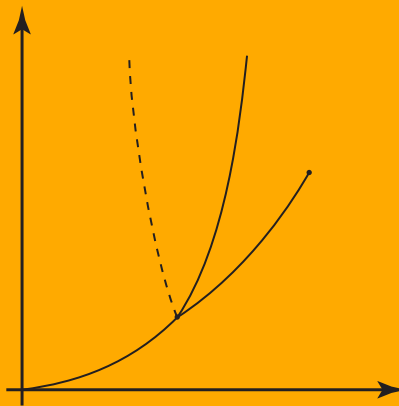
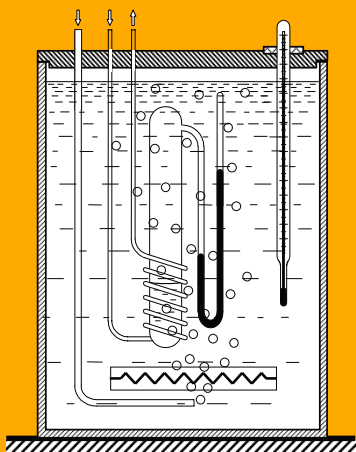


# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Том 1

Термодинамика и молекулярная физика



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Издание третье, исправленное

**В трёх томах**

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением  
высших учебных заведений Российской Федерации  
в области прикладных математики и физики  
в качестве учебного пособия  
для студентов высших учебных заведений*

**Том 1**

**Термодинамика и молекулярная физика**

**Под редакцией  
проф. А.Д. ГЛАДУНА**

МОСКВА  
МФТИ  
2012

ББК 22.3

УДК 53

Л12

А в т о р ы:

А.Д. Гладун, Д.А. Александров, Ф.Ф. Игошин, П.Ф. Коротков,  
В.П. Корявов, А.П. Овчинников, Ю.А. Самарский, А.А. Теврюков,  
Г.Н. Фрейберг

Р е ц е н з е н т ы:

Кафедра общей физики Московского авиационного института  
(государственного технического университета)  
Доктор физико-математических наук, профессор *А.В. Степанов*  
Доктор физико-математических наук *А.В. Шелагин*

**Лабораторный практикум по общей физике: Учебное**  
Л12 пособие. В трёх томах. **Т. 1. Термодинамика и молекуляр-**  
**ная физика.** 3-е изд., испр. / Гладун А.Д., Александров Д.А.,  
Игошин Ф.Ф. и др.; Под ред. А.Д. Гладуна. — М.: МФТИ, 2012. —  
292 с.

ISBN 5-7417-0455-4

Представлены лабораторные работы по термодинамике и молекулярной физике для студентов I курса (2-го семестра) МФТИ. Работы распределены по ключевым разделам курса общей физики. Каждый раздел содержит теоретическое введение по рассматриваемому кругу физических явлений. В начале книги приведены рекомендации по обработке результатов измерений. Теоретические введения и описания составлены с таким расчётом, чтобы студент мог получить ясное представление о лабораторной работе и изучаемом явлении и в том случае, когда выполнение работы опережает теоретический курс.

Книга снабжена необходимым справочным материалом.

Для физических, инженерно-физических и физико-технических специальностей вузов.

Табл. 36. Ил. 73.

УДК 53

ISBN 5-7417-0453-0 (Т. 1)  
ISBN 5-7417-0455-4

- © Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования Московский физико-технический институт (государственный университет), 2012  
© Гладун А.Д., Александров Д.А., Игошин Ф.Ф., Коротков П.Ф., Корявов В.П., Овчинников А.П., Самарский Ю.А., Теврюков А.А., Фрейберг Г.Н., 2012

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие представляет собой руководство к выполнению лабораторных работ по общей физике для студентов первого курса (второго семестра) МФТИ. В соответствии с учебным планом института работы посвящены физическим основам термодинамики и молекулярной физики. Совершенствование «Руководства к лабораторным занятиям» является традиционно одной из важнейших задач кафедры общей физики МФТИ. Предыдущие варианты Руководства выходили в 1964, 1973, 1983 годах. С момента последнего издания, однако, прошло уже 20 лет. За это время существенно обновился состав работ, изменились взгляды кафедры на объём и содержание лабораторного практикума. Поставлены новые работы, модернизованы существующие, в лабораториях кафедры используются современные приборы и электронно-вычислительная техника. Книга 1983 года издания стала библиографической редкостью. Возникла необходимость в переиздании пособия, значительно переработанного как по содержанию, так и по структуре.

В данной книге работы распределены по ключевым разделам курса. Каждый раздел начинается кратким обзором теоретических представлений по выбранному кругу физических задач. Обзоры не дублируют соответствующие разделы учебников. Они содержат фундаментальные принципы, лежащие в основе рассматриваемых физических явлений, основные формулы и их качественный анализ. Как теоретические обзоры, так и изложение существа лабораторных работ составлены с таким расчётом, чтобы студент мог получить ясное представление об изучаемом явлении даже в том случае, если выполнение работы опережает теоретический курс.

С первых занятий в лаборатории студент учится работать с приборами. Он должен иметь представление об устройстве и принципе действия используемых приборов, вовремя замечать их неисправность.

Авторы старались сохранить чёткость постановки экспериментальных задач, показать студенту, как он должен следить за правильностью настройки и работы аппаратуры. Использование ЭВМ не должно затмевать сути изучаемых явлений.

Важнейшая задача, которую всегда приходится решать экспериментатору, состоит в том, как получить наиболее близкие к истинным значения измеряемых величин и как правильно оценить степень их достоверности. Широкое внедрение компьютерных методов обработки экспериментальных данных сделало эту задачу особенно актуальной. Прежде чем обрабатывать результаты современными методами, студент должен уметь быстро и грамотно от руки построить необходимые графики, которые покажут ему, правильно ли работала аппаратура, разумно ли выбран диапазон измерений и т. д.

Все это отображено в предлагаемом «Лабораторном практикуме по общей физике».

Настоящее издание является продолжением трёх предыдущих. В связи с этим следует отметить большую роль в становлении физического практикума МФТИ его основателя К.А. Рогозинского и профессора Л.Л. Гольдина, который в течение многих лет был бессменным редактором книги.

Высокий научный и методический уровень лабораторных работ является результатом большой работы всего коллектива кафедры общей физики МФТИ. Несмотря на то, что во многих случаях конкретные работы имеют определённых авторов, предложивших или поставивших их впервые, они являются фактически плодом многолетнего труда всей кафедры. Авторы книги взяли на себя лишь скромный труд по систематизации и обобщению уникального опыта преподавателей кафедры.

Мы признательны кафедре физики МГАИ(ТУ), а также профессору А.В. Степанову и д.ф.-м.н. А.В. Шелагину, взявшим на себя труд по рецензированию книги. Высказанные ими замечания были учтены при окончательном редактировании лабораторного практикума.

# ВВЕДЕНИЕ

Физика — наблюдательная и экспериментальная наука. Принято считать, что эксперимент в физике является высшим судьей, если теоретическое предсказание вступает в противоречие с экспериментальными фактами, то без какой-либо апелляции вся вина ложится на теорию. Можно видеть, что это не совсем так. Существует немало физических теорий, которые «выжили», несмотря на противоречащие им эмпирические факты. Приведём один пример.

Как известно, эйнштейновская теория броуновского движения оказалась решающей в обосновании атомистической теории строения вещества, так как она подтверждалась блестящими экспериментами Ж. Перрена (Perrin). Эта теория, однако, опровергалась не менее блестящими опытами В. Анри (Henri). В чём дело? Почему подтверждение Перрена оказалось более важным, чем опровержение Анри?

Потому что любая теория, прежде чем подвергнуться эмпирической проверке, проходит целый комплекс неэмпирических испытаний. Теория должна быть логически непротиворечивой, совместимой с другими, ранее принятыми теориями, соответствовать общепринятой философии науки — быть простой, красивой и т. д. Эйнштейновская теория броуновского движения была принята, в частности, потому что она объясняла броуновское движение, согласовывалась с кинетической теорией газов и химическими представлениями об атомах. А что же опыты Анри? Как выяснилось впоследствии, они были просто неправильно истолкованы.

Таким образом, для принятия научной теории соответствие экспериментальным фактам является необходимым, но не достаточным условием. Это обстоятельство всегда имеется в виду при корректном сопоставлении теоретических и экспериментальных результатов.

Физика — не только экспериментальная, но и теоретическая наука. Её язык — это язык математики. Математика играет двоякую роль: не только обеспечивает физику вычислительным аппаратом, но и формирует её понятия. Математические понятия представляют самую суть

физических идей. Без математического понятия производной нет физического понятия скорости. Без дифференциальных уравнений нет законов движения классической механики. Без операторных уравнений нет законов квантовой теории. Каждый символ, встречающийся в физической теории, имеет математическое значение. Несмотря на то, что многие математические идеи были стимулированы физическими исследованиями, математика является автономной научной дисциплиной. Возникает вопрос: почему оказывается возможным для описания физической реальности использование достижений чистой математики?

Это обусловлено тем, что математика изучает, по существу, чрезвычайно общие и достаточно чёткие модели окружающей действительности. Математика — особый способ познания мира, которым физика широко пользуется. Физика поэтому может служить идеалом для любой развитой системы научного знания.

Преподавание физики является моделью процесса научного познания, что определяет место и значение эксперимента в курсе общей физики. Основателем экспериментального метода следует считать Галилео Галилея. Однако мы не обязаны ему введению эксперимента как средства исследования: применение эксперимента не прекращается с античности до наших дней. Мы обязаны Галилею методологической концепцией, которой следует, порой бессознательно, современный физик-исследователь.

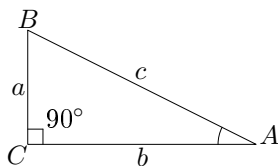


Рис. 1

Задача физики, по Галилею, — придумать эксперимент, повторив его несколько раз, исключив или уменьшив влияние возмущающих факторов, уловить в неточных экспериментальных данных математические законы, связывающие величины, характеризующие явление, предусмотреть новые экспериментальные подтверждения — в пределах экспериментальных

возможностей — сформулированных законов, а достигнув подтверждения, идти дальше с помощью дедуктивного метода и найти новые следствия из этих законов, в свою очередь подлежащие проверке. Это и есть так называемое физическое мышление.

Наблюдение, рабочая гипотеза, математическая разработка и опытная проверка — таковы, по Галилею, четыре фазы исследования явлений природы, которое начинается с опыта и к нему возвращается, но не может развиваться без обращения к математике.

Рассмотрим простой, но поучительный пример. Пусть в нашем распоряжении имеется набор кусков однородной жести (картона, фанеры и т. п.), форма которых представлена на рис. 1.

Будем считать также, что мы располагаем приборами для измерения массы, длины и величины углов, т. е. весами, линейкой и транспортиром.

Взвешивая достаточно большое количество таких кусков жести, вырезанных из одного и того же листа, можно убедиться в том, что для массы куска жести ( $ABC$ ) имеет место эмпирическое соотношение:

$$M_{ABC} = c^2 f(\alpha),$$

где  $f(\alpha)$  — некоторая универсальная функция, имеющая вид, представленный на рис. 2.

Разрежем кусок жести ( $ABC$ ) на две части так, как показано на рис. 3. Экспериментально убеждаемся в том, что  $\angle BCD = \angle BAC$ . В силу предыдущего можно видеть, что

$$M_{CBD} = a^2 f(\alpha), \quad M_{ACD} = b^2 f(\alpha).$$

Путём взвешивания проверяем аддитивность массы:

$$M_{ABC} = M_{CBD} + M_{ACD}.$$

Пользуясь предполагаемой универсальностью функции  $f(\alpha)$ , отсюда находим

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Полученное соотношение подвергаем дальнейшей экспериментальной проверке и убеждаемся в том, что мы добыли новое теоретическое знание.

Противоречит ли полученный нами результат соотношениям евклидовой геометрии? Конечно, нет. В самом деле, можно видеть, что

$$M_{ABC} = \rho h S_{ABC},$$

где  $\rho$  — плотность материала жести,  $h$  — толщина куска жести,  $S_{ABC}$  — площадь треугольника  $ABC$ . Очевидно, что

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}c^2 \sin 2\alpha,$$

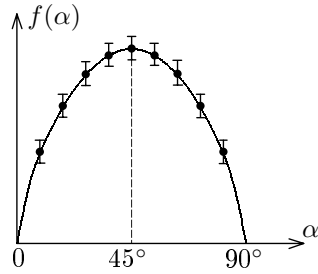


Рис. 2

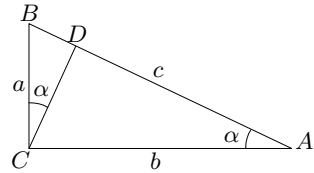


Рис. 3



т. е.

$$f(\alpha) = \frac{1}{4}\rho h \sin 2\alpha.$$

Рассмотренный пример является, на наш взгляд, яркой иллюстрацией экспериментального метода Галилея. Удивительно, что, используя измерительные приборы и процедуры, обладающие достаточно большими погрешностями, а также ограниченное количество кусков жести, мы получаем точное математическое соотношение (теорему Пифагора). Как говорил А. Эйнштейн, непостижимо то, что окружающий нас мир познаваем.

Главная задача лабораторного практикума по физике — способствовать освоению современного стиля физического мышления. Здесь преследуются две цели. С одной стороны, студент должен научиться самостоятельно воспроизводить и анализировать простейшие физические явления. С другой стороны, он получает при этом элементарные навыки работы в физической лаборатории, знакомится с современной научной аппаратурой.

Работающий в лаборатории должен стремиться к тому, чтобы знать:

- основные физические явления;
- фундаментальные понятия, законы и теории классической и современной физики;
- численные порядки величин, характерные для различных разделов физики;
- методы физического исследования

и уметь:

- абстрагироваться от несущественного, моделировать реальные физические ситуации;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- находить безразмерные параметры, определяющие данное явление;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям;
- обеспечить достоверность полученных результатов;
- видеть в технических задачах физическое содержание.

К выполнению лабораторной работы необходимо относиться как к небольшому научному исследованию. Склонность к сомнениям и проверкам является ценнейшим качеством любого исследователя. Мы надеемся, что наш практикум поможет развить это качество.

# ИЗМЕРЕНИЯ В ФИЗИКЕ

## Эталоны физических величин

**Числовое значение физической величины.** Мы говорим, что величина  $x$  измерена, если известно, сколько раз в  $x$  содержится некоторая единица. Это и есть числовое значение  $\{x\}$  величины  $x$ . Если обозначить через  $[x]$  единицу величины  $x$  (единица времени 1 секунда, единица силы электрического тока 1 ампер), то при этом

$$\{x\} = \frac{x}{[x]}. \quad (1)$$

Пусть, например, сила тока  $i = 10$  А, это значит, что  $\{x\} = 10$ ,  $[i] = 1$  А. Соотношение (1) можно записать в виде

$$x = \{x\}[x]. \quad (2)$$

При уменьшении единицы измерения в  $\alpha$  раз:

$$[x] \rightarrow [X] = \frac{1}{\alpha}[x], \quad \{x\} \rightarrow \{X\} = \alpha\{x\}.$$

Сама физическая величина при этом не изменяется, поскольку

$$x = \{x\}[x] = \{X\}[X]. \quad (3)$$

Слишком высокие или слишком низкие порядки числовых (часто говорят численных) значений неудобны в употреблении. Для того чтобы избежать этого неудобства, вводят новые разряды единиц и присваивают им имя, используя старое с добавлением соответствующей приставки, например,  $1 \text{ мм}^3 = 1 \cdot (10^{-3} \text{ м})^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$ . В таблице 1 приведены официально принятые приставки десятичного деления единиц.

Существенно при этом, чтобы не использовались удвоенные или многократные приставки. Например, вместо 1 мкмкФ следует писать 1 пФ.

Т а б л и ц а 1  
Официально принятые приставки десятичного  
деления единиц

Приставка	Обозначение		Показатель степени десяти
	Латинское	Кириллица	
экса	E	Э	18
пета	P	П	15
тера	T	Т	12
гига	G	Г	9
мега	M	М	6
кило	k	к	3
гекто	h	г	2
дека	da	да	1
деци	d	д	−1
санти	c	с	−2
милли	m	м	−3
микро	$\mu$	мк	−6
нано	n	н	−9
пико	p	п	−12
фемто	f	ф	−15
атто	a	а	−18

**Размерность.** Для каждой физической величины можно в принципе установить свою единицу, никак не связанную с единицами других величин. Это привело бы, однако, к тому, что в уравнениях, выражающих физические законы, появилось бы множество численных коэффициентов. Уравнения становились бы необозримыми, формулы — слишком сложными. Чтобы избежать этого, в физике уже давно отказались от независимого выбора единиц всех физических величин и стали применять системы единиц, построенные по определённому принципу, который состоит в следующем. Некоторые физические величины принимаются за базисные, т. е. такие, для которых единицы устанавливаются произвольно и независимо. Так, например, в механике применяется система  $(l, m, t)$ , в которой за базисные величины принимаются длина ( $l$ ), масса ( $m$ ) и время ( $t$ ). Выбор базисных величин и их число произвольны. Это вопрос соглашения. В официально принятой международной

системе СИ в качестве базисных приняты девять величин: длина, масса, время, сила электрического тока, температура, сила света, количество вещества, плоский угол, телесный угол. Величины, не являющиеся базисными, называются производными. Для производных величин единицы устанавливаются на основе формул, служащих их определением. Предполагается, что коэффициенты, входящие в эти формулы, должны быть равными заранее выбранному значению. Например, скорость  $v$  равномерно движущейся материальной точки пропорциональна пройденному пути  $s$  и обратно пропорциональна времени  $t$ , затрачиваемому на прохождение этого пути. При независимом выборе единиц  $s$ ,  $t$  и  $v$  следует писать:

$$v = k \frac{s}{t},$$

где  $k$  — численный коэффициент, значение которого определяется выбором единиц. Для простоты полагают  $k = 1$  и  $s = vt$ . Если за базисные величины принять путь  $s$  и время  $t$ , то скорость становится величиной производной. За единицу скорости мы обязаны принять скорость такого равномерного движения, когда за единицу времени проходит единица длины. Говорят, что скорость имеет размерность длины, делённой на время. Символически это можно записать так:

$$\dim v = lt^{-1}.$$

Аналогично для ускорения  $a$  и силы  $F$  имеем

$$\dim a = lt^{-2}, \quad \dim F = mlt^{-2}.$$

Пусть физические величины  $x$  и  $y$  связаны уравнением

$$y = f(x). \tag{4}$$

В силу (3) из уравнения (4) следует, что

$$Y = f(X), \tag{5}$$

где  $X = \alpha x$ ,  $Y = \beta y$ . Найдём значение  $\beta$ , полагая, что аргумент  $x$  и параметр  $\alpha$  могут принимать любые значения. Дифференцируя (4) и (5) при постоянных  $\alpha$  и  $\beta$ , находим

$$\frac{dy}{dx} = f'(x), \quad \frac{dY}{dX} = f'(X).$$

Вторую из этих формул можно записать в виде

$$\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{dy}{dx} = f'(X),$$

т. е.

$$\frac{\beta}{\alpha} f'(x) = f'(X).$$

Поскольку

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{xY}{yX},$$

отсюда находим

$$\frac{xY}{yX} f'(x) = f'(X)$$

или

$$x \frac{f'(x)}{f(x)} = X \frac{f'(X)}{f(X)}. \quad (6)$$

Правая часть уравнения (6) зависит только от  $X$ , левая — только от  $x$ . Это возможно только в том случае, когда они обе равны постоянной величине. Обозначая эту постоянную  $c$ , получаем дифференциальное уравнение:

$$x \frac{f'(x)}{f(x)} = c$$

или

$$\frac{df}{f} = c \frac{dx}{x}.$$

Отсюда находим

$$f(x) = f_0 x^c,$$

где  $f_0$  — постоянная интегрирования.

Аналогично,

$$Y = f_0 X^c,$$

или

$$\beta y = f_0 \cdot (\alpha x)^c.$$

Поскольку

$$y = f_0 x^c,$$

это даёт

$$\beta = \alpha^c. \quad (7)$$

Таким образом, инвариантность физической величины по отношению к изменению единицы, определяемая условием (3), приводит к соотношению (7). Выясним, каков его физический смысл. Очевидно, если величина  $x$  выбрана в качестве базисной, то размерность величины  $y$  есть

$$\dim y = x^c.$$

Приведённые рассуждения нетрудно обобщить на случай, когда рассматриваемая величина зависит от нескольких базисных величин. Пусть, например, число базисных величин выбрано равным трём, и за них приняты длина ( $l$ ), масса ( $m$ ) и время ( $t$ ), тогда для любой физической величины  $y$  имеем

$$\dim y = l^p m^q t^r, \quad (8)$$

где  $p, q, r$  — постоянные числа. Формула (8) показывает, что если единицы длины, массы и времени уменьшить в  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  раз, то единица производной величины  $y$  уменьшится в  $\alpha^p \beta^q \gamma^r$  раз, и, следовательно, её числовое значение увеличится в такое же число раз. В этом и состоит смысл понятия размерности. Величины  $p, q, r$  оказываются фактически рациональными числами. Это является следствием соответствующих определений физических величин.

Часто размерность физической величины отождествляется с её единицей в соответствующей системе единиц. Так, например, говорят, что скорость имеет размерность м/с, а сила кг · м/с<sup>2</sup>. В этом нет большой беды, хотя, строго говоря, это неверно.

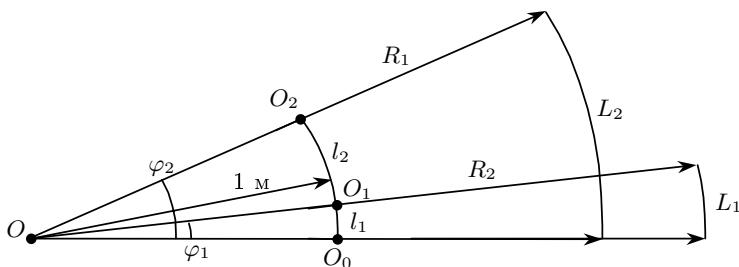


Рис. 4. К определению плоского угла

**Единицы углов.** Отдельного рассмотрения требует вопрос о единице плоского и телесного углов. При измерении плоского угла используют угол, называемый градусом, а также «дуговую меру» — «длину дуги окружности единичного радиуса» (рис. 4). В обоих случаях речь идёт, по существу, об отношении величины дуги к радиусу:

$$\varphi = \frac{l}{1_{\text{м}}} = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{l_2}{1_{\text{м}}} - \frac{l_1}{1_{\text{м}}} = \frac{L_2}{R_2} - \frac{L_1}{R_1}.$$

Измеряется плоский угол  $\varphi$  между двумя радиусами-векторами  $OO_1$  и  $OO_2$ . Здесь  $l_1, l_2$  — дуги окружности единичного радиуса,  $L_1, L_2$  — дуги окружности с радиусами соответственно  $R_1$  и  $R_2$ . Чтобы подчеркнуть

отличие от градусной меры, к числовому значению  $\varphi$  добавляют название «рад» (радиан). Если, например,  $l = 1$  м, то единица  $\varphi = 1 \text{ м}/1 \text{ м} = 1$  рад, что соответствует  $57^\circ 17' 44,80625''$ .

Аналогично для телесного угла имеем (рис. 5):

$$\Omega = \frac{S_0}{1 \text{ м}^2}.$$

Здесь  $S_0$  — площадь участка (в единицах  $\text{м}^2$ ) сферической поверхности радиуса 1 м. Если  $S$  — участок поверхности сферы радиуса  $R$ , то

$$\Omega = \frac{S_0}{1 \text{ м}^2} = \frac{S}{R^2}.$$

Единицу телесного угла определяют следующим образом: при  $S_0 = 1 \text{ м}^2$

$$\Omega = \frac{1 \text{ м}^2}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ ср (стерадиан)}.$$

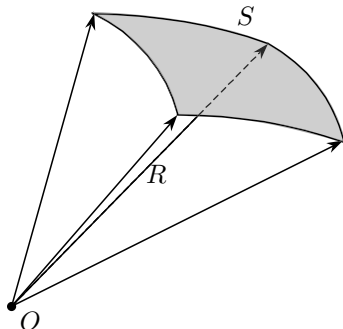


Рис. 5. К определению телесного угла

Таким образом, полный плоский угол ( $360^\circ$ ) имеет  $\varphi = 2\pi$  рад, а полный телесный угол ( $S_0$  — полная величина площади поверхности сферы) —  $\Omega = 4\pi$  ср. Часто сокращения «рад» или «ср» опускаются, что иногда приводит к недоразумениям.

## Т а б л и ц а 2

### Базисные единицы системы СИ

Тип величины	Название единицы	Сокращённое обозначение базисной величины
Длина	Метр	м
Масса	Килограмм	кг
Время	Секунда	с
Сила электрического тока	Ампер	А
Температура	Кельвин	К
Сила света	Кандела	кд
Количество вещества	Моль	моль
Плоский угол	Радиан	рад
Телесный угол	Стерадиан	ср

**Базисные величины системы СИ.** В международной системе СИ в качестве базисных приняты единицы, приведённые в таблице 2.

Эталоны этих величин выбираются следующим образом.

**Метр** — длина пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени  $1/299\,792\,458$  с.

**Килограмм** — единица массы, равная массе международного прототипа. Прототип 1 кг массы представляет собой цилиндр из сплава платины (90%) и иридия (10%) диаметром около 39 мм и такой же высоты. Выбор этого сплава обеспечивает стойкость, однородность и высокую полируемость поверхности (так что его легко очищать). Плотность сплава  $21,5$  г/см<sup>3</sup>. Прототип находится в Международном бюро мер и весов в Севре под Парижем. Относительная погрешность сличения с эталоном не превосходит  $2 \cdot 10^{-9}$ .

**Секунда** — единица времени, равная  $9\,192\,631\,770$  периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома  $^{133}\text{Cs}$ .

**Ампер** — единица силы тока, равная силе неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и исчезающе малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызвал бы между проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины.

**Кельвин** — единица температуры, равная  $1/273,16$  части термодинамической температуры тройной точки воды.

**Моль** — единица количества вещества, равная такому его количеству, в котором содержится столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в  $0,012$  кг изотопа углерода  $^{12}\text{C}$ .

**Кандела** — единица силы света, равная силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, сила излучения которого в этом направлении составляет  $1/683$  Вт/ср.

Производные единицы СИ приведены в таблице 3. Приведённые выше базисные единицы вместе с согласованными производными единицами составляют систему единиц СИ. Единицы измерения плоского и телесного углов радиан и стерadian могут рассматриваться либо как базисные, либо как производные. В физике радиан и стерadian относят, вообще говоря, к классу производных единиц. В некоторых областях физики стерadian, однако, считается базисной единицей. Символ «ср» нельзя при этом заменять числом 1.



Т а б л и ц а 3

## Согласованные производные единицы системы СИ

Тип единицы	Название единицы СИ	Сокращение	Отношение к другим единицам СИ
Сила	Ньютон	Н	$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
Давление и механическое натяжение	Паскаль	Па	$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$
Энергия, работа	Джоуль	Дж	$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$
Мощность	Ватт	Вт	$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}$
Заряд	Кулон	Кл	$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$
Электрическое напряжение	Вольт	В	$1 \text{ В} = 1 \text{ Вт} \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическая ёмкость	Фарада	Ф	$1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} \cdot \text{В}^{-1}$
Электрическое сопротивление	Ом	Ом	$1 \text{ Ом} = 1 \text{ В} \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическая проводимость	Сименс	См	$1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1}$
Магнитный поток	Вебер	Вб	$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}$
Плотность магнитного потока	Тесла	Тл	$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб} \cdot \text{м}^{-2}$
Индуктивность	Генри	Гн	$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб} \cdot \text{А}^{-1}$
Световой поток	Люмен	лм	$1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot \text{ср}$
Освещённость	Люкс	лк	$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} \cdot \text{м}^{-2}$
Частота	Герц	Гц	$1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$
Преломляющая способность	Диоптрия	дптр	$1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$

## Измерения и обработка результатов измерений

Измерение физических величин и получение их числовых значений являются непосредственной задачей большинства физических экспериментов. При измерениях значение физической величины выражается в виде числа, которое указывает, во сколько раз измеренная величина больше (или меньше) другой величины, значение которой принято за единицу. Полученные в результате измерений числовые значения различных величин, например, времени, пути, скорости и т. д., могут зависеть друг от друга. Физика устанавливает связь между такими величинами и выражает её в виде формул, которые показывают, как числовые значения одних величин могут быть найдены по числовым значениям других.

Получение надежных числовых значений не является простой задачей из-за погрешностей, неизбежно возникающих при измерениях. Мы рассмотрим эти погрешности, а также методы, применяемые при обработке результатов измерений. Владение этими методами нужно для того, чтобы научиться получать из совокупности измерений наиболее близкие к истине результаты, вовремя заметить несоответствия и ошибки, разумно организовать сами измерения и правильно оценить точность полученных значений.

**Измерения и их погрешности.** Измерения делятся на прямые и косвенные.

**Прямые измерения** производятся с помощью приборов, которые измеряют непосредственно саму исследуемую величину. Так, массу тела можно найти с помощью весов, длину измерить линейкой, а время — секундомером.

К **косвенным** относятся измерения таких физических величин, для нахождения которых необходимо использовать связь в виде формулы с другими, непосредственно измеряемыми величинами, например, нахождение объёма тела по его линейным размерам, нахождение плотности тела по измеренным массе и объёму, расчёт сопротивления проводника по показаниям вольтметра и амперметра.

Качество измерений определяется их точностью. При прямых измерениях точность опытов устанавливается из анализа точности метода и прибора, а также из повторяемости результатов измерений. Точность косвенных измерений зависит как от надёжности используемых для расчёта данных, так и от структуры формул, связывающих эти данные с искомой величиной.

Точность измерений характеризуется их погрешностями. Абсолютной погрешностью измерений называют разность между найденным на

опыте и истинным значением физической величины. Обозначая абсолютную погрешность измерения величины  $x$  символом  $\Delta x$ , получим

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}. \quad (9)$$

Кроме абсолютной погрешности  $\Delta x$  часто бывает важно знать относительную погрешность  $\varepsilon_x$  измерений, которая равна отношению абсолютной погрешности к значению измеряемой величины:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{ист}}} = \frac{x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}}{x_{\text{ист}}}. \quad (10)$$

Качество измерений обычно определяется именно относительной, а не абсолютной погрешностью. Одна и та же погрешность в 1 мм при измерении длины комнаты не играет роли, при измерении стола может быть существенна, а при определении диаметра болта совершенно недопустима. Это происходит потому, что относительная погрешность измерений в первом случае составляет  $\sim 2 \cdot 10^{-4}$ , во втором  $\sim 10^{-3}$ , а в третьем может составлять десяток процентов и более. Вместо того чтобы говорить об абсолютной и относительной погрешности измерений, часто говорят об абсолютной и относительной ошибке. Между терминами «погрешность» и «ошибка» нет никакого различия, и мы будем пользоваться ими обоими.

Согласно (9) и (10), для того чтобы найти абсолютную и относительную погрешности измерения, нужно знать не только измеренное, но и истинное значение интересующей нас величины. Но если истинное значение известно, то незачем производить измерения. Цель измерений всегда состоит в том, чтобы узнать неизвестное заранее значение физической величины и найти если не истинное её значение, то хотя бы значение достаточно мало от него отличающееся. Что касается погрешностей, то, строго говоря, они не вычисляются, а оцениваются. При оценках учитываются условия проведения эксперимента, точность методики, качество приборов и ряд других факторов.

**Систематические и случайные погрешности.** Говоря о погрешностях измерений, необходимо прежде всего упомянуть о **грубых погрешностях** (промахах), возникших вследствие недосмотра экспериментатора или неисправности аппаратуры. Грубых ошибок следует избегать. Если установлено, что они произошли, соответствующие измерения нужно отбросить.

Не связанные с грубыми ошибками погрешности опыта делятся на систематические и случайные.

**Систематические погрешности** сохраняют свою величину и знак во время эксперимента. Они могут быть связаны с ошибками приборов

(неправильная шкала, неравномерно растягивающаяся пружина, неравномерный шаг микрометрического винта, неравные плечи весов) и с самой постановкой опыта, например, при взвешивании тела малой плотности без учёта выталкивающей архимедовой силы, которая систематически занижает вес тела. Систематические погрешности опыта могут быть изучены и учтены путём внесения поправок в результаты измерений. Если систематическая погрешность опыта слишком велика, то обычно оказывается проще использовать новые, более точные приборы, чем исследовать погрешность старых.

Случайные погрешности меняют величину и знак от опыта к опыту. Многократно повторяя одни и те же измерения, можно заметить, что довольно часто их результаты не в точности равны друг другу, а «пляшут» вокруг некоторого среднего значения.

Случайные погрешности могут быть связаны, например, с сухим трением (из-за которого стрелка прибора вместо того, чтобы останавливаться в правильном положении, «застревает» вблизи него), с люфтом в механических приспособлениях, с тряской, которую в городских условиях трудно исключить, с несовершенством объекта измерений (например, при измерении диаметра проволоки, которая из-за случайных причин, возникающих при изготовлении, имеет не вполне круглое сечение) или с особенностями самой измеряемой величины. Примером в последнем случае может быть число космических частиц, регистрируемых счётчиком за 1 минуту. Повторяя измерения, найдём, что в разных опытах получаются разные числа, хотя и не слишком отличающиеся друг от друга, колеблющиеся около некоторого среднего значения.

Случайные погрешности эксперимента исследуются путём сравнения результатов, полученных при нескольких измерениях, проведённых в одинаковых условиях. Если при двух-трёх измерениях результаты совпали, то на этом следует остановиться. Если они расходятся, нужно попытаться понять причину расхождения и устранить её. Если устранить причину не удаётся, следует произвести 10–12 измерений и, записав все результаты, обработать их в соответствии с полученной закономерностью разброса величин.

Различие между систематическими и случайными погрешностями не является абсолютным и связано с постановкой опыта. Например, производя измерение тока не одним, а несколькими одинаковыми амперметрами, мы превращаем систематическую ошибку, связанную с неточностью шкалы, в случайную ошибку, величина и знак которой зависят от того, какой поставлен амперметр в данном опыте. Однако во всяком опыте — при заданной его постановке — различие между систематическими и случайными погрешностями всегда можно и нужно устанавливать с полной определённойностью.

**Систематические погрешности.** К систематическим погрешностям относятся, как уже отмечалось, такие, которые обязаны своим происхождением действию неизменных по своей величине и направлению факторов. Теоретически рассуждая, систематические погрешности всегда могут быть учтены и, следовательно, исключены. Практически эта задача является делом трудным и требует большого искусства экспериментатора.

Оценку систематических погрешностей экспериментатор проводит, анализируя особенности методики, паспортную точность прибора и проводя контрольные опыты. В учебном практикуме учёт систематических ошибок ограничивается, как правило, лишь случаем инструментальных погрешностей. Остановимся на наиболее часто встречающихся случаях.

Систематические погрешности стрелочных электроизмерительных приборов (амперметров, вольтметров, потенциометров и т. п.) определяются их классом точности, который выражает абсолютную погрешность прибора в процентах от максимального значения включённой шкалы. Пусть на шкале вольтметра с диапазоном показаний от 0 до 10 В в кружке стоит цифра 1. Эта цифра показывает, что класс точности вольтметра 1 и предел его допустимой погрешности равен 1% от максимального значения включённой шкалы, т. е. равен  $\pm 0,1$  В. Кроме того, надо иметь в виду, что наносить деления на шкале принято с таким интервалом, чтобы величина абсолютной погрешности прибора не превышала половины цены деления шкалы.

Класс точности стрелочных электроизмерительных приборов (как и полцены деления шкалы) определяет максимальную (предельную) абсолютную погрешность, величина которой не меняется вдоль всей шкалы. Относительная же погрешность при этом резко меняется, поэтому приборы обеспечивают лучшую точность при отклонении стрелки почти на всю шкалу. Отсюда следует рекомендация: выбирать прибор (или шкалу многошкального прибора) так, чтобы стрелка прибора при измерениях находилась во второй половине шкалы.

В последнее время широко используются цифровые универсальные приборы, в том числе и электроизмерительные, отличающиеся высокой точностью и многоцелевым назначением. В отличие от стрелочных приборов систематические погрешности цифровых электроизмерительных приборов оцениваются по формулам, приводимым в инструкциях по эксплуатации. Так, например, значение относительной погрешности в процентах универсального цифрового вольтметра В7-34, работающего во включённом пределе 1 В, оценивается по формуле

$$\varepsilon_x = \left[ 0,015 + 0,002 \left( \frac{U_{kx}}{U_x} - 1 \right) \right] \cdot [1 + 0,1 \cdot |t - 20|], \quad (11)$$

где  $U_{kx}$  — конечное значение предела измерения, В,

$U_x$  — значение измеряемой величины, В,

$t$  — температура, °С.

В случае измерения этим прибором постоянного напряжения величиной 0,5 В при температуре окружающей среды  $t = 30$  °С значение предела допустимой погрешности равняется:

$$\varepsilon_x = \left[ 0,015 + 0,002 \left( \frac{1}{0,5} - 1 \right) \right] \cdot [1 + 0,1 \cdot |30 - 20|] = 0,034\%,$$

что составляет  $\pm 0,00017$  В от измеряемой величины 0,5 В.

При изменении предела измерений прибора (на 100 или 1000 В) или вида измерений (ток, сопротивление) структура формулы не изменяется, меняются только числа, входящие в формулу. Точность вольтметра В7-34 обеспечивается при соблюдении следующих условий: окружающая температура 5–40 °С, относительная влажность воздуха до 95% при 30 °С, напряжение питающей сети  $\sim 220 \pm 22$  В.

Несколько слов о точности линейек. Металлические линейки относительно точны: миллиметровые деления наносятся с погрешностью не более  $\pm 0,05$  мм, а сантиметровые не более, чем с точностью 0,1 мм, так что считывание результата измерения можно проводить с помощью лупы, снабжённой дополнительной шкалой. Деревянными или пластмассовыми линейками лучше не пользоваться: их погрешности неизвестны и могут оказаться неожиданно большими. Исправный микрометр обеспечивает точность 0,01 мм, а погрешность измерения штангенциркулем определяется точностью, с которой может быть сделан отсчёт, т. е. точностью нониуса. У штангенциркулей цена делений нониуса составляет обычно 0,1 или 0,05 мм.

**Случайные погрешности.** Случайные величины, к которым относятся случайные погрешности, изучаются в теории вероятностей и в математической статистике. Мы опишем — с пояснениями, но без доказательств — основные свойства и правила обращения с такими величинами в том объёме, который необходим для обработки результатов измерений, полученных в лаборатории.

Случайные погрешности устранить нельзя, но благодаря тому, что они подчиняются вероятностным закономерностям, всегда можно указать пределы, внутри которых с заданной вероятностью заключается истинное значение измеряемой величины.

Задача определения случайных погрешностей была решена созданием теории, хорошо согласующейся с экспериментом. В основе этой теории лежит закон нормального распределения, включающий следующие закономерности:

1. При большом числе измерений ошибки одинаковой величины, но разного знака, встречаются одинаково часто.
2. Частота появления ошибок уменьшается с ростом величины ошибки. Иначе говоря, большие ошибки наблюдаются реже, чем малые.
3. Ошибки измерений могут принимать непрерывный ряд значений.

Случайные погрешности изучают, опираясь на изложенные закономерности, и для понимания такого подхода требуется ввести понятие вероятности.

Статистическая вероятность события определяется отношением числа  $n$  случаев его появления к общему числу  $N$  всех возможных равновероятных случаев:

$$P = \frac{n}{N}. \quad (12)$$

Пусть в урне находится 100 шаров, из них 7 чёрных, а остальные белые. Вероятность вытащить наугад чёрный шар равна  $7/100$ , вероятность вытащить белый —  $93/100$ .

Применим понятие вероятности к оценке разброса случайных погрешностей.

Прделаем  $n$  измерений какой-либо величины (например, диаметра стержня) и будем считать, что *промахи и систематические ошибки устранены и рассматривать будем только случайные ошибки*. В результате этих измерений мы получим ряд значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Если  $x_0$  есть наивероятнейшее значение измеряемой величины (предположим, что оно нам известно), то разность  $\Delta x_i$  между измеренным значением  $x_i$  и  $x_0$  называется абсолютной случайной погрешностью отдельного измерения. Тогда

$$\begin{aligned} x_1 - x_0 &= \Delta x_1 \\ x_2 - x_0 &= \Delta x_2 \\ &\dots\dots\dots \\ x_n - x_0 &= \Delta x_n \end{aligned}$$

Сложив эти равенства почленно, получим

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n}, \quad (13)$$

где  $\Delta x$  могут быть как положительными, так и отрицательными числами. Согласно нормальному закону распределения, погрешности, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку, равновероятны. Следовательно, чем больше число измерений  $n$ , тем более вероятна

полная взаимная компенсация погрешностей при их усреднении, так что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0.$$

Тогда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_{\text{ср}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0. \quad (14)$$

Следовательно, среднее арифметическое  $x_{\text{ср}}$  результатов отдельных измерений при очень большом значении  $n$  (т. е.  $n \rightarrow \infty$ ) равно наивероятнейшему значению измеряемой величины  $x_0$ . На практике  $n$  всегда конечно, и  $x_{\text{ср}}$  лишь приближённо равно наивероятнейшему значению измеряемой величины  $x_0$  и тем ближе к нему, чем больше число измерений  $n$ .

В качестве наилучшего значения для измеряемой величины обычно принимают среднее арифметическое из всех полученных результатов:

$$x_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}. \quad (15)$$

Чтобы оценить достоверность полученного результата, необходимо обратиться к распределению случайных погрешностей отдельных измерений. Распределение погрешностей часто подчиняется нормальному закону распределения (распределению Гаусса):

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad (16)$$

где  $y$  — функция распределения (плотность вероятности) погрешностей:

$$y = \frac{dn}{n \cdot d\delta},$$

где  $dn/(n \cdot d\delta)$  — доля случаев, приходящихся на бесконечно малый интервал погрешностей  $d\delta$ ,

$x_0$  — наивероятнейшее значение измеряемой величины,

$\delta = (x - x_0)$  — случайная погрешность,

$\sigma$  — среднеквадратичная погрешность. Величину  $\sigma^2$  принято называть дисперсией распределения.

