

# Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе (2.1.3)

Хмельницкий Антон Б01-306

2024/02/20

## 1 Теоретические сведения

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1)$$

где  $R$  – газовая постоянная,  $T$  – температура газа, а  $\mu$  – его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2. \quad (2)$$

Условия стоячей волны

$$L = n\lambda/2,$$

где  $\lambda$  – длина волны звука в трубе, а  $n$  – любое целое число.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением

$$c = \lambda f. \quad (3)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n\frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n\frac{\lambda}{2} + k\frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ . Скорость звука находится по формуле (3).

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k). \quad (5)$$

Из (3) и (5) имеем:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}n, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{c}{2L}, \quad \dots,$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k. \quad (6)$$

## 2 Расчет всех данных

Воздух 1	$\nu_1$	T	25,3	$\nu_2$	T	40	$\nu_3$	T	45	$\nu_4$	T	52
$L = 800$ мм	1	202		1	205		1	208		1	209	
	2	450		2	461		2	464		2	469	
	3	660		3	677		3	682		3	689	
	4	874		4	896		4	903		4	913	
	5	1088		5	1118		5	1127		5	1139	

Таблица 1: Данные установки с термостатом для воздуха

$\nu = 4412$ Гц		$\nu = 3707$ Гц		$\nu = 5092$ Гц	
k	dL, мм	k	dL, мм	k	dL, мм
0	20	0	36	0	8
1	55	1	87	1	41
2	96	2	129	2	76
3	131	3	180	3	109
4	172	4	220	4	143

Таблица 2: Данные установки с выдвижной частью для воздуха

$\nu = 4398$ Гц		$\nu = 3506$ Гц		$\nu = 3039$ Гц	
k	dL, мм	k	dL, мм	k	dL, мм
0	52	0	47	0	50
1	81	1	86	1	94
2	112	2	124	2	138
3	143	3	163	3	182
4	173	4	199	4	226

Таблица 3: Данные установки с выдвижной частью для углекислого газа

## 3 Обработка результатов

Расчет погрешность при аппроксимации по МНК:

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$b = \langle y \rangle - k \langle x \rangle$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2}$$

$$\sigma_b = \sigma_k \sqrt{\langle x^2 \rangle}$$

$$\text{Для } \Delta f = f_{k+1} - f_1 = \frac{c}{2L} k:$$

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2 = \frac{4L^2 k^2 \mu}{RT}$$

$$T_1 = 298,3K$$

$$k_1 = 219.6, \gamma_1 = 1,44$$

$$\sigma_{k_1} = 3.069(\varepsilon = 1,4\%)$$

$$b_1 = 13.6$$

$$\sigma_{b_1} = 7.5$$

$$T_2 = 313K$$

$$k_2 = 226.6, \gamma_2 = 1,47(\varepsilon = 1,41\%)$$

$$\sigma_{k_2} = 3.2$$

$$b_2 = 14.2$$

$$\sigma_{b_2} = 7.85$$

$$T_3 = 318K$$

$$k_3 = 227.7, \gamma_3 = 1,46(\varepsilon = 1,3\%)$$

$$\sigma_{k_3} = 3.02$$

$$b_3 = 13.4$$

$$\sigma_{b_3} = 7.4$$

$$T_4 = 325K$$

$$k_4 = 230.4, \gamma_4 = 1,45(\varepsilon = 1,37\%)$$

$$\sigma_{k_4} = 3.16$$

$$b_4 = 13.9$$

$$\sigma_{b_4} = 7.74$$

$$\text{Для } \Delta L = L_{k+1} - L_1 = \frac{\lambda}{2} k \text{ у воздуха:}$$

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2 = \frac{4f^2 k^2 \mu}{RT}, T = 298,3K$$

$$f_1 = 5092$$

$$k_1 = 0,035, \gamma_1 = 1,5(\varepsilon = 2,3\%)$$

$$\sigma_{k_1} = 0,0008$$

$$b_1 = -0,05$$

$$\sigma_{b_1} = 4$$

$$\begin{aligned}
f_2 &= 4412 \\
k_2 &= 0,045, \gamma_2 = 1,75 (\varepsilon = 1,5\%) \\
\sigma_{k_2} &= 0,0007 \\
b_2 &= -0,003 \\
\sigma_{b_2} &= -0,0004
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3 &= 5092 \\
k_3 &= 0,033, \gamma_3 = 1,32 (\varepsilon = 2,7\%) \\
\sigma_{k_3} &= 0.0009 \\
b_3 &= -0.01 \\
\sigma_{b_3} &= 0.005
\end{aligned}$$

