав наибольшие измерения:

$$\sigma_{R_{сист}} = R \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I_{max}}\right)^2}$$

Полную погрешность вычислим по формуле:

$$\sigma_{R_{полн}} = \sqrt{(\sigma_{R_{случ}})^2 + (\sigma_{R_{сист}})^2}$$

Занесем итоговые значения и погрешности в таблицу и сравним их с измерениями полученными на мосту Р4833:

| l, см | $\langle R \rangle$, Ом | $\sigma_{R_{случ}}$, Ом | $\sigma_{R_{сист}}$, Ом | $\sigma_{R_{полн}}$, Ом | ε_R , % | $R_{мост}$, Ом |
|-------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------|
| 20 см | 2.156 | 0.0018 | 0.0092 | 0.0094 | 0.43 | 2.168 ± 0.001 |
| 30 см | 3.240 | 0.0033 | 0.0161 | 0.0164 | 0.5 | 3.2538 ± 0.001 |
| 50 см | 5.377 | 0.0039 | 0.0364 | 0.0366 | 0.68 | 5.3728 ± 0.001 |

Заметим, что случайная составляющая на порядок меньше чем системная, и ,сравнивая измерения с моста, видно, что расхождения со значениями с моста не больше чем $\pm 2\sigma_{R_{полн}}$.

4.3 Вычисление удельного сопротивления

Найдем удельное сопротивление нихромовой проволоки по формуле из теор. части, используя $d_{микро}$ и $\langle R \rangle$.

Заметим что относительная погрешность сопротивления $\varepsilon_R < 1\%$ и по сравнению с относительной погрешностью диаметра проволоки $\varepsilon_d = 3\%$ мало, значит можно ей пренебречь. Поэтому учитывать будем только $\sigma_{R_{полн}}$.

Используя формулу погрешности косвенных величин:

$$\sigma_a^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \dots$$

Для зависимости удельного сопротивления получаем:

$$\sigma_\rho^2 = \left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 = \left(\frac{R\pi 2d}{4l}\right)^2 \sigma_d^2$$

Итого получаем $\sigma_\rho \approx \frac{2\sigma_d}{d} \rho$. Теперь занесем данные в таблицу и затем усредним результаты:

| l, см | $\rho, 10^{-6}$ Ом·м |
|-------|----------------------|
| 20 | 0.9898 ± 0.0590 |
| 30 | 0.9916 ± 0.0592 |
| 50 | 0.9879 ± 0.0589 |

Берем среднее за 3 эксперимента $\langle \rho \rangle = (0.99 \pm 0.059) \cdot 10^{-6}$ Ом · м. ($\varepsilon_\rho = 5.9\%$)

4.4 Выводы

В процессе работы было рассчитано удельное сопротивление нихромовой проволоки с точностью $\sim 6\%$. Табличное значение удельного сопротивления нихромового сплава $\rho_{табл}$ лежит в пределах от 0.97 до $1.14 \cdot 10^{-6}$ Ом · м. Значит, полученный результат $\rho_{итог} = (0.99 \pm 0.059) \cdot 10^{-6}$ Ом · м. попадает в табличный диапазон.

В данной работе было уделено особое внимание погрешностям. Сравнивая их видно, что случайная погрешность обычно на порядок меньше чем, поэтому приходим к выводу, что основная часть погрешности возникает из-за неидеальности приборов, в данном случае погрешность микрометра в 6 раз больше погрешности вольтметра и амперметра и системная погрешность микрометра больше случайной в 5 раз. Поэтому учитывалась только погрешность микрометра и именно она как видно в итоге оказала наибольшее влияние на погрешность удельного сопротивления.