Графики закона нормального распределения с различными значениями  $\sigma$  изображены на рис. 6.



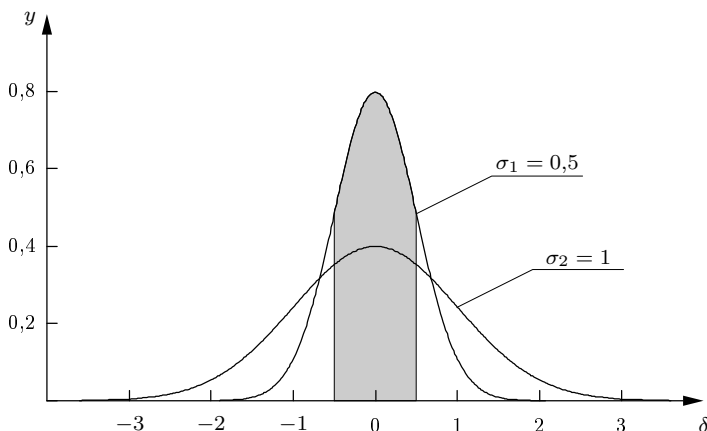


Рис. 6. Нормальное распределение

Точки  $|\delta| = |x - x_0| = \sigma$  есть точки перегиба кривой Гаусса. Параметр  $\sigma$  есть мера рассеяния случайных погрешностей  $\delta$ . Если результаты измерений  $x$  группируются вблизи наивероятнейшего значения  $x_0$  и значения случайных погрешностей  $\delta$  в основном малы, то мала и величина  $\sigma$  (график 1,  $\sigma = \sigma_1$ ). Наоборот, если случайные погрешности  $\delta$  имеют большие значения и сильно рассеяны, то кривая становится более размытой (график 2,  $\sigma = \sigma_2$ ) и  $\sigma_2 > \sigma_1$ . Величина  $\sigma$  количественно характеризует ширину графика функции распределения случайной величины и, следовательно, разброс значений измеряемой величины.

Отношение площади под кривой Гаусса, ограниченной значениями  $\delta = \pm\sigma$  (на рис. 6 эта площадь заштрихована для  $\sigma_1 = 0,5$ ), ко всей площади под кривой составляет 0,68, и запись  $x = x_0 \pm \sigma$  говорит о том, что любое проведённое измерение  $x$  с вероятностью 0,68 (68%) лежит в этом интервале.

Если записано  $x = x_0 \pm 2\sigma$ , то вероятность попадания в этот промежуток любого проведённого измерения составляет 0,95, и если  $x = x_0 \pm 3\sigma$ , то вероятность равна 0,997.

Говоря о погрешностях, мы постоянно обращаемся к Гауссовому закону распределения. В пользу применения нормального закона имеются серьёзные основания и главное из них — центральная предельная теорема: если суммарная погрешность проявляется в результате совместного действия ряда факторов, каждый из которых вносит малую долю в общую погрешность, то по какому бы закону не были распределены погрешности, вызываемые каждым из факторов, результат их суммарного действия приведёт к Гауссовому распределению погрешностей.

При ограниченном числе измерений  $n$  (т. е.  $n$  — конечно) отклоне-

ние результата отдельного измерения от наивероятнейшего значения  $x_0$  оценивается выборочным среднеквадратичным отклонением  $\sigma_{\text{отд}}$ :

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}. \quad (17)$$

Эту формулу использовать на практике невозможно, т. к. наивероятнейшее значение измеряемой величины  $x_0$  неизвестно. Однако оценить значение  $\sigma_{\text{отд}}$  возможно, если заменить  $x_0$  в формуле (17) средним арифметическим значением  $x_{\text{ср}}$ :

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})^2}. \quad (18)$$

Если  $n$  — невелико, то  $x_{\text{ср}}$  может заметно отличаться от  $x_0$  и формула (18) даёт довольно грубую оценку  $\sigma_{\text{отд}}$ . Согласно математической статистике рекомендуется использовать формулу

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})^2}. \quad (19)$$

Здесь  $\sigma_{\text{отд}}$  — среднеквадратичная погрешность отдельного измерения или стандартная погрешность (стандартное отклонение), полученная путём измерений. Достоверность вычислений  $\sigma_{\text{отд}}$  увеличивается с увеличением числа измерений  $n$ .

Значение  $\sigma_{\text{отд}}$  является мерой разброса экспериментальных результатов относительно среднего значения.

**Погрешность среднего арифметического результата измерения.** Часто практически нас больше интересует не точность каждого из  $n$  измерений, а погрешность среднего арифметического и, главное, насколько оно соответствует наивероятнейшему значению измеряемой величины. Чтобы это оценить, проделаем ряд серий по  $n$  измерений величины  $x$  и найдём для каждой серии своё  $x_{\text{ср}}$ . Полученные средние значения  $x_{\text{ср}}$  колеблются по величине случайным образом около некоторого центра  $x_0$ , приближаясь по характеру разброса к нормальному закону распределения. Стандартную ошибку отклонения  $x_{\text{ср}}$  от  $x_0$  можно оценить с помощью среднеквадратичной погрешности результата  $\sigma_{\text{ср}}$  (аналогично тому, как мы это делаем для  $\sigma_{\text{отд}}$  для каждого из  $n$  измерений величины  $x$ ). В теории вероятностей доказывается, что средняя

квадратичная погрешность результата  $\sigma_{\text{ср}}$  связана со средней квадратичной погрешностью отдельного измерения  $\sigma_{\text{отд}}$  следующим образом:

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})^2}. \quad (20)$$

Тогда результат измерения величины  $x$  может быть представлен в виде

$$x = x_{\text{ср}} \pm \sigma_{\text{ср}}. \quad (21)$$

Запись утверждает, что наиболее вероятное значение измеряемой величины  $x_0$  с вероятностью 0,68 (68%) лежит в интервале  $x_{\text{ср}} \pm \sigma_{\text{ср}}$  (при значительном числе измерений  $n$ ).

Погрешность  $\sigma_{\text{ср}}$  обычно называют стандартной погрешностью опыта, а её квадрат — дисперсией.

Можно показать, что, как правило, погрешность результата измерений только в 5% случаях превосходит  $2\sigma_{\text{ср}}$  и почти всегда оказывается меньше  $3\sigma_{\text{ср}}$ .

На первый взгляд, из сказанного можно сделать вывод, что, беспрестанно увеличивая число измерений, можно даже с самой примитивной аппаратурой получить очень хорошие результаты. Это, конечно, не так. С увеличением числа измерений уменьшается случайная погрешность опытов. Методические погрешности, связанные с несовершенством приборов, при увеличении числа опытов не меняются, т. е. число опытов следует выбирать разумно, не завышая его неоправданно.

Если число опытов мало (менее 8), лучше применять другие, более сложные оценки. Следует иметь в виду, что при  $n \approx 10$  измерение  $\sigma_{\text{ср}}$  определяется с точностью до 20–30%. Поэтому расчёт погрешностей следует выполнять с точностью до двух знаков, не более.

**Сложение случайных и систематических погрешностей.** В реальных опытах присутствуют как систематические, так и случайные ошибки. Если знак и величина систематической погрешности каким-либо образом определены, то она может быть вычтена непосредственно из результатов измерений. Однако обычно имеет место ситуация, в которой известно лишь оценка максимально возможного значения систематической погрешности по модулю — в таком случае можно по аналогии со случайной величиной ввести характеристику систематической ошибки  $\sigma_{\text{сист}}$  (например, при измерениях обычной линейкой  $\sigma_{\text{сист}} \approx 1\text{ мм}$ ).

Пусть случайные и систематические ошибки характеризуются погрешностями  $\sigma_{\text{сист}}$  и  $\sigma_{\text{случ}}$ . Суммарная погрешность есть их среднеквадратичное значение, определяемое по формуле

$$\sigma_{\text{полн}}^2 = \sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2. \quad (22)$$

Обратим внимание на полезную особенность формулы. Пусть одна из ошибок, например,  $\sigma_{\text{случ}}$  в 2 раза меньше другой — в нашем случае  $\sigma_{\text{сист}}$ . Тогда

$$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2} = \sqrt{\frac{5}{4}} \sigma_{\text{сист}} \approx 1,12 \sigma_{\text{сист}}.$$

В нашем примере с точностью 12%  $\sigma_{\text{полн}} = \sigma_{\text{сист}}$ . Таким образом, меньшая погрешность почти ничего не добавляет к большей, даже если она составляет половину от неё. Данный вывод очень важен. В том случае, когда случайная ошибка опытов хотя бы вдвое меньше систематической, нет смысла производить многократные измерения, так как полная погрешность опыта при этом практически не уменьшается. Измерения достаточно произвести 2–3 раза, чтобы убедиться, что случайная ошибка действительно мала.

**Обработка результатов при косвенных измерениях.** Если исследуемая величина представляет собой сумму или разность двух измеренных величин

$$a = b \pm c, \quad (23)$$

то наилучшее значение величины  $a$  равно сумме (или разности) наилучших значений слагаемых:  $a_{\text{наил}} = b_{\text{наил}} \pm c_{\text{наил}}$ , или, как рекомендовано выше,

$$a_{\text{наил}} = \langle b \rangle \pm \langle c \rangle. \quad (24)$$

Здесь и в дальнейшем угловые скобки (или черта сверху) означают усреднение: вместо того, чтобы писать  $a_{\text{ср}}$ , будем пользоваться обозначением  $\langle a \rangle$  (или  $\bar{a}$ ) и т. д.

Среднеквадратичная погрешность  $\sigma_a$ , если величины  $a$  и  $b$  независимы, находится по формуле

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_c^2}, \quad (25)$$

т. е. погрешности, как всегда, складываются квадратично, или, что то же самое, складываются дисперсии результатов измерений.

В том случае, если искомая величина равна произведению или частному двух других

$$a = bc \quad \text{или} \quad a = \frac{b}{c}, \quad (26)$$

то

$$a_{\text{наил}} = \langle b \rangle \langle c \rangle \quad \text{или} \quad a_{\text{наил}} = \frac{\langle b \rangle}{\langle c \rangle}. \quad (27)$$

Относительная среднеквадратичная погрешность произведения или частного независимых величин находится по формуле

$$\frac{\sigma_a}{a} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2}. \quad (28)$$

Приведём расчётные формулы для случая, когда

$$a = b^\beta \cdot c^\gamma \cdot e^\varepsilon \dots \quad (29)$$

Наилучшее значение  $a$  связано с наилучшими значениями  $b$ ,  $c$  и  $e$  и т. д. той же формулой (29), что и каждое конкретное значение. Относительная среднеквадратичная погрешность величины  $a$  при независимых  $b$ ,  $c$ ,  $e$ , ... определяется формулой

$$\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 = \beta^2 \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\sigma_e}{e}\right)^2 + \dots \quad (30)$$

Наконец, приведём для справок общую расчётную формулу. Пусть

$$a = f(b, c, e, \dots), \quad (31)$$

где  $f$  — произвольная функция величин  $b$ ,  $c$ ,  $e$  и т. д. Тогда

$$a_{\text{наил}} = f(b_{\text{наил}}, c_{\text{наил}}, e_{\text{наил}}, \dots). \quad (32)$$

Формула (32) справедлива как в случае, когда  $b_{\text{наил}}$ ,  $c_{\text{наил}}$  и т. д. непосредственно измерены, так и в случае, если они сами найдены по измеренным значениям других величин. В первом случае значения  $b_{\text{наил}}$ ,  $c_{\text{наил}}$  и т. д., как уже указывалось, равны  $\langle b \rangle$ ,  $\langle c \rangle$  и т. д.

Погрешность  $a$  находится по формуле

$$\sigma_a^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \cdot \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \cdot \sigma_c^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e}\right)^2 \cdot \sigma_e^2 + \dots \quad (33)$$

Обозначение  $\partial f / \partial b$  имеет обычный смысл частной производной функции  $f$  по  $b$ , т. е. производной, при вычислении которой все остальные аргументы, кроме  $b$  (в нашем случае  $c$ ,  $e$  и т. д.), считаются постоянными. Аналогичный смысл имеют частные производные по  $c$ ,  $e$  и т. д. Частные производные следует вычислять при наилучших значениях аргументов  $b_{\text{наил}}$ ,  $c_{\text{наил}}$ ,  $e_{\text{наил}}$  и т. д. Формулы (25), (28) и (30) являются частными случаями формулы (33).

Рассмотрим некоторые следствия, которые могут быть получены из анализа формул, приведённых в этом разделе. Прежде всего заметим,

что следует избегать измерений, при которых искомая величина находится как разность двух больших чисел. Так, толщину стенки трубы лучше измерять непосредственно, а не определять, вычитая внутренний диаметр из внешнего (и, конечно, деля результат пополам). Относительная погрешность измерения, которая обычно представляет главный интерес, при этом сильно увеличивается, так как измеряемая величина — в нашем случае толщина стенки — мала, а ошибка в её определении находится путём сложения погрешностей измерения обоих диаметров и поэтому возрастает. Следует также помнить, что погрешность измерения, которая составляет, например, 0,5% от величины внешнего диаметра, может составить 5 и более процентов от толщины стенки.

При измерениях, которые затем обрабатываются по формуле (26) (например, при определении плотности тела по его массе и объёму), следует определять все измеряемые величины с приблизительно одинаковой относительной точностью. Так, если объём тела измерен с погрешностью 1%, то при взвешивании с погрешностью 0,5% его плотность определяется с точностью 1,1%, а при взвешивании с погрешностью 0,01% — с точностью 1%, т. е. с той же практически точностью. Тратить силы и время на измерение массы тела с точностью 0,01% в этом случае, очевидно, не имеет смысла.

При измерениях, которые обрабатываются по формуле (29), следует обращать главное внимание на точность измерения величины, входящей в расчётную формулу с наибольшим показателем степени.

Прежде чем приступить к измерениям, всегда нужно подумать о последующих расчётах и выписать формулы, по которым будут рассчитываться погрешности. Эти формулы позволят понять, какие измерения следует производить особенно тщательно, а на какие не нужно тратить больших усилий.

## Рекомендации по выполнению лабораторных работ

К каждому выполняемому эксперименту нужно относиться как к небольшому самостоятельному научному исследованию. Описания задач — только стержни, вокруг которых строится работа. *Конкретное содержание лабораторной работы, объём навыков и сведений, извлекаемых из неё, определяются главным образом не описанием, а подходом студента к её выполнению.* Самое ценное, что может дать практикум, — умение обдумывать свои опыты, применять теоретические знания в экспериментальной работе, правильно планировать эксперимент и избегать ошибок, видеть важные и интересные особенности и казалось бы мелочи, из которых нередко получаются потом серьёзные научные

исследования. Все эти навыки студент должен развить в себе сам в процессе упорного, вдумчивого, сознательного и сосредоточенного труда.

Результатом выполненной работы является отчёт, который должен содержать

- 1) описание теоретических предпосылок выполняемого эксперимента с кратким выводом необходимых формул и соотношений;
- 2) схема экспериментальной установки;
- 3) словесное описание хода эксперимента и таблицы для записи экспериментальных данных;
- 4) обработка результатов: вычисление расчётных величин и заполнение таблиц, построение графиков, вычисление результата эксперимента;
- 5) сравнение полученных результатов с известными (в литературе и справочниках), обсуждение возможных ошибок, предложения по улучшению эксперимента.

**Подготовка к работе.** Вначале нужно внимательно прочитать описание работы и теоретическое введение по её тематике. Это необходимо, чтобы получить представление о явлениях, закономерностях и порядках измеряемых величин, с которыми придётся иметь дело при выполнении работы, а также о методе измерения и используемых приборах, последовательности действий при проведении измерений.

Для записей результатов работы надо подготовить рабочую тетрадь, лучше большого формата, чтобы её можно было использовать в течение, по крайней мере, одного семестра. Оформление каждой работы нужно начинать с номера и названия. Далее должны быть представлены следующие разделы:

- 1) описание теоретических предпосылок выполняемого эксперимента с кратким выводом необходимых формул и соотношений;
- 2) схема экспериментальной установки;
- 3) словесное описание хода эксперимента и таблицы для записи экспериментальных данных;

Прежде чем приступить к выполнению работы, следует продумать предложенный в описании план действий, определить необходимое количество измерений. В соответствии с этим предварительно подготовить таблицы, в которые будут заноситься результаты.

Желательно заранее представлять диапазон изменения измеряемых величин и выбрать для них соответствующие единицы. В крайнем случае, это нужно сделать на начальном этапе работы. Необходимо подумать о точности измерений. Например, при косвенных измерениях величин, имеющих степенную зависимость от непосредственно измеряемых, относительная погрешность величин, входящих с большими показателями степени, должна быть меньше, то есть их следует измерять

точнее. По возможности следует избегать методов, при которых приходится вычислять разность двух близких по значениям величин. Например, толщину стенки тонкой трубки лучше измерить, как отмечалось, непосредственно, а не вычислять по значениям внешнего и внутреннего диаметров.

**Начало работы.** В начале работы необходимо тщательно ознакомиться с экспериментальной установкой, проверить работоспособность приборов. Нужно хорошо разобраться, как они регулируются, включаются и выключаются.

Всегда очень важно аккуратное и бережное обращение с приборами. Не следует вскрывать чувствительные приборы и менять настройку.

Все сведения о приборах (в первую очередь класс точности, максимальное значение на шкале, по которой производятся измерения, и цену деления) и условиях эксперимента необходимо записать в рабочей тетради, так как они потребуются при получении окончательных результатов.

При составлении (собрании) электрических схем источники питания подключаются к схеме в последнюю очередь.

Прежде чем приступить к основным измерениям, необходимо проверить работу установки. Первые измерения должны быть контрольными, чтобы убедиться, что всё работает нормально, диапазон и точность измерений выбраны правильно. Если разброс повторных измерений не превышает систематическую погрешность, то многократных измерений не требуется.

Замеченные неполадки в работе приборов и установок надо зафиксировать (делать соответствующую запись в тетради) и сообщить об этом преподавателю.

**Проведение измерений.** Все записи результатов измерений должны быть сделаны чётко и подробно, с нужными пояснениями.

Подойдя к установке следует определить систематическую ошибку входящих в установку приборов и провести 2-3 измерения одной и той же определяемой заданием величины. Если окажется, что случайная ошибка (19) полученных результатов в 2-3 раза меньше систематической ошибки приборов, в дальнейшем можно ограничиться однократными измерениями. Если же случайная ошибка окажется равна или больше систематической, то каждое измерение следует повторять такое число раз, чтобы случайная ошибка среднего значения  $\sigma_{\text{ср}}$  (20) стала меньше систематической ошибки приборов. В отчёте при этом надо указать  $\sigma_{\text{ср}}$  и количество измерений  $n$ .

Если в начале работы выясняется, что разброс результатов измерений очень большой, то иногда лучше поискать и устранить причину



этого, чем выполнять большое количество измерений для получения необходимой точности результата. При изучении зависимости измеряемой величины от параметра или другой измеряемой величины надо убедиться, что за время измерений в процессе работы не произошло никаких сбоев или существенных изменений внешних условий, влияющих на результаты, для чего в конце работы необходимо повторить начальные измерения либо проделать все измерения в обратном порядке.

Полезно строить предварительные графики зависимостей измеряемых величин между собой или от изменения параметров по мере получения результатов. При этом сразу выделяются области резких изменений, в которых измерения должны проводиться подробнее (больше точек), чем на участках плавного изменения. Если изучаемая закономерность, например, линейность, выполняется только на некотором участке, то область измерений должна быть выбрана шире этого участка, чтобы можно было установить границы выполнения закономерности.

Перед каждой таблицей должны быть указаны значения цены деления и класс точности каждого прибора, которым производятся измерения. В таблицу необходимо заносить число делений, а не саму величину, например, тока или напряжения. Это уберезет вас от ошибки при записи экспериментальных данных. В конечном счёте это главное, так как обработка данных может быть проведена разными способами и в любое время, а измерения воспроизвести бывает трудно, а иногда и невозможно.

Единицы измерения надо выбирать так, чтобы результаты измерения представлялись числами в диапазоне примерно от 0,1 до 1000. При этом таблицы не будут громоздкими, а графики будут удобными для использования. Например, для модуля Юнга металлов (обозначаемых буквой  $E$ ), численные значения которых в системе СИ очень велики, в качестве единицы измерения берут  $10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>. Тогда наименование графы таблицы или оси графика будет выглядеть следующим образом:  $E$ ,  $10^{10}$  Н·м<sup>-2</sup>. Запятая здесь играет важную роль — она отделяет обозначение величины, приводимой в таблице или откладываемой по оси координат, от единицы измерения. В графе таблицы для алюминия будет стоять 7,05, а на шкалах графиков — небольшие целые числа. Вместо множителя перед единицами измерения могут быть использованы также слова или их сокращения.

Иногда используется другой способ наименования. В таблицах или на осях графиков представляют не саму величину, а произведение её на некоторый коэффициент, которое измеряют в обычных единицах. Для модуля Юнга при этом получаем:  $E \cdot 10^{-10}$ , Н·м<sup>-2</sup>. Хотя и в данном случае в таблице для алюминия будет стоять 7,05, этот способ меньше

используется из-за возможных ошибок при переходе к значению  $E$ , так как множитель по ошибке может быть отнесен к единицам измерения.

**Расчёты, анализ и представление результатов.** Полученные первичные результаты в виде таблиц и графиков используются для расчёта конечных значений величин и их погрешностей либо для нахождения зависимости измеряемых величин между собой. Все расчёты удобно проводить в той же рабочей тетради, где записаны первичные результаты измерений, и заносить в соответствующие свободные колонки таблиц с экспериментальными данными. Это поможет проводить проверку, анализ и сопоставление получаемого результата с исходными данными.

Для измеряемых величин окончательные результаты должны быть представлены в виде среднего значения, погрешности и количества проведённых измерений. В случае косвенных измерений для получения окончательного результата используются их зависимости от измеряемых величин, по которым вычисляют и средние значения и погрешности.

Поскольку погрешность ошибки редко удаётся определить с точностью лучше 20%, при записи результата нужно округлять величину ошибки до одной-двух значащих цифр. Например, правильные записи погрешностей:  $\pm 3$ ;  $\pm 0,2$ ;  $\pm 0,08$ ;  $\pm 0,14$ ; неправильные записи:  $\pm 3,2$ ;  $\pm 0,23$ ;  $\pm 0,084$ . Величину  $\pm 0,14$  не следует округлять до  $\pm 0,1$ , так как при этом округлении погрешность изменяется на 40%. При записи результата измерения последняя цифра значения физической величины должна быть того же разряда, что и в погрешности. Например, некоторый результат при погрешности  $\pm 0,012$ , записываемый  $1,243 \pm 0,012$ , при большей погрешности ( $\pm 0,03$ ) принимает вид  $1,24 \pm 0,03$ , а при ещё большей погрешности (0,2) —  $1,2 \pm 0,2$ . В промежуточных расчётах можно сохранить в числах лишнюю значащую цифру для лучшего округления конечного значения. В зависимости от выбора единиц измерения погрешность может составлять десятки, сотни, тысячи или более единиц измерения. Например, если вес тела определён с точностью до 0,5 кг и составляет  $58,3 \pm 0,5$  кг, то его можно выразить и в граммах:  $(583 \pm 5) \cdot 10^2$  г. Неправильно было бы написать:  $58300 \pm 500$  г.

Для окончательной оценки качества полученных результатов измерений надо сравнить их с данными, приводимыми в справочниках.

**Построение и обработка графиков.** Для построения графиков следует использовать специальную миллиметровую бумагу. Размер графика (и соответственно формат листа бумаги) не должен быть очень малым или очень большим — оптимально от четверти до половины листа формата A4.

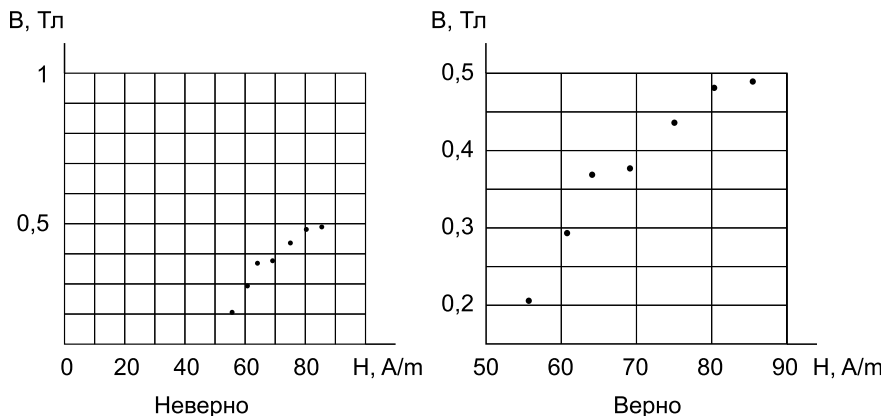


Рис. 7. Пример правильного и неправильного построения графика

При построении графика, прежде чем наносить точки, нужно выбрать подходящий масштаб и начало отсчёта на осях координат. Выбор должен быть таким, чтобы наносимые точки располагались на всей площади листа. На рис. 7 изображены примеры правильного и неправильного построения графика. На левом (неправильно построенном) графике экспериментальные точки занимают нижнюю правую часть рисунка. Чтобы этого избежать, следует выбрать более крупный масштаб по оси  $Y$  и сместить нуль на оси абсцисс, как это сделано на правом графике.

Обозначения функций и единиц измерения на осях координат должны быть ясным и чётким. Не обязательно наименовать все деления шкалы, но надо сделать столько надписей, чтобы ими было легко и удобно пользоваться. Писать их лучше на внешней стороне осей координат. Если используется бумага с сеткой, имеющей линии различной толщины, то на жирных линиях следует располагать круглые значения величин. Удобно, если клеточка сетки соответствует 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10 единицам масштаба измерения откладываемой по оси величины. Неудобно, если одной клетке соответствуют 2,5; 3; 4; 7 и тому подобное количество единиц масштаба. При неудобном масштабе нанесение точек на график и определение координат точек на графике требует большего времени и нередко сопровождается ошибками. Наименование величины, откладываемой по оси абсцисс, пишется снизу у конца оси, а по оси ординат — вверх слева. Через запятую указывается единица измерения.

Точки, наносимые на график, должны изображаться чётко и ясно. Их следует наносить карандашом, чтобы можно было исправить при об-

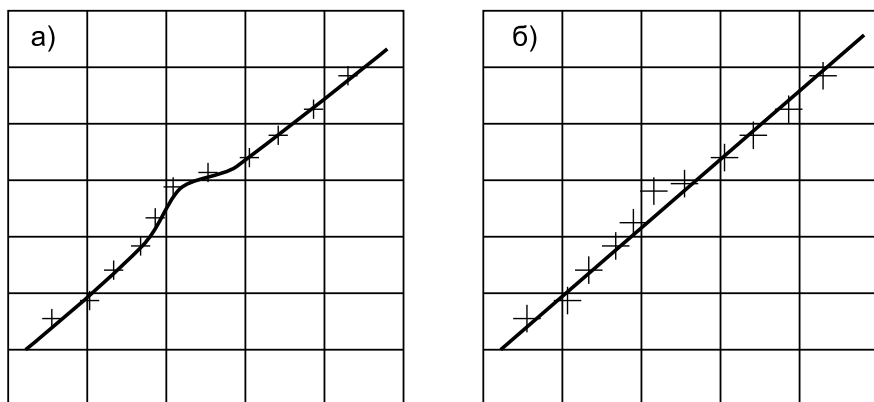


Рис. 8. Проведение линии по экспериментальным точкам

наружении ошибок. Не следует делать никаких загромождающих график больших пояснительных надписей или указывать около точек их числовые значения. Если пояснения необходимы, то точка или линия обозначается цифрой и в тексте или на полях графика делается соответствующее пояснение. Точки, полученные в различных условиях, например, при нагревании и охлаждении, при увеличении и уменьшении нагрузки и т. д., нужно изображать разными символами: окружностями, квадратами, треугольниками и другими.

При нанесении на график экспериментальных точек, для которых известны погрешности, необходимо указывать эти погрешности отрезками линий, величина которых соответствует величине погрешности по каждой из переменных, определяющих точку. В таком случае точка изображается крестом. Половина размера креста по горизонтали должна быть равна погрешности по оси абсцисс, а половина размера по вертикали — погрешности по оси ординат. В том случае, если одна из погрешностей — из-за своей малости — не может быть изображена графически, результаты изображаются черточками, вытянутыми на  $\pm\sigma$  в том направлении, где погрешность не мала. Такое изображение экспериментальных точек облегчает анализ результатов, в частности, поиск зависимостей, наилучшим способом их описывающих, сравнение с теоретическими расчётами или результатами других исследований.

На рис. 8а, б, на которых изображены одни и те же экспериментальные точки при разных погрешностях измерений, график 8а, несомненно, указывает на нерегулярный ход изучаемой зависимости. Эта зависимость изображена на рисунке кривой линией. Те же данные при больших

погрешностях опыта (рис. 8б) с успехом описываются прямой линией, так как только одно измерение отступает от этой прямой больше, чем на стандартную погрешность (и меньше, чем на две такие погрешности). То обстоятельство, что данные на рис. 8а требуют проведение кривой линии, а на рис. 8б не требуют, проявляется лишь при изображении результатов в виде креста погрешностей.

Часто измерения проводятся с целью получения или подтверждения зависимостей между измеряемыми величинами. В этих случаях необходимо по экспериментальным точкам провести соответствующую зависимость и, если нужно, найти погрешности измеряемых величин по разбросу экспериментальных точек. Легче всего по экспериментальным точкам проводить прямую линию. Поэтому если из теории или некоторых предположений известна возможная зависимость между измеряемыми величинами, то по осям координат надо отложить такие функции измеряемых величин, которые лучше соответствуют линейной зависимости. Например, при исследовании зависимости времени падения тела в поле тяжести от высоты, с которой оно падает, по осям нужно отложить высоту и квадрат времени, так как в однородном поле тяжести без учёта сопротивления воздуха квадрат времени падения пропорционален высоте падения. Это особенно удобно, если требуется определить ещё и ускорение падения. Менее удобным было бы откладывание по осям времени и корня квадратного из высоты, хотя и в этом случае зависимость так же линейна. Отметим, что линейная зависимость должна получиться и при откладывании по осям координат логарифмов времени и высоты. Но логарифмический масштаб в данном случае плох тем, что линейность сильно нарушается при небольших погрешностях в начале отсчёта времени и высоты. Логарифмический масштаб удобен в случае степенных зависимостей и больших диапазонов изменения переменных. Получающиеся линейные зависимости позволяют по графику найти показатель степенной зависимости.

**Графический метод обработки экспериментальных данных.** Существуют различные методы проведения прямых линий через экспериментальные точки. Самый простой способ, пригодный для оценки результатов, состоит в использовании прозрачной линейки или прозрачного листа с нарисованной на нём прямой линией. Благодаря прозрачности линейки видно сколько точек находится по обе стороны от проводимой линии. Её надо провести так, чтобы по обе стороны было одинаковое количество экспериментальных точек. Параметры этой линии (наклон, пересечения с осями координат) измеряются непосредственно на графике. В результате получаем аналитическое выражение прямой  $y = a + bx$ , которая в общем случае при  $a$ , не равном нулю, не проходит через начало координат.

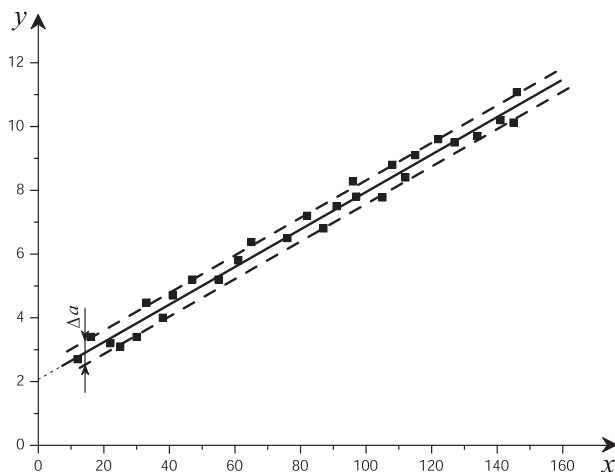


Рис. 9. Графический метод обработки результатов.  
Оценка случайной погрешности параметра  $a$

Случайные погрешности определения  $a$  и  $b$  можно оценить по графику следующим образом. Для оценки погрешности  $a$  находим величины, на которые надо параллельно сместить линию, чтобы число точек по обе стороны относилось, как 1 : 2 (рис. 9). То есть при смещении линии вверх по  $y$  на  $\Delta a_1$  выше линии находится в два раза меньше точек, чем ниже её, а при смещении вниз на  $\Delta a_2$  ниже её находится в два раза меньше точек, чем выше. Если всего экспериментальных точек  $n$ , то для оценки погрешности  $a$  имеем

$$\sigma_a = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{\sqrt{n}}.$$

Для оценки погрешности коэффициента  $b$  надо диапазон изменения координаты  $x$  экспериментальных точек разделить на три равные части и поворачивать линию таким образом, чтобы в крайних частях соотношения числа точек на разных сторонах линии было 1 : 2 (рис. 10). То есть увеличиваем наклон линии до значения  $b_1$  так, чтобы в левом крайнем участке над линией оказалось в два раза больше экспериментальных точек, чем под ней, а в правом крайнем участке под линией оказалось в два раза точек больше, чем над ней. Затем уменьшаем наклон линии до  $b_2$  так, чтобы в левом крайнем участке под линией было в два раза больше точек, чем над ней, а в правом участке было под линией в два

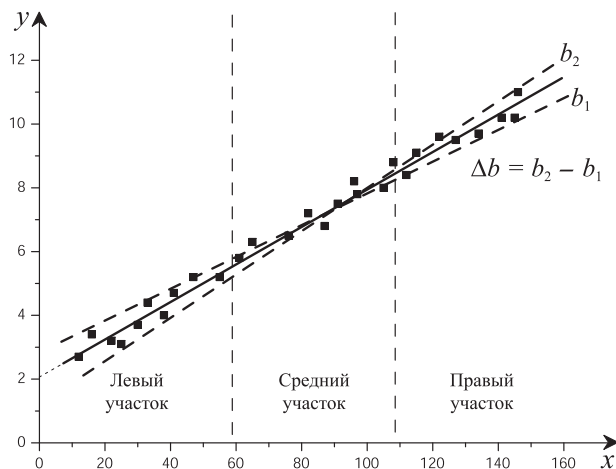


Рис. 10. Графический метод обработки результатов.  
Оценка случайной погрешности параметра  $b$

раза меньше точек, чем над ней. Для оценки погрешности  $b$  имеем

$$\sigma_b = \frac{b_1 - b_2}{\sqrt{n}}.$$

В случае зависимости  $y = kx$ , проходящей через начало координат, для оценки погрешности коэффициента  $k$  также надо диапазон изменения координаты  $x$  разбить на три равные части. Точки в ближайшей к началу координат части не учитываются. Определяется  $k_1$ , при котором над линией находится точек в два раза меньше, чем под ней (из всех точек в средней и правой частях), и  $k_2$ , при котором соотношение числа точек над и под линией противоположное. Для оценки погрешности  $k$  имеем

$$\sigma_k = \frac{k_1 - k_2}{\sqrt{n}}.$$

Графический метод обработки измерений и оценки погрешности полученного результата является предпочтительным в случае, когда количество точек мало, и их погрешности их велики.

**Метод наименьших квадратов.** Если число точек достаточно велико, а инструментальные погрешности измерения каждой точки малы, то более точным и адекватным методом проведения прямой линии по точкам является метод наименьших квадратов, который основан на минимизации суммы квадратов отклонений точек от прямой. Это означает,

что коэффициенты  $a$  и  $b$  в линейной зависимости  $y = a + bx$  находятся из условия минимума функции

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2. \quad (34)$$

Здесь  $x_i$  и  $y_i$  — координаты экспериментальных точек.

Приведём окончательные формулы для  $a$  и  $b$  и их погрешностей через средние значения  $x_i$  и  $y_i$ :

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad (35)$$

$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle. \quad (36)$$

Погрешности этих коэффициентов соответственно равны:

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}, \quad (37)$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}. \quad (38)$$

Если известно, что точки должны описываться линейной зависимостью  $y = kx$ , проходящей через начало координат, то для коэффициента  $k$  и погрешности его определения получаем

$$k = \frac{\langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle}, \quad (39)$$

$$\sigma_k \approx \sqrt{\frac{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle - \langle xy \rangle^2}{n \langle x^2 \rangle^2}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2}. \quad (40)$$

Этот метод довольно трудоёмкий, но при наличии калькулятора или компьютера он является наиболее предпочтительным.

Бывают случаи, когда по экспериментальным точкам не надо находить описывающую их зависимость, а требуется определить лишь численное значение функции для переменной, лежащей где-то между экспериментальными точками. В таких случаях используются интерполяционные методы. В простейшем случае предполагается линейная зависимость между соседними точками и используются значения в этих точках. Для интерполяции по параболе (метод Симпсона) требуются значения в трёх точках.



Т а б л и ц а 4

## Некоторые формулы приближённых вычислений

Формула	Точность 5%	Точность 1%	Точность 0,1%
$\frac{1}{1+a} \approx 1 - a$	$ a $ меньше 0,22	$ a $ меньше 0,1	$ a $ меньше 0,032
$\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$	0,63	0,28	0,09
$\frac{1}{\sqrt{1+a}} \approx 1 - \frac{1}{2}a$	0,36	0,16	0,052
$e^a \approx 1 + a$	0,31	0,14	0,045
$\ln(1+a) \approx a$	0,10	0,02	0,002
$\sin a \approx a$	0,55	0,24	0,077
$\operatorname{tg} a \approx a$	0,4	0,17	0,055
$\cos a \approx 1 - \frac{a^2}{2}$	0,8	0,34	0,11
$(1+a)(1+b) \dots \approx 1 + a + b + \dots$ $\sin(\theta + a) = \sin \theta + a \cos \theta$ $\cos(\theta + a) = \cos \theta - a \sin \theta$			

Ещё раз подчеркнём, что графики необходимы для наглядного представления результатов измерений. Они очень удобны для сравнения результатов экспериментов и теорий, выяснения качественных особенностей зависимостей, быстрых оценок характера изменения величин на отдельных участках. Однако документом эксперимента является таблица с экспериментальными данными.

Как правило, результаты опытов получаются из экспериментальных данных путём вычисления. Вычисления следует проводить не точнее, чем это необходимо в данном конкретном случае. Большую помощь при расчётах оказывают формулы для приближённых вычислений, позволяющих во многих случаях значительно упростить расчёты. В таблице 4 приводится ряд таких формул. В последних графах таблицы приводятся значения переменных, для которых написанные приближённые формулы обеспечивают указанную в заголовке графы точность.

Отметим, что наши рекомендации по обработке результатов эксперимента не претендуют ни на полноту, ни на особую строгость, так как рассчитаны на студентов 1-го курса, чья математическая подготовка недостаточна для строгого рассмотрения всех вопросов, связанных с математической статистикой. Более глубокое изложение станет воз-

Т а б л и ц а 5

## Сводка основных формул

Наилучшее значение измеряемой величины	$x_{\text{наил}} = \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Оценка погрешности среднего значения измеряемой величины	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}$
Сложение погрешностей (независимых)	$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots$
Погрешность результата расчёта	$\left. \begin{aligned} A = B \pm C &\Rightarrow \sigma_A^2 = \sigma_B^2 + \sigma_C^2 \\ A = B \cdot C \\ A = B/C \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left( \frac{\sigma_A}{A} \right)^2 = \left( \frac{\sigma_B}{B} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_C}{C} \right)^2$ $A = B^\beta \cdot C^\gamma \Rightarrow \left( \frac{\sigma_A}{A} \right)^2 = \beta^2 \left( \frac{\sigma_B}{B} \right)^2 + \gamma^2 \left( \frac{\sigma_C}{C} \right)^2$
Допустимые масштабы	1:1; 1:2; 1:5; 1:10; 1:20 ...      2:1; 5:1; 10:1; 20:1 ...
Проведение наилучшей прямой $y = a + bx$	$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle$
Проведение наилучшей прямой $y = kx$	$k = \frac{\langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle}$

можным лишь после первых двух курсов обучения, когда накопится достаточный опыт экспериментальной работы и будет освоен соответствующий математический аппарат. Поэтому часть формул, применяемых для обработки экспериментальных результатов измерений, была приведена без вывода. Напомним о некоторых из них, включив в сводку основных формул (табл. 5).

В заключение дадим несколько рекомендаций по обработке результатов измерений.

При обработке результатов следует тщательно обдумывать возможные источники ошибок. Промежуточные вычисления должны выполняться с точностью, несколько превосходящей точность измерений, чтобы избежать влияния неоправданных ошибок, связанных с вычислениями. При вычислениях обычно сохраняют на один знак больше, чем будет оставлено в окончательном ответе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лабораторные занятия по физике* / Под ред. Л.Л. Гольдина. — М.: Наука, 1983.
2. *Лабораторный практикум по общей физике. Т. 3* / Под ред. Ю.М. Ципенюка. — М.: Изд-во МФТИ, 1998.
3. *Сквайрс Дж.* Практическая физика. — М.: Мир, 1971.
4. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок. — М.: Мир, 1985.

## ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

**Первое начало термодинамики.** Из закона сохранения энергии следует, что тепло  $Q$ , полученное термодинамической системой, расходуется на увеличение её внутренней энергии  $\Delta U$  и на совершение работы над внешними телами  $A$ :

$$Q = \Delta U + A. \quad (1.1)$$

Формула (1.1) является математической формулировкой первого начала термодинамики. Из этой формулы следует термодинамическое определение внутренней энергии и принципиальный способ её измерения: изменение внутренней энергии равно работе, совершённой внешними силами при отсутствии подвода тепла, то есть при адиабатическом процессе. Эта энергия состоит из кинетической энергии теплового движения молекул и потенциальной энергии межмолекулярных и внутримолекулярных взаимодействий.