Для  $\Delta L = L_{k+1} - L_1 = \frac{\lambda}{2}k$  у  $CO_2$ :

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\mu}{RT}c^2 = \frac{4f^2k^2\mu}{RT}, T = 298,3K \\
f_1 &= 5092 \\
k_1 &= 0,033, \gamma_1 = 1,33 \\
\sigma_{k_1} &= 0,001 (\varepsilon = 3\%) \\
b_1 &= 0,01 \\
\sigma_{b_1} &= 0,004
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1 &= 4398 \\
k_1 &= 0,039, \gamma_2 = 1,39 (\varepsilon = 1,5\%) \\
\sigma_{k_1} &= 0,0006 \\
b_1 &= 0,003 \\
\sigma_{b_1} &= 0,0002
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3 &= 3506 \\
k_3 &= 0,044, \gamma_3 = 1,2 (\varepsilon = 1\%) \\
\sigma_{k_3} &= 0.0004 \\
b_3 &= 0.0002 \\
\sigma_{b_3} &= 0.00005
\end{aligned}$$

## 4 Вывод

Сравнивая результаты получаем среднее значение показателя адиабаты на 1 установке  $\gamma = 1,44 \pm 0,0197 (\varepsilon_{sr} = 1,37\%)$ , на второй  $\gamma = 1.33 \pm 0,027 (\varepsilon_{sr} = 2\%)$ . Сравнивая с табличным, получаем погрешность 1,4%, на второй 2%, что подтверждает точность метода измерения с помощью скорости звука в воздухе изменение от температуры и типа воздуха.