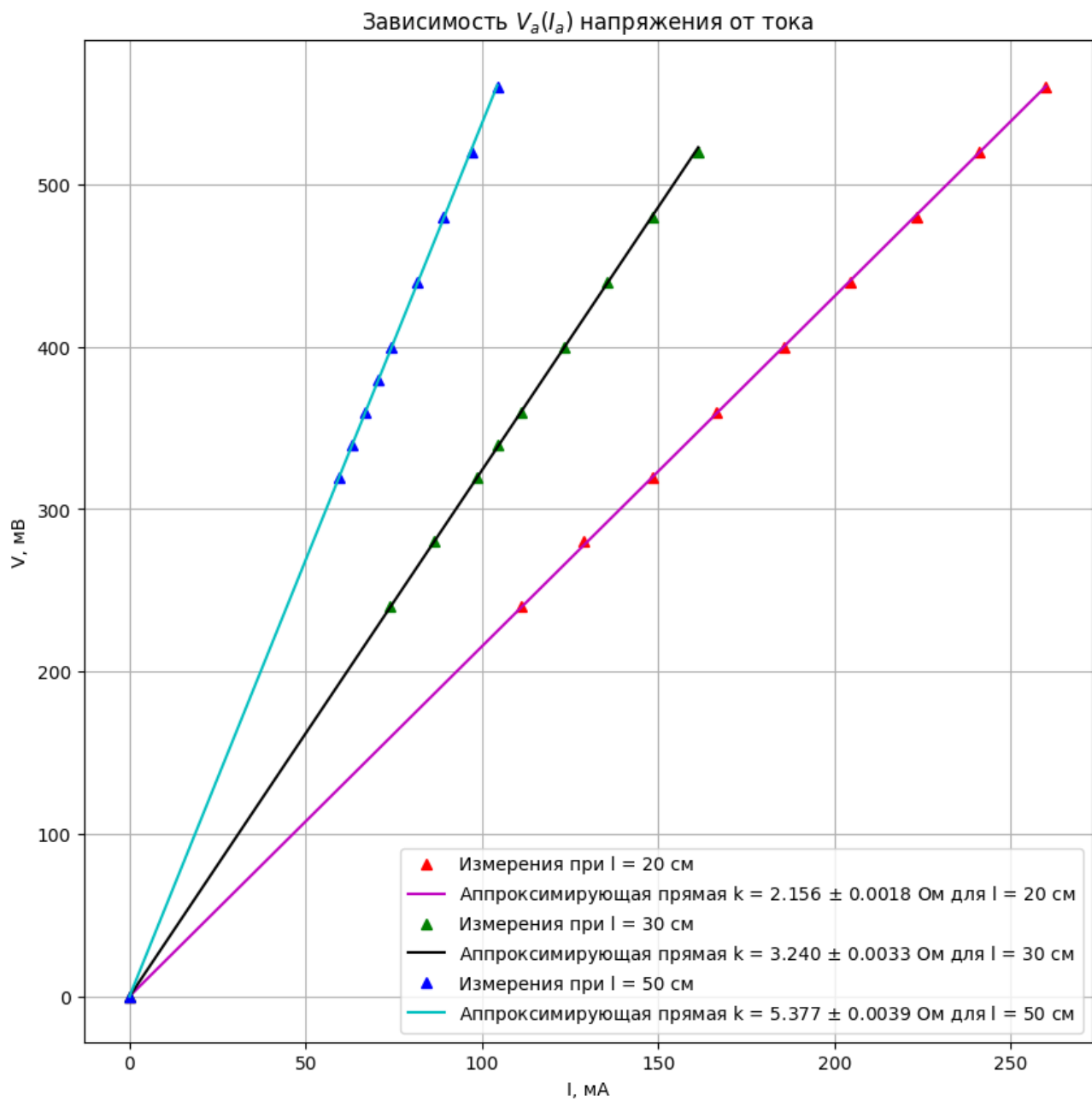


Рисунок 2: График измерений для зависимости $V_a(I_a)$ для проволок разной длины с аппроксимацией $y = kx$. Погрешности измерений равняются инструментальным погрешностям: $\sigma_V = \pm 2$ мВ и $\sigma_A = \pm 0.6$ мА. Т.к. эти величины на 2 порядка меньше измеряемых, то они не будут указаны на графике из-за потери наглядности и информативности.