Для бесконечно малого процесса уравнение (1.1) принимает вид

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (1.2)$$

Поскольку внутренняя энергия является функцией состояния системы, для её элементарного приращения использован знак полного дифференциала  $dU$ , а для количества подведённого тепла  $\delta Q$  и для работы  $\delta A$  использован другой символ —  $\delta$  (дельта), чтобы подчеркнуть, что приращения и тепла, и работы не являются полными дифференциалами. Для интегрирования последних двух величин должен быть задан весь промежуточный процесс, поскольку результат будет зависеть от его вида, а не только от начального и конечного состояний. В то же время при интегрировании внутренней энергии результат зависит только от начального и конечного состояний термодинамической системы:

$$\int dU = U_2 - U_1.$$

**Работа газа.** Рассмотрим расширение газа в цилиндре, закрытом подвижным поршнем. На поршень действует сила  $F$ , равная произведению давления газа  $P$  на площадь поршня  $S$ . При смещении на малую величину  $\Delta x$  газ совершает работу  $\delta A = F\Delta x = PS\Delta x = P\Delta V$ , где  $\Delta V = S\Delta x$  — малое изменение объёма газа. Чтобы давление оставалось примерно постоянным, смещение должно быть малым по сравнению с длиной цилиндра и, кроме того, медленным, чтобы около поршня не возникало местного изменения давления. Для этого скорость поршня должна быть много меньше скорости звука в газе. Такое расширение газа в цилиндре будет обратимым, то есть при возвращении поршня в начальное положение в окружающей среде не останется никаких изменений.

Перейдём в выражении для работы к бесконечно малым величинам:

$$\delta A = PdV. \quad (1.3)$$

По уравнению состояния давление газа зависит не только от его объёма, но и от температуры. Для вычисления работы при интегрировании выражения (1.3) должно быть известно, как меняется температура при изменении объёма, то есть нужно знать весь процесс, при котором производится работа, а не только начальное и конечное состояния системы, как уже отмечалось в пояснении к формуле (1.2).

Первое начало термодинамики для газов после использования (1.3) будет иметь вид

$$\delta Q = dU + PdV. \quad (1.4)$$

Это выражение справедливо также для жидкостей. Для твёрдого тела может возникнуть необходимость учесть работу сдвиговых деформаций.

**Теплоёмкость.** Отношение количества тепла  $\delta Q$ , поглощённого телом при некотором процессе, который обозначим индексом « $x$ », к повышению его температуры на  $dT$  называется теплоёмкостью тела:

$$C = \left( \frac{\delta Q}{\partial T} \right)_x. \quad (1.5)$$

Обычно теплоёмкость относится либо к единице массы тела (удельная теплоёмкость), либо к одному молю (молярная теплоёмкость). Иногда первую обозначают малой буквой  $c$ , а вторую — большой буквой  $C$ . Однако для избежания путаницы целесообразно указывать, какая именно теплоёмкость используется. Важно также отметить, что теплоёмкость существенно зависит от процесса, при котором происходит подвод тепла, так как часть тепла может затрачиваться на совершение

работы. Эта работа может оказаться столь велика, что теплоёмкость станет отрицательной, то есть температура тела будет падать, несмотря на то, что тепло подводится.

Считая внутреннюю энергию функцией температуры и объёма  $U = U(T, V)$ , подставим выражение для её дифференциала

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

в первое начало термодинамики

$$\begin{aligned} \delta Q = dU + \delta A &= \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + PdV = \\ &= \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left[ P + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] dV. \end{aligned}$$

Разделив это соотношение на  $dT$ , найдём теплоёмкость  $C_x$  в процессе « $x$ »:

$$C_x = C_v + \left[ P + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_x. \quad (1.6)$$

Здесь производная  $(\partial V / \partial T)_x$  вычисляется с учётом процесса « $x$ », при котором происходит подвод тепла, например, при постоянном объёме ( $x = V$ ), давлении ( $x = P$ ) или другом условии. Величина  $C_v = (\partial U / \partial T)_V$  в формуле (1.6) является теплоёмкостью при постоянном объёме.

Для решения конкретных задач и определения теплоёмкости по формуле (1.6) должно быть известно уравнение состояния конкретного тела, то есть зависимость  $P = P(T, V)$ , а также зависимость внутренней энергии от температуры и объёма  $U = U(T, V)$ . При известном уравнении состояния зависимость этой величины от объёма можно получить с помощью второго начала термодинамики.

**Второе начало термодинамики.** Второе начало термодинамики определяет направление протекания самопроизвольных процессов, а для обратимых процессов позволяет получить целый ряд соотношений между различными физическими свойствами вещества.

Существует несколько формулировок второго начала. Для получения количественных соотношений удобно использовать математическую формулировку второго начала термодинамики, заключающуюся в двух положениях:

1. Существует энтропия как функция состояния системы.
2. При реальных необратимых процессах энтропия возрастает.

Обратимыми являются такие процессы, при протекании которых последовательно в прямом и обратном направлении, то есть после возвращения системы в исходное состояние, в окружающей среде не остаётся никаких изменений. Для таких процессов бесконечно малое приращение энтропии  $dS$  связано с бесконечно малым количеством полученного тепла формулой, которая является определением энтропии:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (1.7)$$

Подставив  $\delta Q$  в первое начало термодинамики (1.2), получим соотношение в полных дифференциалах, так как энтропия есть функция состояния и не зависит от типа рассматриваемого обратимого процесса:

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV. \quad (1.8)$$

Будем считать, что  $U = U(T, V)$ . Тогда

$$dS = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] dV.$$

Так как  $dS$  является полным дифференциалом, то из этого следует

$$\frac{\partial}{\partial V} \left[ \frac{1}{T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right] = \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + P \right] \right\}.$$

После упрощений получим искомую формулу

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P. \quad (1.9)$$

**Теплоёмкость идеального газа.** Подставив уравнение Клапейрона  $PV = RT$  в (1.9), получим, что внутренняя энергия идеального газа не зависит от объёма

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0.$$

Для такого газа формула (1.6) становится более простой:

$$C_x = C_v + P \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_x. \quad (1.10)$$

Отсюда можно получить, что для газа, подчиняющегося уравнению Клапейрона, связь молярных теплоёмкостей при постоянном объёме  $C_v$  и постоянном давлении  $C_p$  имеет вид (формула Майера)<sup>1</sup>:

$$C_p - C_v = R. \quad (1.11)$$

Отметим, что отношение этих теплоёмкостей часто используется в различных приложениях и называется показателем адиабаты:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (1.12)$$

В общем случае величина  $C_v$  зависит от температуры, однако в часто встречающихся задачах её обычно считают постоянной, что соответствует пропорциональности внутренней энергии газа его температуре. В таких случаях используется простая модель идеального газа, состоящего из твёрдых невзаимодействующих частиц, на каждую степень свободы которых приходится в среднем, как доказывается в статистической физике, энергия, равная  $kT/2$ , где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К =  $1,38 \cdot 10^{-16}$  эрг/К — постоянная Больцмана. Это закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, справедливый при использовании классической (не квантовой) механики.

При  $i$  степенях свободы<sup>2</sup> энергия одной частицы равна  $ikT/2$ , а внутренняя энергия  $U$  одного моля такого газа и величина  $C_v$  равны соответственно

$$U = \frac{i}{2}kN_A T = \frac{i}{2}RT; \quad C_v = \frac{i}{2}R,$$

где  $R = 8,31$  Дж/(моль·К) =  $8,31 \cdot 10^7$  эрг/(моль·К) — универсальная газовая постоянная,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> — количество молекул в моле вещества (число Авогадро).

В рассматриваемом приближении для показателя адиабаты в соответствии с (1.12) получим

$$\gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (1.13)$$

---

<sup>1</sup> Для произвольного вещества разность  $C_p - C_v$  определяется только уравнением состояния  $P(T, V)$  и не зависит от вида функции  $U(T, V)$ . Это следует из соотношения, которое можно получить, подставив (1.9) в (1.6):

$$C_p - C_v = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P.$$

<sup>2</sup>  $i$  — число степеней свободы — количество независимых координат, определяющих положение тела в пространстве.

Для одноатомных газов, имеющих три поступательные степени свободы (соответствующие трём координатам частицы  $x, y, z$ ),  $i = 3$ , и величина  $\gamma = 5/3 = 1,666$ . Экспериментальные значения для гелия  $\gamma = 1,66$  и для неона  $\gamma = 1,64$  близки к теоретическим.

Для двухатомных газов, у которых к трём поступательным степеням свободы обычно при комнатной температуре добавляются ещё две вращательные степени, величина  $i = 5$  и соответственно  $\gamma = 1,40$ . Опытные данные для водорода  $\gamma = 1,41$ , для азота  $\gamma = 1,404$ , для кислорода  $\gamma = 1,401$  также близки к теоретической величине  $\gamma = 7/5 = 1,40$ .

Хорошее соответствие получается и для многоатомных газов, у которых имеется три поступательные и три вращательные степени свободы вокруг трёх осей, поэтому  $i = 6$  (колебательные степени свободы при комнатной температуре обычно ещё не возбуждены). При комнатной температуре у паров воды  $\text{H}_2\text{O}$   $\gamma = 1,330$ , у метана  $\text{CH}_4$   $\gamma = 1,320$ . В этих случаях теоретическое значение  $\gamma = 4/3 = 1,333$ .

Отметим, что классическая теория теплоёмкости не всегда подтверждается экспериментом. Теплоёмкость зависит от температуры при рассмотрении большого диапазона её изменения, к этому приводят квантовые закономерности. Энергия, согласно квантовой механике, может передаваться только некоторыми порциями (квантами). Следовательно, при значительном снижении температуры энергии теплового движения может не хватать для возбуждения некоторых видов движения. Например, у водорода при температуре ниже примерно 100 К теплоёмкость соответствует всего трём степеням свободы, поскольку не возбуждаются вращательные степени свободы.

Кроме поступательных и вращательных степеней свободы, у молекул существуют ещё и колебательные, но в газах они обычно возбуждаются при температурах значительно выше комнатной. Начинаясь при высоких температурах распад молекул на атомы (диссоциация) приводит к тому, что у многих газов колебательные степени свободы не успевают возбудиться настолько, чтобы к ним можно было бы применить закон равнораспределения энергии по степеням свободы.<sup>3</sup>

Типичным исключением из этого правила является углекислый газ  $\text{CO}_2$ .  $\text{CO}_2$  — линейная молекула и согласно изложенной теории должна вести себя как двухатомная. Однако у этой молекулы легко возбуждаются изгибные колебания, и при комнатной температуре экспериментальное значение  $\gamma \approx 1,30$ , а при 100 °C —  $\gamma \approx 1,28$ .

---

<sup>3</sup> Полностью возбуждённая колебательная степень свободы давала бы вклад в энергию  $kT$ , то есть в два раза больше, чем обычная степень свободы, поскольку при гармонических колебаниях помимо кинетической энергии имеется также потенциальная, равная в среднем кинетической.



**Адиабатический процесс.** Процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, называется адиабатическим. Получим уравнение такого квазистатического процесса для идеального газа, внутренняя энергия которого  $U$  не зависит от объёма.

Из первого начала термодинамики (1.4) при  $\delta Q = 0$  для идеального газа, у которого  $dU = C_v dT$ , получим  $C_v dT + PdV = 0$ . Исключим отсюда давление  $P$  с помощью уравнения состояния  $PV = RT$ :

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0.$$

При постоянной величине  $C_v$ , что соответствует классической теории теплоёмкости, уравнение легко интегрируется:

$$TV^{R/C_v} = TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (1.14)$$

Это уравнение адиабатического процесса в переменных  $T, V$ . Преобразуем его к переменным  $P, V$ . Снова используя  $PV = RT$ , а также соотношение Майера (1.11), получим уравнение, которое называется также адиабатой Пуассона:

$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (1.15)$$

Здесь  $\gamma = C_p/C_v$  — показатель адиабаты (1.12), (1.13), играющий важную роль при описании адиабатических процессов. Примером такого процесса может служить распространение звука. Показатель адиабаты входит в уравнение Бернулли для сжимаемого газа и влияет, в частности, на то, каким (дозвуковым или сверхзвуковым) будет движение газа.

**Политропический процесс.** Политропическим называется процесс, происходящий с постоянной теплоёмкостью  $C$ . Найдём уравнение политропы для идеального газа, теплоёмкость  $C_v$  которого не зависит от температуры. Для этого в выражение для теплоёмкости идеального газа (1.10) подставим давление из уравнения состояния, а потом используем соотношение (1.12). Получим

$$C = C_v + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT}, \quad \frac{R}{C - C_v} \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}.$$

$$TV^{n-1} = \text{const}, \quad PV^n = \text{const}, \quad n = \frac{C - C_p}{C - C_v}, \quad C = \frac{C_p - nC_v}{1 - n}.$$

При  $C = 0$  получается уравнение адиабатического процесса (1.15), а при  $C = \pm\infty$  будет изотерма  $PV = \text{const}$ .

**Скорость звука.** Распространение звуковой волны в газе происходит адиабатически. Сжатия и разрежения в газе сменяют друг друга настолько быстро, что теплообмен между слоями газа, имеющими разные температуры, не успевает произойти. Используя полученное уравнение адиабаты идеального газа, найдём скорость звука по общей формуле

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}. \quad (1.16)$$

Заменим в уравнении Пуассона  $PV^\gamma = \text{const}$  объём на плотность  $\rho = m/V$ , после чего получим  $P = \text{const} \cdot \rho^\gamma$ . Тогда после логарифмирования и дифференцирования этого выражения имеем

$$\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}, \quad \text{или} \quad \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}} = \gamma \frac{P}{\rho},$$

откуда для скорости звука получаем

$$c = \sqrt{\left( \frac{dP}{d\rho} \right)_{\text{адиаб}}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1.17)$$

**Уравнение Ван-дер-Ваальса.** Для реальных газов уравнение Клапейрона  $PV = RT$  выполняется приближённо и тем точнее, чем меньше плотность газа и выше его температура. При большой плотности и достаточно низкой температуре газы могут быть переведены в жидкое состояние, что было бы невозможно, если бы свойства газов точно соответствовали уравнению Клапейрона.

В реальных газах между молекулами действуют силы, причём на близких расстояниях это силы отталкивания, а на больших — притяжения. Одним из простых уравнений, учитывающих взаимодействие молекул, является уравнение состояния Ван-дер-Ваальса:

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT. \quad (1.18)$$

Здесь  $a$  и  $b$  — коэффициенты Ван-дер-Ваальса, которые при теоретическом анализе уравнения считаются постоянными. Формула (1.18) записана для одного моля газа, для  $\nu$  молей вместо  $V$  нужно использовать  $V/\nu$ , то есть в уравнение (1.18) входит молярный объём.

Отношение  $a/V^2$  учитывает уменьшение давления из-за взаимного притяжения молекул. Давление на некоторую площадку пропорционально числу молекул в единице объёма около площадки, а его уменьшение из-за притяжения окружающими молекулами пропорционально этой же величине, поэтому уменьшение давления пропорционально

квадрату количества молекул в единице объёма, то есть обратно пропорционально квадрату молярного объёма.

Этот вывод не зависит от степени  $n$  в зависимости силы притяжения  $f$  от расстояния  $r$  между двумя молекулами:  $f \sim 1/r^n$ . Однако для сходимости интеграла при суммировании по всем притягивающим частицам сила должна убывать быстрее, чем  $1/r^3$ , то есть величина  $n$  должна быть больше 3.

На больших расстояниях притяжение возникает благодаря взаимодействию между электрическими зарядами, из которых построены атомы и молекулы. В целом они нейтральны, но заряды противоположного знака не совмещены в одной точке, поэтому электрическое поле вокруг всякого атома или молекулы не равно нулю. Под его действием в соседних молекулах происходит смещение зарядов, молекулы поляризуются и поэтому притягиваются друг к другу.

По закону Кулона сила между двумя зарядами убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. Отсюда можно вычислить, что сила между двумя «жесткими» диполями, в которых заряды не смещаются относительно друг друга, убывает обратно пропорционально четвёртой степени расстояния между ними, а в случае образования диполей благодаря поляризации убывание ещё быстрее. Таким образом, для электрически нейтральных атомов и молекул условие  $n > 3$  выполняется.

Параметр  $b$  определяет минимальный объём, который может занять моль вещества при большом давлении, когда молекулы максимально приближены друг к другу. По порядку величины  $b$  примерно равна молярному объёму жидкости при низкой, то есть значительно меньше критической, температуре. Например, для воды  $b = 30 \text{ см}^3/\text{моль}$ , а молярный объём при нормальных условиях равен  $18 \text{ см}^3/\text{моль}$ .

По смыслу введения параметров  $a$  и  $b$  в уравнение Ван-дер-Ваальса они должны быть постоянными и считаются таковыми при теоретическом анализе уравнения. Однако эксперименты показывают, что в действительности эти параметры зависят от условий, при которых производились опыты, и являются функциями температуры и плотности.

Чтобы избежать такой неоднозначности, в справочниках обычно приводятся значения коэффициентов, полученных при критических параметрах газа. При этом используются формулы (1.19), приведённые ниже.

Таким образом, уравнение Ван-дер-Ваальса является простым приближённым уравнением, хорошо описывающим свойства вещества в количественном отношении только в небольшом диапазоне изменения параметров. Существуют более сложные уравнения состояния, лучше описывающие свойства реальных газов.

Основные свойства уравнения состояния Ван-дер-Ваальса удобно рассмотреть на диаграмме, где в переменных  $P$ ,  $V$  изображены изотермы — рис. 1.1.

Отметим изотерму, проходящую через критическую точку « $K$ ». Эта точка определяется условиями:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0 \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0.$$

Используя уравнение Ван-дер-Ваальса, получим

$$V_K = 3b, \quad T_K = \frac{8a}{27Rb}, \quad P_K = \frac{a}{27b^2}. \quad (1.19)$$

На изотерме  $A_1-B_1$  пунктиром отмечены метастабильные состояния:  $AC$  — перегретая жидкость,  $DB$  — переохлажденный газ. Такие состояния используются соответственно в пузырьковой камере и камере Вильсона для регистрации элементарных частиц.

Показанный точками участок  $CD$  является неустойчивым. Здесь величина  $(\partial P/\partial V)_T > 0$ , и поэтому такому состоянию не может соответствовать никакое реальное вещество. Эти участки изотермы Ван-дер-Ваальса нужно исправить. Вместо кривой  $ACDB$  используется горизонтальная прямая  $AB$ , проведённая в соответствии с правилом Максвелла: площади между прямой и изотермой Ван-дер-Ваальса сверху и снизу равны между собой. Это следует из того, что при обходе по замкнутому контуру, составленному из изотерм с одной и той же температурой, подведённое тепло равно нулю (следствие равенства Клаузиуса), поэтому равна нулю работа, то есть площадь на плоскости  $P$ ,  $V$ .

Граница области двухфазных состояний отмечена тонкой линией  $AKB$ . Слева на границе имеется только жидкость, справа — только газ; внутри области массы жидкости и газа обратно пропорциональны расстоянию по горизонтали до границы соответствующей области. Приведём вывод.

Как отмечалось, в уравнении Ван-дер-Ваальса объём  $V$  относится к одному молю вещества, поэтому произведение  $\nu V$  есть объём  $\nu$  молей жидкости или газа. Для произвольной точки  $M$  на линии  $AB$ , в которой число молей жидкости и газа равно соответственно  $\nu_{\text{ж}}$  и  $\nu_{\text{г}}$ , получим (используя  $V_A = V_{\text{ж}}$  и  $V_B = V_{\text{г}}$ ):

$$\begin{aligned} (\nu_{\text{ж}} + \nu_{\text{г}})V_M &= \nu_{\text{ж}}V_{\text{ж}} + \nu_{\text{г}}V_{\text{г}}; \\ \frac{\nu_{\text{г}}}{\nu_{\text{ж}}} &= \frac{m_{\text{г}}}{m_{\text{ж}}} = \frac{V_M - V_{\text{ж}}}{V_{\text{г}} - V_M} = \frac{AM}{MB}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

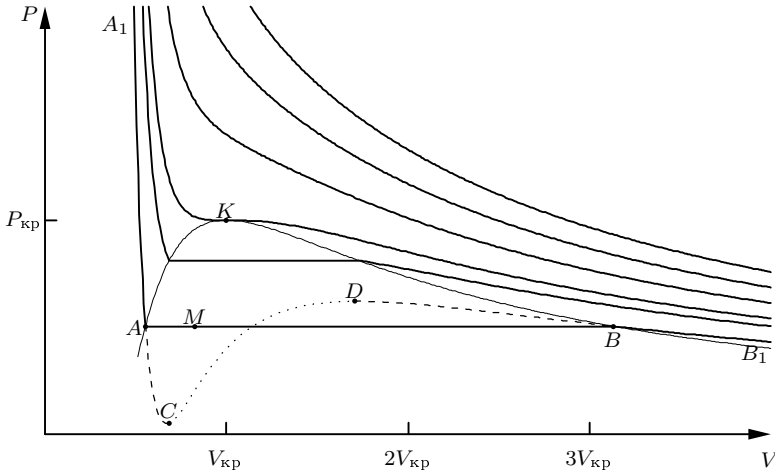


Рис. 1.1. Изотермы газа Ван-дер-Ваальса

Приведём более подробный вывод соотношения (1.20). В произвольной точке  $M$  на прямой  $AB$  полный объём двухфазной среды  $V_M$  состоит из суммы объёмов жидкости  $(V_{\text{ж}})_M$  и газа  $(V_{\text{г}})_M$ :

$$V_M = (V_{\text{ж}})_M + (V_{\text{г}})_M. \quad (1.21)$$

Используем

$$(V_{\text{ж}})_M = \frac{(m_{\text{ж}})_M}{\rho_{\text{ж}}}, \quad (V_{\text{г}})_M = \frac{(m_{\text{г}})_M}{\rho_{\text{г}}}. \quad (1.22)$$

На прямой  $AB$  изменяются массы жидкости и газа, но плотности этих сред не меняются, так как вдоль  $AB$  давление и температуры постоянны. Выразим плотности  $\rho_{\text{ж}}$  и  $\rho_{\text{г}}$  через объёмы в  $A$ , где имеется только жидкость, обозначив  $V_A = V_{\text{ж}}$ , и в  $B$ , в котором только газ,  $V_B = V_{\text{г}}$ :

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}}{V_{\text{ж}}}, \quad \rho_{\text{г}} = \frac{m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}}{V_{\text{г}}}. \quad (1.23)$$

Здесь учтено, что полная масса среды  $m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}$  остаётся постоянной, меняется лишь соотношение между массами жидкости и газа.

Подставляя (1.22) и (1.23) в (1.21), получим

$$V_M = (m_{\text{ж}})_M \frac{V_{\text{ж}}}{m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}} + (m_{\text{г}})_M \frac{V_{\text{г}}}{m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}},$$

откуда

$$\frac{(m_{\text{ж}})_M}{(m_{\text{г}})_M} = \frac{V_{\text{г}} - V_M}{V_M - V_{\text{ж}}} = \frac{MB}{AM}.$$

Следовательно, точка  $M$  делит отрезок  $AB$  на части  $AM$  и  $MB$ , обратно пропорциональные массам жидкости и газа в этом состоянии в соответствии с (1.20).

Найдём внутреннюю энергию газа Ван-дер-Ваальса. Подставив давление  $P$  из (1.18) в (1.9), получим после дифференцирования и последующего интегрирования

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}, \quad U = -\frac{a}{V} + f(T).$$

По определению  $(\partial U / \partial T)_V = C_v(T)$ , следовательно,

$$U = -\frac{a}{V} + \int C_v(T) dT.$$

Часто принимается, что  $C_v$  не зависит от температуры, тогда формула для внутренней энергии газа Ван-дер-Ваальса будет иметь вид

$$U = C_v T - \frac{a}{V}. \quad (1.24)$$

**Эффект Джоуля–Томсона.** Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа при медленном его протекании (дросселировании) через теплоизолированную пористую перегородку, обладающую большим гидравлическим сопротивлением. В идеальном газе, у которого отсутствует как взаимное притяжение, так и отталкивание молекул, температура при таком течении не меняется.

При стационарном движении газа через теплоизолированную трубку с пористой перегородкой над газом совершается работа по его проталкиванию через перегородку, которая идёт на увеличение внутренней энергии. Диссипируемая из-за трения в перегородке энергия остаётся в потоке. В результате у газа, как показано ниже, сохраняется энтальпия.

Рассмотрим процесс протекания более подробно. Работа по перемещению моля газа при постоянном давлении до перегородки равна  $P_1 V_1$ , а после перегородки работа совершается против движения и равна  $(-P_2 V_2)$ ; здесь  $V_1$  и  $V_2$  — молярные объёмы. Суммарная работа идёт на изменение внутренней энергии моля газа  $U_2 - U_1$ :

$$P_1 V_1 - P_2 V_2 = U_2 - U_1 \quad \text{или} \quad P_1 V_1 + U_1 = P_2 V_2 + U_2.$$

При выводе не учитывалась кинетическая энергия газа, так как гидравлическое сопротивление предполагалось таким, что скорость газа была пренебрежимо малой по сравнению со скоростью звука  $c_0$ , иначе эффект может не наблюдаться. При пренебрежении кинетической энергией погрешность расчёта, например, перепада температур, будет порядка

$(u^2/c_0^2)T_1$ , где  $u$  — скорость течения газа. Если кинетической энергией при выводе не пренебрегать, то получится уравнение Бернулли, на основании которого и сделана приведённая оценка.

Наряду с внутренней энергией в термодинамике используется энтальпия  $H$ :

$$H = U + PV. \quad (1.25)$$

Из выведенной выше формулы следует, что в процессе Джоуля–Томсона сохраняется именно эта величина:

$$H_1 = H_2. \quad (1.26)$$

Формула (1.26) позволяет рассчитывать параметры газа после протекания через пористую перегородку или другое гидравлическое сопротивление. Величина эффекта Джоуля–Томсона характеризуется разностью температур до и после перегородки  $\Delta T = T_1 - T_2$ , отнесённой к перепаду давления  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Рассмотрим *дифференциальный эффект Джоуля–Томсона*, т. е. когда изменения давления и температуры малы:

$$\Delta P \ll P_1, \quad \Delta T \ll T_1.$$

В этом случае коэффициент Джоуля–Томсона  $\mu_{д-т}$ , равный отношению перепада температур к перепаду давления, приблизительно равен производной температуры по давлению при постоянной энтальпии:

$$\mu_{д-т} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H. \quad (1.27)$$

Принимая, что энтальпия есть функция температуры и давления, и учитывая, что в процессе Джоуля–Томсона она сохраняется, получим

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \Delta T + \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T \Delta P = 0. \quad (1.28)$$

Отсюда находим коэффициент Джоуля–Томсона:

$$\mu_{д-т} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = - \frac{(\partial H / \partial P)_T}{(\partial H / \partial T)_P}. \quad (1.29)$$

Для вычисления производных используем первое и второе начала термодинамики. При использовании энтальпии  $H$  первое начало (1.4) имеет вид

$$\delta Q = dH - VdP.$$

Считаем, что  $H = H(T, P)$ , поэтому

$$\delta Q = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left[ \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T - V \right] dP. \quad (1.30)$$

Используя определение (1.5), находим теплоёмкость при постоянном давлении  $C_p$ , то есть при  $dP = 0$ :

$$C_p = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P. \quad (1.31)$$

Для углекислого газа по опытным данным  $C_p = 41$  Дж/(моль·К).

Чтобы найти производную  $(\partial H/\partial P)_T$ , поступаем так же, как при выводе формулы для внутренней энергии (1.9). Подставим энтропию (1.7) в формулу (1.30):

$$dS = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T - V \right] dP. \quad (1.32)$$

Так как по второму началу термодинамики  $dS$  является полным дифференциалом, то

$$\frac{\partial}{\partial P} \left[ \frac{1}{T} \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P \right] = \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{1}{T} \left[ \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T - V \right] \right\}.$$

После дифференцирования и упрощения получим искомую производную

$$\left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P. \quad (1.33)$$

Подставляя (1.31) и (1.33) в (1.29), находим коэффициент Джоуля–Томсона:

$$\mu_{д-т} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H = \frac{T(\partial V/\partial T)_P - V}{C_p}. \quad (1.34)$$

Для идеального газа  $PV = RT$  и коэффициент Джоуля–Томсона  $\mu_{д-т} = 0$ .

*Эффект Джоуля–Томсона для газа Ван-дер-Ваальса.* Используем уравнение состояния (1.18) и найдём коэффициент Джоуля–Томсона для газа Ван-дер-Ваальса. После взятия производной в соответствии с (1.18) в формуле (1.34) можно сделать упрощение и разложить результат в ряд относительно параметров  $a$  и  $b$ , оставив только члены первого порядка. Окончательно получим

$$\mu_{д-т} = \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}. \quad (1.35)$$



Температура газа  $T_i$ , при которой изменение температуры в дифференциальном эффекте отсутствует, называется температурой инверсии:

$$T_i = \frac{2a}{Rb}. \quad (1.36)$$

В результате дифференциального процесса Джоуля–Томсона для разреженного газа согласно (1.35) температура будет повышаться при понижении давления в результате дросселирования, если начальная температура была выше, чем  $T_i$ , и понижаться, если была ниже  $T_i$ .

*Температура инверсии газа Ван-дер-Ваальса в общем случае.* В общем случае температура инверсии зависит не только от начальной температуры газа  $T_1$  и его начального объёма  $V_1$ , но также и от конечного объёма  $V_2$ .

Подставим в условие сохранения энтальпии (1.26) внутреннюю энергию газа Ван-дер-Ваальса (1.24) и давление из формулы (1.18). Получим

$$C_v T_1 - \frac{a}{V_1} + \left( \frac{RT_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1^2} \right) V_1 = C_v T_2 - \frac{a}{V_2} + \left( \frac{RT_2}{V_2 - b} - \frac{a}{V_2^2} \right) V_2. \quad (1.37)$$

При температуре инверсии  $T_1 = T_2 = T_i$ . После подстановки в (1.37) находим

$$RT_i \left( \frac{V_1}{V_1 - b} - \frac{V_2}{V_2 - b} \right) = 2a \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

После упрощения получим формулу для температуры инверсии при любом перепаде давления или любом расширении газа:

$$T_i = \frac{2a}{Rb} \frac{(V_1 - b)(V_2 - b)}{V_1 V_2}. \quad (1.38)$$

Отсюда для дифференциального эффекта Джоуля–Томсона при  $V_1 \sim V_2$  и любом соотношении между  $V_1$  и  $b$  имеем

$$T_i = \frac{2a}{Rb} \left( \frac{V_1 - b}{V_1} \right)^2. \quad (1.39)$$

Для дифференциального эффекта разреженного газа, то есть при  $V_1 \gg b$ , отсюда следует  $T_i = \frac{2a}{Rb}$ . Этот результат совпадает с формулой (1.36).

В случае так называемого интегрального эффекта, при  $V_2 \gg b$ , получим

$$T_{i\infty} = \frac{2a}{Rb} \frac{V_1 - b}{V_1}. \quad (1.40)$$

**Теплоёмкость твёрдых тел.** Молекулы или атомы твёрдых тел связаны друг с другом силами взаимодействия и могут совершать только колебания около положения равновесия в узлах кристаллической решётки. Энергия этих колебаний и является внутренней энергией твёрдого тела, которая определяет его температуру. Таким образом, твёрдое тело состоит из колеблющихся частиц — осцилляторов. Средняя кинетическая энергия гармонического осциллятора равна средней потенциальной энергии (потенциальная энергия пропорциональна квадрату смещения, зависящего от времени по гармоническому закону, а кинетическая — пропорциональна квадрату производной от смещения, но средние значения квадратов синуса и косинуса равны). Поэтому на одну поступательную степень свободы осциллятора приходится вдвое больше энергии, чем у свободной частицы, то есть  $kT$ . Так как каждый атом кристаллической решётки может двигаться в трёх направлениях, то есть имеет три степени свободы, то полная энергия одного атома твёрдого тела равна  $3kT$ , а моля вещества —  $3RT$ . Отсюда следует, что молярная теплоёмкость твёрдого тела  $C = 3R$ . Согласно приведённому выводу полученная величина является теплоёмкостью при постоянном объёме.

Классическая теория приводит к выводу, что молярные теплоёмкости всех твёрдых тел одинаковые, не зависят от температуры и равны  $3R$ . Этот теоретический результат согласуется с установленным экспериментально законом Дюлонга и Пти, по которому молярные теплоёмкости всех твёрдых тел приблизительно одинаковы и составляют около 6 кал/(моль·град). Теоретическое значение  $C = 3R = 24,94$  Дж/(моль·°C) = 5,96 кал/(моль·°C). (1 кал = 4,1868 Дж).

При комнатной температуре закон Дюлонга и Пти неплохо выполняется для многих элементов, в том числе металлов. При значительном понижении температуры теплоёмкость уменьшается и стремится к нулю с приближением температуры к абсолютному нулю. Явление объясняется квантовыми эффектами (теория Дебая). По этой теории вычисляется характеристическая (дебаевская) температура  $\theta$ , выше которой теплоёмкость твёрдого тела почти не меняется (увеличивается с ростом температуры всего на пять процентов). Для алюминия  $\theta = 394$  К, для железа  $\theta = 420$  К. Отметим, что для обоих металлов дебаевская температура превышает комнатную, поэтому для них теоретическая величина теплоёмкости (при  $T = 300$  К) примерно на 8% меньше предельного значения.

### Работа 2.1.1

## Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении

**Цель работы:** 1) измерение повышения температуры воздуха в результате подвода тепла при стационарном течении через стеклянную трубу; 2) вычисление по результатам измерений теплоёмкости воздуха при постоянном давлении.

**В работе используются:** теплоизолированная трубка; электронагреватель; источник питания постоянного тока Б5-70; термopара; амперметр; вольтметр; универсальный цифровой вольтметр В7-23; газовый счётчик; секундомер.

Определение теплоёмкости тел обычно производится в калориметрах, т. е. в сосудах, обеспечивающих теплоизоляцию исследуемого тела от внешней среды. При этом регистрируется количество тепла  $Q$ , полученное телом, и изменение температуры этого тела  $\Delta T$ . Теплоёмкость определяется как частное от деления  $Q$  на  $\Delta T$ :

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Надёжность измерения определяется в основном качеством калориметра. Необходимо, чтобы количество тепла, затрачиваемое на нагревание исследуемого тела, было существенно больше тепла, расходуемого на нагревание калориметра, и на потери, связанные с утечкой тепла из установки. При измерении теплоёмкости воздуха эти требования выполнить очень трудно, так как масса воздуха, заключённого в калориметре, и, следовательно, количество тепла, идущее на его нагревание, очень малы. Чтобы увеличить количество воздуха при неизменных размерах установки, в нашей работе воздух продувается сквозь калориметр, внутри которого установлен нагреватель. Измеряется количество тепла, отдаваемое нагревателем, масса протекающего воздуха и изменение его температуры.

**Экспериментальная установка.** Схема установки изображена на рисунке рис. 1. Кран К служит для регулировки количества воздуха, поступающего в установку. Объём воздуха, прошедшего через калориметр, измеряется газовым счётчиком ГС.

Калориметр представляет собой стеклянную трубку с вакуумной теплоизолирующей оболочкой. Давление воздуха в вакуумной оболочке калориметра не превышает  $10^{-5}$  торр. Теплопроводность воздуха при

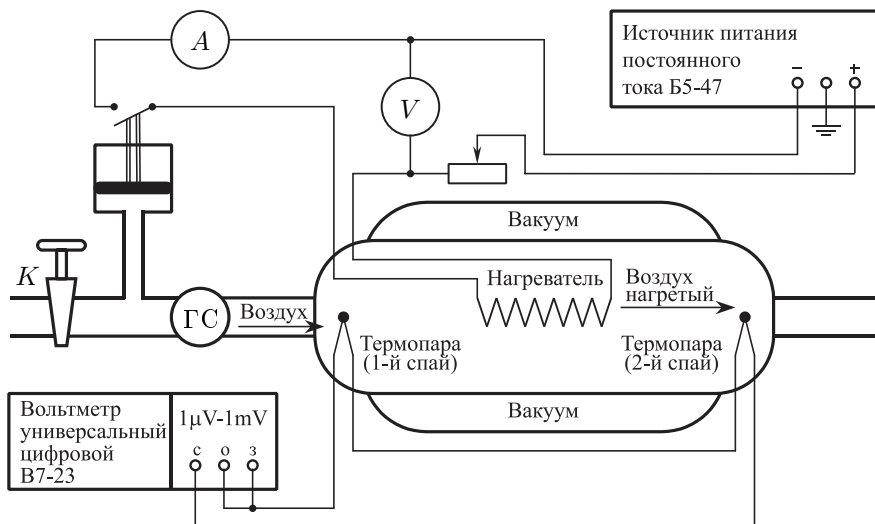


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

таком давлении ничтожно мала. Обращенные в сторону вакуума стенки калориметра посеребрены, что уменьшает потери тепла из-за излучения.

Электронагреватель, укрепленный в калориметре, сделан в виде сетки и подключен к источнику питания постоянного тока Б5-47. В процессе измерений нагреватель обдувается проходящим через калориметр воздухом и равномерно нагревает его. Для предохранения электропечи от перегорания предусмотрена блокировка, размыкающая цепь нагревателя при отключении воздушного потока или при недостаточной его скорости. В цепь нагревателя включены амперметр и вольтметр, служащие для измерения мощности протекающего через нагреватель тока. Для измерения температуры воздуха служит термопара. Один спай термопары расположен в струе воздуха, входящего в калориметр, второй спай — в струе выходящего нагретого воздуха. Возникающая в термопаре ЭДС пропорциональна изменению температуры воздуха и измеряется универсальным цифровым вольтметром В7-23. В работе применяется медно-константановая термопара. При разности температур спаев  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  ЭДС термопары равна  $4,23\text{ мВ}$  (холодный спай находится при комнатной температуре).

В начале опыта, непосредственно после включения установки, значительная часть мощности нагревателя расходуется на нагревание ка-

лориметра. Через некоторое время распределение температур устанавливается, и мощность затрачивается на нагревание воздуха и на потери, связанные главным образом с теплопроводностью стенок.

Отметим, что потери тепла зависят только от распределения температур вдоль стенок, а значит, от перепада температур на спаях термопары, и не зависят непосредственным образом от мощности нагревателя и потока воздуха. Это обстоятельство позволяет экспериментальным путём найти и исключить потери тепла в калориметре.

Вычислим работу, совершаемую при протекании газа через калориметр. Внешняя работа по перемещению моля газа в направлении течения в начале трубки равна  $A_1 = P_1 V_1$ , а в конце трубки давление препятствует движению и внешняя работа над газом отрицательна:  $A_2 = -P_2 V_2$ . Полная работа над газом равна  $A_1 + A_2 = P_1 V_1 - P_2 V_2$ , а работа самого газа равна этой же величине, но с обратным знаком:

$$A = P_2 V_2 - P_1 V_1.$$

Здесь  $P_1, V_1$  — давление и объём моля газа на входе, а  $P_2, V_2$ , — соответственно на выходе трубки.

Внутренняя энергия газа изменяется на величину  $\Delta U = U_2 - U_1$ .

Для определения количества тепла  $Q$ , полученного газом, воспользуемся первым началом термодинамики, то есть уравнением (1.1):

$$Q = U_2 - U_1 + P_2 V_2 - P_1 V_1 = H_2 - H_1,$$

где  $H = U + PV$  — энтальпия. Подведённое тепло идёт на увеличение энтальпии (необходимо отметить, что в данном эксперименте можно пренебречь изменением кинетической энергии газа из-за малости скорости движения газа по сравнению со скоростью звука).

Для идеального газа  $H = C_p T$ , поэтому

$$Q = C_p (T_2 - T_1).$$

Следовательно, в данном эксперименте измеряется теплоёмкость при постоянном давлении — это результат стационарности процесса.

Расчёт удельной теплоёмкости воздуха производится по очевидной формуле:

$$c_p = \frac{Q}{m \Delta T} = \frac{IU - N}{m \Delta T}, \quad (1)$$

где  $IU$  — мощность, выделяемая нагревателем,  $N$  — мощность тепловых потерь,  $m$  — масса воздуха, проходящего через калориметр за единицу времени,  $\Delta T$  — разность температур, измеренная термопарой.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите компрессор и установите расход воздуха  $\sim 5$  л/мин регулировкой крана К. Минимальный расход воздуха ограничен блокировкой электропитания нагревательного элемента.
2. Включите цифровой вольтметр и убедитесь, что ЭДС термопары (т.е. разность температур  $\Delta T$  на концах термопары) равна нулю.
3. Включите источник питания Б5–70 и отрегулируйте ток в цепи нагревателя  $\sim 0,1$  А.
4. Дождитесь установления показаний ЭДС вольтметра (они должны оставаться постоянными в течение 1–2 минут). Время их установления определяется установлением мощности тепловых потерь  $N = \alpha \Delta T$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $\Delta T = T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}} = \frac{100}{4,23}$ . ЭДС — разность температур, измеренная термопарой.
5. Для полученной разности температур  $\Delta T$  запишите расход воздуха (т.е. время, зафиксированное секундомером прошедшего числа литров воздуха по газовому счётчику), падение напряжения и протекающий ток через нагревательный элемент. Расход газа за единицу времени, проходящего через калориметр  $m = \mu PV/RT$ , где  $\mu$  — молярная масса воздуха,  $P$  — атмосферное давление,  $V$  — объём протекшего газа,  $T$  — комнатная температура по абсолютной шкале.
6. Проведите серию из 3–5 измерений при одной и той же разности температур  $\Delta T$ . Каждое измерение проводите согласно пунктам 4–5, уменьшая расход газа в диапазоне от 5 до 0,5 л/мин. При этом, регулируя напряжение  $U$ , добивайтесь сохранения постоянства показаний ЭДС.
7. По полученным результатам постройте график, откладывая по оси абсцисс расход газа  $m$ , а по оси ординат — мощность  $IU$ . Тангенс угла наклона полученной прямой соответствует величине удельной теплоёмкости  $c_p$ , входящей в уравнение (1). Величина потерь  $N$  соответствует смещению полученной прямой по оси ординат относительно начала координат.
8. Установите новое, большее значение ЭДС и проведите серию измерений аналогичную пунктам 4–6 настоящего Задания.
9. Проведите аналогичные измерения для 3–4 значений ЭДС в интервале от 0,1 до 0,6 мВ. Результаты всех измерений отложите на одном и том же графике пункта 7. Окончательное значение  $c_p$  определите как среднее серии измерений.
10. Постройте график, отложив по оси ординат  $N$ , а по оси абсцисс  $\Delta T$  и определите коэффициент теплоотдачи (потерь)  $\alpha$ . Потери на излучение определяются по закону Стефана—Больцмана  $N = AT^4$ .