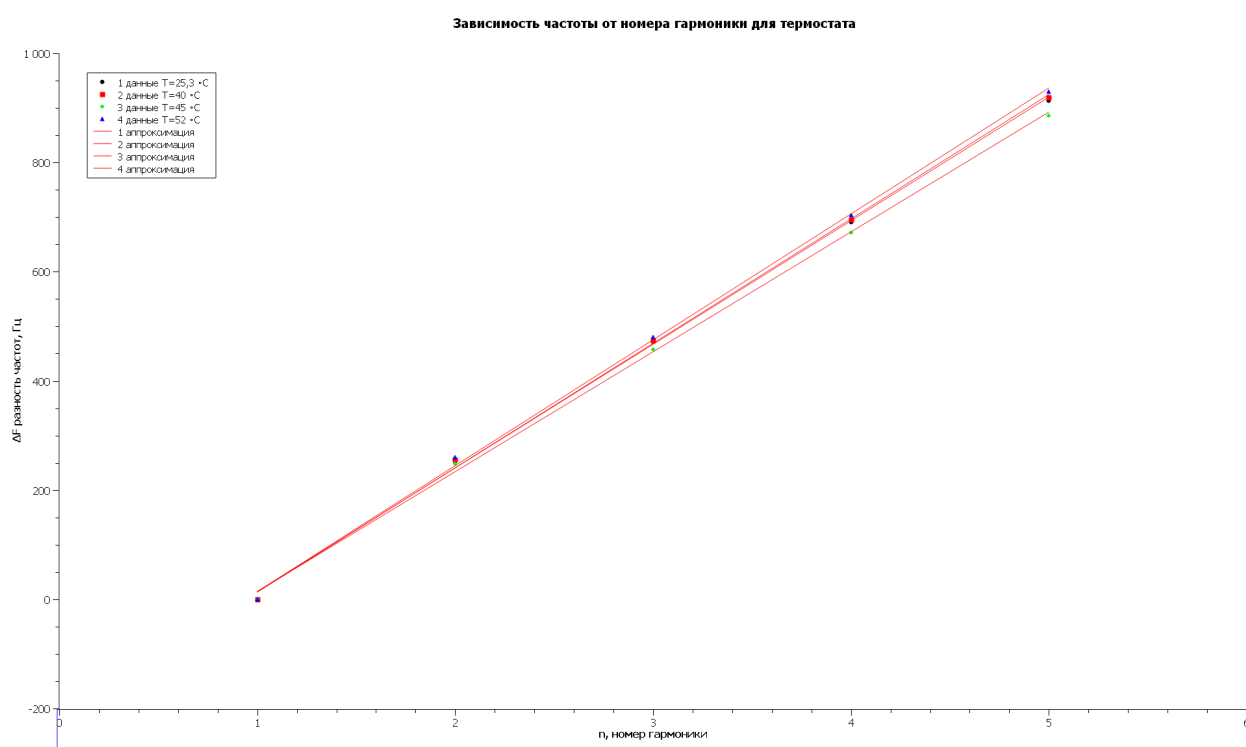


Рисунок 1: Длина от номера гармоники для воздуха

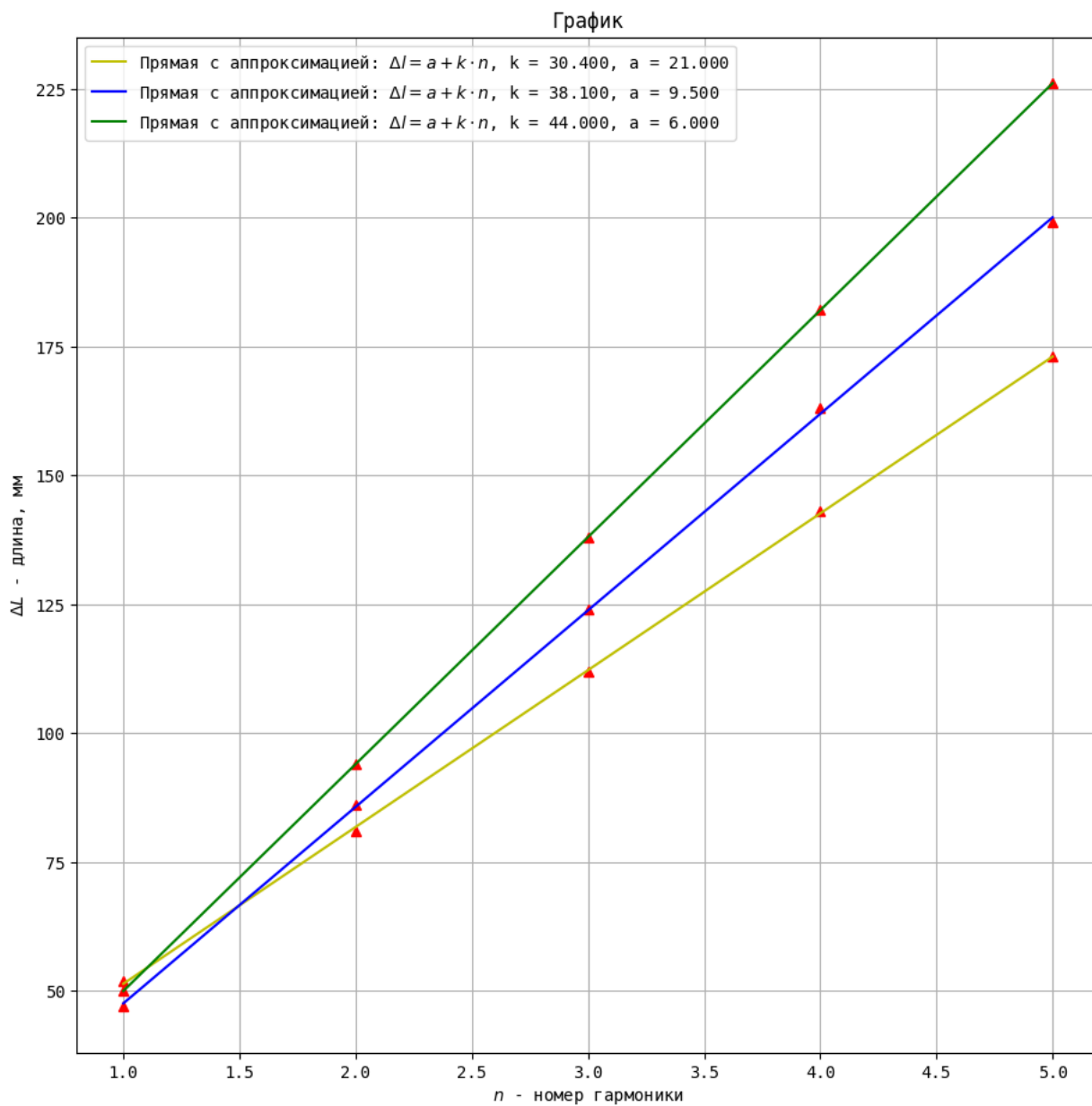