11. По графику потерь оцените долю каждого из механизмов обсуждаемых потерь. Установите основные причины ошибок измерения и оцените их величину.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 2, §§ 2.1, 2.2.
2. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. IX, §§ 24–27.
3. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. — М.: Наука, 1965. Гл. VII, § 57.
4. Коротков П.Ф. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 98–107.

### Работа 2.1.2

### Определение $C_p/C_v$ методом адиабатического расширения газа

**Цель работы:** определение отношения  $C_p/C_v$  для воздуха или углекислого газа по измерению давления в стеклянном сосуде. Измерения производятся сначала после адиабатического расширения газа, а затем после нагревания сосуда и газа до комнатной температуры.

**В работе используются:** стеклянный сосуд; U-образный жидкостный манометр; резиновая груша; газгольдер с углекислым газом.

**Экспериментальная установка.** Используемая для опытов установка состоит из стеклянного сосуда А (объёмом около 20 л), снабженного краном К, и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на рисунке рис. 1.

Избыточное давление воздуха создаётся с помощью резиновой груши, соединённой с сосудом трубкой с краном  $K_1$ . При опытах с  $CO_2$  газ в сосуд подаётся из газгольдера.

В начале опыта в стеклянном сосуде А находится исследуемый газ при комнатной температуре  $T_1$  и давлении  $P_1$ , несколько превышающем атмосферное давление  $P_0$ . После открытия крана К, соединяющего сосуд А с атмосферой, давление и температура газа будут понижаться.

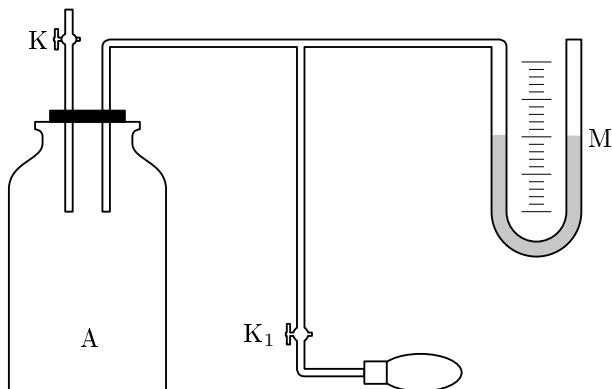


Рис. 1. Установка для определения  $C_p/C_v$  методом адиабатического расширения газа

Это уменьшение температуры приближённо можно считать адиабатическим. Приближение основано на том, что равновесие в газах по давлению устанавливается намного быстрее, чем равновесие по температуре, которое происходит в процессе «диффузии тепла», диффузии интенсивности хаотического движения. Поэтому

$$\Delta t_P \ll \Delta t_T, \quad (1)$$

где  $\Delta t_P$  и  $\Delta t_T$  обозначают соответственно времена выравнивания давления и температуры.

Выполнение условия (1) зависит, конечно, и от конструкции установки, в частности, от величины отверстия в кране К, которое должно быть достаточно большим. Ниже приведены численные оценки величин  $\Delta t_P$  и  $\Delta t_T$  и их влияния на точность опытов. Если открыть кран К в течение такого промежутка времени  $\Delta t$ , что удовлетворяются условия

$$\Delta t_P \ll \Delta t \ll \Delta t_T, \quad (2)$$

то теплообменом через стенки баллона можно приближённо пренебречь и считать процесс адиабатическим.

Преобразуем уравнение адиабаты (1.15) с помощью уравнения Клапейрона к переменным  $P$ ,  $T$ . Обозначим состояние газа после повышения давления в сосуде и выравнивания температуры с комнатной индексом «1», а состояние сразу после открытия крана и выравнивания давления с атмосферным — индексом «2». Получим

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}. \quad (3)$$



Давление  $P_2$  после адиабатического расширения газа равно атмосферному давлению  $P_0$ , а температура  $T_2$  будет ниже комнатной температуры  $T_1$  (температура газа понижается, так как работа расширения совершается за счёт внутренней энергии газа)<sup>1</sup>.

После того как кран К вновь отсоединит сосуд от атмосферы, происходит медленное изохорическое нагревание газа со скоростью, определяемой теплопроводностью стеклянных стенок сосуда. Вместе с ростом температуры растёт и давление газа. За время порядка  $\Delta t_T$  система достигает равновесия, и установившаяся температура газа  $T_3$  становится равной комнатной температуре  $T_1$ .

Изохорический процесс выравнивания температуры при закрытом кране подчиняется закону Гей-Люссака:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_3}{T_1}. \quad (4)$$

Исключая с помощью (4) отношение температур  $T_1/T_2$  из (3), найдём

$$\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Отсюда учитывая, что  $P_2 = P_0$ , находим  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)}. \quad (5)$$

В нашем случае давления  $P_1$  и  $P_3$  отличаются от атмосферного на малую величину, измеряемую жидкостным U-образным манометром. Введём обозначения:

$$P_1 = P_0 + \rho g h_1, \quad P_3 = P_0 + \rho g h_2.$$

Разлагая логарифмы в ряд и пренебрегая членами второго порядка малости, получим

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \rho g h_1/P_0)}{\ln(1 + \rho g h_1/P_0) - \ln(1 + \rho g h_2/P_0)} \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (6)$$

При желании можно произвести вычисления точно и таким образом определить величину ошибки, возникающей при использовании формулы (6).

---

<sup>1</sup> Исследование адиабатического расширения газа удобно проводить в переменных  $P, T$ , а не  $P, V$ , потому что процесс происходит при переменной массе газа, остающегося в баллоне. Изменение массы газа никак не сказывается на вычислениях в переменных  $P, T$ , но крайне неудобно при использовании в качестве независимой переменной занимаемого газом объёма.

Как следует из (6), для определения  $\gamma$  необходимо знать избыточное (над атмосферным) давление в баллоне до адиабатического расширения газа и его избыточное давление после изохорного нагревания. Следует подчеркнуть, что обе величины должны измеряться в состоянии термодинамического равновесия, т. е. после прекращения теплообмена. Для этого необходимо закрыть кран К после установления в сосуде атмосферного давления, но ещё до того, когда там начнётся нагревание газа. То есть нужно выполнить условия (2).

**Время вытекания газа.** Оценим время выравнивания давления  $\Delta t_P$ , пренебрегая вязкостью газа. В данном случае это можно сделать из-за малой длины трубки, через которую вытекает газ.

После открытия крана К по газу со скоростью звука  $c$  будет распространяться волна разрежения и через время  $L/c$  (где  $L$  — высота сосуда) она достигнет дна. Весь газ придёт в движение, и через несколько таких интервалов процесс вытекания будет почти установившимся, квазистационарным. При этом скорость истечения  $v$  можно рассчитать по уравнению Бернулли для несжимаемой среды, поскольку давление воздуха мало отличается от атмосферного и изменением плотности допустимо пренебречь:

$$v = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho_0}}.$$

За время  $dt$  из сосуда через отверстие площадью  $S_r$  вытечет масса газа  $\rho_0 S_r v dt$ , где плотность взята при атмосферном давлении из-за малого изменения давления газа.

В сосуде объёма  $V_0$  давление за это же время снизится на  $dP$ , и масса газа при адиабатическом истечении уменьшится на величину

$$dm = V_0 d\rho = \frac{V_0}{c^2} dP.$$

Здесь использовано определение адиабатической скорости звука

$$c^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S.$$

Составив баланс вытекающей массы и остающейся в сосуде, получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dP}{\sqrt{P - P_0}} = -\frac{\sqrt{2\rho_0} S_r c^2}{V_0} dt,$$

интегрируя которое, найдём искомое время вытекания газа:

$$t_P = \frac{V_0}{S_{rc}} \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\gamma P_0}}. \quad (7)$$

Для численной оценки используем приблизительные данные установки: диаметр сосуда 25 см, диаметр отверстия 1 см,  $L = 50$  см,  $c = 340$  м/с,  $\gamma = 1,4$ ,  $P - P_0 = 10$  см водяного столба. Из (7) найдём  $t_P = 0,1$  с.

За рассчитанное время вытекания газа из сосуда звуковая волна может 34 раза пройти от отверстия до дна и обратно. Этого достаточно, чтобы течение считать квазистационарным и применять уравнение Бернулли.

Отметим, что после выравнивания давления из-за инерции вытекающей струи могут происходить колебания воздуха в сосуде как в акустическом резонаторе. Поэтому при малых временах открытия крана  $\Delta t$  (меньше одной секунды) результаты отдельных измерений заметно отличаются друг от друга (случайный разброс вызван не только колебаниями, но и неопределённостью во времени открытия крана). При увеличении времени  $\Delta t$  (больше одной секунды) колебания давления из-за затухания благодаря вязкости становятся меньше, но за большее время увеличивается теплообмен. Следствием является уменьшение давления  $P_3$  и занижение значения  $\gamma$ .

**Нагревание газа от стенок сосуда.** Перейдём к оценке теплообмена между газом и стенками за время выравнивания давления, то есть примерно 0,5 с. В течение такого времени глубина прогревания невелика, значительно меньше размеров сосуда, поэтому нагревание приближённо можно считать одномерным. Процесс изменения температуры в пространстве и времени описывается уравнением теплопроводности (в частных производных), точное решение которого сложно даже для одномерного случая. Поэтому ограничимся оценкой.

Все физические свойства среды, влияющие на исследуемый процесс, отражены в уравнении теплопроводности всего через один параметр — коэффициент температуропроводности  $\chi = \frac{\kappa}{\rho c_p}$ , где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности,  $c_p$  — теплоёмкость при постоянном давлении единицы массы газа,  $\rho$  — его плотность. Размерность  $\chi$  в системе СИ есть м<sup>2</sup>/с.

Если в начальном распределении температуры нет постоянных с размерностью длины, как, например, при нагревании полупространства от горячей стенки, то решение может быть функцией только от одного безразмерного параметра  $\frac{x^2}{\chi t}$ , где  $x$  — координата,  $t$  — время (такое решение называется автомодельным). Одному и тому же значению этого

параметра будет соответствовать одна и та же температура, положение которой в пространстве меняется. Расстояние от стенки до точки с любой заданной температурой увеличивается пропорционально квадратному корню из времени. При  $\frac{x^2}{\chi t} = 1$ , то есть при  $x = \sqrt{\chi t}$ , в точном решении задачи о нагревании полупространства температура равна примерно среднему значению между постоянной температурой горячей стенки и температурой первоначально холодной теплопроводящей среды. Это значение  $x$  можно использовать для оценки толщины слоя газа, нагретшегося от стенки сосуда при предполагаемом его адиабатическом охлаждении, сопровождающим процесс вытекания.

В соответствии с оценкой времени вытекания газа из сосуда примем для определения влияния теплопроводности время  $t = 0,5$  с. Для воздуха  $c_p = 0,99$  Дж/(г·К),  $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $\kappa = 2,50 \cdot 10^{-2}$  Вт/(м·К). По этим данным  $\chi = 0,19$  см<sup>2</sup>/с, и при  $t = 0,5$  с глубина нагревания составит  $x = 0,3$  см.

При радиусе сосуда  $R = 12,5$  см доля неохлаждённого воздуха из-за контакта со стенкой сосуда составит, согласно приведённой оценке,  $\frac{2\pi R x}{\pi R^2} = 0,05$ , то есть 5% от массы газа в сосуде. Следовательно, давление  $P_3$  и величина  $h_2$  будут во столько же раз меньше, что приведёт к уменьшению величины  $\gamma$  в соответствии с формулой (6) в  $\frac{h_2}{h_1 - h_2} \cdot 0,05$  раз. Например, при  $h_1 = 20$  см и  $h_2 = 10$  см уменьшение  $\gamma$  по этой причине составит также 5%. Это довольно много, так как разница между  $\gamma$  двухатомного (1,40) и многоатомного (1,33) газа по классической теории теплоёмкости также составляет всего 5%. Приведённая оценка ошибки может быть несколько уменьшена, если учесть охлаждение стеклянных стенок сосуда.

**Охлаждение стенок.** Глубину охлаждения стенок сосуда за время вытекания газа можно оценить аналогичным способом.

Для стекла теплоёмкость  $c = 1,0$  кДж/(кг·К), плотность  $\rho = 2,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, теплопроводность  $\kappa = 1,0$  Вт/(м·К). По этим данным получим  $\chi = 0,4 \cdot 10^{-2}$  см<sup>2</sup>/с и глубина охлаждения получится равной всего 0,045 см.

Из полученной оценки следует, что глубина охлаждения стекла примерно в семь раз меньше, чем глубина нагревания воздуха за то же время. Если учесть, что теплоёмкость стекла на единицу объёма на три порядка больше теплоёмкости воздуха, то получится, что изменение температуры стенок будет примерно в сто раз меньше, чем у газа. Оценка ошибки остаётся прежней, учёт охлаждения стекла в данном случае не оказывает заметного влияния на нагревание воздуха.

Из приведённых оценок теплопередачи следует, что она может ока-

зывать существенное влияние на измеряемые величины, следствием чего является заниженное значение измеренной величины показателя адиабаты. Поэтому рекомендуется многократное проведение эксперимента при разных временах открытия крана, а затем интерполяция и экстраполяция полученных значений.

### ЗАДАНИЕ

1. Перед началом работы убедитесь, что краны и места сочленений трубок достаточно герметичны. Для этого наполните баллон воздухом или углекислым газом до давления, превышающего атмосферное на 10–25 см вод. ст., и перекройте кран  $K_1$ . Увеличение давления в баллоне сопровождается повышением температуры. Вследствие теплопроводности стенок с течением времени происходит понижение температуры воздуха в баллоне и вместе с тем понижение давления (изохорное охлаждение). По U-образному манометру снимите зависимость давления  $h$  в баллоне от времени  $t$  и постройте график  $h = f(t)$ . Если установка достаточно герметична, то по истечении некоторого времени  $\Delta t_T$ , необходимого для установления термодинамического равновесия, давление в баллоне перестанет понижаться. В противном случае необходимо найти и устранить течь. Из графика определите время установления термодинамического равновесия  $\Delta t_T$ . Стабильное избыточное давление воздуха  $h_1$  в баллоне должно быть тщательно измерено.
2. Откройте на короткое время кран  $K$  и закройте его снова. Подождите, пока уровень жидкости в манометре перестанет изменяться. Это произойдёт, когда температура газа в сосуде сравняется с комнатной, примерно через время  $\Delta t_T$ . Запишите разность уровней жидкости в манометре  $h_2$ . В работе рекомендуется провести серию из 5–8 измерений, каждый раз вновь заполняя сосуд, выжидая время установления уровня  $h_1$ , а затем, открывая кран  $K$  примерно на  $\Delta t = 0,5$  с. Это время достигается быстрым поворотом ручки крана  $K$  на  $180^\circ$ . Затем делается 5–8 измерений в интервале 0,5–1,0 с и потом 5–8 измерений в интервале 1,5–5 с. При каждом опыте записываются  $h_1$  и  $h_2$  после того, как уровни перестанут изменяться. По полученным данным вычислите согласно формуле (6) соответствующие величины  $\gamma$  и постройте график  $\gamma(\Delta t)$ .
3. Окончательный результат следует получить экстраполяцией зависимости  $\gamma$  от  $\Delta t$  примерно к значению  $\Delta t = 0,1$ – $0,2$  с, когда давление уже почти сравнялось с атмосферным, но теплопроводность ещё не так сильно повлияла на уменьшение  $\gamma$ .
4. Оцените ошибку измерений.

### Контрольные вопросы

1. Зависит ли  $\gamma$  от температуры в выбранном интервале температур?

2. Чему равны  $C_p$ ,  $C_v$  и  $\gamma$  для идеальных газов по теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы?
3. Почему при наполнении сосуда воздух в нём нагревается?
4. Сделайте оценку времени вытекания газа, используя формулу Пуазейля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. I. Механика. — М.: Наука, 1989. § 94; Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1990. §§ 22, 56.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 2, §§ 2.1, 2.2.
3. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. II, §§ 24–27.
4. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 98–112.
5. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 158–174.

### Работа 2.1.3

#### Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

**Цель работы:** 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

**В работе используются:** звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой (1.17):

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — температура газа, а  $\mu$  — его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдём

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2. \quad (1)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отражённых волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число. Если условие (2) выполнено, то волна, отражённая от торца трубы, вернувшись к её началу и вновь отражённая, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает — наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения (*узел смещения*). Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через  $\lambda/2$ . Между узлами находятся максимумы смещения (*пучности*).

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением

$$c = \lambda f. \quad (3)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ . Скорость звука находится по формуле (3).

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового

генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k). \quad (4)$$

Из (3) и (4) имеем

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}n, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{c}{2L}, \quad \dots, \\ f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k. \quad (5)$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

**Экспериментальная установка.** Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчётах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для  $\text{CO}_2$ . Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре воды, омывающей трубу. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите в сеть электронный осциллограф ЭО и звуковой генератор ГЗ и дайте им прогреться 5–7 минут. После этого включите тумблер «Луч» и ручками управления осциллографа добейтесь того, чтобы на экране была видна линия, прочерченная электронным лучом.



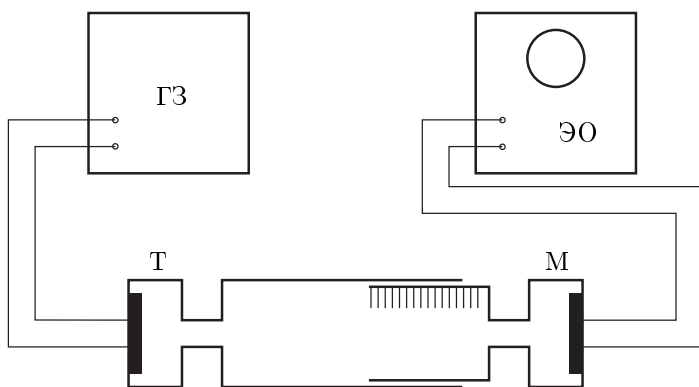


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

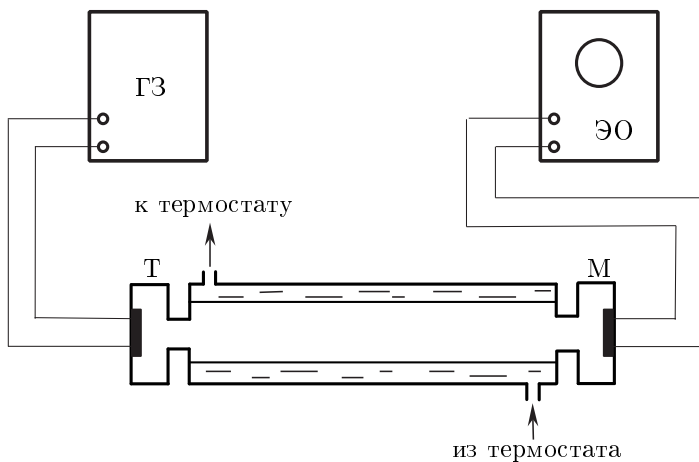


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Установите нулевое значение шкалы частот звукового генератора (только для генератора ГЗ-18). Для этого лимбы «Частота» и «Расстройка» установите на нуль и вращением ручки «Установка нуля» добейтесь того, чтобы стрелка вольтметра остановилась на нуле. Время от времени проверяйте, не сбилась ли установка нуля.

2. Подберите напряжение на выходе генератора так, чтобы при резонансе на осциллографе наблюдались колебания достаточной амплитуды. Остановите картину на осциллографе. Убедитесь в том, что колебания имеют неискажённую синусоидальную форму. Если форма колебаний искажена, уменьшайте амплитуду сигнала, поступающего с генератора, пока искажения не прекратятся.
3. Измерения на первой установке (рис. 1).

а) Исходя из примерного значения скорости звука (300 м/с), рассчитайте, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 2–5 резонансов.

б) Используя многоходовый или кнопочный кран, продуйте трубу воздухом (в ней мог остаться углекислый газ). Плавно изменяя длину трубы, последовательно пройдите через все доступные для наблюдения точки резонанса. Повторите измерения при других частотах (всего 4–6 различных значений частоты). Для каждого резонанса измерьте соответствующее удлинение трубы. Проведите измерения, сначала увеличивая длину трубы, а затем уменьшая её.

в) Изобразите полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $L_{n+k} - L_n$ . Через точки, полученные при одном и том же значении частоты, проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны.

По графику оцените ошибку измерения  $\lambda/2$ . Вычислите значение скорости звука и оцените точность полученного результата. (Ошибка в градуировке шкалы частот генератора не превосходит половины минимального деления шкалы.) Сопоставьте значения скорости звука, измеренные на разных частотах. Находятся ли эти значения в согласии друг с другом? Найдите наилучшее значение скорости звука, используя все результаты измерений.

г) Измерьте скорость звука в углекислом газе. Перед началом измерений продуйте трубу углекислым газом. Для этого при открытом кране подвижную часть трубы следует несколько раз медленно выдвинуть и затем резко вдвинуть в трубу. Температура газа равна комнатной. Измерять резонансные максимумы нужно при открытом кране  $\text{CO}_2$  и при медленных перемещениях подвижной части трубы как внутрь, так и наружу.

По окончании этих измерений подвижную часть трубы оставьте во вставленном состоянии и проведите измерения резонансных максимумов при увеличении и затем при уменьшении частоты. Обработайте полученные данные и сравните результаты с полученными при изменении длины трубы.

4. Измерения на второй установке (рис. 2).

а) Измерьте скорость звука в трубе постоянной длины. Плавное увеличение частоты генератора, получите ряд последовательных резонансных значений частоты, отмечая момент резонанса по увеличению амплитуды колебаний на экране осциллографа. Убедитесь в повторяемости результатов, производя измерения при уменьшении частоты.

б) Полученные результаты изобразите на графике, откладывая по оси абсцисс номер резонанса  $k$ , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса:  $f_{k+1} - f_1$ . Через полученные точки проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент прямой определяет величину  $c/2L$  (см. формулу (5)). Вычислите значение скорости звука. Оцените ошибку измерений.

в) Включите термостат. Повторите измерения пп. а) и б) ещё при трёх значениях температуры в интервале от комнатной до 80 °С. Найдите скорость звука при каждом выбранном значении температуры.

5. Вычислите значение  $\gamma = C_p/C_v$  по формуле (1). Оцените ошибку измерений.

### Контрольные вопросы

1. Выведите формулы (1.16) и (1.17).
2. Зависит ли  $\gamma$  от температуры в выбранном интервале температур?
3. Будет ли наблюдаться такая зависимость при изменении температуры от очень малых значений до 1000 °С?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. I. Механика. — М.: Наука, 1989. § 85; Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1990. § 23.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 2, § 2.2.
3. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. II. §§ 24–27.
4. *Хайкин С.Э.* Физические основы механики. — М.: Наука, 1971. Гл. XVI, § 134. Гл. XIX. § 154.
5. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 98–111.
6. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 158–173.

### Работа 2.1.4

## Определение теплоёмкости твёрдых тел

**Цель работы:** 1) измерение количества подведённого тепла и вызванного им нагрева твёрдого тела; 2) определение теплоёмкости по экстраполяции отношения  $\Delta Q/\Delta T$  к нулевым потерям тепла.

**В работе используются:** калориметр с нагревателем и термометром сопротивления; амперметр; вольтметр; мост постоянного тока; источник питания 36 В.

В предлагаемой работе измерение теплоёмкости твёрдых тел производится по обычной схеме. Исследуемое тело помещается в калориметр. Измеряется  $\Delta Q$  — количество тепла, подведённого к телу, и  $\Delta T$  — изменение температуры тела, произошедшее в результате подвода тепла. Теплоёмкость определяется по формуле

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}. \quad (1)$$

Температура исследуемого тела надёжно измеряется термометром (в нашем случае — термометром сопротивления), а определение количества тепла, поглощённого телом, обычно вызывает затруднение. В реальных условиях не вся энергия  $P\Delta t$ , выделенная нагревателем, идёт на нагревание исследуемого тела и калориметра, часть её уходит из калориметра благодаря теплопроводности его стенок. Оставшееся в калориметре количество тепла  $\Delta Q$  равно

$$\Delta Q = P\Delta t - \lambda(T - T_{\text{к}})\Delta t, \quad (2)$$

где  $P$  — мощность нагревателя,  $\lambda$  — коэффициент теплоотдачи стенок калориметра,  $T$  — температура тела,  $T_{\text{к}}$  — температура окружающего калориметр воздуха (комнатная),  $\Delta t$  — время, в течение которого идёт нагревание.

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$C = \frac{P - \lambda(T - T_{\text{к}})}{\Delta T/\Delta t}. \quad (3)$$

Формула (3) является основной расчётной формулой работы. Она определяет теплоёмкость тела вместе с калориметром. Теплоёмкость калориметра должна быть измерена отдельно и вычтена из результата.

С увеличением температуры исследуемого тела растёт утечка энергии, связанная с теплопроводностью стенок калориметра. Из формулы

(2) видно, что при постоянной мощности нагревателя по мере роста температуры количество тепла, передаваемое телу, уменьшается и, следовательно, понижается скорость изменения его температуры.

Погрешности, связанные с утечкой тепла, оказываются небольшими, если не давать телу заметных перегревов и производить все измерения при температурах, мало отличающихся от комнатной ( $T \rightarrow T_k$ ). Однако при небольших перегревах возникает большая ошибка в измерении  $\Delta T = T - T_k$  и точность определения теплоёмкости не возрастает. Чтобы избежать этой трудности, в работе предлагается следующая методика измерений. Зависимость скорости нагревания тела  $\Delta T/\Delta t$  от температуры измеряется в широком интервале изменения температур. По полученным данным строится график:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = f(T),$$

который экстраполируется к температуре  $T = T_k$ , и, таким образом, определяется скорость нагревания при комнатной температуре  $(\Delta T/\Delta t)_{T=T_k}$ . Подставляя полученное выражение в формулу (3) и замечая, что при  $T = T_k$  член  $\lambda(T - T_k)$  обращается в нуль, получаем

$$C = \frac{P}{(\Delta T/\Delta t)_{T_k}}. \quad (4)$$

Температура измеряется термометром сопротивления, представляющим собой медную проволоку, намотанную на теплопроводящий каркас внутренней стенки калориметра (рис. 1). Известно, что сопротивление проводника изменяется с температурой по закону

$$R_T = R_0(1 + \alpha \Delta T), \quad (5)$$

где  $R_T$  — сопротивление термометра при  $T$  °C,  $R_0$  — его сопротивление при 0 °C,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления.

Дифференцируя (5) по времени, найдём

$$\frac{dR}{dt} = R_0 \alpha \frac{dT}{dt}. \quad (6)$$

Выразим сопротивление  $R_0$  через измеренное значение сопротивления термометра при комнатной температуре  $R_k$ . Согласно (5), имеем

$$R_0 = \frac{R_k}{1 + \alpha \Delta T_k}. \quad (7)$$

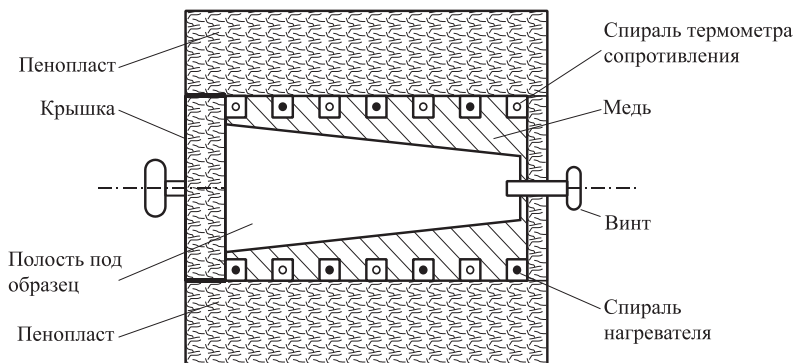


Рис. 1. Схема устройства калориметра

Подставляя (6) и (7) в (4), найдём

$$C = \frac{PR\alpha}{\left(\frac{dR}{dt}\right)_{T_k} (1 + \alpha\Delta T_k)}. \quad (8)$$

Входящий в формулу температурный коэффициент сопротивления меди равен  $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , все остальные величины определяются экспериментально.

**Экспериментальная установка.** Установка состоит из калориметра с пенопластовой изоляцией, помещённого в ящике из многослойной клееной фанеры. Внутренние стенки калориметра выполнены из материала с высокой теплопроводностью. Надёжность теплового контакта между телом и стенками обеспечивается их формой: они имеют вид усечённых конусов и плотно прилегают друг к другу. Для выталкивания образца служит винт в доньшке внутренней стенки калориметра.

В стенку калориметра вмонтированы электронагреватель и термометр сопротивления. Схема включения нагревателя изображена на рис. 2. Система реостатов позволяет установить нужную силу тока в цепи нагревателя. По амперметру и вольтметру определяется мощность, выделяемая током в нагревателе. Величина сопротивления термометра измеряется мостом постоянного тока.

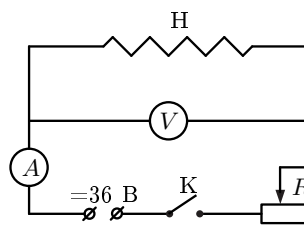






Рис. 2. Схема включения нагревателя

## ЗАДАНИЕ

1. Ознакомьтесь с устройством калориметра. Подготовьте мост постоянного тока Р-4833 к измерениям: подключите шнур питания к сети, проверьте подсоединение измеряемого сопротивления к клеммам  $T_1$  и  $T_2$  ( $T_1$  и  $T_2$  закорочены с клеммами  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  соответственно), нажмите кнопки «сеть», Г, МО-4 и .
2. Измерьте сопротивление термометра при комнатной температуре  $T_k$ . Для этого установите на панели моста отношение плеч  $N = 1$  и, нажимая на кнопку  (Грубо, гальванометр подсоединяется через большое сопротивление), произведите балансировку моста. На этом грубое измерение сопротивления термометра заканчивается. Для уточнения результата выберите такое соотношение плеч моста  $N$ , при котором точность измерения будет наибольшей (работают все ручки балансирующего сопротивления). Снова сбалансируйте мост, нажимая сначала на кнопку  (Грубо), а затем на кнопку  (Точно, гальванометр включается без сопротивления).
3. Замкните на короткое время ключом К цепь нагревателя и подберите на реостатах такое сопротивление, при котором мощность нагревателя составляет 10–12 Вт. Выключите нагреватель. На этом подготовка аппаратуры заканчивается. Затем приступите к измерениям.
4. При неизменной мощности нагревателя определите зависимость сопротивления термометра от времени для пустого калориметра  $R_T = R(t)$ . Для этого сначала проверьте балансировку моста и уточните (если балансировка нарушилась) начальную величину сопротивления термометра. Затем замкните цепь нагревателя ключом К и одновременно включите секундомер. Установите на мосте постоянного тока сопротивление, немного большее (на  $\sim 0,5\%$ ), чем это необходимо для балансировки (стрелка гальванометра при этом отклонится от нулевого значения), и следите за движением стрелки гальванометра. В тот момент, когда сопротивление термометра возрастёт до значения, установленного на мосте, и балансировка восстановится, отметьте показания секундомера. Затем вновь увеличьте сопротивление на мосте и отметьте время восстановления балансировки и т. д. Таким образом получите 10–15 точек.
5. Изобразите полученные точки на графике, откладывая по оси ординат величину сопротивления. Через полученные точки проведите плавную кривую.
6. Используйте полученную зависимость  $R_T = R(t)$  для построения графика, выражающего зависимость  $dR/dt = f(R)$ . Для этого кривую графика  $R_T = R(t)$  разделите на 10–15 отрезков и для каждого из них определите наклон  $dR/dt$ . По полученным значениям постройте новый график, откладывая по оси абсцисс сопротивление, а по оси ординат

- величину  $dR/dt$ . Проекстраполируйте полученный график к точке  $R_T = R_k$ .
7. Измеренные таким образом значения  $(dR/dt)_{R=R_k}$  и  $R_k$  подставьте в формулу (8) и вычислите теплоёмкость пустого калориметра  $C_0$ .
  8. Откройте калориметр и поместите в него исследуемое тело. Подождите, пока температура (по мосту Р-4833) калориметра с телом стабилизируется. Так как точность измерений возрастает при совпадении диапазонов изменения температуры калориметра с телом и без тела, рекомендуется после стабилизации температуры извлечь тело из калориметра и охладить его под струей водопроводной воды. Затем тело вытереть сухой тряпкой и дополнительно просушить его под струей сжатого воздуха из воздухопроводной сети. После этого рабочее тело вновь вставить в калориметр и, дождавшись стабилизации температуры, приступить к измерениям, повторив заново пункты 4–7. Нагревание образца произведите в течение 15–20 минут. По полученным результатам определите величину теплоёмкости образца вместе с калориметром  $C_1$ . Теплоёмкость исследуемого тела  $C_T$  определяется как разность теплоёмкостей:  $C_T = C_1 - C_0$ .
  9. Измерьте массу исследуемого образца и вычислите удельную и молярную теплоёмкость исследуемого тела. Измерения проведите для двух образцов.

### Контрольные вопросы

1. Как определяются удельная и молярная теплоёмкости?
2. Чему равна атомная теплоёмкость металла по классической теории? Чему равна молярная теплоёмкость химического соединения?
3. Какие меры рекомендуется применять для уменьшения ошибок измерения, связанных с потерями?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. М.: Наука, 1990. §§ 18, 63, 68.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 2, § 2.2.
3. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. IX, § 138.
4. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 100–102.
5. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 158.



### Работа 2.1.5

## Исследование термических эффектов, возникающих при упругих деформациях

**Цель работы:** 1) исследование упругого деформирования резиновой плёнки, в том числе при больших удлинениях, когда оно становится нелинейным; 2) измерение нагревания плёнки при большом адиабатическом растяжении и определение теплоёмкости плёнки.

**В работе используются:** образец резины, закреплённый в специальной установке; набор грузов; дифференциальная термopара; микровольтметр Ф-116/1.

Деформация упругих тел, подобно расширению газов, сопровождается термическими эффектами: нагреванием или охлаждением. В предлагаемой работе исследуются термические эффекты, возникающие при адиабатическом растяжении резины. Это вещество остаётся упругим в случае больших деформаций, при которых оно нагревается, в то время как обычные упругие тела, в том числе и резина в процессе малых деформациях, при адиабатическом растяжении охлаждаются.

Применим для рассмотрения задачи термодинамическое соотношение

$$dU = TdS - \delta A, \quad (1)$$

полученное из (1.2) и (1.7).

Пусть образец резины растягивается силой  $f$ . Работа  $\delta A$ , которую совершает образец, складывается из работы силы  $f$  (с обратным знаком) и работы образца против сил атмосферного давления  $P$ :

$$\delta A = -f dl + PdV. \quad (2)$$

Здесь  $l$  — длина образца, а  $V$  — его объём. При растяжении резины (как, впрочем, и всех других тел) удлинение образца сопровождается уменьшением его поперечных размеров, так что объём меняется незначительно. Поэтому вторым слагаемым в выражении (2) можно пренебречь по сравнению с первым. Подставляя после этого уравнение (2) в (1), получим

$$dU = TdS + f dl. \quad (3)$$

Подобно состоянию газа, состояние образца определяется заданием двух величин, которые можно выбирать разными способами. В нашей задаче в качестве независимых переменных удобно принять удлинение

и температуру. Перепишем (3) в этих переменных. Для этого прибавим и вычтем из правой части (3)  $SdT$ :

$$dU = TdS + SdT - SdT + fdl.$$

Первые два члена в правой части равны  $d(TS)$ . Переносим их в левую часть, получим

$$d(U - TS) = -SdT + fdl. \quad (4)$$

Функция

$$F = U - TS \quad (5)$$

носит название *свободной энергии*. Формула (4) показывает, что *при неизменной температуре* ( $dT = 0$ ) *работа сил, совершающих обратимое растяжение, равна изменению свободной, а не внутренней энергии тела*. Её можно приравнять изменению внутренней энергии только в тех случаях, когда тепловые эффекты (изменение энтропии) пренебрежимо малы

$$dF_T = fdl_T. \quad (6)$$

Обратимся теперь к математическому смыслу формулы (4). Она определяет полный дифференциал функции  $F$ , зависящей от двух переменных  $l$  и  $T$ . Поэтому

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_l, \quad f = \left(\frac{\partial F}{\partial l}\right)_T. \quad (7)$$

Как известно из курса математического анализа, величина второй производной  $\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial l}$  не зависит от порядка дифференцирования. Продифференцируем первое из написанных равенств по  $l$ , а второе по  $T$  и приравняем результаты:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_l = -\left(\frac{\partial S}{\partial l}\right)_T. \quad (8)$$

Напомним, что изменение энтропии связано с притоком тепла формулой  $dS = \delta Q/T$ . Мы установили, таким образом, связь между калорическими (правая часть формулы) и динамическими (левая часть) свойствами тел.

Вместо того чтобы исследовать поглощение или выделение тепла при изотермическом процессе, можно изучать изменение температуры теплоизолированного тела. Если процесс происходит быстро, то тело можно и не изолировать, поскольку процессы теплообмена идут медленно.

В этом случае речь идёт об адиабатическом или, лучше сказать, об изотропическом растяжении образца. Поэтому в нашем случае

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_l dT + \left( \frac{\partial S}{\partial l} \right)_T dl = 0. \quad (9)$$

Первый член в правой части равенства (9) может быть выражен через  $C_l$  — теплоёмкость образца при постоянной длине. Действительно,

$$(\delta Q)_l = T(dS)_l = C_l(dT)_l.$$

Отсюда следует, что

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_l = \frac{C_l}{T}. \quad (10)$$

Второй член формулы (9) можно заменить с помощью (8). Подставляя (8) и (10) в (9), получим

$$dT = \frac{T}{C_l} \left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_l dl. \quad (11)$$

Мы нашли, таким образом, связь между удлинением образца и изменением его температуры. Формула (11) справедлива для всех тел, испытывающих обратимое адиабатическое растяжение.

Обратимся к входящему в полученную формулу множителю  $\left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_l$ . Чтобы поддерживать постоянную длину тела при меняющейся температуре, нужно компенсировать его тепловое расширение внешним сжатием, т. е. прикладывать к образцу сжимающие силы. Для обычных тел

$$\left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_l < 0.$$

Поэтому изменение температуры тел при их деформации является обычным, естественным явлением.

При больших изменениях длины образца выражение (11) следует проинтегрировать. Изменения температуры при растяжении обычно очень невелики, поэтому можно заменить  $T$  на  $T_0$ , вынести  $T_0$  за знак интеграла,

$$T - T_0 = \frac{T_0}{C_l} \int_{l_0}^l \left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_l dl, \quad (12)$$

и считать, что подынтегральная функция  $\left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_l$  может быть взята при  $T = T_0$ . Формула (12) является окончательной и может быть применена

для расчётов, если известна зависимость  $f$  от  $l$  и  $T$ . Эта зависимость не может быть получена теоретически и берётся из опыта.

Пусть, для примера, упругие свойства тела описываются законом Гука, а его тепловое расширение следует известной формуле

$$l = l_0(1 + \alpha(T - T_0)).$$

Будем считать, что коэффициент линейного расширения  $\alpha$  и модуль Юнга  $E$  не зависят от температуры. Нетрудно убедиться, что в этом случае выражение для  $f$  описывается формулой

$$f = E\sigma_0 \left[ \frac{l(f, T)}{l(0, T_0)[1 + \alpha(T - T_0)]} - 1 \right], \quad (13)$$

где  $\sigma_0$  — площадь начального поперечного сечения образца. В самом деле, при  $T = T_0$  член, стоящий в квадратных скобках знаменателя, обращается в единицу, и мы приходим к обычному закону Гука:

$$f = E\sigma_0 \frac{\Delta l}{l_0}.$$

В отсутствие внешних сил обращается в нуль левая часть выражения (13), а значит, и скобка, стоящая в правой части. При этом, как и следовало ожидать,

$$l = l_0[1 + \alpha(T - T_0)].$$

Коэффициент теплового расширения  $\alpha$  по порядку величины обычно равен  $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , поэтому  $\alpha(T - T_0) \ll 1$ , и формула (13) может быть переписана в виде

$$f = E\sigma \left[ \frac{l}{l_0}[1 - \alpha(T - T_0)] - 1 \right].$$

Подставив это выражение в (12), найдём, что

$$\Delta T = -\frac{\alpha E \sigma_0 T_0}{2C_l l_0} (l^2 - l_0^2). \quad (14)$$

Таким образом, подчиняющиеся закону Гука упругие тела, у которых  $E$  и  $\alpha$  не зависят от температуры, при растяжении охлаждаются, а при сжатии нагреваются. Этот вывод находится в прямом соответствии с принципом Ле-Шателье: при всяком воздействии на тело изменения, возникающие в нём, стремятся ослабить результат внешнего воздействия.