Рисунок 2: Длина от номера гармоники для  $CO_2$

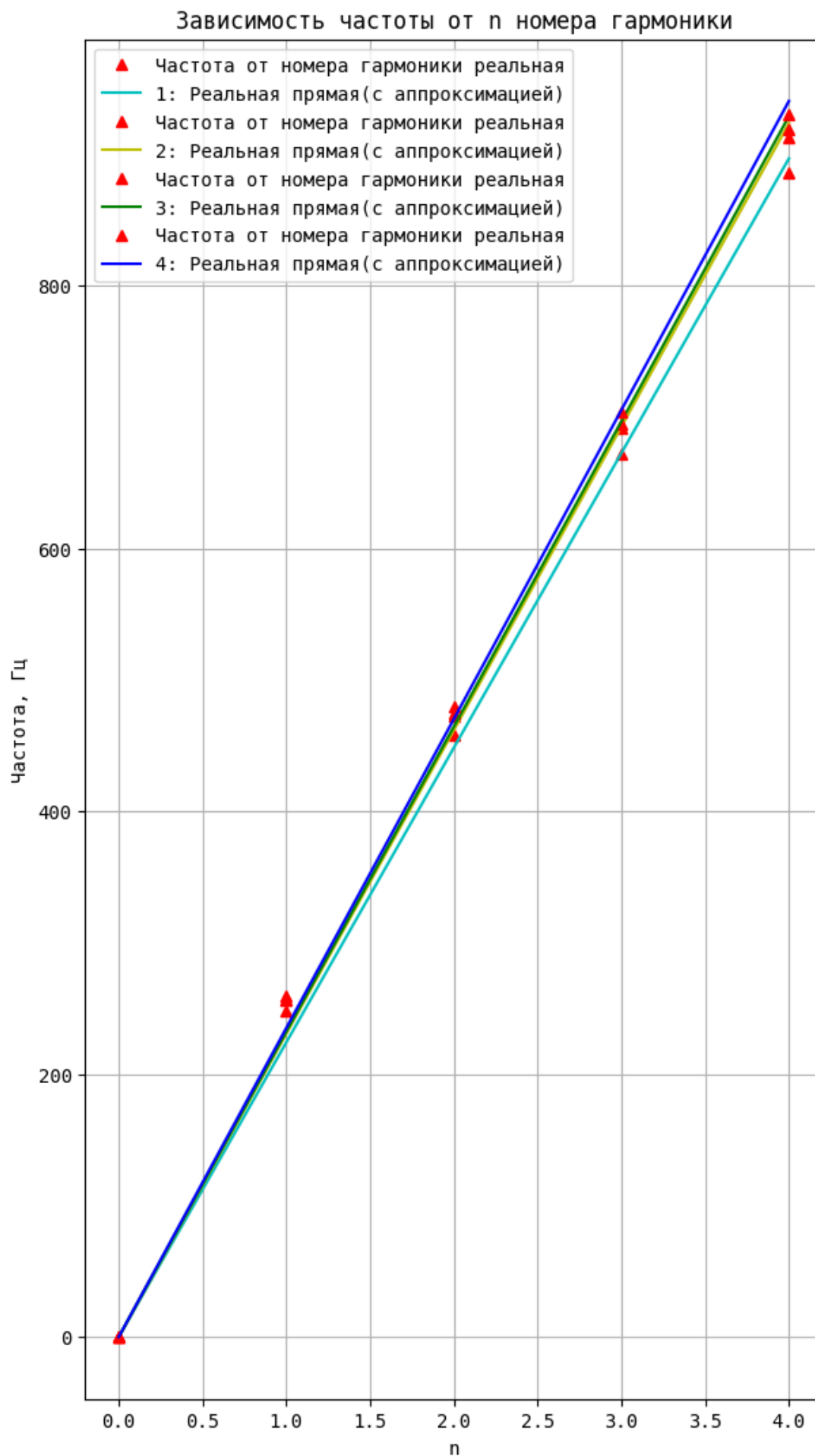


Рисунок 3: Частота от номера гармоники для воздуха при разных температурах