У каучуков и резины модуль Юнга зависит как от удлинения, так и от температуры. Связь между  $f$ ,  $l$  и  $T$  может быть описана эмпирической формулой

$$f = \frac{E(T)\sigma_0}{3} \left[ \lambda - \frac{1 + 3\alpha(T - T_0)}{\lambda^2} \right]. \quad (15)$$

Здесь  $\lambda = l/l_0$ , а  $\sigma_0$  — начальное поперечное сечение образца. Модуль Юнга у резины пропорционален  $T$ :

$$E = \varkappa T. \quad (16)$$

Для вычисления термического эффекта при растяжении резинового образца подставим (15) и (16) в (12). Интегрирование даёт

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{E\sigma_0 l_0}{6C_l} (\lambda - 1) \left[ \lambda + 1 - \frac{2}{\lambda} (1 + 3\alpha T_0) \right]. \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что при увеличении  $\lambda$  температура образца сначала уменьшается, а потом увеличивается. Пока  $\lambda$  мало отличается от единицы, естественно положить  $\lambda = 1 + \Delta l/l$ . Квадратная скобка в правой части (17) при этом равна

$$3 \left( \frac{\Delta l}{l} - 2\alpha T_0 \right).$$

При совсем малых  $\Delta l/l$  в этом выражении основную роль играет второй член, так что температура при растяжении падает. Это вполне естественно, так как небольшие растяжения резины хорошо описываются обычным законом Гука, который в соответствии с (14) предсказывает понижение температуры при растяжении. При желании нетрудно убедиться, что при малых  $\Delta l$  формулы (14) и (17) совпадают.

При больших удлинениях второй член в квадратных скобках выражения (17) становится меньше, чем первый. Следовательно, при больших растяжениях резина должна нагреваться. У большинства резин термический эффект меняет знак при  $\lambda \approx 1,10$ .

Коротко поясним причину, которая приводит к изменению знака термического эффекта при переходе от «обычных» упругих тел к резинам: у первых внутренняя энергия при растяжении возрастает, а у вторых она от растяжения практически не зависит, подобно тому, как внутренняя энергия идеального газа зависит от его температуры, но не от объёма.

Применим вторую из формул (7) к изотермическому растяжению резины (свободная энергия  $F$  определена формулой (5)):

$$f = \left( \frac{\partial F}{\partial l} \right)_T = \left( \frac{\partial U}{\partial l} \right)_T - T \left( \frac{\partial S}{\partial l} \right)_T \approx -T \left( \frac{\partial S}{\partial l} \right)_T.$$

Упругие силы у резины связаны с тем, что ее энтропия (а вовсе не внутренняя энергия!) меняется при растяжении.

Нагревание резин при растяжении можно понять, рассматривая их молекулярную структуру. Полимерные молекулы, из которых состоит резина, представляют собой длинные цепи углеродных (или кремниевых) атомов, нерегулярным образом свернутые в клубки. Такие «макромолекулы» случайными химическими связями соединены с соседними молекулами. Образование «сшивок» происходит в процессе вулканизации резин; чем их больше, тем резина жёстче.

«Макромолекулы» участвуют в тепловом движении, практически независимо друг от друга при отсутствии растяжения, и на каждую из них приходится тепловая энергия в соответствии с числом степеней свободы. Но при растяжении резины «макромолекулы» уже не могут двигаться независимо друг от друга, так как растягивающие силы объединяют их в более жёсткое образование, более жёсткую молекулу. Поэтому часть степеней свободы клубков «замораживается». При этом некоторая доля тепловой энергии клубков переходит в тепловую энергию молекулы, и температура резины по этой причине может расти.

Тот же результат можно получить и из термодинамических соображений. При растяжении резины происходит частичная ориентация клубков макромолекул, т. е. полный «беспорядок» в молекулярной структуре полимера сменяется частичным порядком. Упорядочение межмолекулярной структуры эквивалентно уменьшению энтропии образца (напомним, что в кинетической теории энтропия характеризует степень беспорядка в физической системе). Так как полная энтропия образца в условиях нашего эксперимента должна оставаться постоянной, ориентационное уменьшение энтропии должно компенсироваться усилением хаотического движения различных частей молекул друг относительно друга, иначе говоря, повышением температуры образца.

В реальных экспериментальных условиях растяжение резины не является строго адиабатическим. Вследствие теплоотвода (необратимость!) измеренное значение  $\Delta T$  оказывается меньше теоретического.

**Экспериментальная установка.** Схема установки приведена на рис. 1. Исследуемый образец резины 1 расположен внутри кожуха из оргстекла 2 и закреплён по торцам в двух зажимах 3, 11. Верхний зажим непо-



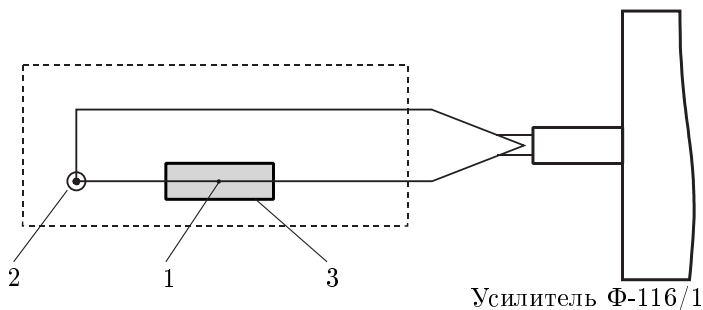


Рис. 2. Схема расположения спаев термопары

Максимальное изменение температуры резины, которое наблюдается в нашей работе, составляет несколько десятых градуса. Поэтому даже незначительное отличие начальной температуры рабочего спая термодпары от температуры компенсирующего спая может существенно повлиять на результаты работы. Чтобы лучше выровнять начальные температуры, исследуемый образец вместе с термодпарами помещён в закрытый кожух. Для лучшей теплоизоляции на стенки кожуха нанесена алюминиевая фольга. Во время работы не следует приближать к кожуху настольную лампу и не нужно его трогать руками, чтобы не создавать температурного градиента внутри кожуха и не увеличивать начальное значение термоэдс. Клеммы термодпары, расположенные на стенке кожуха и на самом усилителе Ф-116/1, для лучшей теплоизоляции закрыты пенопластом. Этот пенопласт ни в коем случае не следует снимать с клемм во время работы.

## ЗАДАНИЕ

Экспериментальная часть работы состоит из двух заданий. В первом из них исследуется процесс изотермического растяжения резины, проверяется формула (15) и измеряется модуль Юнга. Во втором задании исследуются термические эффекты, сопровождающие адиабатическое растяжение и сокращение резинового образца.

### I. Исследование зависимости удлинения резины от величины груза, растягивающего резиновый образец

Грузы помещаются на платформу (рис. 1), расположенную вне кожуха, окружающего образец.

1. Исследуйте растяжение резины, сняв 6–8 экспериментальных точек при  $1 \leq \lambda \leq 2,5$ . Чтобы обеспечить изотермические условия опыта, выжидайте не менее двух минут после установки каждого нового груза. Нач-



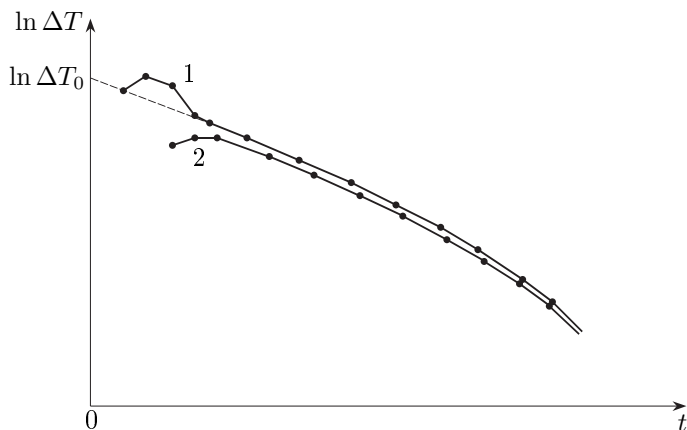


Рис. 3. Зависимость  $\ln \Delta T$  от времени, полученная в случае слишком быстрого (1) и нормального (2) растяжения резиновой плёнки

ните измерения с самого большого груза, т. е. с груза, который растягивает резину в 2,2–2,5 раза.

- Постройте график растяжения, откладывая по оси абсцисс силу  $f$ , а по оси ординат — выражение  $\lambda - 1/\lambda^2$ . Убедитесь в том, что график имеет прямолинейный вид (полезно также проверить, что график, построенный в координатах  $f, \lambda$ , прямолинейного вида не имеет). Из графика найдите модуль Юнга для резины. Размеры растягиваемого образца указаны на табличке, расположенной рядом с установкой.

## II. Исследование термических эффектов, сопровождающих растяжение резины

- Приведите в рабочее состояние вольтметр Ф-116/1, служащий для измерения ЭДС, возникающей на термопаре, подсоединённой к образцу. Для этого переведите переключатель рода операций в положение «U», установите предел измерений 750 мкВ и включите тумблер «Сеть». Прибор должен прогреться 5–10 минут.
- Подберите нужный предел чувствительности прибора. Для этого подвергните образец кратковременному (10–15 секунд) растяжению ( $\lambda \approx 2$ ). Отброс стрелки прибора должен составлять 70–80% шкалы.
- Снимите груз и подождите, пока не установится температура (примерно 3 минуты).
- Поместите на платформу 5 груз, растягивающий резину в 2–2,5 раза. Исследуйте, как меняется температура резины в зависимости от време-

ни. Измерения проводите в течение нескольких минут, до установления теплового равновесия. Полученные данные используйте для построения зависимости  $\lg \Delta T$  от  $t$ . Аппроксимируя полученный график к моменту  $t = 0$ , определите величину  $\Delta T_0$ . Учтите, что при слишком быстром растяжении образца на исследуемой зависимости может наблюдаться узкий максимум, связанный с возникновением колебаний в резине (рис. 3). Чтобы избежать этого, рекомендуется опускать платформу с грузом до заранее установленного упора 7.

7. Определите значение  $\Delta T_0$  при  $\lambda = 1,5; 2,0; 2,5$ . Величина  $\alpha$  равна  $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ . Найдите из ваших данных величину  $C_l$  по формуле (17).

### Контрольные вопросы

1. Какие условия нужно выполнить, чтобы процесс деформации был обратимым?
2. Покажите, что при малых  $\lambda$  и  $\Delta T$  формула (15) приводит к обычным выражениям для упругого растяжения и для теплового расширения.
3. Возможен ли случай, когда деформация резины не сопровождается тепловым эффектом?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 2, § 2.5–2.7.
2. Коротков П.Ф. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 126–130.
3. Сборник задач по общему курсу физики / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 191–197.

## Работа 2.1.6

### Эффект Джоуля–Томсона

**Цель работы:** 1) определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса « $a$ » и « $b$ ».

**В работе используются:** трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термopара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах,

которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями  $I$  и  $II$  трубки (до перегородки и после неё). Пусть, для определённости, через трубку прошёл 1 моль углекислого газа;  $\mu$  — его молярная масса. Молярные объёмы газа, его давления и отнесённые к молю внутренние энергии газа в сечениях  $I$  и  $II$  обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объём  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение  $II$ , газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдём

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Входящая в это выражение величина  $H$  определена в (1.25).

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к её нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через её стенки.

Второе замечание связано с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. Поэтому мы отложим на некоторое время обсуждение вопроса о правой части (2), а пока будем считать, что энтальпия газа не меняется в соответствии с формулой (1.26).

Используем выражение (1.35):

$$\mu_{\text{д-т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нём можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших  $a$  велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении — при расширении газа — возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счёт их кинетической энергии — температура газа при расширении падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях  $b$ .

Как следует из формул (1.35) – (1.36), при температуре  $T_i$  коэффициент  $\mu_{\text{д-т}}$  обращается в нуль. Используя связь между коэффициентами

$a$  и  $b$  и критической температурой (1.19), по формуле (1.36) найдём

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{д-т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{д-т}} < 0$ , газ нагревается).

Температура инверсии у всех газов лежит значительно выше критической. Для большинства газов  $T_{\text{инв}}/T_{\text{кр}} = 5 - 8$ . Например, для гелия  $T_{\text{инв}} = 46$  К,  $T_{\text{кр}} = 5,2$  К; для водорода  $T_{\text{инв}} = 205$  К,  $T_{\text{кр}} = 33$  К; для азота  $T_{\text{инв}} = 604$  К,  $T_{\text{кр}} = 126$  К; для воздуха  $T_{\text{инв}} = 650$  К,  $T_{\text{кр}} = 132,6$  К; для углекислого газа  $T_{\text{инв}} = 2050$  К,  $T_{\text{кр}} = 304$  К. Температура инверсии у гелия и водорода значительно ниже комнатной, поэтому при обычных температурах эти газы при расширении нагреваются. Температура инверсии остальных газов выше комнатной, и при нормальных условиях температура при расширении газа падает.

Сравнивая приведённые значения  $T_{\text{инв}}$  и  $T_{\text{кр}}$ , можно убедиться в том, что предсказания, следующие из формулы Ван-дер-Ваальса, у реальных газов выполняются не очень хорошо. Правильно передавая качественную картину поведения реальных газов, формула Ван-дер-Ваальса не претендует на хорошее количественное описание этой картины.

При больших изменениях давления, например, при дросселировании от 200 до 1 атм (интегральный эффект Джоуля–Томсона), как это нередко бывает в промышленных установках, разложением (1.28) пользоваться нельзя и приходится прибегать к общему соотношению (1.26). При этом связь между температурой и давлением находится с помощью специальных диаграмм, например, кривых  $H = \text{const}$ , проведённых в координатах температура – давление или температура – энтропия. Такие диаграммы строятся по экспериментальным данным и широко используются в технике.

Вернёмся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа<sup>1</sup>. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

<sup>1</sup> Здесь имеется в виду кинетическая энергия движения газа как целого. Соответственно под  $v_1$  и  $v_2$  понимаются скорости макроскопического движения газа. Проводимая оценка показывает, что они много меньше скорости теплового движения молекул.

Заменяя в формуле (2)  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдём

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu(v_2^2 - v_1^2)/2,$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10 \text{ см}^3/\text{с}}{3,14 \cdot (0,3)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см/с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из неё как давление  $P_2$  относится к давлению  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4 \text{ атм}$ , а  $P_2 = 1 \text{ атм}$ , поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = \frac{1 \text{ атм}}{4 \text{ атм}} \cdot 140 \text{ см/с} = 35 \text{ см/с}.$$

Для углекислого газа  $\mu = 44 \text{ г/моль}$ ,  $C_p = 40 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ ; имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{44 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 40}(1,4^2 - 0,28^2) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}.$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задаётся термостатом. Измерения проводятся при трёх температурах: комнатной,  $50^\circ \text{С}$  и  $80^\circ \text{С}$ .

**Экспериментальная установка.** Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе представлена на рисунке. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину  $80 \text{ мм}$  и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3 \text{ мм}$ , толщина стенок  $0,2 \text{ мм}$ . Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких

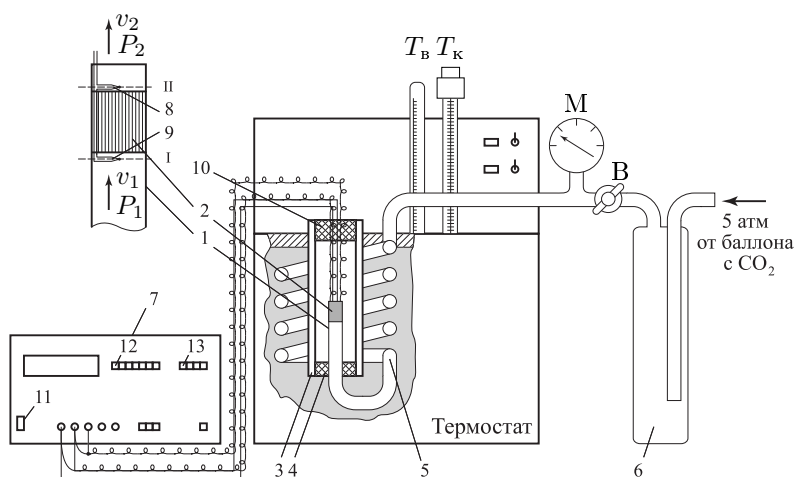


Рис. 1. Схема установки для изучения эффекта Джоуля–Томсона

и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P \leq 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создаётся достаточная разность температур.

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_{\text{в}}$ , помещённым в термостат. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_{\text{к}}$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиля В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после неё измеряется дифференциальной термопарой медь — константан. Константановая

проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счёт конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создаёт перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

## ЗАДАНИЕ

1. Перед началом работы убедитесь в том, что термостат залит водой, а все электрические приборы заземлены. Следует помнить, что при используемых в работе перепадах давления ( $\Delta P \leq 4$  атм) величина эффекта не превышает  $5^\circ\text{C}$  (200 мкВ по показаниям вольтметра), так что установка весьма чувствительна к электрическим и тепловым помехам.
2. Установите на контактном термометре  $T_k$  температуру регулирования, близкую к комнатной, и включите термостат.
3. На вольтметре 7 выключатель «Сеть» 11 поставьте в положение «Вкл». Убедитесь, что на вольтметре нажаты кнопки «АВП» 12 (автоматический выбор предела) и «U $\Rightarrow$ » 13 (род работы). Запишите знак и величину показаний вольтметра при  $\Delta P = 0$  (они могут быть ненулевыми из-за различных паразитных ЭДС). Используйте эту величину для корректировки показаний вольтметра в дальнейших измерениях:  $\mathcal{E} = U(P) - U(0)$ .

Откройте регулирующий вентиль В настолько, чтобы избыточное давление составило  $\Delta P \approx 4$  атм.

4. Через 10–15 минут после подачи давления, когда полностью затухнут переходные процессы, запишите показания вольтметра.
5. При помощи вентиля В установите давление на 0,3–0,5 атм меньше первоначального. Через 5 минут, когда установятся давление и разность температур, вновь запишите показания манометра и вольтметра.
6. Проведите измерения для нескольких (5–7) значений давления при комнатной температуре.
7. Отложив полученные точки на графике  $\Delta T(\Delta P)$ , по наклону графика определите коэффициент Джоуля–Томсона для выбранной вами температуры.
8. Окончив измерения при комнатной температуре, закройте регулирующий вентиль В и установите на контактном термометре температуру  $50^\circ\text{C}$ .



9. Когда температура установится и установка войдёт в стационарный режим, повторите измерения, как указано в пунктах 3–7. При обработке результатов учтите, что чувствительность термопары медь — константа зависит от температуры:

Температура, °C	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
мкВ/ °C	38,9	39,8	40,7	41,6	42,5
Температура, °C	50–60	60–70	70–80	80–90	90–100
мкВ/ °C	43,3	44,1	44,9	45,6	46,4

10. Окончив измерения при 50 °C, сделайте такие же измерения, как указано в пунктах 3–7, для температуры 80 °C.
11. Используя формулу (3) и экспериментальные данные, полученные при трёх значениях температуры, определите постоянные  $a$  и  $b$  для углекислого газа по двум парам температур: комнатной и 50 °C, а также 50 °C и 80 °C. Найдите  $T_{\text{инв}}$  для углекислого газа при помощи формулы (1.36).
12. Сравните полученные значения с табличными. Учтите, что табличные данные соответствуют критической температуре. Какие ваши результаты ближе к табличным? Что можно сказать на основании ваших измерений о точности уравнения Ван-дер-Ваальса?
13. Оцените ошибки измерений.

### Контрольные вопросы

1. Чем отличаются реальные газы от идеальных?
2. Начертите кривые, выражающие характер зависимости сил взаимодействия и взаимной потенциальной энергии двух молекул от расстояния между ними, и, используя их, объясните причины эффекта Джоуля–Томсона.
3. Какая температура называется критической? Что такое температура инверсии?
4. Объясните качественно знак эффекта Джоуля–Томсона в случае  $a = 0$ ,  $b \neq 0$  и в случае  $a \neq 0$ ,  $b = 0$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979, §§ 97, 98, 104.
2. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 3, § 3.1.
3. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. III, § 111.
4. Коротков П.Ф. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 141–151.
5. Сборник задач по общему курсу физики / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 197–205.

## ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

### Явления переноса в газах

При хаотическом тепловом движении молекулы переносят с собой массу, импульс и энергию. Если среднее значение этих величин изменяется в каком-то направлении, то происходит перенос соответствующей величины и обусловленное им явление: при переносе массы — диффузия, при переносе импульса — внутреннее трение, вязкость; перенос энергии приводит к теплопроводности. С точки зрения молекулярно-кинетической теории природа этих явлений одинаковая, поэтому удобно рассмотреть их одновременно и сделать вывод основных соотношений, в которых выявляются особенности каждого вида переноса. При этом важными характеристиками газа являются скорости движения молекул и длина свободного пробега.

**Средняя скорость молекул.** При тепловом движении молекулы газа постоянно сталкиваются между собой, их скорости изменяются, но, в конце концов, устанавливается статистическое равновесие, при котором скорости молекул подчиняются статистическому закону — распределению Максвелла. Этот закон определяет долю молекул, имеющих скорости в определённом интервале скоростей.

В трёхмерном случае для модуля скорости это распределение имеет вид

$$\frac{dN}{N_0} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv. \quad (2.1)$$

Здесь  $N_0$  — полное число молекул газа,  $dN$  — число молекул, имеющих скорости в интервале  $v, v + dv$ ,  $m$  — масса молекулы,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура. Среднее значение скорости  $\langle v \rangle$  определяется суммированием произведений относительного числа

молекул на их скорости:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v \frac{dN}{N_0} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}. \quad (2.2)$$

Здесь  $\mu$  — молярная масса,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана.

Отметим, что средняя скорость молекул близка к скорости звука в газе  $c$  (1.17):

$$c = \sqrt{\frac{\gamma kT}{m}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (2.3)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты, равный отношению теплоёмкости при постоянном давлении к теплоёмкости при постоянном объёме (1.12). По классической теории теплоёмкости (1.13) величина  $\gamma$  равна  $5/3$ ,  $7/5$  или  $4/3$  соответственно для одноатомных, двухатомных и многоатомных молекул (без учёта колебательных степеней свободы, которые обычно не возбуждаются при нормальной температуре). Приведём численные оценки скоростей. Для воздуха  $\mu = 29$  г/моль и при  $T = 293$  К средняя скорость молекул  $\langle v \rangle = 462$  м/с, а скорость звука  $c = 343$  м/с. Согласно приведённым формулам средняя скорость всегда несколько выше скорости звука.

**Длина свободного пробега.** Как было отмечено, молекулы газа не всё время движутся свободно, а время от времени испытывают столкновения с другими молекулами. Среднее расстояние, на котором молекулы двигаются без столкновений, называется длиной свободного пробега. Будем обозначать эту величину  $\lambda$ .

Сферическая молекула радиуса  $r$  при прямолинейном движении может задеть другую такую же молекулу, если её центр удалён не более чем на  $2r$  от траектории центра первой. На расстоянии  $\lambda$  это в среднем случается всего один раз. Поэтому в объёме цилиндра  $\pi(2r)^2\lambda$  должен быть центр всего одной другой молекулы. Следовательно,

$$\pi(2r)^2\lambda n = 1,$$

где  $n$  — среднее число молекул в единице объёма. Отсюда получим

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}. \quad (2.4)$$

Здесь  $\sigma$  — эффективное сечение столкновений. Для сферической молекулы  $\sigma = \pi(2r)^2$  и равно учетверенной площади её собственного сечения. Существует более точная формула, чем (2.4), учитывающая взаимное движение молекул, в знаменателе которой имеется дополнительный

множитель  $\sqrt{2}$ , но для оценочных расчётов этот множитель не имеет большого значения из-за приближённого характера приведённой теории.

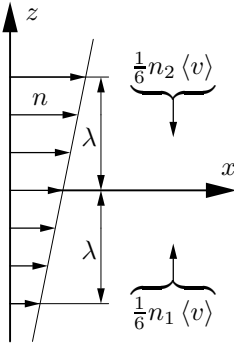
По экспериментальным данным для азота при нормальных условиях (то есть при давлении 760 мм рт. ст. и температуре 0 °C)  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-5}$  см. Используя число Лошмидта (число молекул в 1 см<sup>3</sup> при нормальных условиях)  $n_0 = 2,7 \cdot 10^{19}$  см<sup>3</sup>, по формуле (2.4) можно вычислить эффективное сечение столкновений  $\sigma = 6,2 \cdot 10^{-15}$  см<sup>2</sup> и газокинетический диаметр молекулы азота  $d = \sqrt{\sigma/\pi} = 4 \cdot 10^{-8}$  см. Таким образом, при нормальных условиях до столкновения молекулы азота проходят в среднем значительное расстояние по сравнению со своими размерами:  $\lambda = 150d$ .

**Число столкновений со стенкой.** При исследовании явлений переноса нужно знать число частиц, падающих на единичную площадку в единицу времени. Для расчёта используем простое приближение. За время  $\Delta t$  молекулы проходят в среднем расстояние  $\langle v \rangle \Delta t$ . На площадь  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  попадут молекулы, находящиеся в цилиндре с объёмом  $\langle v \rangle \Delta t \Delta S$ , их число  $\langle v \rangle \Delta t \Delta S n$ . Но попадут не все, а только те, которые двигаются по направлению к площадке. Будем считать, что скорости молекул по всем направлениям распределены равномерно. Всего имеется три независимых направления движения. На площадку попадут молекулы, двигающиеся вдоль одного направления и в одну сторону, то есть  $1/6$  их общего числа. Следовательно, приближённо на единичную площадку в единицу времени падает  $\frac{1}{6} n \langle v \rangle$  молекул. Точное значение равно  $\frac{1}{4} n \langle v \rangle$ ; при использовании методов, приводящих к такому результату, для получения коэффициентов переноса усложняются выкладки, однако они приводят к тем же формулам, что и при рассмотренном ниже выводе.

**Диффузия, вязкость и теплопроводность газов.** На рис. 2.1 приведён вывод основных формул явлений переноса. Перенос осуществляется через площадку, расположенную вдоль оси  $x$  перпендикулярно оси  $z$ . Кроме того, отмечены две поверхности — 1 (внизу) и 2 (вверху), отстоящие от площадки на длину свободного пробега  $\lambda$ .

Приближённо будем считать, что на единичную площадь в единицу времени падает  $\frac{1}{6} n \langle v \rangle$  молекул, где  $n$  — их число в единице объёма,  $\langle v \rangle$  — средняя скорость.

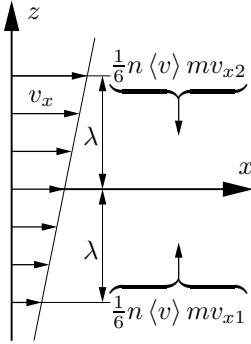
На рисунке рассмотрены переходы молекул через выделенные площадки в случаях, когда в среде имеются градиенты концентрации, скорости и температуры и выведены основные законы диффузии, вязкости и теплопроводности. Одновременно получены выражения соответству-



Поток вещества

$$\begin{aligned}
 j_z &= \frac{\Delta N}{S \Delta t} = \frac{1}{6} \langle v \rangle (n_1 - n_2) = \\
 &= -\frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \frac{dn}{dz} \\
 j_z &= -D \frac{dn}{dz}. \\
 D &= \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

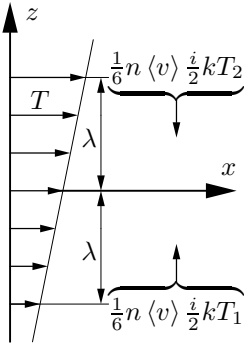
$D$  — коэффициент диффузии.



Касательное напряжение

$$\begin{aligned}
 \tau_{zx} &= \frac{\Delta(mv_x)}{S \Delta t} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle m (v_{x1} - v_{x2}) = \\
 &= -\frac{1}{3} n \langle v \rangle m \lambda \frac{dv_x}{dz} = -\frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho \frac{dv_x}{dz}; \\
 \tau_{zx} &= -\eta \frac{dv_x}{dz}. \\
 \eta &= \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$\eta$  — коэффициент вязкости.



Поток энергии

$$\begin{aligned}
 q_z &= \frac{\Delta Q}{S \Delta t} = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k (T_1 - T_2) = \\
 &= -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k \lambda \frac{dT}{dz} = -\frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho \frac{C_v}{\mu} \frac{dT}{dz}; \\
 q_z &= -\kappa \frac{dT}{dz}. \\
 \kappa &= \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \rho \frac{C_v}{\mu}.
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

$\kappa$  — коэффициент теплопроводности.

Рис. 2.1. Вывод основных формул явлений переноса

ющих коэффициентов через молекулярные характеристики среды.

Заметим, что процессы диффузии и теплопроводности подразумевают постоянство давления во всей системе (в противном случае возникнет гораздо более интенсивный макроскопический перенос вещества и тепла вместе с течением газа как сплошной среды — конвекция).

Также отметим, что в отличие от вязкости и теплопроводности, процесс диффузии можно наблюдать, только если в системе имеется более одного компонента. В чистом веществе, в котором все молекулы тождественны, диффузию наблюдать невозможно, поскольку столкновения молекул друг с другом не приводят к переносу количества вещества (но приводят к переносу энергии и импульса). Процесс перемешивания молекул в чистом веществе называют *самодиффузией* — наблюдать её можно только если каким-либо образом пометить молекулы, то есть сделать их не тождественными (например, перевести в возбуждённое состояние).

Каждый коэффициент переноса пропорционален средней длине свободного пробега молекул  $\lambda$ , а поскольку эта величина обратно пропорциональна числу частиц в единице объёма, то коэффициенты вязкости и теплопроводности не зависят от давления газа. Очевидно, до тех пор, пока длина свободного пробега остаётся существенно меньше размеров сосуда.

Отметим также, что коэффициенты теплопроводности и вязкости связаны простым соотношением

$$\frac{\kappa}{\eta} = \frac{C_V}{\mu},$$

где  $C_V/\mu$  — удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме. Опыт подтверждает наличие подобной закономерности, но коэффициент пропорциональности оказывается несколько больше единицы: 1,3–2,5.

Наряду с коэффициентом вязкости и коэффициентом теплопроводности часто рассматриваются коэффициенты кинематической вязкости:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{2.8}$$

и температуропроводности:

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho(C_V/\mu)}. \tag{2.9}$$

Величины  $D$ ,  $\nu$  и  $\chi$  имеют одинаковую размерность (в системе СИ  $\text{м}^2/\text{с}$ ) и согласно приведённому простому выводу все три коэффициента равны между собой (по экспериментальным данным они равны с

точностью до порядка, и указанный здесь вывод отражает это важное свойство общности явлений переноса).

Данный вывод сделан для одномерного случая, когда концентрация, массовая скорость молекул или температура зависят только от одной координаты. В общем случае эти величины могут зависеть и от двух других направлений, производные по которым будут отличаться от нуля. Тогда соотношения (2.5) – (2.7) нужно использовать и для таких направлений. Вектор потока вещества и вектор потока тепла в этих случаях определяются соответственно градиентом концентрации и градиентом температуры:

$$\mathbf{j} = -D \operatorname{grad} n, \quad \mathbf{q} = -\kappa \operatorname{grad} T, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{grad} = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Здесь  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  — единичные векторы соответственно в направлении осей координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

**Стационарная теплопроводность.** Если температура среды не зависит от времени, то задача является стационарной. При наличии цилиндрической симметрии, если  $T$  зависит только от радиуса  $r$ , градиент температуры равен  $dT/dr$  и плотность теплового потока согласно (2.7) равна

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (2.11)$$

Применим это уравнение к установке, в которой поток тепла направлен к стенкам цилиндра от нити, расположенной на его оси. Полный тепловой поток  $Q$  получается умножением  $q$  на площадь, через которую он проходит:  $2\pi rL$ , где  $L$  — длина цилиндра и нити:

$$Q = -2\pi rL\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (2.12)$$

Пренебрежём потерями тепла через торцы цилиндра, а также тепlopередачей излучением. Тогда в стационарном режиме тепловой поток  $Q$  равен джоулеву теплу, выделяемому в нити, он не зависит от  $r$ , и уравнение (2.12) можно легко проинтегрировать. Для этого умножим обе части уравнения на  $-(2\pi L\kappa)^{-1} \frac{dr}{r}$ :

$$dT = -\frac{Q}{2\pi L\kappa} \frac{dr}{r}.$$

При постоянном  $\kappa$  получим

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L\kappa} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (2.13)$$

Здесь  $r_1$  и  $T_1$  — радиус и температура нити,  $r_2$  и  $T_2$  — радиус и температура цилиндра. Это уравнение будет использоваться в лабораторных работах 2.2.2 и 2.2.3.

## Явления переноса в жидкостях и твёрдых телах

Формулы (2.5) – (2.7) и (2.10) применимы также к жидкостям и твёрдым телам. Однако молекулярные процессы при осуществлении переноса в этих средах сильно отличаются от процессов в газах, поэтому выражения для коэффициентов диффузии, вязкости и теплопроводности, выведенные для газов, и приведённые ниже формулы (2.5) – (2.7) для жидкостей и твёрдых тел неприменимы. Одна из причин в том, что в этих средах молекулы плотно упакованы, находятся рядом друг с другом, и поэтому здесь не существует понятия длины свободного пробега, важного при выводе соотношений для газов.

**Вязкость жидкости.** Агрегатное состояние вещества — твёрдое тело, жидкость, газ — зависит от давления и температуры. Эти параметры определяют среднюю потенциальную энергию  $\mathcal{E}_п$  взаимодействия молекул и их среднюю кинетическую энергию  $\mathcal{E}_к$ . Для твёрдых тел  $|\mathcal{E}_п| \gg \mathcal{E}_к$ : силы межмолекулярного взаимодействия велики и удерживают молекулы вблизи равновесных положений — узлов кристаллической решётки, несмотря на их тепловое движение. В газах наблюдается обратный случай:  $|\mathcal{E}_п| \ll \mathcal{E}_к$ , поэтому молекулы движутся хаотически, почти не взаимодействуя друг с другом. В предельном случае отсутствия взаимодействия получается модель идеального газа.

Для жидкости эти энергии имеют сравнимые значения, причём потенциальная энергия несколько больше кинетической:  $|\mathcal{E}_п| \geq \mathcal{E}_к$ . Если у твёрдого тела имеется вполне определённое, зависящее от типа кристаллической решётки, число соседних молекул, например, в плотной упаковке их 12, то при плавлении и переходе в жидкое состояние каждая молекула лишается одного-двух своих соседей, так что их остаётся по 9–10. Поэтому плотность простой жидкости, состоящей из примерно сферических молекул, при затвердевании увеличивается (вода, плотность которой при замерзании уменьшается, является полярной непростой жидкостью, в ней образуются ассоциации молекул).

В отличие от твёрдого тела, в котором молекулы колеблются всегда около одного и того же положения равновесия, в жидкости из-за ослабления связей молекулы удерживаются в положении равновесия лишь некоторое время, а потом вследствие теплового движения и флуктуации кинетической энергии перемещаются за счёт более или менее редких скачков в соседнее возможное положение равновесия, в соседние



слои молекул, то есть на расстояние порядка  $10^{-8}$  см. При перемещении нужно выйти из потенциальной ямы поля соседних молекул. Для этого необходимо совершить некоторую работу  $W$ , чтобы преодолеть энергетический барьер, образованный около каждой молекулы её соседями. Величина  $W$ , называемая энергией активации, является важным параметром каждой жидкости. Малая величина  $W$  свойственна легкоподвижным жидкостям, большая — очень вязким.

Чтобы оценить число молекул, имеющих энергию  $W$  и способных преодолеть сопротивление соседей, используем простую двухуровневую модель. Будем приближённо считать, что в жидкости существует всего два состояния молекул: у одних полная энергия (сумма потенциальной и кинетической энергии) равна  $W_1$ , у других — больше и равна  $W_2$ . По распределению Больцмана получим

$$\frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{e^{-\frac{W_2}{kT}}}{e^{-\frac{W_1}{kT}} + e^{-\frac{W_2}{kT}}} = \frac{e^{-\frac{W_2 - W_1}{kT}}}{1 + e^{-\frac{W_2 - W_1}{kT}}} \approx e^{-\frac{W}{kT}}. \quad (2.14)$$

Здесь  $N_1$  и  $N_2$  — число молекул с энергией  $W_1$  и  $W_2$  соответственно;  $W = W_2 - W_1$ . У многих жидкостей (вода, спирт) при нормальных условиях разность  $W = W_2 - W_1$  значительно превышает величину  $kT$ , более чем в три раза. В таких случаях можно пренебречь экспонентой в знаменателе и получить более простую формулу, что и было сделано в (2.14).

Формула (2.14) выражает относительное число молекул жидкости, способных совершать скачки.

Рассмотрим более подробно механизмы деформирования жидкости. Основное сопротивление этому процессу оказывают малоподвижные молекулы, совершающие колебательные тепловые движения в окружении одних и тех же соседних молекул, аналогично тому, как это происходит в твёрдом теле. Но в отличие от твёрдого тела в жидкости из-за небольшой величины потенциального барьера существуют подвижные молекулы, совершающие скачки. В каждый момент времени число таких молекул невелико, хотя каждая молекула имеет равную вероятность совершить скачок, что и происходит через некоторое время.

Именно за счёт перемещения путём скачков и происходит относительно лёгкое перемещение слоёв жидкости при наличии внешних сил. В таком случае скачки происходят в основном в направлении действия этих сил, так как они помогают преодолеть потенциальный барьер. Чем больше скачков, тем больше перемещение жидкости, тем, следовательно, меньше вязкость, являющаяся причиной сопротивления при описании движения жидкости как сплошной среды. Отсюда можно сделать

вывод, что коэффициент вязкости должен быть обратно пропорционален числу частиц, способных преодолеть энергетический барьер  $W$ . Из формулы (2.14) и приведённых качественных выводов для коэффициента вязкости жидкости получим

$$\eta = Ae^{\frac{W}{kT}}. \quad (2.15)$$

В рассмотренной простой модели жидкости коэффициент  $A$  получился не зависящим от температуры, и поэтому в таком приближении энергия активации  $W$  может быть легко определена по экспериментальным значениям  $\eta$  при разной температуре  $T$ . Если построить на графике логарифм вязкости  $\ln \eta$  в зависимости от  $1/T$ , то согласно (2.15) должна получиться прямая линия, по угловому коэффициенту которой можно получить энергию активации молекулы исследуемой жидкости:

$$W = k \frac{d(\ln \eta)}{d(1/T)}. \quad (2.16)$$

Одновременно по отклонению полученных результатов от прямой линии на графике можно оценить и точность использованного приближения.

Экспериментальные исследования показывают, что в небольших температурных интервалах формулы (2.15) и (2.16) неплохо описывают изменение вязкости с температурой. При увеличении температурного интервала согласие ухудшается, что представляется вполне естественным, поскольку формулы получены в результате использования очень простой модели жидкости, без какого-либо учёта молекулярного состава и строения молекул, без учёта фазовых переходов, поэтому они могут быть верны только в ограниченном диапазоне температур. Однако при выводе было учтено основное явление, из-за которого вязкость жидкости уменьшается при увеличении температуры — это наличие скачков молекул через потенциальный барьер, число которых растёт с увеличением температуры, а вязкость по этой причине падает.

Отметим, что вязкость газов связана не со скачками молекул, а с переносом молекулами импульса на длину свободного пробега между движущимися с разными скоростями слоями газа (см. вывод формулы (2.6)), поэтому вязкость газов обладает противоположной зависимостью от температуры (согласно приведённому выводу, вязкость газов увеличивается пропорционально квадратному корню из температуры из-за увеличения средней скорости молекул. Вследствие уменьшения сечения взаимодействия молекул при повышении температуры, связанного с учётом их притяжения, реальное повышение вязкости газов происходит более сильно). Такое сближение свойств естественно, так как при уве-

личении температуры происходит приближение к критической точке, в которой различия между газом и жидкостью исчезают.

**Уравнение теплопроводности.** Рассмотрим плоский элемент среды малой толщины и единичной площади, расположенный между координатами  $x$  и  $x + dx$  нормально по отношению к тепловому потоку. Разность между тепловыми потоками, поступающими в элемент, равна  $\frac{\partial q}{\partial x} dx$ , и за малое время  $dt$  из элемента будет унесено количество тепла  $-\frac{\partial q}{\partial x} dx dt$ , которое вызовет изменение температуры элемента, для чего в свою очередь требуется тепло  $\rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} dt dx$  (здесь  $\rho c_V$  — теплоёмкость единицы объёма среды). Приравнявая эти величины и используя связь теплового потока с градиентом температуры (2.7), получим уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \chi = \frac{\kappa}{\rho c_V}. \quad (2.17)$$

Здесь  $\chi$  — коэффициент температуропроводности, размерность которого в системе СИ равна  $\text{м}^2/\text{с}$ , что просто следует из уравнения в частных производных, поскольку размерности левой части и правой должны быть одинаковы.

Из соображений размерности следует, что уравнение в частных производных (2.17) имеет решение, зависящее только от безразмерной комбинации  $x$ ,  $t$  и  $\chi$ , например, от  $\beta = \frac{x^2}{t\chi}$ . В этом можно убедиться, подставив такое решение в (2.17). В результате получится обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, в которое входят только сама величина  $\beta$  и зависящая от неё температура  $T$ . Решение такого уравнения можно получить в виде интеграла, который нужно вычислять численными методами, но можно воспользоваться готовыми таблицами. В данном случае важно то, что разная температура соответствует разным значениям  $\beta$ . Положим, например,  $\beta = 1$ . Тогда получим

$$x^2 = t\chi. \quad (2.18)$$

Этот результат означает, что некоторая одна и та же температура имеет координату  $x$ , и эта координата изменяется со временем по соотношению (2.18). Величину температуры можно найти из точного решения дифференциального уравнения. Например, в задаче о нагревании холодного полупространства от постоянной горячей температуры, заданной при  $x = 0$ , формуле (2.18) соответствует температура, равная примерно полусумме холодной и горячей температур. Соотношением (2.18) удобно пользоваться для оценки времени прогревания в задачах с простой геометрией, например, при оценке времени прогревания пластины в работе 2.2.4.

**Нестационарная диффузия.** Заметим, что соотношение, аналогичное (2.18) получается и для диффузии и броуновского движения. Уравнение диффузии математически эквивалентно (2.17) и получается из него заменой температуры  $T$  на концентрацию  $n$  и коэффициента температуропроводности  $\chi$  на коэффициент диффузии  $D$ . Таким образом, распыление во времени какого-либо облака диффундирующих частиц происходит по закону

$$r^2 \sim Dt.$$

Аналогичный ответ получается в теории броуновского движения: соотношения Эйнштейна–Смолуховского дают среднеквадратичное смещение броуновской частицы от времени

$$r^2 = 6kTbt,$$

где  $b$  — подвижность частицы (коэффициент пропорциональности между силой  $F$ , приложенной к частице, и её скоростью  $u$ ,  $u = bF$ ), связанная с коэффициентом диффузии как  $D = kTb$ .

**Температурный скачок.** При понижении давления, когда длина свободного пробега молекул газа становится соизмеримой с диаметром нагретой *нити*, теоретическое определение температуры газа вблизи неё сильно усложняется.

Около поверхности соприкосновения твёрдого тела и газа, температура которого изменяется с удалением от поверхности, из-за конечной величины длины свободного пробега всегда имеется некоторая разность температур газа и твёрдого тела — **температурный скачок**. Рассмотрим его происхождение (рис. 2.2).

На расстоянии порядка средней длины свободного пробега молекулы можно считать почти не сталкиваются между собой. От нагретой поверхности нити летят «горячие» молекулы с температурой поверхности  $T_1$ , а по направлению к ней движутся более холодные, температура которых  $T_g$  примерно соответствует температуре газа на расстоянии порядка длины свободного пробега, которое обозначим  $g$ . Параметр  $g$  называется коэффициентом температурного скачка:

$$T_g = T_1' - \left| \frac{dT}{dr} \right| g.$$

Здесь  $T_1'$  — экстраполированная из глубины температура газа, которая будет определена дальше. Таким образом, около поверхности твёрдого тела находятся не только «горячие» молекулы, отлетевшие от неё, но

и «холодные», попавшие туда из отдалённых слоёв газа. В области порядка длины свободного пробега молекулы нужно, строго говоря, определить, что такое температура. Будем определять температуру газа по средней энергии находящихся в ней «горячих» и «холодных» молекул. Так как число падающих и отражённых молекул одинаковое, то их средняя энергия равна полусумме энергии таких молекул и для их температуры получим

$$T'_1 = \frac{T_1 + T_g}{2}.$$

Очевидно, что эта температура меньше температуры нагретой поверхности. Именно её и принимают за температуру газа около нагретой поверхности. Следовательно, в таком приближении около поверхности твёрдого тела существует скачок температуры  $\Delta T$ , равный разности температур газа и тела:

$$\Delta T = T_1 - T'_1. \quad (2.19)$$

Используя приведённые выше формулы, получим

$$\Delta T = \left| \frac{dT}{dr} \right| g. \quad (2.20)$$

Ещё раз отметим, что  $g$  — коэффициент температурного скачка — величина порядка длины сводного пробега молекул,  $g \sim \lambda$ .

Предложенный вывод формулы (2.20) основан на обычно рассматриваемом приближении, согласно которому в качестве скачка используется разница между температурой твёрдой поверхности  $T_1$ , и экстраполированной из более удалённых слоёв температурой газа  $T'_1$  (2.19). Для расчёта этой величины применяются те же законы, которые справедливы вдали от поверхности, в частности, используется формула (2.13) и тот же коэффициент теплопроводности. Так введённый температурный скачок позволяет свести сложные явления теплообмена к простому изменению граничного условия для температуры газа.

Использование простого вывода оправдано также тем, что точной теории температурного скачка не существует, хотя, вообще говоря, она может быть получена путём численного решения сложного интегродифференциального уравнения Больцмана. Добавим, что получение точного решения осложняется ещё и тем, что не все молекулы отражаются диффузно, то есть приобретая энергию, соответствующую температуре стенки. Часть отражается зеркально, без изменения энергии. Соотношение между числом таких молекулами влияет на величину  $g$ .

В лабораторной работе 2.2.2 экстраполированная температура  $T'_1$  и температурный скачок  $\Delta T$  определяются из условия того, чтобы поток тепла, рассчитанный по формуле (2.13) с использованием температурного скачка, равнялся бы измеренной на опыте величине  $Q$ . При этом в (2.13) вместо  $T_1$  применяется величина  $T'_1$  и тот же самый коэффициент теплопроводности, что и вдали от нити. Таким образом, вблизи нити в области  $r_1 < r < r_1 + \lambda$  формула (2.13) применяется в качестве экстраполяционной, позволяющей вычислить поток тепла по соотношениям (2.11) и (2.12).

На рис. 2.2 сплошной линией показан приблизительный вид зависимости реальной температуры от расстояния вблизи нити. В этой области неприменим закон теплопроводности (2.11), перенос тепла здесь осуществляется почти без столкновений между «горячими» и «холодными» молекулами. Поэтому температура меняется очень мало, но поток тепла такой же, как вдали от нити. Формулы (2.11) – (2.13) используются для определения условной, экстраполированной температуры, на рисунке 2.2 она показана пунктиром.

Как видно на рис. 2.2, рассчитанный скачок температуры  $T_1 - T'_1$  оказался меньше истинной разницы температур стенки и газа. Это объясняется тем, что зависимость температуры от расстояния по формуле (2.13) имеет положительную кривизну, а истинная зависимость около стенки имеет отрицательную кривизну из-за уменьшения производной температуры по расстоянию в области, где почти нет столкновений молекул между собой.

Можно отметить, что температурный скачок имеется около любой твёрдой поверхности и при любых давлениях, если температура газа около неё изменяется с удалением от стенки. Однако в тех случаях, когда длина свободного пробега мала по сравнению с характерными размерами задачи, и, следовательно, изменение температуры на длине свободного пробега мало по сравнению с основным изменением температуры, существованием температурного скачка можно пренебречь. Например, в лабораторной работе 2.2.2 скачок имеется не только около нити, но

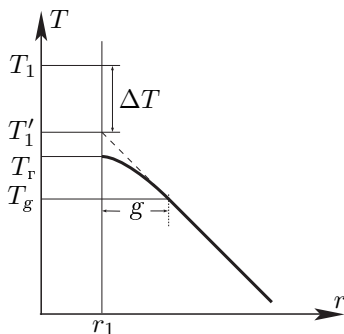


Рис. 2.2. Зависимость температуры газа от расстояния до поверхности нити:

$T_1$  — температура нити;  
 $T_g$  — температура газа около поверхности нити;  
 $T'_1$  — экстраполированная температура газа около нити;  
 $\Delta T = T_1 - T'_1$  — температурный скачок

и около цилиндра. В соответствии с формулами (2.20) и (2.12) около цилиндра он меньше, чем около нити в отношении радиусов  $r_1/r_2$ , то есть при размерах, используемых в лабораторной установке, примерно в семьсот раз меньше, и его можно не принимать во внимание.

### Работа 2.2.1

## Исследование взаимной диффузии газов

**Цель работы:** 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

**В работе используются:** измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их хаотичного теплового движения. При перемешивании молекул разного сорта говорят о *взаимной* (или *концентрационной*) диффузии. Для наблюдения взаимной диффузии необходимо равенство давлений во всей системе (в противном случае возникнет гораздо более быстрое макроскопическое течение газа как сплошной среды).

В системе, состоящей из двух компонент  $a$  и  $b$ , плотность потока вещества любого компонента в результате взаимной диффузии определяется законом Фика (2.5):

$$j_a = -D_{ab} \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D_{ba} \frac{\partial n_b}{\partial x} \quad (1)$$

где  $D_{ab} = D_{ba} = D$  — коэффициент взаимной диффузии компонентов, а  $j_{a,b}$  — плотности потока частиц соответствующего сорта (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени).

В данной работе исследуется диффузия примеси лёгкого газа (гелия) на фоне воздуха. Концентрация воздуха  $n_v$  в условиях опыта предполагается значительно большей, чем концентрация примеси  $n_{He}$ , и её относительное изменение в результате взаимной диффузии будет незначительным. Поэтому мы будем описывать только диффузию примеси (гелия) на стационарном фоне воздуха и в дальнейшем, если не оговорено особо, под  $n$  будем иметь в виду концентрацию примеси  $n_{He}$ .

Для исследования взаимной диффузии газов и определения коэффициента диффузии используется установка, изображённая на рис. 1. Два сосуда с объёмами  $V_1$  и  $V_2$  соединены трубкой длины  $l$  и сечения  $S$ . Сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии концентрации каждого из компонентов в обоих сосудах с течением времени выравниваются.

Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. В общем случае концентрация зависит от координат и времени во всей установке. В наших условиях решение задачи упрощается, поскольку объём соединительной трубки мал по сравнению с объёмами сосудов. В связи этим концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объёму сосуда, и предположить, что процесс выравнивания концентраций происходит в основном благодаря диффузии в трубке.

Если бы концентрации в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  поддерживались постоянными и равными  $n_1$  и  $n_2$ , то в трубке установился бы стационарный поток частиц  $J = -DS \frac{\partial n}{\partial x}$ , одинаковый в каждом сечении трубки. Следовательно,  $n(x)$  была бы линейной функцией координаты и  $dn/dx = \Delta n/l$ , где  $l$  — длина трубки, откуда получаем

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (2)$$

Предположим, что процесс выравнивания концентраций в сосудах происходит достаточно медленно, так что всё время успевает установиться стационарный (линейный) профиль концентрации и в каждый момент времени справедливо соотношение (2). Исходя из этого получим зависимость концентраций в каждом сосуде  $n_1$  и  $n_2$  от времени. Такое приближение называют квазистационарным.

Обозначим через  $\Delta n_1$  и  $\Delta n_2$  изменения концентрации в объёмах  $V_1$  и  $V_2$  за время  $\Delta t$ . Тогда  $V_1 \Delta n_1$  равно изменению количества компонента в объёме  $V_1$ , а  $V_2 \Delta n_2$  — изменению количества этого компонента в  $V_2$ . Из закона сохранения вещества следует, что  $V_1 \Delta n_1 + V_2 \Delta n_2 = \text{const}$ , откуда  $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$ . Эти изменения происходят вследствие диффузии, поэтому

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \Delta t. \quad (3)$$

Деля это равенство на  $\Delta t$ , получим

$$V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (4)$$

Разделив первое из этих уравнений на  $V_1$ , а второе на  $V_2$  и вычтя эти



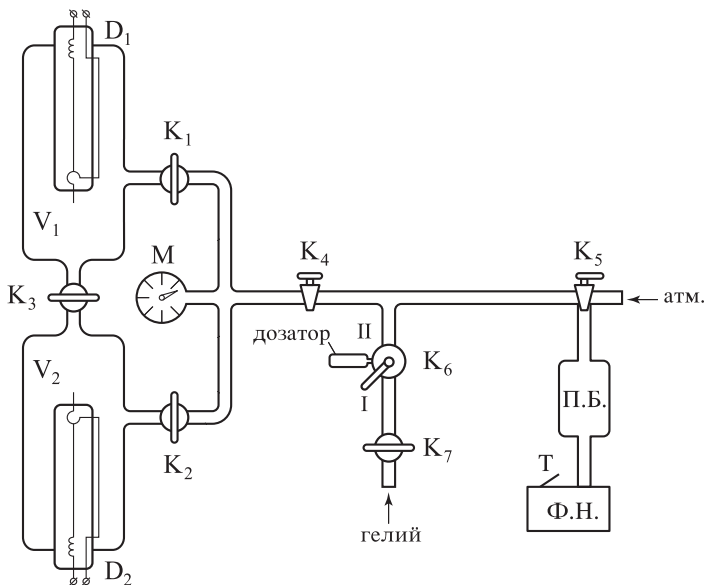


Рис. 1. Установка для исследования взаимной диффузии газов

равенства друг из друга, найдём

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left( \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right). \quad (5)$$

Введём новую переменную  $\Delta n = n_1 - n_2$ , после чего уравнение легко интегрируется:

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau}, \quad (6)$$

где  $\Delta n_0$  — разность концентраций примеси в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD}. \quad (7)$$

Формула (6) показывает, что разность концентраций убывает по экспоненциальному закону и тем быстрее, чем меньше  $\tau$  (постоянная времени процесса). Величина  $\tau$  определяется геометрическими размерами установки ( $l$ ,  $S$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ) и величиной коэффициента диффузии  $D$ .

Для проверки применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время  $\tau$  много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной  $l$ :  $t_{\text{диф}} \sim \frac{l^2}{D} \ll \tau$ .

Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности  $D_1$ ,  $D_2$  (рис. 1) и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от её состава. Тонкая проволока радиуса  $r_{\text{пр}}$ , протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра радиуса  $R_{\text{ц}}$ , нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра переходит главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количество тепла, передающееся стенке в единицу времени, получим из (2.13):

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R_{\text{ц}}/r_{\text{пр}})} (T_1 - T_2), \quad (8)$$

где  $\kappa$  — теплопроводность,  $L$  — длина нити,  $T_1$ ,  $T_2$  — температуры проволоки и стенки. При заданном режиме нагревания ( $Q = \text{const}$ ) температура проволоки и соответственно её сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом.

Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема (рис. 2). Здесь  $D_1$  и  $D_2$  — датчики теплопроводности, расположенные в сосудах  $V_1$  и  $V_2$ . Сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R$  служат для установки прибора на нуль (балансировка моста). В одну из диагоналей моста включён гальванометр, к другой подключается небольшое постоянное напряжение. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста, зависящий от разности концентраций.

Зависимость теплопроводности смеси газов от её состава, вообще говоря, довольно сложна. Однако при достаточно малых изменениях концентраций можно ожидать, что величина тока, проходящего через гальванометр  $G$ , будет пропорциональна разности концентраций (первый член разложения функции в ряд Тейлора). Эксперименты показывают, что при разности концентраций, равной 15%, поправка к линейному закону не превышает 0,5%, что для наших целей вполне достаточно.

В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (6). По тому же закону изменяются во времени показания гальванометра (например, в делениях шкалы), т. е.

$$N = N_0 e^{-t/\tau}, \quad (9)$$

где  $N_0$  — показание в начальный момент времени.

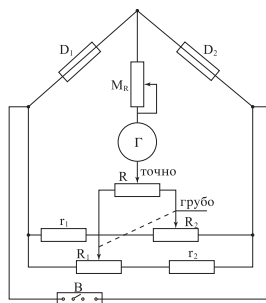


Рис. 2. Мостовая схема с датчиками теплопроводности для измерения разности концентраций газов

Отметим некоторые особенности методики, применённой в данной работе.

1. Для устранения тепловой конвекции датчик выполнен в виде длинной стеклянной трубки, внутри которой натянута нагреваемая током платиновая нить. Внутренняя полость датчика сообщается с объёмом камеры через специально сделанные отверстия. Размер отверстий и объём датчика таковы, что скорость диффузии газов из объёма сосуда в полость датчика значительно больше скорости диффузии из одного объёма в другой. Таким образом, состав газа в датчике практически совпадает с составом газа в объёме.

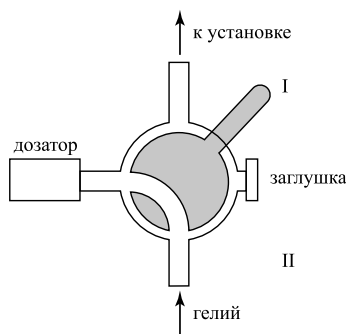


Рис. 3. Кран  $K_6$

2. В силу неполного обмена энергией между молекулами газа и поверхностью нити её температура несколько выше, чем температура прилегающих слоёв газа — на её поверхности возникает температурный скачок (см. работу 2.2.2). Величина температурного скачка зависит от давления. Вследствие этого, а также потому, что датчики не абсолютно идентичны, баланс моста несколько зависит от давления. Для повышения точности опытов рекомендуется балансировать мост, заполнив установку воздухом при давлении, близком к рабочему.

**Экспериментальная установка.** Общий вид конструкции установки приведён на рис. 1. Схема электрических соединений показана на рис. 2. На рис. 3 изображена конструкция многоходового крана  $K_6$ .

Установка состоит из двух сосудов  $V_1$  и  $V_2$ , соединённых краном  $K_3$ , форвакуумного насоса Ф.Н. с выключателем Т, манометра М и системы напуска гелия, включающей в себя краны  $K_6$  и  $K_7$ . Кран  $K_5$  позволяет соединять форвакуумный насос либо с установкой, либо с атмосферой. Между форвакуумным насосом и краном  $K_5$  вставлен предохранительный баллон П.Б., защищающий кран  $K_5$  и установку при неправильной эксплуатации её от попадания форвакуумного масла из насоса Ф.Н. Сосуды  $V_1$  и  $V_2$  и порознь и вместе можно соединять как с системой напуска гелия, так и с форвакуумным насосом. Для этого служат краны  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_4$  и  $K_5$ . Манометр М регистрирует давление газа, до которого заполняют тот или другой сосуды.

Давление гелия в трубопроводе больше атмосферного. Это необходимо для того, чтобы из-за возможных неплотностей в трубопроводе гелий оставался бы в нём без примесей воздуха. А система напуска ге-

лия, особенно многоходовой кран  $K_6$ , как правило, имеет утечки. Для сохранения гелия, а также для уменьшения неконтролированного попадания гелия в установку (по протечкам в кране  $K_6$ ) между трубопроводом подачи гелия и краном  $K_6$  поставлен металлический кран  $K_7$ . Его открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием. Все остальное время он закрыт.

В силу того, что в сосуд требуется подавать малое давление гелия, между кранами  $K_7$  и  $K_4$  стоит кран  $K_6$ , снабженный дозатором. Дозатор — это маленький объём, который заполняют до давления гелия в трубопроводе, а затем уже эту порцию гелия с помощью крана  $K_6$  выпускают в установку. Подробно разрез крана  $K_6$  приведён на рис. 3, где показано соединение трубопровода гелия с дозатором. Рычажок  $P$  (рис. 1 и 3), показанный пунктиром, находится в квадранте I. Для подачи гелия из дозатора в установку необходимо рычажок  $P$  перевести из квадранта I в квадрант II. Если при этом окажется, что однократной подачи недостаточно, то процедуру надо повторить. Если же окажется, что гелия напущено больше необходимого, излишки можно откачать форвакуумным насосом. Устройство крана  $K_6$  не на всех установках одинаково, но на всех установках одинаков его принцип — гелий в установку подаётся малыми порциями.

Кран  $K_4$  обладает повышенной вакуумоплотностью. Как отмечалось выше, кран  $K_6$  такой плотностью не обладает. Поэтому после заполнения сосудов  $V_1$  и  $V_2$  рабочей смесью кран  $K_4$  надо обязательно закрыть, чтобы в рабочей части установки давление в процессе измерений сохранялось постоянным.

На рис. 2 приведена схема электрического соединения.  $D_1$  и  $D_2$  — сопротивления проволок датчиков парциального давления, которые составляют одно плечо моста. Второе плечо моста составляют сопротивления  $r_1$ ,  $R_1$  и  $r_2$ ,  $R_2$ .  $r_1 \ll R_1$ ,  $r_2 \ll R_2$ ,  $R_1$  и  $R_2$  — спаренные, их подвижные контакты находятся на общей оси. Оба они используются для грубой регулировки моста. Точная балансировка моста выполняется потенциометром  $R$ . Последовательно с гальванометром  $G$ , стоящим в диагонали моста, поставлен магазин сопротивлений  $M_R$ . Когда мост балансируют, магазин сопротивлений выводят на ноль. В процессе же составления рабочей смеси в сосудах  $V_1$  и  $V_2$  мост разбалансирован. Чтобы не сжечь при этом гальванометр, магазин  $M_R$  ставят на максимальное сопротивление.

## ЗАДАНИЕ

1. Ознакомьтесь с установкой.
2. Включите питание электрической схемы установки рубильником  $B$  (рис. 2). Откройте краны  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  (рис. 1).

3. Очистите установку от всех газов, которые в ней есть. Для этого откройте кран  $K_4$ . Включите форвакуумный насос (Ф.Н.) выключателем Т, находящемся на насосе, и соедините насос с установкой, повернув ручку крана  $K_5$  длинным концом рукоятки влево (на установку). Откачайте установку до давления  $\sim 0,1$  торр,<sup>1</sup> что достигается непрерывной работой насоса в течение 3–5 минут. Для прекращения откачки ручку крана  $K_5$  поставьте длинным концом вверх. Если при этом выключите и форвакуумный насос, то ручку крана  $K_5$  необходимо повернуть вправо, чтобы полость форвакуумного насоса была соединена с атмосферой. В противном случае масло, находящееся в форвакуумном насосе, может быть выдавлено из него и попасть в установку, что недопустимо.

4. Затем в установку нужно напустить воздух до рабочего давления (вначале  $P \sim 40$  торр), чтобы сбалансировать мост на рабочем давлении. Для этого (если насос выключен) рукоятку крана  $K_5$  повернуть из положения вправо (воздух поступает в насос) в положение влево (воздух из насоса поступает в установку). Эту операцию надо повторить несколько раз, пока не будет достигнуто нужное давление. Если окажется, что воздуха напустили слишком много, излишки его откачать тем же насосом.

Сбалансируйте мост. Балансировку моста начинайте при сопротивлении магазина сопротивлений  $M_R \sim 10^5$  Ом, добиваясь нулевых показаний гальванометра Г вначале с помощью ручки «грубо» (рис. 2), постепенно уменьшая сопротивление магазина до 0, а затем с помощью ручки «точно». Окончательный баланс моста проводите на диапазоне измерений гальванометра 1 мкА. Когда баланс достигнут, переключатели моста установить на максимум. Это необходимо сделать для того, чтобы в процессе последующих действий не сжечь гальванометр. Диапазон измерений самого гальванометра переведите на 10 мкА.

5. Заполните установку рабочей смесью: в сосуде  $V_2$  должен быть воздух, а в сосуде  $V_1$  — смесь воздуха, с гелием. Заполнение производится в следующем порядке:

а) Откачайте установку до  $\sim 0,1$  торр.

б) Закройте краны  $K_2$  и  $K_3$ , убедитесь в том, что краны  $K_1$  и  $K_4$  открыты.

в) Заполните объём  $V_1$  гелием до давления  $0,1 P_{\text{рабочее}}$ , т. е.  $\sim 4$  торр. Давление гелия в трубопроводе немного выше атмосферного и, следовательно, много больше требуемых 4 торр. Поэтому соединять прямую полость установки с трубопроводом гелия нельзя. Гелием наполняют сначала дозатор (маленький объём), а уже потом (рис. 3) дозатор соединяют с полостью установки. Эту операцию проводят с помощью

<sup>1</sup> 1 торр = 1 мм рт. ст. = 133 Па.

крана  $K_6$ , поворачивая его рукоятку из положения I в положение II и обратно до тех пор, пока не будет достигнуто нужное давление. Если давление гелия оказалось слишком большим, его излишки можно откачать насосом. Гелий можно откачать и весь, а затем вновь заполнить до нужного давления. Такая операция повысит надёжность того, что напущен чистый гелий, а не его смесь с воздухом. После заполнения ёмкости  $V_1$  гелием кран  $K_1$  необходимо закрыть, а из патрубков установки откачать оставшийся гелий до  $\sim 0,1$  торр.

в) Откройте кран  $K_2$  и с помощью крана  $K_5$  заполните объём  $V_2$  воздухом до давления  $\sim 1,5 P_{\text{рабочее}}$ . После этого закройте кран  $K_4$ . Это необходимо сделать потому, что его герметичность выше, чем у остальных соединений справа от него, и особенно у крана  $K_6$ .

г) Уравняйте давление в объёмах  $V_1$  и  $V_2$ , открыв кран  $K_1$  при уже открытом кране  $K_2$  (кран  $K_3$  открывать пока нельзя). Не торопитесь закрывать краны  $K_1$  и  $K_2$  хотя бы потому, что в одном сосуде происходит адиабатическое сжатие, а в другом разрежение. Поэтому температура газов в одном сосуде будет повышаться, а в другом понижаться. Необходимо, чтобы исходное состояние было изотермическим. Пока идёт выравнивание давлений и температур, подготовьте измерительную схему к работе. Для этого, постепенно уменьшая величину сопротивления  $M_R$ , добейтесь такого состояния, чтобы стрелка гальванометра показывала  $\sim 95\%$  делений от всей шкалы. Если и при  $M_R = 0$  отклонение стрелки гальванометра мало, увеличьте чувствительность шкалы гальванометра, переключая последовательно с 10 мкА до 5 мкА или 1 мкА. Если у вас на эту процедуру уходит времени больше, чем 1–2 минуты, то прежде чем продолжать её дальше, закройте краны  $K_1$  и  $K_2$ . Затем закончите работу с гальванометром.

6. Приступите к измерениям. Откройте кран  $K_3$ , включите секундомер и отмечайте, как изменяются показания гальванометра с течением времени. Процесс измерений продолжайте до тех пор, пока разность концентраций (показания гальванометра) не упадёт на 30–50% (при этом должно быть снято не менее 10 точек).
7. Продолжайте аналогичные измерения (пп. 3–6) при различных (3–4) значениях  $P_{\text{рабочее}}$  в интервале 40–400 торр.
8. Убедитесь, что процесс диффузии подчиняется закону (6). С этой целью для каждого из давлений постройте графики, откладывая по оси абсцисс время, а по оси ординат — логарифм от показаний гальванометра. Графики должны иметь вид прямых линий. По угловым коэффициентам экспериментальных прямых и известным параметрам установки рассчитайте коэффициенты взаимной диффузии при выбранных вами давлениях.

9. Постройте график зависимости коэффициента диффузии от давления в координатах  $D$ ,  $1/P$ . График должен иметь вид прямой линии. Рассчитайте величину коэффициента диффузии при атмосферном давлении.
10. Оцените по полученным результатам длину свободного пробега и размер молекулы.

### Контрольные вопросы

1. Покажите, что в условиях опыта концентрацию газов можно считать постоянной по всему объёму сосуда  $V_1$  (и  $V_2$ ).
2. Через какое время после открытия крана  $K_3$  диффузионный поток в трубке можно считать одинаковым во всём сечении трубки?
3. Какими будут результаты опыта, если воздух и гелий поменять местами (например, исходное давление гелия  $P = 40$  торр, а воздуха  $P = 4$  торр)?
4. Почему следует ожидать, что график зависимости  $D$  от  $1/P$  должен иметь вид прямой линии?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. §§ 90, 92, 93.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, §§ 1.2, 1.3. Гл. 2, § 2.5.
3. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. III, §§ 40, 42, 43.
4. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78–80, 87–92.
5. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 231–233.

## Работа 2.2.2

### Измерение теплопроводности воздуха при разных давлениях

**Цель работы:** 1) исследование теплопередачи от нагретой нити через разреженный воздух к цилиндрической оболочке; 2) определение температуры газа около нити в предположении, что коэффициент теплопроводности не меняется вдоль радиуса; 3) вычисление разницы между полученной таким образом температурой газа около нити и измеренной температурой её поверхности; 4) определение зависимости этой разницы, то есть температурного скачка, от давления.

**В работе используются:** прибор для определения теплопроводности газа; форвакуумный насос; манометр; вакуумметр; одинарно-двойной мост; реостат; гальванометр; миллиамперметр; источник постоянного напряжения 3–4 В.

Если температура заключённого в сосуд газа зависит от координат, в газе возникают процессы, приводящие к выравниванию температуры. Один из этих процессов, называемых теплопроводностью, связан с тепловым движением молекул. Выравнивание температуры происходит при этом из-за непрерывного перемешивания «горячих» и «холодных» молекул в процессе их теплового движения и не сопровождающегося макроскопическими перемещениями газа.

Основной характеристикой теплопроводности служит коэффициент теплопроводности  $\kappa$ , являющийся коэффициентом пропорциональности между плотностью потока тепла  $q$  и градиентом температуры  $dT/dr$  в направлении распространения этого потока

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (1)$$

В цилиндрически симметричной установке, в которой тепловой поток направлен к стенкам цилиндра от нити, полный поток тепла  $Q = qS$  через каждую цилиндрическую поверхность радиуса  $r$  должен в стационарном состоянии быть неизменен (как в пространстве, так и во времени). Тогда

$$Q = -2\pi r L \kappa \frac{dT}{dr} = \text{const},$$

откуда получаем формулу (2.13):

$$T_r - T_R = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{R}{r}. \quad (2)$$



Уравнение (2) может служить для определения  $\kappa$ . При этом нужно знать радиусы нити  $r$  и цилиндра  $R$ , длину цилиндра  $L$ , полный поток тепла  $Q$  и разность температур газа у поверхностей нити и цилиндра  $\Delta T$ .

Нить цилиндра нагревается электрическим током. После того как устанавливается стационарный режим, тепловой поток  $Q$  становится равен джоулеву теплу, выделяемому в нити. Джоулево тепло легко рассчитать, зная сопротивление нити и силу протекающего по ней тока. Наибольшую трудность вызывает измерение перепада температур.

Основное соотношение теории теплопроводности (1) — закон Фурье — справедливо только на масштабах, много больших длины свободного пробега молекул  $\lambda$ . Таким образом, (1) и (2) правильно описывают теплопередачу между нитью и цилиндром только в основной толще сосуда, а вблизи их поверхностей — на расстоянии порядка нескольких  $\lambda$  — эти соотношения нарушаются. Это приводит к тому, что температура нити и цилиндра отличаются от температуры газа вблизи их поверхностей:  $\Delta T_n = T_n - T_r > 0$ ,  $\Delta T_c = T_c - T_R > 0$  (см. рис. 1). Данное явление получило название **температурного скачка**

Строгой теории, описывающей теплообмен газа с твёрдой поверхностью на расстояниях порядка длины свободного пробега и величину температурного скачка, не существует. Можно, однако, высказать ряд соображений, хорошо подтверждающихся на опыте. Молекулы, отстоящие от стенки больше, чем на несколько  $\lambda$ , с ней не соударяются и сталкиваются только между собой. Теплопередача на таких расстояниях ничем не отличается от теплопередачи в ещё более удалённых от стенки областях и подчиняется закону Фурье (1). Можно поэтому ожидать, что величина температурного скачка будет пропорциональна ширине аномальной области, т. е.  $\lambda$ , и, следовательно, обратно пропорциональна давлению  $P$ . Кроме того, величина скачка должна быть пропорциональна градиенту температуры вблизи поверхности (и обращаться в ноль при нулевом градиенте). Простейшая формула, принимающая во внимание оба высказанных замечания, имеет вид

$$\Delta T = \frac{A}{P} \left| \frac{dT}{dx} \right|, \quad (3)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от сорта газа, а также от геометрии, материала и состояния стенок. Формула (3) хорошо оправдывается на опыте.

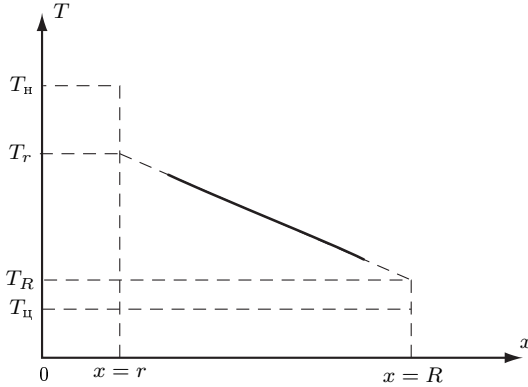


Рис. 1. Температурный скачок у поверхности нити ( $x = r$ ) и у стенки цилиндра ( $x = R$ )

Мы видим, таким образом, что в (2) под  $T_r$  и  $T_R$  следует понимать не сами температуры стенок, а температуры, исправленные на величину температурного скачка:

$$T_r - T_R = (T_n - \Delta T_n) - (T_ц + \Delta T_ц) = T_n - T_ц - (\Delta T_n + \Delta T_ц), \quad (4)$$

где  $T_n$  и  $T_ц$  — температуры нити и цилиндра, а  $\Delta T_n$  и  $\Delta T_ц$  — соответствующие температурные скачки на их поверхностях.

Выразим величину температурных скачков при помощи (3):

$$\Delta T_n + \Delta T_ц = \frac{1}{P} \left[ A_n \left| \left( \frac{dT}{dx} \right)_n \right| + A_ц \left| \left( \frac{dT}{dx} \right)_ц \right| \right]. \quad (5)$$

Заменим  $(dT/dx)_н$  и  $(dT/dx)_ц$ , используя (2.12):

$$\left| \left( \frac{dT}{dx} \right)_н \right| = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \frac{1}{r}, \quad \left| \left( \frac{dT}{dx} \right)_ц \right| = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \frac{1}{R}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), а затем в (4), найдём

$$T_r - T_R = T_n - T_ц - \frac{1}{P} \frac{Q}{2\pi L \kappa} \left( \frac{A_n}{r} + \frac{A_ц}{R} \right). \quad (7)$$

Разделим это равенство на  $Q$  и заметим, что коэффициент при  $1/P$  не зависит от давления газа. Обозначим этот коэффициент буквой  $B$ :

$$B = \frac{1}{2\pi L \kappa} \left( \frac{A_n}{r} + \frac{A_ц}{R} \right). \quad (8)$$

Имеем

$$\frac{T_r - T_R}{Q} = \frac{T_n - T_{\text{ц}}}{Q} - \frac{B}{P}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (2), найдём

$$\frac{T_n - T_{\text{ц}}}{Q} = \frac{1}{2\pi L\kappa} \ln \frac{R}{r} + \frac{B}{P}. \quad (10)$$

В формулу (10), кроме  $B$  и  $\kappa$ , входят только величины, которые можно непосредственно измерить на опыте. Члены, содержащие  $\kappa$  и  $B$ , можно определить по экспериментальным данным. Для этого нужно производить измерения при разных  $P$ . Результаты опыта изображаются на графике, на котором по оси абсцисс откладывается  $1/P$ , а по оси ординат  $(T_n - T_{\text{ц}})/Q$ . Точки должны ложиться на прямую, наклон которой определяет  $B$ . Прямая отсекает на оси ординат отрезок, равный первому члену правой части (10). Из него нетрудно найти  $\kappa$ .

В заключение вернёмся к формуле (2.12), определяющей распределение температуры в газовом цилиндре. Эту формулу можно переписать в виде

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Q}{2\pi L\kappa r}. \quad (11)$$

Градиент температуры около нити, где  $r$  мало, в десятки, если не в сотни раз больше, чем около внешней поверхности.

Основное изменение температуры происходит в области, прилежащей к нити, практически — на расстояниях порядка нескольких её радиусов. Поэтому наиболее резкие изменения характера процесса теплопроводности лежат в том диапазоне давлений, когда длина свободного пробега молекул газа приближается к радиусу нити. Эта область заслуживает наиболее подробного экспериментального исследования.

**Экспериментальная установка.** Схема экспериментальной установки изображена на рис. 2. Измерительный прибор представляет собой стеклянный цилиндрический баллон, по оси которого натянута накаливаемая электрическим током нить. Диаметр нити составляет около 0,05 мм, а цилиндра — 1,5 см. Точные значения указаны на установке. Опыт проводится с воздухом. Внутренняя полость прибора соединена с вакуумным насосом. Давление воздуха в приборе измеряется стрелочным манометром  $M$  при достаточно больших давлениях и  $U$ -образным масляным манометром при низких давлениях. Нуль на шкале манометра  $M$  соответствует атмосферному давлению в приборе.

Температура нити определяется по её сопротивлению. Сопротивление измеряется при помощи двойного моста Уитстона.

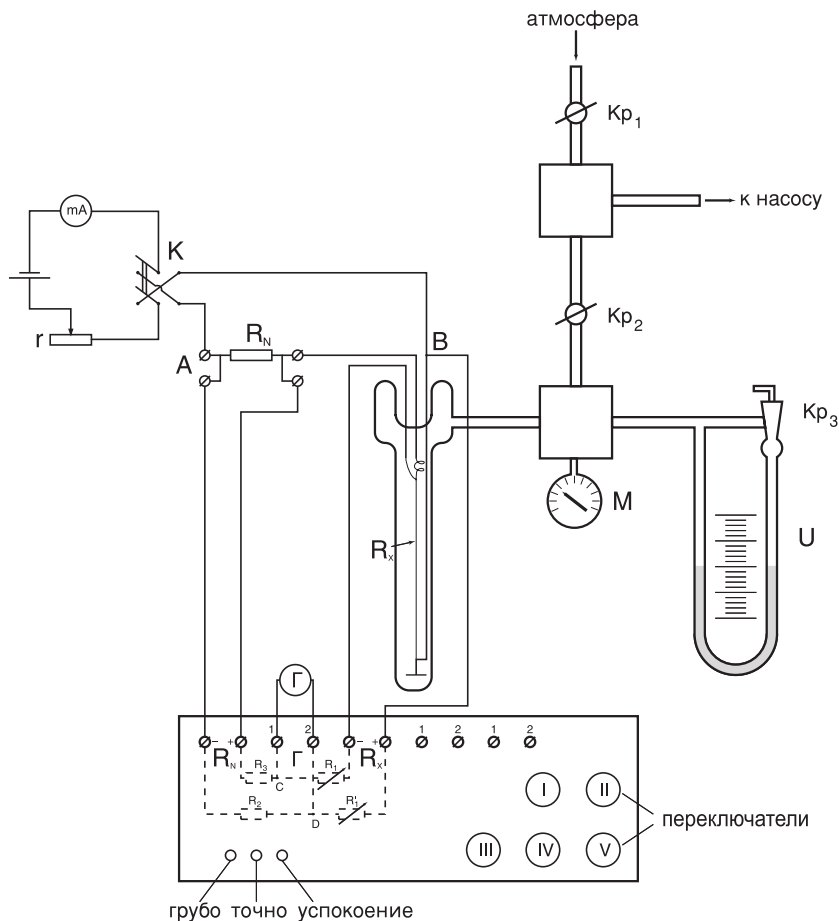


Рис. 2. Схема установки для измерения теплопроводности воздуха

Двойной мост применяется при измерении малых сопротивлений и позволяет значительно уменьшить погрешности, вносимые сопротивлениями соединительных проводов и контактов. На рис. 3 приведена принципиальная схема двойного моста. Здесь  $R_N$ ,  $R_x$ ,  $R_2$ ,  $R'_1$  — сопротивления плеч моста,  $R_3$ ,  $R_1$  — сопротивления плеч двойного моста,  $R$  — контактные сопротивления и сопротивления соединительных проводов в цепи  $R_N$ ,  $R_x$ . Полагая, что контактные сопротивления и сопротивления соединительных проводов входят в величины соответствующих

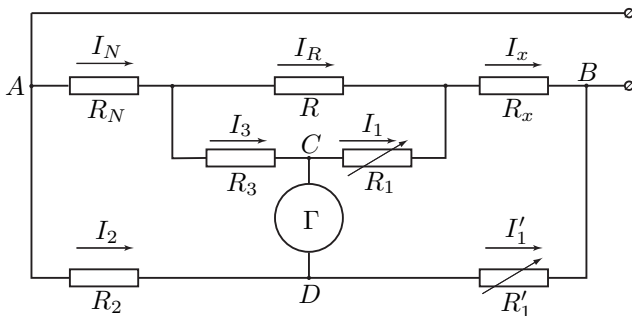


Рис. 3. Принципиальная схема двойного моста для измерения сопротивления нити

сопротивлений, определим условие равновесия моста:

$$\begin{aligned} I_N R_N + I_3 R_3 &= I_2 R_2, \\ I_1 R_1 + I_x R_x &= I'_1 R'_1, \\ I_3 R_3 + I_1 R_1 &= I_R R. \end{aligned} \quad (12)$$

Так как при равновесии моста  $I_N = I_x$ ,  $I_3 = I_1$ ,  $I_2 = I'_1$ ,  $I_R = I_N - I_3$ , то

$$R_x = R_N \frac{R'_1}{R_2} + \frac{R R_3}{R + R_3 + R_1} \left( \frac{R'_1}{R_2} - \frac{R_1}{R_3} \right). \quad (13)$$

Если выполнить условие

$$R'_1 R_3 = R_1 R_2, \quad (14)$$

то второй член уравнения будет равен нулю и неизвестное сопротивление  $R_x$  определится из соотношения

$$R_x = \frac{R_N R'_1}{R_2}. \quad (15)$$

В нашей работе используется стандартный мост Р-329, в котором сопротивления  $R_1$  и  $R'_1$  связаны с одними и теми же переключателями, поэтому всегда  $R_1 = R'_1$ . Если на верхней панели моста Р-329 с помощью штепселей установить  $R_2 = R_3$ , то равенство (14) выполняется автоматически. Для уменьшения влияния сопротивлений соединительных проводов и контактных сопротивлений на точность выполнения равенства (14) сопротивление  $R$  стремятся сделать как можно меньше, а сопротивления  $R_1$ ,  $R'_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  — побольше. Обычно выбирают  $R_1$ ,  $R'_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3 \geq 10$  Ом.

В нижней части моста имеются кнопки «Грубо», «Точно» и «Успокоение». Нажимая на кнопку «Грубо», мы включаем гальванометр в диагональ моста через большое сопротивление, а нажимая на кнопку «Точно» — без него. Нажатием кнопки «Успокоение» мы отключаем гальванометр от измерительной цепи и замыкаем на небольшое сопротивление, что приводит к быстрому его успокоению. Для балансировки моста сначала нажимают кнопку «Грубо» и вращением переключателей уменьшают насколько возможно показания гальванометра, а затем повторяют эту процедуру при нажатой кнопке «Точно». Не следует нажимать несколько кнопок одновременно.

Ток батареи Б служит как для нагрева нити, так и для питания моста. Батарея включается в диагональ АВ. Магазин сопротивлений  $r$  служит для регулировки тока, проходящего через нить, а гальванометр Г — для измерения этого тока. Как видно из схемы, через нить проходит не весь ток, измеряемый гальванометром. Как нетрудно убедиться,

$$I_x = \frac{R'_1 + R_2}{R_x + R_N + R'_1 + R_2} I, \quad (16)$$

где  $I_x$  — ток, идущий через нить, а  $I$  — ток, измеренный миллиамперметром,  $R_x$  — сопротивление нити. Эту формулу нетрудно получить, если заметить, что  $R \ll R_1 + R_3$  и что при сбалансированном мосте ток через гальванометр не течёт, так что его цепь можно представить себе разомкнутой.

## ЗАДАНИЕ

1. Ознакомьтесь с электрической и вакуумной схемой установки.
2. Соедините установку с атмосферой посредством крана Кр<sub>1</sub>. При этом кран Кр<sub>3</sub> должен быть открыт для соединения обеих полостей масляного манометра. Краны Кр<sub>1</sub> и Кр<sub>2</sub> закрывают поворотом рукоятки по часовой стрелке, открывают поворотом против часовой стрелки.
3. Установите сопротивление  $r = 1$  кОм.
4. Включите источник питания и при помощи моста измерьте сопротивление нити  $R_x$  при комнатной температуре. Убедитесь в том, что ток, протекающий через проволоку при измерениях, не вызывает изменения её температуры. Для этого увеличьте сопротивления  $r$  в два раза и вновь проведите измерение сопротивления  $R_x$ . Результат измерения должен быть равен предыдущему.
5. Рассчитайте сопротивление, которое должна иметь нить после того, как её температура повысится на  $\sim 7^\circ\text{C}$  (температурный коэффициент сопротивления равен  $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ).

6. Установите температуру проволоки на 6–7 °С выше комнатной, регулируя сопротивление  $r$  (при атмосферном давлении ток должен составлять  $\sim 70$  мА). Измерьте полученное новое сопротивление проволоки. Рассчитайте полученную температуру проволоки по её сопротивлению и количество выделяющегося в ней тепла (по сопротивлению и току). Запишите окончательную величину установленного тока и показания курбелей (ручек) моста, что будет соответствовать полученной величине сопротивления проволоки.
7. Уменьшите давление воздуха в приборе. Для этого закройте кран  $Kp_1$ , включите форвакуумный насос ключом, расположенным на самом корпусе насоса, а после минутной паузы (время откачки воздуха из патрубка между кранами) откройте кран  $Kp_2$ . За процессом откачки воздуха наблюдения вести по стрелочному манометру М.

По достижении требуемого давления закройте кран  $Kp_2$  и выключите форвакуумный насос. Откройте кран  $Kp_1$  для соединения полости насоса с атмосферой. Это необходимо сделать, чтобы избежать выдавливания масла из полости форвакуумного насоса в полость самой установки.

В процессе откачки газ расширяется, и его температура, равно как и температура проволоки, понижается. При повышении давления происходит нагревание, как газа, так и проволоки. Поэтому после откачки (или напуска) газа в прибор требуется выждать некоторое время для стабилизации температуры проволоки. Об установлении температуры можно судить по стабилизации показаний гальванометра моста. Только после этого можно приступить к балансировке моста. Запишите давление газа и сопротивление проволоки.

8. Снимите зависимость величины сопротивления проволоки от величины давления газа при постоянном потоке тепла через прибор. Измерения следует провести в 8–10 точках, более или менее равномерно расположенных в интервале давлений, от атмосферного до  $\sim 0,5$  торр. При этом следует добиваться относительно равномерного по удалённости друг от друга расположения по 4–5 точек как на оси давления  $P$ , так и на оси обратных величин давлению  $1/P$ . Это будет важно при построении графиков в координатах  $(T_n, P)$  и  $(T_n, 1/P)$ .

При давлении воздуха выше 10 торр измерения следует производить стрелочным манометром, а при более низких давлениях надо пользоваться U-образным масляным манометром. В интервале от  $\sim 10$  торр и ниже надо записывать показания обоих манометров для получения погрешностей измерений.

Работа с масляным манометром  $U$  производится в следующем порядке.

а) Откачайте всю полость установки до  $\sim 1 \cdot 10^{-1}$  торр, что достигается непрерывной работой форвакуумного насоса в течение  $\sim 5$  мин при открытых кранах Кр<sub>2</sub>, Кр<sub>3</sub> и закрытом кране Кр<sub>1</sub>.

б) Последовательно закройте краны Кр<sub>3</sub> и Кр<sub>2</sub>, выключите форвакуумный насос и откройте кран Кр<sub>1</sub> для напуска атмосферы в полость форвакуумного насоса. После этого необходимо напустить в полость установки воздух до разности уровней U-образного манометра  $\sim 0,5$  см ( $\sim 0,5$  торр). Для этого надо очень медленно открывать кран Кр<sub>2</sub>, постоянно следя за разностью уровней манометра. Медленное открытие крана не даст возможность напустить слишком много воздуха, из-за чего может произойти выбивание масла из одного колена манометра в другое и, следовательно, выведения манометра из строя.

в) Сделайте измерения при разности уровней  $\sim 0,5$  см и  $\sim 1,5$  см с балансировкой моста и запишите показания миллиамперметра, курбелей и разность уровней.

При атмосферном давлении в установке часть газа сорбируется (поглощается) маслом U-образного манометра. При откачке газа до  $\sim 0,1$  торр часть газа может десорбироваться из масла, причём манометр на десорбцию может не отреагировать, так как газ выделяется из обоих колен, а прибор по теплопроводности реагирует и значительно, о чём свидетельствует изменение баланса моста во времени. Это приведёт к получению неверных результатов и потребует проведения повторных измерений.

г) Подготовьте установку к повторным измерениям при разности уровней  $\sim 0,5$  см и  $\sim 1,5$  см. Для этого закройте кран Кр<sub>1</sub> и включите форвакуумный насос. В течение  $\sim 1$  минуты должна производиться откачка воздуха из соединительных трубопроводов до давления  $\sim 0,1$  торр. После этого откройте кран Кр<sub>2</sub> (кран Кр<sub>3</sub> закрыт).

Если по истечении 2-3 минут уровень в правом (закрытом) колене манометра окажется ниже уровня левого (открытого), то значит в правом колене десорбировался из масла остаточный газ. Перед его удалением запишите получившуюся разность уровней для внесения поправки в проведённые измерения пункта 8.в). Удаление газа из правого колена манометра при включенном форвакуумном насосе достигается открытием крана Кр<sub>3</sub>. Выравнивание уровней произойдёт сразу после его открытия. Откачку остаточного газа из масляного столба правого колена необходимо проводить 3-5 минут. Далее следует повторить все действия, начиная с пункта 8б).

д) 5) проведите по 2-3 измерения для каждой разности уровней  $\sim 0,5$  см и  $\sim 1,5$  см аналогичные пунктам 8в, 8г.

В области давлений выше  $1,5$  см разности уровней масляных столбов



впускать в установку дополнительные порции воздуха и проводить измерения можно без предварительной откачки уже напущенного воздуха, так как здесь десорбцией уже можно пренебречь.

е) По окончании всех измерений с использованием масляного U-образного манометра открыть кран Кр<sub>3</sub>.

9. Снимите зависимость величины сопротивления проволоки от величины давления газа при его увеличении от  $\sim 10$  торр до атмосферного.
10. При атмосферном давлении установить сопротивление  $r = 1$  кОм и измерить сопротивление проволоки при теперешней комнатной температуре. Во время проведения измерений комнатная температура, а также температура прибора могли измениться. При этом температура проволоки  $T_n$  определяется только её сопротивлением. А так как  $T_R - T_r$  составляет всего лишь  $\sim 7^\circ\text{C}$ , то  $T_R - T_r$  может заметно отличаться в начале и в конце измерений.
11. Отключите блок питания и подготовьте установку к выключению. Для этого проверьте правильность положений кранов: кран Кр<sub>1</sub> — закрыт, краны Кр<sub>2</sub> и Кр<sub>3</sub> — открыты, форвакуумный насос — включен. В этом случае производится откачка газа из установки. Её следует провести до минимального значения показаний стрелочного манометра М.
12. Закройте кран Кр<sub>2</sub>, откройте кран Кр<sub>1</sub> и отключите форвакуумный насос. Установка при этом становится законсервированной, причём давление в ней — ниже атмосферного. Такой способ консервации широко распространён для лучшей обезгаженности внутренних частей установки, а также против «старения» стекла.
13. Изобразите результаты эксперимента на двух графиках, отложив по осям ординат обоих  $(T_r - T_R)/Q$ , а по осям абсцисс: на первом давление  $P$ , а на втором обратную ему величину  $1/P$ . Проведите через полученные точки наилучшие прямые. Найдите из первого графика  $\kappa$ , а из второго графика оба слагаемых правой части формулы (10).
14. Рассчитайте из полученных данных величину коэффициента теплопроводности  $\kappa$ . Какова была бы ошибка без учёта поправки на температурный скачок в области давлений ниже 10 торр? При каких давлениях такую поправку можно не вводить?
15. Найдите из графика зависимости от величины, обратной давлению  $1/P$  величину  $B$ . По ней рассчитайте  $A_r$ . (Отношением  $A_R/R$  можно пренебречь по сравнению с  $A_r/r$ ).
16. При всех опытных давлениях  $P$  рассчитайте температурный скачок  $\Delta T = BQ/P$ . Постройте график зависимости  $\Delta T$  от  $P$ .
17. Оцените характерное расстояние  $\Delta x$ , на котором происходит температурный скачок  $\Delta x \sim \frac{\Delta T}{|dT/dr|} = \frac{A}{P}$ . Расчёт проведите для трех давлений:

1 атм, 10 торр, 0,5 торр. Сравните полученные значения с длиной свободного пробега при этих давлениях.

### Контрольные вопросы

1. Почему теплоотвод от нити падает при уменьшении давления от нескольких торр до десятых долей торра?
2. Зависит ли теплоотвод от давления в области более высоких давлений? (Обсудите в том числе механизмы, отличные от теплопроводности.)

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, §§ 1.3, 1.2.
2. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. III, §§ 45, 47.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. § 89.
4. Коротков П.Ф. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78–82.
5. Сборник задач по общему курсу физики / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 227–231.

### Работа 2.2.3

#### Определение теплопроводности газов при атмосферном давлении

**Цель работы:** определение коэффициента теплопроводности воздуха или углекислого газа при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде.

**В работе используются:** прибор для определения теплопроводности газов; форвакуумный насос; газгольдер с углекислым газом; манометр; магазин сопротивлений; эталонное сопротивление 10 Ом; цифровой вольтметр В7-38; источник питания.

Основные сведения о теплопроводности газов содержатся в описании к предыдущей работе. Разрешая (2.13) относительно  $\kappa$ , получим

$$\kappa = \frac{Q}{T_1 - T_2} \frac{1}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (1)$$

где  $r_1$  — радиус нити,  $r_2$  — радиус внешнего цилиндра, а остальные обозначения совпадают с обозначениями в описании работы 2.2.2.

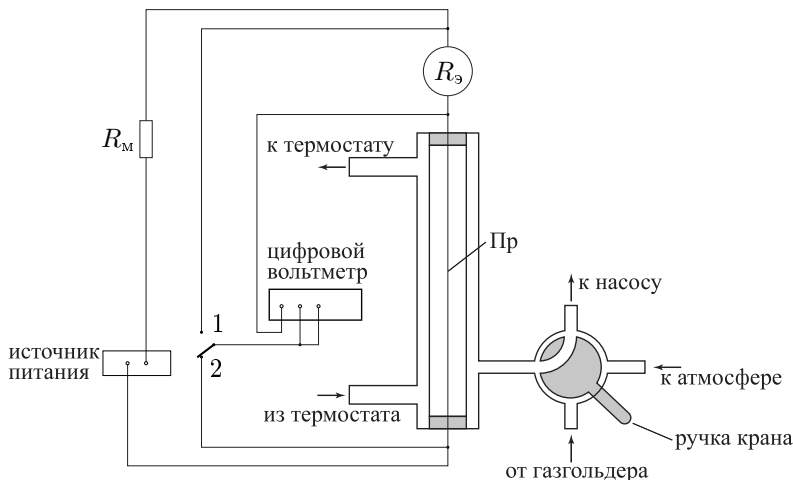


Рис. 1. Схема установки для определения теплопроводности газов

Предлагаемый в работе метод измерения теплопроводности газов основан на применении формулы (1).

**Экспериментальная установка.** Схема установки изображена на рис. 1. Тонкая нить (никелевая или вольфрамовая проволока) натянута по оси длинной вертикально стоящей медной трубки<sup>1</sup>. Через штуцер трубка заполняется исследуемым газом. Нить нагревается электрическим током, её температура  $T_1$  определяется по изменению электрического сопротивления. Трубка находится в кожухе, через который пропускается вода из термостата. Температура воды  $T_2$  измеряется термометром, помещённым в термостат. Количество теплоты, протекающей через газ, равно (если пренебречь утечками тепла через торцы) количеству теплоты, выделяемому током в нити, и может быть найдено по закону Джоуля—Ленца. При этом ток в нити определяется по напряжению на включённом последовательно с ней эталонном сопротивлении 10 Ом. Таким образом, все величины, входящие в правую часть формулы (1), поддаются непосредственному измерению.

Электрическая часть схемы состоит из источника питания и подключённых к нему последовательно соединённых нити, эталонного сопротивления 10 Ом и магазина сопротивлений  $R_M$ , служащего для точной установки тока через нить. Цифровой вольтметр может подключаться

<sup>1</sup> В нашей установке диаметр проволоки  $2r_1 \approx 0,10$  мм, внутренний диаметр трубки  $2r_2 \approx 10$  мм, длина  $L \approx 400$  мм. Точные значения указаны на установке.

как к нити, так и к эталонному сопротивлению, измеряя таким образом напряжение на нити и ток через неё.

Опыты проводят с воздухом или с углекислым газом (по указанию преподавателя) при атмосферном давлении. Предварительно — для удаления примесей — трубку несколько раз откачивают форвакуумным насосом и промывают исследуемым газом.

При определённой температуре термостата снимается зависимость напряжения на нити от тока, проходящего через неё. Затем по полученным данным строится график зависимости рассеиваемой мощности от сопротивления нити, по которому можно определить сопротивление нити при нулевом токе, то есть при температуре термостата. Это сопротивление затруднительно измерить непосредственно из-за термоэлектрических явлений, заметно искажающих результаты при малых токах, большие же токи существенно изменяют температуру нити. Повторив эти измерения при различных температурах термостата, можно определить температурную зависимость сопротивления нити. Коэффициент теплопроводности определяется затем по зависимости выделяемой мощности от разности температур с помощью формулы (1). При небольших значениях разности температур эта зависимость хорошо аппроксимируется прямой.

При измерении теплопроводности газов необходимо иметь в виду, что целый ряд факторов может повлиять на результат опыта. Мы уже говорили о конвективном переносе тепла. Часть тепловой энергии передаётся от нити к стенке через излучение. Формула (1) не учитывает также потерь тепла через концы проволоки. Как показывают расчёты, при наших условиях опыта они вносят наиболее существенную погрешность (порядка нескольких процентов). Для оценки этого эффекта студентам предлагается самостоятельно рассчитать количество тепла, отводимого через отрезок никелевой проволоки длиной в несколько сантиметров, в предположении, что один её конец находится при комнатной температуре, а другой нагрет до температуры, вычисленной по данным опыта.

## ЗАДАНИЕ

1. Снимите при комнатной температуре зависимость напряжения на нити  $U_n$  от напряжения на эталонном сопротивлении  $U_э$ . Интервал изменения токов зависит от материала нити и указан на установке. Для никелевой проволоки измерения проводятся при токах в интервале 50–150 мА (для этого  $U_э$ , например, может принимать значения 0,5, 0,75, 1, 1,25, 1,5 В). Для вольфрамовой — в интервале 10–70 мА. Будьте внимательны! Превышение указанных на установке величин тока может пережечь нить и испортить установку.

После изменения тока в проволоке необходимо выдержать паузу для установления стационарного режима. Показание прибора можно записывать, только если оно не меняется со временем. Для контроля стационарности полезно также после измерения при  $U_9 = 1,5$  В вернуться к значению  $U_9 = 0,5$  В и повторить первое измерение. Воспроизводимость результата будет означать, что тепловое равновесие успевает установиться.

- Повторите измерения п. 1 ещё при нескольких температурах прибора в интервале 20—70 °С. Для этого сопоставьте имеющееся в вашем распоряжении время со временем, потраченным на выполнение п. 1, и спланируйте свои действия таким образом, чтобы последнее измерение провести при температуре 70 °С. Желательно успеть выполнить измерения для трёх-четырёх значений температуры, например: 20, 40, 60 и 70 °С.
- Для каждой температуры прибора постройте график зависимости выделяемой мощности  $Q = 0,1U_n U_9$  [Вт] от сопротивления нити  $R_n = 10U_n/U_9$  [Ом]. Определите по графику наклон  $dQ/dR$  и сопротивление нити  $R_0$  при температуре термостата, то есть при нулевой выделяемой мощности.
- Постройте по значениям  $R_0$  график зависимости сопротивления нити от температуры. Точки должны хорошо ложиться на прямую. Определите по графику наклон  $dR/dT$ . Рекомендуется также определить температурный коэффициент сопротивления материала нити  $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$  и сравнить его с табличным значением.
- Для каждой температуры прибора определите значение коэффициента теплопроводности газа по формулам  $\kappa = \frac{dQ}{dT} \cdot \frac{1}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1}$ ,  $\frac{dQ}{dT} = \frac{dQ}{dR} \frac{dR}{dT}$ . Постройте график зависимости коэффициента теплопроводности от температуры.
- Предполагая, что зависимость коэффициента теплопроводности от температуры имеет вид  $\kappa = AT^\beta$ , определите показатель степени  $\beta$ . Для этого постройте график зависимости  $\ln \kappa$  от  $\ln T$ .
- Оцените погрешность полученных результатов.

### Контрольные вопросы

- Как известно из кинетической теории газов, длина свободного пробега  $\lambda$  зависит от концентрации  $n$  следующим образом:  $\lambda = 1/(\sigma n)$ . Что вы можете сказать о зависимости  $\sigma$  от температуры на основании полученных в п. 6 результатов?
- Почему приборы для измерения теплопроводности газов всегда устанавливают так, что цилиндрический столб газа делается тонким и длинным и располагается вертикально?
- Оцените влияние теплоотдачи через концы проволоки.

4. Всевозможные термоэдс обычно имеют величину нескольких микровольт на градус. Оцените величину тока в нити, при котором термоэдс в цепи вольтметра будут заметно искажать результаты измерений.
5. Какова разность температур между нитью и кожухом при токе 150 мА? Сопоставьте теоретический расчёт со своими экспериментальными результатами.
6. При выводе формулы (1) пренебрегалось зависимостью теплопроводности от температуры, поэтому она справедлива только при  $\Delta T \ll T$ . Оцените связанную с этим погрешность в определении  $\kappa$ , получив точную формулу в предположении, что зависимость теплопроводности от температуры имеет вид  $\kappa \sim T^\beta$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. §§ 52, 53, 89.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, 1.3.
3. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. III, §§ 45, 47.
4. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78–82.

## Работа 2.2.4

### Определение коэффициента теплопроводности твёрдых тел

**Цель работы:** 1) определение коэффициентов теплопроводности твёрдых тел путём сравнения с теплопроводностью эталонного материала; 2) вычисление относительных тепловых потерь через боковые поверхности по измеренным значениям температуры вдоль радиусов пластинок.

**В работе используются:** термостат; набор термопар; зеркальный гальванометр; тонкие резиновые прокладки; исследуемые тела; диск из эталонного материала; штангенциркуль.

В соответствии с формулой (2.7) количество теплоты  $\Delta q$ , протекающее за единицу времени через однородную перегородку толщиной  $\Delta z$  и площадью  $S$  при разности температур  $\Delta T$ , определяется формулой

$$\Delta q = \kappa S \frac{\Delta T}{\Delta z}, \quad (1)$$

где  $\kappa$  — коэффициент, характеризующий свойства среды и называемый коэффициентом теплопроводности.

Значение коэффициента теплопроводности  $\kappa$  может быть определено непосредственно из формулы (1), если измерить на опыте величины  $\Delta q$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta z$  и  $S$ . Однако точное определение  $\kappa$  с помощью формулы (1) оказывается нелегкой задачей из-за трудностей, возникающих при измерении количества теплоты. В настоящей работе вместо непосредственного измерения величины  $\kappa$  производится сравнение теплопроводности исследуемого материала с теплопроводностью некоторого другого эталонного материала с хорошо известным значением коэффициента  $\kappa$ . При этом можно избежать измерения  $\Delta q$ . Идею метода поясняет рис. 1.

Две пластинки, изготовленные из материалов с коэффициентами теплопроводности  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ , зажимаются между стенками, температуры которых равны  $T_1$  и  $T_2$  и поддерживаются постоянными во время опыта. Если толщины пластинок  $d_1$  и  $d_2$  достаточно малы (по сравнению с наименьшим линейным размером их поверхности), то и потери тепла через боковые поверхности тоже малы. В таком случае площадь теплового потока, протекающего от горячей стенки к холодной, приблизительно остаётся постоянной (оценка дана ниже). В этом случае

$$\Delta q = \kappa_1 S \frac{\Delta T_1}{\Delta z_1} = \kappa_2 S \frac{\Delta T_2}{\Delta z_2}. \quad (2)$$

Полагая, что  $\Delta z_1 = d_1$  и  $\Delta z_2 = d_2$ , получим окончательно

$$\frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \frac{d_1}{d_2} \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}, \quad (3)$$

где  $\Delta T_1$  и  $\Delta T_2$  — перепады температур на пластинках. Зная теплопроводность материала одной из пластинок, легко определить на опыте теплопроводность другой пластинки.

**Оценка потерь тепла.** Формула (3) получается в предположении сохранения теплового потока неизменным через обе пластинки, что оправдано при толщине, очень малой по сравнению с радиусом пластинки. Однако хотя и малый, но тепловой поток через боковые поверхности существует всегда. Обнаружить его присутствие можно экспериментально путём измерения распределения температуры. Данные о её понижении к краю пластинок свидетельствуют о наличии потерь. Используя такие результаты, покажем, как можно сделать количественную оценку потерь и найти их относительную величину.

Анализ двумерного распределения температуры основывается на экспериментальных данных о зависимости температуры от радиуса. По

ним можно определить плотность радиального потока тепла  $q_r$ . Эта величина есть радиальная компонента вектора  $\mathbf{q}$  и в соответствии с формулой (2.7) определяется радиальным значением градиента температуры. Полный радиальный поток есть произведение  $q_r$  и площади боковой поверхности  $S_r$ , вычисленной на том же расстоянии от оси симметрии, на котором производилось измерение радиальной производной температуры:

$$q_r S_r = -\kappa 2\pi r d \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (4)$$

Здесь  $d$  — толщина пластины.

Полный осевой поток определяется произведением производной температуры вдоль оси симметрии  $z$  и площади окружности, проходящей через точку измерения радиальной производной:

$$q_z S_z = -\kappa \pi r^2 \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (5)$$

Отношение этих потоков обозначим  $\delta$ :

$$\delta = \frac{2d \frac{\partial T}{\partial r}}{r \frac{\partial T}{\partial z}}.$$

Этот параметр характеризует расширение теплового потока и его относительные потери, он не зависит от коэффициента теплопроводности.

Интересно отметить, что величина  $\delta$  не зависит и от радиуса, то есть отношение радиального потока к осевому одинаково и на оси симметрии, и вдали от неё. Расширение осевого теплового потока существует везде, а не только около краев пластинок. Это заключение следует из того, что температура имеет максимум на оси симметрии при любой координате  $z$  из-за симметрии пластинок. Поэтому разложение температуры по радиусу от оси начинается с квадратичного члена, следовательно, производная температуры по радиусу в формуле (5) пропорциональна радиусу, и этот радиус сокращается с радиусом, который уже есть в знаменателе. Кроме того, при малых потерях через боковые стенки осевой поток тепла изменяется тоже на малую величину, поэтому и производная  $\partial T / \partial z$  изменяется только на малую величину, то есть в первом приближении не зависит от радиуса, как и остальные члены формулы (5). Отсюда можно сделать вывод, что относительное расширение теплового потока в однородной среде примерно одинаковое на всей пластинке.

**Экспериментальная установка.** Прибор для измерения коэффициента теплопроводности (рис. 1) представляет собой систему из нагревателя, имеющего температуру  $T_1$ , и холодильника, имеющего температуру  $T_2$ ; эти температуры поддерживаются постоянными. Тепловой поток



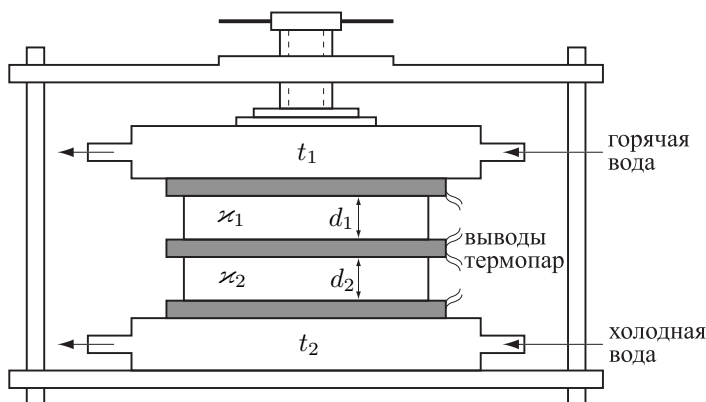


Рис. 1. Прибор для измерения коэффициента теплопроводности сравнительным методом

от нагревателя к холодильнику протекает через зажатые между ними пластинки из исследуемого и эталонного материала.

В качестве эталона удобно было бы использовать эластичный материал, способный создавать надёжный тепловой контакт. К сожалению, коэффициент теплопроводности многих эластичных материалов, и в особенности резины, в диапазоне от 0 до 100 °С сильно зависит от температуры, поэтому применять резину в качестве эталона крайне неудобно. В нашем приборе эталонным материалом является эбонит, коэффициент теплопроводности которого равен 0,17 Дж/м·с·К. Для получения надёжного теплового контакта между поверхностями прокладывается резина.

При измерениях коэффициента теплопроводности между нагревателем и холодильником закладываются переложенные тонкими резиновыми прокладками пластинки из исследуемого и эталонного материалов. Вся система сжимается винтовым прессом.

Для стабилизации температур  $T_1$  и  $T_2$  через холодильник постоянно пропускается проточная вода из водопровода (вентиль на столе за прибором), а через нагреватель циркулирует горячая вода, поставляемая термостатом. Измерение температур производится при помощи четырёх термопар, рабочие спай которых помещают в середине пластинок. Спаи двух термопар прижимают резиновыми прокладками к обеим сторонам эталонной пластинки, спаи двух других — к пластинке из исследуемого материала. Вторые спаи термопар помещены в пробирку с маслом, омываемую водопроводной водой. При этих условиях температура холодных

спаев термопар за время эксперимента практически не меняется.

Переключатель позволяет поочерёдно подключать термопары к зеркальному гальванометру. Показания гальванометра пропорциональны разности температур рабочего и холодного спаев термопар. Измерив температуры обеих поверхностей пластинки, можно вычислить перепад температуры на пластинке.

Прежде чем приступить к измерениям, необходимо включить термостат (перевести движок переключателя в верхнее положение) и его нагревательно-смешивающий узел (кнопкой «Pump»).

Для увеличения скорости нагрева регулятор мощности нагревателя (Heating Power adjustment) следует поставить в крайнее правое положение. (При приближении температуры воды к  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  регулятор переводится в крайнее левое положение).

Вращая головку контактного термометра, установите температуру выше  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В момент, когда контрольный термометр покажет  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ , нужно, медленно вращая головку контактного термометра, выключить нагреватель. При выключении гаснет красная контрольная лампочка.

Если к вашему приходу термостат уже включён и установлен на нужную температуру, то следует сразу перейти к выполнению задания.

## ЗАДАНИЕ

Перед измерениями коэффициентов теплопроводности исследуемых материалов рекомендуется провести ряд предварительных экспериментов.

1. Экспериментально оцените время установления равновесного теплового потока в системе. Для этого снимите зависимость температуры какой-либо точки от времени и по графику, построенному по результатам ваших измерений, оцените величину времени установления. Все последующие измерения следует проводить после установления равновесных условий в установке.

Оцените время установления по формуле (2.18). Для этого по справочнику определите среднее значение коэффициента температуропроводности для набора пластинок или используйте какое-нибудь одно значение. Сравните рассчитанное время с измеренным.

Отметим, что можно поступить и наоборот, то есть по найденному из опыта времени установления температуры определить среднее значение коэффициента температуропроводности всего набора пластин.

2. Прокалибруйте применяемые в работе термопары. Для этого рабочие спаи всех термопар расположите в одной точке прибора (например, прижмите к середине одной из сторон эбонитовой пластинки). Следите, чтобы провода от каждой термопары шли параллельно и не касались

друг друга. Показания гальванометра при подключении его к различным термопарам пропорциональны чувствительности термопар, которые могут несколько отличаться из-за различия в сопротивлениях спаев.<sup>1</sup>

Если показания гальванометра  $a_1, a_2, a_3, a_4$  будут заметно отличаться друг от друга, то отношение, входящее в формулу (3), следует вычислять по формуле

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{\varphi_4/a_4 - \varphi_3/a_3}{\varphi_2/a_2 - \varphi_1/a_1}, \quad (6)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  — показания гальванометра, полученные во время опыта по измерению коэффициента теплопроводности. В этой формуле индексы при  $a$  и  $\varphi$  характеризуют номер термопары. Величины  $a_i$  и  $\varphi_i$  должны быть получены при подключении гальванометра к одной и той же термопаре.

Формулу (6) студентам предлагается вывести самостоятельно. Следует подчеркнуть, что при определении безразмерного отношения  $\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$  абсолютные чувствительности термопар не представляют интереса и достаточно знать их относительные чувствительности.

3. Проверьте на опыте, в какой мере выполняется предположение о независимости коэффициента теплопроводности эталонного материала от температуры. Для этого в прибор зажмите пакет из двух одинаковых слоёв пластинок эбонита, переложённых резиновыми прокладками. С помощью термопар измерьте разности температур на эбонитовых слоях. Эти слои находятся в различных температурных условиях. Если коэффициент теплопроводности не зависит от температуры, разности температур на слоях, как это следует из (3), должны быть пропорциональны их толщинам. Толщины пластинок измерьте штангенциркулем.
4. После проведения предварительных экспериментов приступите к основному опыту. Измерьте коэффициенты теплопроводности образцов (плексиглас, текстолит, гетинакс). По показаниям гальванометра и по чувствительности термопар определите для каждого образца отношение разностей температур на образце и на эбоните согласно формуле (6), а затем используйте формулу (3).

Рекомендуется для каждого образца провести два измерения: один раз располагая образец со стороны холодильника, а эталон — со стороны нагревателя, а другой раз — в обратном порядке. Сопоставление результатов позволит судить в некоторой степени о зависимости коэффициента

---

<sup>1</sup> В работе применяются медно-константановые термопары, спаи которых изготовлены с помощью сварки. Чувствительности таких термопар, как правило, мало отличаются друг от друга.

теплопроводности образца от температуры, если она превышает зависимость от температуры эбонита в опыте с двумя его пластинками.

5. Потери через боковые поверхности оцените с помощью следующего опыта. Разместите рабочие спаи термопар на разных расстояниях от центра пластины, например, на расстояниях 0, 1, 2, 3 см или одну в центре, другую с краю и остальные между ними. Запишите эти расстояния, они потребуются при обработке результатов. Чтобы избежать ошибок, связанных с теплоотводом через провода термопар в этом точном эксперименте, длины всех прижатых частей проводов постарайтесь сделать одинаковыми. С помощью гальванометра измерьте температуры всех спаев и постройте график зависимости от радиуса распределения температуры или показаний гальванометра, поделенных на чувствительность каждой термопары. Уменьшение температуры при удалении от центра обусловлено тепловым потоком через боковые поверхности. По графику найдите производную температуры по радиусу (в единицах показаний гальванометра, поделенных на соответствующую чувствительность).

Производную целесообразно определять ближе к краю пластинки, там измерения точнее. Можно воспользоваться интерполяцией по графику и даже экстраполяцией к краю пластинки. Отметим, что если распределение температуры по радиусу близко к параболическому, то производная в любой точке будет ровно в два раза больше, чем производная для прямой, соединяющей температуру в этой точке с температурой в центре пластины.

Осевую производную температуры найдите по рабочим измерениям в другом опыте с той же пластинкой, но при расположении термопар вдоль радиуса, а вдоль оси симметрии.

Используйте полученные из опыта величины для расчёта относительных потерь тепла по формуле (5).

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение коэффициента теплопроводности и укажите его размерность.
2. Выведите формулу, аналогичную формуле (3), но учитывающую изменение площади потока тепла от  $S_1$  до  $S_2$ .
3. Выведите формулу (6), учитывающую разную чувствительность термопар.
4. Удаётся ли экспериментально на данной установке проверить, зависит ли коэффициент теплопроводности эталонного материала от температуры? Мешают ли этому тепловые потери через боковые поверхности?
5. Используя экспериментальные значения зависимости температуры от радиуса, постройте изотермы и нарисуйте линии потока тепла (хотя бы три изотермы и три линии потока тепла, но чтобы они охватывали всю площадь сечения пакета пластин).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. II. — М.: Наука, 1975. §§ 52—54, 57.
2. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, § 1.3.
3. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. — М.: Наука, 1965. §§ 109, 110.
4. Курс физики / Под ред. Н.Д. Папалекси. Т.1. — М.-Л.: Гостехиздат, 1948. Гл. XIV.

## Работа 2.2.5

## Определение вязкости жидкости по скорости истечения через капилляр

**Цель работы:** 1) определение вязкости воды по измерению объёма жидкости, протекшей через капилляр; 2) определение вязкости других жидкостей путём сравнения скорости их перетекания со скоростью перетекания воды.

**В работе используются:** сосуд Мариотта; капиллярная трубка; мензурка; секундомер; стакан; микроскоп на стойке.

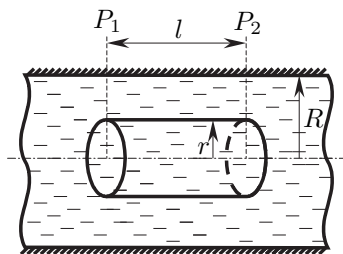


Рис. 1. К выводу формулы Пуазейля

Рассмотрим стационарный поток жидкости, ламинарно текущей через капилляр круглого сечения (рис. 1). Мысленно выделим в жидкости цилиндр радиуса  $r$  и длины  $l$ . Обозначим давление на его торцах через  $P_1$  и  $P_2$ . В стационарных условиях сила давления на цилиндр  $(P_1 - P_2)\pi r^2$  уравновешивается силой трения, действующей на цилиндр со стороны наружных слоёв жидкости. Касательное напряжение в жидкости, как и в газе, согласно (2.6) равно

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr}. \quad (1)$$

Полная сила трения

$$F_{\text{тр}} = S\eta \frac{dv}{dr},$$

где  $S$  — поверхность цилиндра,  $\eta$  — вязкость,  $dv/dr$  — градиент скорости. Заменяя  $S$  через  $2\pi rl$  и приравнявая нулю сумму сил, действующих на цилиндр, получим

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 + 2\pi rl\eta \frac{dv}{dr} = 0.$$

Интегрируя это равенство, найдём

$$v = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} r^2 + C,$$

где  $C$  — константа интегрирования, которая должна быть найдена из граничных условий. Для её определения заметим, что скорость жидкости обращается в нуль при радиусе трубки  $R$ , где жидкость «прилипает» к стенкам. Имеем, следовательно:

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2). \quad (2)$$

Таким образом, скорость жидкости квадратично меняется с радиусом и максимальна на оси трубки (при  $r = 0$ ).

Расход жидкости  $Q$ , т. е. объём, ежесекундно протекающий через поперечное сечение трубки, равен

$$Q = \frac{V}{t} = \int_0^R v \cdot 2\pi r \, dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4. \quad (3)$$

Формула (3) носит название *формулы Пуазейлля*. Из неё следует, что вязкость жидкости можно определить, измеряя её расход  $Q$ , перепад давления  $P_1 - P_2$ , длину трубки  $l$  и её радиус  $R$ .

При небольших скоростях газа или жидкости движение среды происходит как бы слоями, обладающими разными скоростями. Такое течение называется ламинарным. С увеличением скорости потока движение приобретает сложный и запутанный характер, слои перемешиваются, течение становится турбулентным. При этом скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только её средняя величина.

Характер течения газа или жидкости зависит от соотношения между кинетической энергией движущейся среды и работой сил вязкости. Если первая величина мала по сравнению со второй, то турбулентные пульсации не развиваются, их подавляет вязкость и течение остаётся ламинарным. Отношение кинетической энергии некоторого объёма газа

или жидкости  $\rho v^2 L$  к работе вязких сил на характерной длине  $\eta \frac{v}{L} L^2 \cdot L$  определяет безразмерное число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{vR\rho}{\eta}, \quad (4)$$

где  $v$  — характерная скорость течения, например, при течении в трубке это средняя по расходу скорость,  $R$  — радиус трубки (в других случаях вместо  $R$  используется свой характерный размер),  $\rho$  — плотность газа или жидкости,  $\eta$  — коэффициент вязкости (1). Преобразуем формулу (4) к виду

$$\text{Re} = \frac{2\frac{\rho v^2}{2}}{\eta \frac{v}{R}}. \quad (5)$$

Отсюда число Рейнольдса можно интерпретировать с количественной стороны: оно равно удвоенному отношению скоростного напора (кинетической энергии единицы объёма среды)  $\rho v^2/2$  к характерному напряжению трения газа или жидкости:  $\eta v/R$ .

Скоростной напор для несжимаемой жидкости или для газа при малых скоростях, согласно уравнению Бернулли

$$\frac{\rho v^2}{2} = P_0 - P,$$

равен разнице между давлением  $P_0$  в области, где скорость равна нулю, и давлением  $P$  в потоке, где скорость равна  $v$ . Таким образом, скоростной напор можно ещё определить как динамическое давление.

Характерное напряжение трения  $\eta v/R$  можно получить по формуле (1):  $\tau = -\eta dv/dr$  при оценке производной как отношения характерной скорости  $v$  к характерному размеру, т. е. к радиусу трубы  $R$ .

В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при  $\text{Re} \approx 1000$ .

Прежде чем применять формулу Пуазейля к конкретным расчётам, всегда следует убедиться в том, что течение жидкости является ламинарным.

Ламинарное движение жидкости при переходе её из широкого сосуда в капилляр устанавливается не сразу, а после того, как она пройдёт расстояние  $a$ :

$$a \approx 0,2R \cdot \text{Re}. \quad (6)$$

Формула (3) даёт надёжные результаты лишь в том случае, если длина капилляра во много раз больше  $a$ .

## А. Измерение вязкости воды

Установка для измерения вязкости воды изображена на рис. 2. Вода заполняет сосуд Мариотта и вытекает через калиброванную капиллярную трубку, укрепленную в нижней части его боковой стенки. Сосуд Мариотта позволяет поддерживать постоянным перепад давления  $P_1 - P_2$  на концах капилляра, несмотря на то, что уровень жидкости при её вытекании понижается. Это достигается с помощью трубки В, открытой в атмосферу и проходящей через пробку, герметично закрывающую сосуд.

При вытекании жидкости в воздухе, находящемся в верхней части сосуда, устанавливается давление, которое в стационарном режиме меньше атмосферного на величину, создаваемую давлением слоя воды от её верхнего уровня до нижней части трубки В. При этом в самой трубке воды нет. Если жидкость продолжает вытекать и уровень её понижается, то соответственно этому дополнительно уменьшается и давление воздуха. В сумме с давлением вышележащего слоя воды около нижнего конца трубки В давление в жидкости становится меньше атмосферного, то есть меньше того, которое имеет воздух внутри трубки. Под действием перепада давления поверхность жидкости у конца трубки будет прогибаться вниз и после достижения критического значения перепада давления с конца трубки сорвется воздушный пузырёк, который поднимется в верхнюю часть сосуда и увеличит там давление воздуха. При дальнейшем вытекании процесс повторяется, так что (с точностью до малых пульсаций) жидкость из капилляра вытекает при одном и том же перепаде давления.

Ещё раз отметим, что величина этого перепада определяется высотой столба  $h$  жидкости между осью капиллярной трубки А и нижним концом вертикальной трубки В. Высота столба измеряется с помощью микроскопа М, укрепленного на вертикально перемещающемся плунжере. Смещение плунжера определяется по миллиметровой шкале, снабжённой нониусом.

Объём вытекшей жидкости измеряется мензуркой П. Время истечения определяется по секундомеру. Длина капиллярной трубки измеряется миллиметровой линейкой, диаметр — прибором высокой точности компаратором ИЗА-2 или микроскопом МИР. На измерение диаметра капилляра нужно обратить особое внимание, поскольку он входит в формулу (3) в четвёртой степени и точность его измерения во многом определяет погрешность опыта.

## ЗАДАНИЕ

1. Измерьте внутренний диаметр капиллярной трубки. Чтобы не выни-



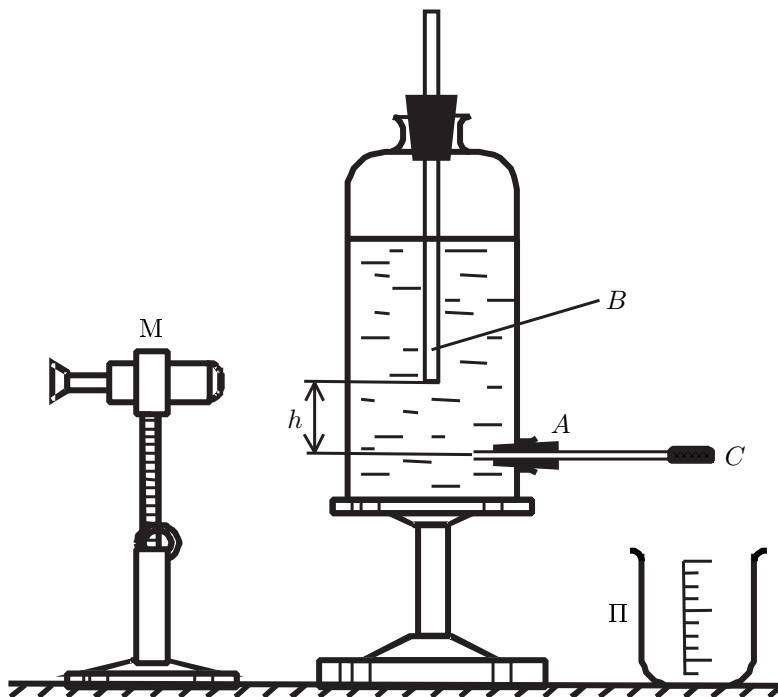


Рис. 2. Схема установки для определения вязкости воды

мать капилляр из сосуда Мариотта, к установке прилагается кусок такого же капилляра, вставленный в специальную оправу. Установите его вертикально в прорезь предметного стола компаратора ИЗА-2 или воспользуйтесь микроскопом МИР. Измерьте диаметр капилляра по нескольким направлениям торца трубки. Полученные результаты усредните.

Измерьте длину капиллярной трубки миллиметровой линейкой.

2. Закройте капиллярную трубку резиновой пробкой С. Налейте в сосуд дистиллированную воду и плотно закройте горловину сосуда пробкой со вставленной в неё трубкой В. Снимите с капиллярной трубки пробку С, при этом вода начнёт вытекать в химический стакан. Подождите, пока на нижнем конце трубки В не появятся пузырьки воздуха. После этого в сосуде установится нужное распределение давления, и можно приступать к измерению расхода воды.
3. Замерьте по секундомеру время  $\Delta t$ , в течение которого мензурка на-

полняется до объёма 20–25 см<sup>3</sup>. Повторите измерения и убедитесь, что время  $\Delta t$  не зависит от уровня воды в сосуде Мариотта, а определяется глубиной погружения трубки В. Закройте капилляр пробкой С.

4. С помощью микроскопа, укрепленного на вертикальной стойке, измерьте расстояние  $h$  (рис. 2) между осью горизонтально расположенного капилляра и нижним торцом трубки В. Перепад давлений  $\Delta P = P_1 - P_2$  между концами капилляра, выраженный в миллиметрах водяного столба, не равен  $h$ , а содержит поправку  $\Delta h$ , обусловленную силами поверхностного натяжения. Высоту  $\Delta h$  можно измерить следующим образом. Постепенно опуская трубку В, оставьте её на такой высоте  $\Delta h$ , при которой вода перестаёт вытекать из капилляра. Это значит, что давление столба воды  $\Delta h$  между осью капилляра и нижним торцом трубки В уравнилось силами поверхностного натяжения пузырька воздуха, возникшего на конце трубки В, и капли жидкости на конце трубки С.
5. Поднимите трубку В настолько, чтобы высота  $h$  была в 2–3 раза больше  $\Delta h$  и определите время  $\Delta t$ , за которое через капилляр вытекает  $V = 20\text{--}25$  см<sup>3</sup> воды. Измерьте высоту  $h$ . Тогда  $\Delta P = P_1 - P_2 = (h - \Delta h)\rho g$ .

Измерьте расход воды при четырёх-пяти значениях  $h$ , вплоть до максимального, определяя высоту  $h$  с помощью микроскопа.

6. Проверьте при помощи формулы (4), что в каждом из опытов в капилляре устанавливалось ламинарное течение. По формуле (6) оцените длину  $a$  участка капилляра, на котором устанавливается ламинарное течение. Для оценки числа  $Re$  и  $a$  можно предварительно принять, что вязкость воды  $\eta \approx 0,01$  П (пуаза).
7. Изобразите полученные результаты на графике, отложив по его осям  $h$  и  $Q$ . Формула (3) показывает, что при ламинарном течении зависимость между  $h$  и  $Q$  линейна. При нарушении ламинарности разность давлений растёт быстрее, чем расход. Поэтому для определения  $\eta$  пригоден только прямолинейный участок графика. Вязкость находится по наклону этого участка. Заметим, что при таком способе определения  $\eta$  нет необходимости определять высоту  $\Delta h$  (величина  $\Delta h$  отсекается прямой  $Q(h)$  на оси  $h$  при  $Q = 0$ ). Определите вязкость воды и оцените погрешность полученного результата. Сравните найденные из графика значения  $\Delta h$  со значением, измеренным в п. 4.

## **Б. Измерение вязкости водного раствора глицерина вискозиметром Оствальда**

В первой части работы вязкость воды определялась абсолютным методом, т. е. путём непосредственного измерения линейных размеров капилляра, объёма жидкости и времени её истечения. Более распростра-

нённым является относительный метод, при котором вязкость исследуемой жидкости сравнивается с известной вязкостью  $\eta_0$  другой жидкости. Для измерений используется простой прибор — вискозиметр Оствальда, изображённый на рис. 3. Измерения заключаются в том, что сравнивается время протекания одинаковых объёмов исследуемой жидкости и жидкости с известным  $\eta_0$  через один и тот же капилляр. Во второй части работы предлагается определить вязкость водного раствора глицерина при комнатной температуре с помощью этого прибора.

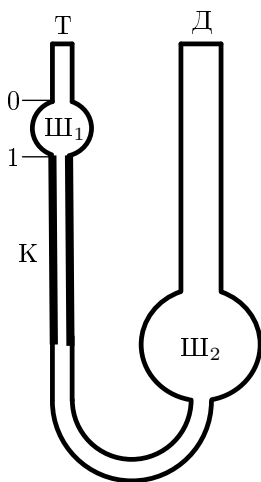


Рис. 3. Вискозиметр Оствальда

Вискозиметр Оствальда (рис. 3) представляет собой U-образную стеклянную трубку. Одно колено прибора в верхней части имеет расширение — шарик Ш<sub>1</sub> с метками «0» и «1» — и капилляр К. Другое колено представляет собой широкую трубку Д с резервуаром — шариком Ш<sub>2</sub>.

В широкую трубку вискозиметра вливают определённое количество воды, вязкость  $\eta_0$  которой известна. С помощью резиновой груши, подсоединённой к узкой трубке Т, засасывают воду так, чтобы её мениск поднялся несколько выше метки «0». Сняв грушу с трубки и удерживая вискозиметр в вертикальном положении, дают возможность воде свободно протекать через капилляр К. Когда мениск проходит метку «0», включают секундомер, и выключают его, когда мениск проходит метку «1». Таким образом измеряют время  $t_0$ , за которое объём воды  $V$ , заключённый между метками в шарике Ш<sub>1</sub>, протекает через капилляр.

В вискозиметре Оствальда диаметр капилляра и перепад давления на нём подобраны так, что течение жидкости в капилляре всегда является ламинарным.

Для расчёта процесса течения жидкости через капилляр воспользуемся формулой (3). Разность давлений  $P_1 - P_2$  в вискозиметре Оствальда зависит от уровня жидкости в шарике и во время опыта непрерывно меняется. Поэтому формулу (3) нужно применять к небольшим отрезкам времени. При этом  $Q_v$  — объём жидкости, проходящей в секунду через капилляр, — следует заменить на  $-dV/dt$ , где  $V$  — объём жидкости в шарике Ш<sub>1</sub>. Разность давлений  $P_1 - P_2$  равна  $\rho h(V)g$ , где  $\rho$  — плотность жидкости, а  $h$  — высота её столба. Эта высота однозначно связана с объёмом жидкости в шарике. Конкретный вид зависимости  $h(V)$  определяется геометрией сосуда. Он нам не понадобится. Важно,

однако, понимать, что функция  $h(V)$  для заданного сосуда (и заданного общего объёма жидкости в вискозиметре) имеет вполне определённый вид и не зависит от рода заполняющей шарик жидкости.

С учётом сказанного формула (3) принимает вид

$$-\frac{dV}{dt} = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{h(V)\rho g}{\eta}, \quad \text{или} \quad -\frac{8l}{\pi R^4} \frac{dV}{h(V)} = \frac{\rho g}{\eta} dt.$$

Проинтегрируем это уравнение от начальных условий  $V = V_0$ ,  $t = 0$  до конечных  $V = V_1$ ,  $t = t_1$ :

$$\frac{8l}{\pi R^4} \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{h(V)} = - \int_{t_0}^{t_1} \frac{\rho g}{\eta} dt.$$

Заметим теперь, что стоящее слева выражение есть просто некоторое число, которое полностью определено, если задана геометрия установки, а также начальный и конечный уровни жидкости. При измерениях с разными жидкостями получим

$$\frac{\rho_1}{\eta_1} t_1 = \frac{\rho_2}{\eta_2} t_2 = \frac{\rho_3}{\eta_3} t_3 = \dots \quad (7)$$

Произведя опыты сначала с водой (индекс 0), а потом с исследуемой жидкостью (индекс  $x$ ), найдём

$$\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x}{\rho_0} \frac{t_x}{t_0}. \quad (8)$$

Эта формула является окончательной.

В работе предлагается определить вязкость 10-, 20-, 30-процентного растворов глицерина при комнатной температуре. Значение вязкости дистиллированной воды при комнатной температуре следует взять из результатов первой части работы, где вязкость определялась абсолютным методом.

## ЗАДАНИЕ

1. Промойте вискозиметр дистиллированной водой. Для этого налейте воду в вискозиметр через широкую трубку Д (рис. 3) так, чтобы она заполнила шарик Ш<sub>2</sub>. С помощью резиновой груши, подсоединённой к узкой трубке Т, поднимите воду в шарик Ш<sub>1</sub> и затем дайте воде свободно стечь через капилляр обратно вниз. Эту воду вылейте. Такую процедуру повторите дважды.

2. Определите время перетекания через капилляр объёма воды, заключённого между метками «0» и «1» вискозиметра. Для этого залейте в прибор  $5 \text{ см}^3$  дистиллированной воды. Повторите измерения 4–5 раз, усредните полученные результаты. Вязкость жидкостей существенно зависит от температуры. Для её стабилизации во время эксперимента опустите вискозиметр в стакан с водой, имеющей комнатную температуру.
3. Вылейте из прибора воду и налейте в него  $5 \text{ см}^3$  10-процентного раствора глицерина в воде; определите время его протекания через капилляр. Повторите этот опыт 4–5 раз. Прделайте такие же измерения с 20- и 30-процентным растворами.
4. Определите плотность исследуемых растворов с помощью торсионных весов.
5. Вычислите вязкость исследуемых растворов по формуле (8). Оцените погрешность полученных результатов.

### Контрольные вопросы

1. Почему в первом упражнении рекомендовалось определять вязкость воды графическим методом? Не лучше ли определять искомую вязкость из опытов, полученных для разных высот трубки? Казалось бы, усредняя результаты этих опытов, можно не только найти близкие к истине значения вязкости, но и надёжно оценить погрешность опытов по разбросу полученных значений. Чем плох такой способ обработки?
2. Разность давлений, которую нужно приложить к жидкости, чтобы получить заданную скорость её протекания через трубку при ламинарном течении, зависит от вязкости жидкости. Важно ли знать вязкость жидкости, если нужно рассчитать её расход при турбулентном течении? Какие характеристики жидкости нужно знать для такого расчёта?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. I. Механика. — М.: Наука, 1979. Гл. VII, §§ 97, 98.
2. *Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 1. Гл. 8, §§ 8.3–8.6.
3. *Поль Р.В.* Механика, акустика и учение о теплоте. — М.: Гостехиздат, 1957, §§ 87–90.
4. *Ландау Л.Д., Ахиезер А.В., Лифшиц Е.М.* Механика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1969. § 119.
5. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 83–85.
6. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 155–157.

### Работа 2.2.6

#### Определение энергии активации по температурной зависимости вязкости жидкости

**Цель работы:** 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости; 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчёт энергии активации.

**В работе используются:** стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин); термостат; секундомер; горизонтальный компаратор; микроскоп; мелкие шарики (диаметром около 1 мм).

По своим свойствам жидкости сходны как с газами, так и с твёрдыми телами. Подобно газам, жидкости принимают форму сосуда, в котором они находятся. Подобно твёрдым телам, они обладают сравнительно большой плотностью, с трудом поддаются сжатию.

Двойственный характер свойств жидкостей связан с особенностями движения их молекул. В газах молекулы движутся хаотично, в их расположении отсутствует порядок. В кристаллических твёрдых телах частицы колеблются около определённых положений равновесия — узлов кристаллической решётки. В жидкостях, как и в кристаллах, каждая молекула находится в потенциальной яме электрического поля, создаваемого окружающими молекулами. Молекулы колеблются со средней частотой, близкой к частоте колебаний атомов в кристаллических телах ( $\sim 10^{12}$  Гц), и с амплитудой, определяемой размерами объёма, предоставленного ей соседними молекулами. Глубина потенциальной ямы в жидкостях больше средней кинетической энергии колеблющейся молекулы, поэтому молекулы колеблются вокруг более или менее стабильных положений равновесия. Однако у жидкостей различие между этими двумя энергиями невелико, так что молекулы нередко выскакивают из «своей» потенциальной ямы и занимают место в другой.

В отличие от твёрдых тел, жидкости обладают «рыхлой» структурой. В них имеются свободные места — «дырки», благодаря чему молекулы могут перемещаться, покидая своё место и занимая одну из соседних дырок. Таким образом, молекулы медленно перемещаются внутри жидкости, пребывая часть времени около определённых мест равновесия и образуя картину меняющейся со временем пространственной решётки. На современном языке принято говорить, что *в жидкости присутствует ближний, но не дальний порядок*, расположение молекул упорядочено в небольших объёмах, но порядок перестаёт замечаться при увеличении расстояния.

Как уже отмечалось, для того чтобы перейти в новое состояние, молекула должна преодолеть участки с большой потенциальной энергией, превышающей среднюю тепловую энергию молекул. Для этого тепловая энергия молекул должна — вследствие флуктуации — увеличиться на некоторую величину  $W$ , называемую *энергией активации*. Вследствие этого переходы молекул из одного положения равновесия в другое происходят сравнительно редко и тем реже, чем больше энергия активации.

Отмеченный характер движения молекул объясняет как медленность диффузии в жидкостях, так и большую (по сравнению с газами) их вязкость. В газах вязкость объясняется происходящим при тепловом движении молекул переносом количества направленного движения. В жидкостях такие переходы существенно замедлены. Количество молекул, имеющих энергии больше  $W$ , в соответствии с формулой Больцмана экспоненциально зависит от  $W$ . Температурная зависимость вязкости жидкости выражается формулой (2.15):

$$\eta \sim Ae^{W/kT}. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что вязкость жидкости при повышении температуры должна резко уменьшаться. Если отложить на графике логарифм вязкости  $\ln \eta$  в зависимости от  $1/T$ , то согласно (1) должна получиться прямая линия, по угловому коэффициенту которой можно определить энергию активации молекулы  $W$  исследуемой жидкости. Экспериментальные исследования показывают, что в небольших температурных интервалах эта формула неплохо описывает изменение вязкости с температурой. При увеличении температурного интервала согласие получается плохим, что представляется вполне естественным, поскольку формула (1) выведена при очень грубых предположениях.

Для исследования температурной зависимости вязкости жидкости в данной работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости свободного падения шарика в жидкости. Суть его заключается в следующем.

На всякое тело,двигающееся в вязкой жидкости, действует сила сопротивления. В общем случае величина этой силы зависит от многих факторов: от вязкости жидкости, от формы тела, от характера обтекания и т. д. Стоксом было получено строгое решение задачи о ламинарном обтекании шарика безграничной жидкостью. В этом случае сила сопротивления  $F$  определяется формулой

$$F = 6\pi\eta rv, \quad (2)$$

где  $\eta$  — вязкость жидкости,  $v$  — скорость шарика,  $r$  — его радиус.

Гидродинамический вывод формулы Стокса довольно сложен. Мы ограничимся поэтому анализом задачи с помощью теории размерностей. Прежде чем применять теорию размерностей, нужно на основании физических соображений и опыта установить, от каких параметров может зависеть сила сопротивления жидкости. В нашем случае, очевидно, такими параметрами являются  $\eta$ ,  $v$ ,  $r$  и плотность жидкости  $\rho_{\text{ж}}$ . Искомый закон следует искать в виде степенного соотношения

$$F = A\eta^x r^y \rho_{\text{ж}}^z v^\alpha,$$

где  $A$  — безразмерный множитель, а  $\alpha$ ,  $x$ ,  $y$  и  $z$  — подлежащие определению показатели степени. Они определяются требованием совпадения размерностей левой и правой частей<sup>1</sup>. Поскольку размерность выражения определяется степенями при длине, времени и массе, мы получаем три уравнения для нахождения четырёх неизвестных  $\alpha$ ,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Легко видеть, что поставленная таким образом задача однозначного решения не имеет. Опыт показывает, что при больших скоростях движения (точнее говоря, при больших числах Рейнольдса) сила сопротивления пропорциональна второй, а при малых скоростях (малых числах Рейнольдса) — первой степени скорости. При достаточно медленном движении, таким образом,  $\alpha = 1$ . Приравнявая показатели степени при массе, длине и времени в левой и в правой частях уравнения, получим:  $1 = x + z$ ,  $1 = -x + 1 + y - 3z$ ,  $-2 = -x - 1$ , откуда  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$ . Таким образом,

$$F = A\eta r v.$$

Безразмерный множитель  $A$  не может быть определён из соображений размерности; строгое решение задачи даёт для этого множителя значение  $6\pi$ .

При выводе формулы Стокса с помощью теории размерностей нам приходилось предполагать, что скорость движения «достаточно мала». Никакой численной оценки «малости» при этом не было и не могло быть получено. Вопрос о том, лежат ли наблюдаемые на опыте скорости в области применимости формулы Стокса, должен поэтому быть решён с помощью эксперимента. Если будет установлена применимость формулы, она может быть использована для определения вязкости жидкости.

Рассмотрим свободное падение шарика в вязкой жидкости. На шарик действуют три силы: сила тяжести, архимедова сила и сила вязкости, зависящая от скорости.

---

<sup>1</sup> Размерность вязкости жидкости легко установить из формулы Ньютона:  $F = \eta S dv/dl$ ; она равна  $[ML^{-1}T^{-1}]$ .



Найдём уравнение движения шарика в жидкости. По второму закону Ньютона:

$$Vg(\rho - \rho_{\text{ж}}) - 6\pi\eta rv = V\rho \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

где  $V$  — объём шарика,  $\rho$  — его плотность,  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения. Решая это уравнение, найдём

$$v(t) = v_{\text{уст}} - [v_{\text{уст}} - v(0)]e^{-t/\tau}. \quad (4)$$

В формуле (4) приняты обозначения:  $v(0)$  — скорость шарика в момент начала его движения в жидкости,

$$v_{\text{уст}} = \frac{Vg(\rho - \rho_{\text{ж}})}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9}gr^2 \frac{(\rho - \rho_{\text{ж}})}{\eta}, \quad \tau = \frac{V\rho}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{r^2\rho}{\eta}. \quad (5)$$

Как видно из (4), скорость шарика экспоненциально приближается к установившейся скорости  $v_{\text{уст}}$ . Установление скорости определяется величиной  $\tau$ , имеющей размерность времени и называющейся *временем релаксации*. Если время падения в несколько раз больше времени релаксации, процесс установления скорости можно считать закончившимся.

Измеряя на опыте установившуюся скорость падения шариков  $v_{\text{уст}}$  и величины  $r$ ,  $\rho$ ,  $\rho_{\text{ж}}$ , можно определить вязкость жидкости по формуле, следующей из (5):

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{v_{\text{уст}}}. \quad (6)$$

**Экспериментальная установка.** Для измерений используется стеклянный цилиндрический сосуд В, наполненный исследуемой жидкостью (глицерин). Диаметр сосуда  $\approx 3$  см, длина  $\approx 40$  см (точные размеры указаны на установке). На стенках сосуда нанесены две метки на некотором расстоянии друг от друга. Верхняя метка должна располагаться ниже уровня жидкости с таким расчётом, чтобы скорость шарика к моменту прохождения этой метки успевала установиться. Измеряя расстояние между метками с помощью линейки, а время падения с помощью секундомера, определяют скорость шарика  $v_{\text{уст}}$ . Сам сосуд В помещён в рубашку Д, омываемую водой из термостата. При работающем термостате температура воды в рубашке Д, а потому и температура жидкости 12 равна температуре воды в термостате.

Радиусы шариков измеряются горизонтальным компаратором или микроскопом. Для каждого шарика рекомендуется измерить несколько различных диаметров и вычислить среднее значение. Такое усреднение целесообразно, поскольку в работе используются шарики, форма которых может несколько отличаться от сферической. Плотность шариков

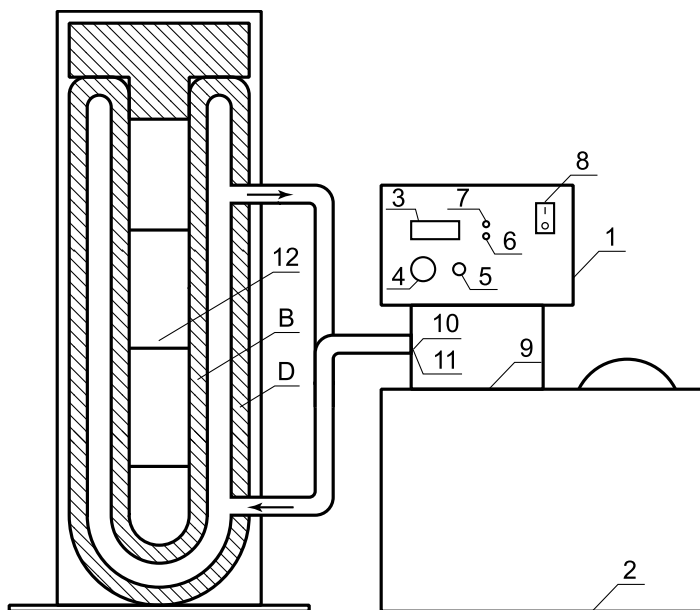


Рис. 1. Установка для определения коэффициента вязкости жидкости

$\rho$  определяется из таблиц ( $\rho_{\text{стали}} = 7,7 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho_{\text{стекла}} = 2,6 \text{ г/см}^3$ ). Плотность исследуемой жидкости определяется по графику  $\rho_{\text{ж}}(T)$ , рис. 3.

Опыты проводятся при нескольких температурах в интервале от комнатной до  $50\text{--}60^\circ\text{C}$ .

Схема прибора (в разрезе) и внешний вид термостата показаны на рис. 1 и рис. 2.

Термостат и прибор для определения коэффициента вязкости жидкости показаны на рис. 1 (фотография термостата представлена на рис. 2, обозначения на рис. 1 и рис. 2 совпадают).

Ванна представляет собой ёмкость из нержавеющей стали, установленную в наружный кожух.

В блоке терморегулирования расположены насос для обеспечения перемешивания рабочей жидкости и перекачки её во внешний контур, нагреватель, датчик температуры, датчик уровня жидкости, элементы управления и индикации, необходимые для надёжной работы.

**Запуск термостата.** Поверните ручку установки температуры 4 в крайнее левое положение. Включите термостат сетевым выключателем

8. Загорится подсветка сетевого выключателя, заработает мешалка, загорятся цифровой индикатор температуры, зеленые светодиоды индикаторов уровня жидкости 6 и включения нагревателя 7.

Если при включении или во время работы загорится красный светодиод индикатора уровня жидкости 6, необходимо добавить рабочую жидкость.

Установите требуемое ( $\sim 15^\circ\text{C}$ ) значение рабочей температуры. Для этого необходимо выполнить следующее: нажмите кнопку 5, при этом включается режим установки температуры и на индикаторе отображается значение устанавливаемой температуры. Ручкой 4 задайте необходимое значение температуры.

При повторном нажатии кнопки 5 на индикаторе отобразится значение текущей температуры. Если оно уже выше требуемого, то необходимо пропустить водопроводную воду через контур охлаждения. Вода в термостате охладится до установленной температуры. В дальнейшем при увеличении устанавливаемого значения температуры термостат производит нагрев рабочей жидкости. При работе нагревателя термостата загорается красный светодиод индикатора включения нагревателя. Когда температура рабочей жидкости приближается к заданной, происходит временное отключение нагревателя, которое сопровождается включением зелёного светодиода индикатора нагревателя.

Опыт по измерению скорости падения шариков следует проводить только после установления термического равновесия системы.

При каждом значении температуры следует провести несколько измерений с шариками различных диаметров. Плотность жидкости определяют для каждого значения температуры по графику рис. 3. По полученным данным следует построить график зависимости вязкости жидкости от температуры в координатах  $\ln \eta$  и  $1/T$ .

**Указания.** Описанная выше методика определения вязкости основана на формуле Стокса и правильна лишь в том случае, если выполнены предположения, сделанные при выводе этой формулы. Самым надёжным способом проверки теории является следующий. Шарiki с неодинаковыми радиусами движутся в жидкости с разными скоростями и с разными временами релаксации. Если во всем диапазоне встречающихся в работе скоростей и времён релаксации вычисленные по формуле (6) значения  $\eta$  оказываются одинаковыми, то формула (2) правильно передаёт зависимость сил от радиуса шарика. Зависимость (или независимость)  $\eta$  от  $r$  служит чувствительным индикатором правильности теории и надёжности эксперимента.

Результаты опыта имеет смысл обрабатывать лишь в том случае, если значения  $\eta$  не обнаруживают систематической зависимости от  $r$ . Если

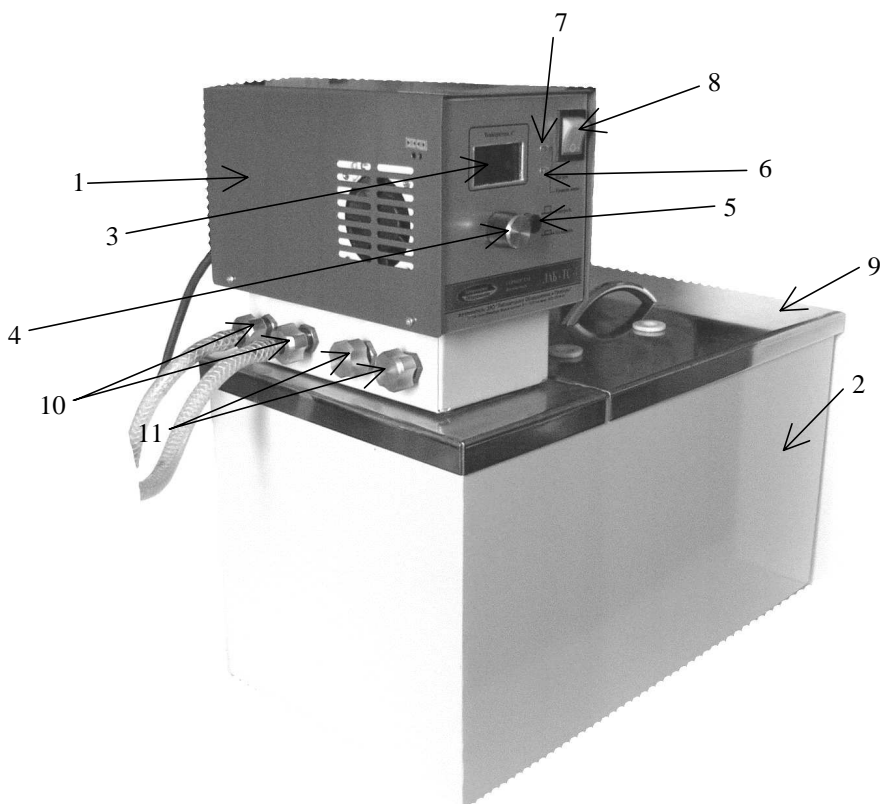


Рис. 2. Термостат

- 1 — блок терморегулирования;
- 2 — ванна;
- 3 — индикаторное табло;
- 4 — ручка установки температуры;
- 5 — кнопка переключения режимов установки/контроля температуры;
- 6 — индикатор уровня жидкости;
- 7 — индикатор включения нагревателя;
- 8 — сетевой выключатель прибора;
- 9 — крышка;
- 10 — входной и выходной патрубки насоса;
- 11 — входной и выходной патрубки теплообменника (вода из водопровода)

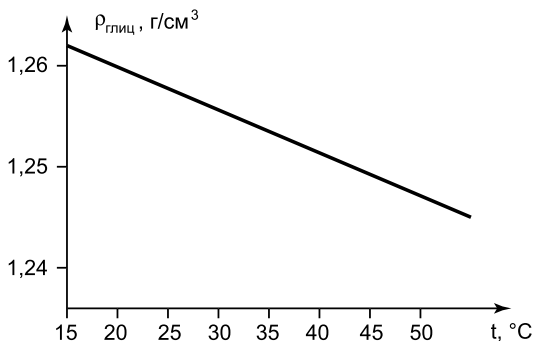


Рис. 3. Зависимость плотности глицерина от температуры

такая зависимость наблюдается, то чаще всего это связано с влиянием стенок сосуда. В этом случае вместо формулы (6) следует использовать более точную формулу:

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{[1 + 2,4(r/R)]v_{\text{уст}}}, \quad (7)$$

где  $R$  — радиус сосуда. Для небольших шариков отличие (7) от (6) лежит в пределах точности эксперимента и может не приниматься во внимание. (Формула (7) верна для шариков, движущихся вблизи осевой линии сосуда, при условии  $r \ll R$ .)

Полезно исследовать применимость формулы Стокса не только экспериментально, но и теоретически. При выводе формулы Стокса предполагалось, что обтекание шарика жидкостью имеет ламинарный характер. Как известно, характер обтекания определяется значением числа Рейнольдса  $Re = vr\rho_{\text{ж}}/\eta$ . Обтекание является ламинарным лишь при очень малых значениях  $Re$  (меньших 0,5). По результатам опыта следует вычислить числа Рейнольдса для разных размеров шариков и различных температур жидкости. Полезно также вычислить время релаксации  $\tau$  и путь  $S$ , который может быть найден посредством интегрирования (4). Полагая для простоты  $v(0) = 0$  (что обычно выполняется с достаточной точностью), получим

$$S = v_{\text{уст}}\tau \left( \frac{t}{\tau} - 1 + e^{-t/\tau} \right). \quad (8)$$

Из формулы (8) легко найти, что  $S \gg \tau v_{\text{уст}}$  при  $t \gg \tau$ .

Последнее неравенство определяет допустимое расстояние между границей жидкости и верхней меткой.

## ЗАДАНИЕ

1. Отберите 15–20 шариков различного размера и с помощью компаратора или микроскопа измерьте их средние диаметры.
2. Измерьте установившиеся скорости падения шариков и вычислите вязкость  $\eta$  по формуле (6). Измерения выполните для 4–5 значений температуры в интервале от комнатной до 50–60 °С. Для каждого значения температуры определите плотность жидкости  $\rho_{\text{ж}}$  по графику  $\rho_{\text{ж}}(T)$ , приложенному к работе (рис. 3).
3. Для каждого из опытов вычислите значение числа Рейнольдса  $Re$ , оцените время релаксации  $\tau$  (по формуле (5)) и путь релаксации  $S = v_{\text{ст}}\tau$ . Проанализируйте применимость формулы Стокса в каждом эксперименте.
4. Постройте график зависимости  $\ln \eta$  от  $1/T$ .
5. По угловому коэффициенту прямой  $\ln \eta(1/T)$  с помощью формулы (2.16) определите энергию активации.
6. Оцените погрешность полученных результатов.

## Контрольные вопросы

1. Из рассмотренной модели жидкости следует, что для перемещения молекулы в соседнюю «дырку» должны быть разорваны её связи с соседними молекулами. Разрыв связей происходит и при испарении жидкости. Поэтому можно ожидать, что энергия активации молекулы близка к энергии кипения жидкости, приходящейся на одну молекулу. Подтверждают ли этот вывод результаты проведённого эксперимента? Значение энергии испарения исследуемой жидкости возьмите из справочника.
2. При определении вязкости жидкости по методу Стокса рекомендуется использовать стальные шарики разных размеров. Шарики каких размеров — большие или маленькие — лучше использовать при проведении экспериментов?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 1. Гл. 8, §§ 8.3–8.6.
2. *Фриш С.Э., Тиморева А.В.* Курс общей физики. Т. I. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. — М.: Физматгиз, 1962. Гл. IX, §§ 78, 95.
3. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 55–57.
4. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 215.

## Работа 2.2.7

### Исследование диффузии газов в пористой среде

**Цель работы:** 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени при разных начальных давлениях смеси; 2) определение коэффициента диффузии газа в пористой среде; 3) вычисление геометрических характеристик пористой среды по зависимости коэффициента диффузии от давления.

**В работе используются:** измерительная установка; секундомер; источники напряжения 3 В, 12 В, 220 В; микроамперметр; магазин сопротивлений.

Пустоты в пористых телах нередко образуют разветвленную сеть каналов. Так обстоит дело в порошках, в слоях песка и во многих искусственных веществах. В таких средах можно наблюдать и изучать диффузию газов.

Рассмотрим теорию газовой диффузии в пористой среде. Для простоты будем считать, что все поры в теле образуют каналы, пронизывающие тело по разным направлениям. Введём следующие обозначения:

$d$  — эффективный диаметр каналов;

$\delta$  — коэффициент пористости — отношение объёма, занятого порами, к объёму всей среды;

$\xi$  — коэффициент извилистости — отношение толщины пористого слоя, через который происходит диффузия, к средней длине пути, пройденном газовой молекулой при «путешествии» сквозь слой по порам.

Легко видеть, что коэффициенты  $\delta$  и  $\xi$  безразмерны и заключены между 0 и 1.

Мы будем изучать простейший случай диффузии: диффузию, происходящую в двухкомпонентной газовой среде при малой концентрации одного из компонентов. В этом случае задача сильно упрощается, и процесс взаимной диффузии компонентов практически сводится к изучению концентрации того компонента, которого мало. Диффузия описывается уравнением Фика (2.5). Вдали от стенок в одномерном случае (концентрация зависит от координаты  $x$  и не зависит от  $y$  и  $z$ ) это уравнение имеет вид

$$j = -D \frac{dc}{dx}, \quad (1)$$

где  $c$  — концентрация одного из компонентов (число частиц в единице объёма),  $j$  — диффузионный поток того же компонента через единицу

площади в направлении оси  $x$  (число частиц, пересекающих единицу поверхности в единицу времени),  $D$  — коэффициент пропорциональности между потоком  $j$  и градиентом концентрации  $dc/dx$  диффундирующего компонента. Этот коэффициент называют коэффициентом диффузии. Знак минус в законе Фика показывает, что перемещение газового компонента происходит из области, где его больше, в область, где его концентрация меньше. Диффузионный поток тем больше, чем резче меняется концентрация, т.е. чем больше  $dc/dx$ . Коэффициент  $D$  зависит от давления газа и от его состава. Теоретический расчёт (2.5) приводит к следующей формуле:

$$D = \frac{1}{3}v\lambda. \quad (2)$$

Здесь  $v$  — средняя тепловая скорость молекул рассматриваемого компонента,  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега диффундирующих молекул. Определённый формулой (2) коэффициент  $D$  является коэффициентом диффузии в свободном пространстве. Так как  $\lambda \sim 1/P$  ( $P$  — давление газа), этот коэффициент возрастает при уменьшении давления.

В пористой среде диффузия происходит вдоль каналов, образуемых порами. Диффузия в каналах тоже подчиняется закону Фика:

$$j = -D_1 \frac{dc}{dx}, \quad (3)$$

где  $D_1$  — коэффициент диффузии в канале. Он не равен коэффициенту диффузии в свободной среде, так как диаметр каналов, вообще говоря, сравним с длиной свободного пробега. Полный диффузионный поток через единицу площади сечения пористой среды равен сумме потоков по всем каналам в этом сечении:

$$I_{\text{полн}} = - \sum_i S_i D_i \frac{dc}{dx_i} \simeq - \sum_i S_i \langle D \rangle \left\langle \frac{dc}{dx_i} \right\rangle. \quad (4)$$

В выражении (4)  $S_i$  — площадь сечения  $i$ -го канала, а угловые скобки означают усреднение. Заменяя сумму произведений на произведение  $\sum_i S_i$  и средних величин  $D_i$  и  $dc/dx_i$ , мы совершаем ошибку, которая, однако, невелика. Заметим, что

$$\left\langle \frac{dc}{dx_i} \right\rangle = \left\langle \frac{dc}{dx} \frac{dx}{dx_i} \right\rangle = \frac{dc}{dx} \xi, \quad (5)$$

где  $\xi = \langle dx/dx_i \rangle$ . Координата  $x$  отсчитывается сквозь пористое тело, т.е. по направлению, в котором проходит суммарный диффузионный поток.



Из определения пористости  $\delta$  можно получить  $\sum_i S_i$ . Действительно:

$$\delta = \frac{\sum_i S_i x_i}{Sx} \approx \frac{\langle x_i \rangle \sum_i S_i}{Sx} = \frac{\sum_i S_i}{S\xi},$$

т. е.

$$\sum_i S_i = \delta \xi S, \quad (6)$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения пористого тела. Используя эти выражения и заменяя  $\langle D_i \rangle$  через  $D_1$ , найдём

$$I_{\text{полн}} = -\delta \xi^2 D_1 \frac{dc}{dx} S. \quad (7)$$

Введём обозначение

$$D_{\text{п}} = \delta \xi^2 D_1. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), найдём

$$\frac{I_{\text{полн}}}{S} = -D_{\text{п}} \frac{dc}{dx}. \quad (9)$$

Уравнение диффузии через пористое тело (9) имеет тот же вид, что и уравнение (1) для свободной диффузии. В (9), однако, вместо  $D$  входит существенно меньшая величина  $D_{\text{п}}$ . Уменьшение  $D_{\text{п}}$  по сравнению с  $D$  происходит из-за того, что каналы занимают не весь объём пористого тела (коэффициент  $\delta$ ), и потому, что удлиняется путь молекул во время диффузии (коэффициент  $\xi$ ). Кроме того  $D_1 < D$ .

Рассмотрим теперь величину  $D_1$  и её зависимость от давления. Диффузия, т.е. передвижение молекул, вызывающее выравнивание концентраций, происходит в результате случайных движений молекул в различных направлениях. Важную роль при этом играют столкновения, изменяющие направление движения, запутывающие путь молекул и уменьшающие поэтому скорость диффузии. Формула (2) правильно описывает зависимость  $D$  от  $\lambda$  и в случае пористого тела. Однако в этом случае нужно учитывать не только столкновения молекул между собой, но и их соударения со стенками:

$$D_1 = \frac{1}{3} v \lambda_{\text{п}}, \quad (10)$$

где  $\lambda_{\text{п}}$  — средняя длина свободного пробега молекул в пористой среде.

Рассмотрим сначала случай больших давлений, когда средняя длина свободного пробега в газе  $\lambda_{\text{г}}$  много меньше диаметра капилляра  $\lambda_{\text{г}} \ll d$ .

При этом молекулы газа в основном сталкиваются друг с другом. Поэтому  $\lambda_{\text{п}}$  мало отличаются от  $\lambda_{\text{г}}$ , и коэффициент  $D_1$  совпадает с коэффициентом диффузии  $D$ . Таким образом, при  $\lambda_{\text{г}} \ll d$

$$D_{\text{п}} = \delta \xi^2 D = \frac{1}{3} \delta \xi^2 v \lambda_{\text{г}}. \quad (11)$$

Если давление газа мало, то  $\lambda_{\text{г}} \gg d$ , и молекулы в основном сталкиваются со стенками каналов. Длина свободного пробега молекул  $\lambda_{\text{к}}$  близка к среднему диаметру каналов  $d$ . Поэтому коэффициент диффузии в пористой среде в этом случае определяется выражением

$$D_{K_{\text{п}}} = \frac{1}{3} \delta \xi^2 v d = \delta \xi^2 D_{\text{к}}, \quad (12)$$

где  $D_{\text{к}}$  — кнудсеновский или молекулярный коэффициент диффузии в капилляре.

В промежуточном случае ( $\lambda_{\text{г}}$  порядка  $d$ ) оба типа столкновений молекул играют сравнимую роль. Пусть молекула в среднем в одну секунду сталкивается  $z_1$  раз с другими молекулами и  $z_2$  раз — со стенками каналов. Полное число столкновений равно

$$z = z_1 + z_2. \quad (13)$$

Молекула в одну секунду в среднем проходит путь  $v$ , и средняя длина её пробега в пористой среде равна  $\lambda_{\text{п}} = v/z$ .

Средняя длина пробега для столкновений с другими молекулами равна  $v/z_1$ , а средняя длина пробега для столкновений со стенками составляет  $v/z_2$ . Столкновения молекул со стенками и друг с другом в среднем происходят независимо, запишем:

$$\frac{v}{z_1} = \lambda_{\text{г}}, \quad \frac{v}{z_2} = \lambda_{\text{к}} = d. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), найдём

$$\frac{1}{\lambda_{\text{п}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{г}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{к}}}. \quad (15)$$

Учитывая формулы (8), (10), (11), (12), (15), получаем

$$\frac{1}{D_{\text{п}}} = \frac{1}{\delta \xi^2 D} + \frac{1}{D_{K_{\text{п}}}}. \quad (16)$$

В правой части формулы (16) от давления зависит только одна величина  $D \sim 1/P$ . Поэтому зависимость коэффициента диффузии в пористой среде  $D_{\text{п}}$  от  $P$  имеет вид  $1/D_{\text{п}} = AP + B$ , где  $A$  и  $B$  от давления

не зависят. Зная зависимость  $D_{\text{п}}$  от  $P$  и величину  $D$ , с помощью наших формул можно определить характеристики пористой среды  $\delta\xi^2$  и  $d$ .

Для определения коэффициента диффузии используются два замкнутых объёма  $V_1$  и  $V_2$ , соединённые пористым телом, как это изображено на рис. 1. Объёмы заполняют до одинакового давления смесями газов, различающимися концентрацией компонентов. Рассчитаем при помощи уравнения (9), как будет изменяться разность концентраций в сосудах со временем. Заметим прежде всего, что в стационарном состоянии  $j_{\text{полн}}$  не может зависеть от координаты  $x$ , так как в противном случае в пористом теле происходило бы накопление вещества (приток не был бы равен оттоку). Поскольку  $D_{\text{п}}$  тоже не зависит от  $x$ , не зависит от  $x$  и величина  $dc/dx$ . Поэтому можно записать

$$\frac{dc}{dx} = \frac{c_2 - c_1}{L}, \quad (17)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — концентрации в сосудах 2 и 1, а  $L$  — толщина пористого слоя (рис. 1). Напишем теперь, используя (9), изменение числа молекул во втором сосуде:

$$\frac{dN_2}{dt} = I_{\text{полн}} = -SD_{\text{п}} \frac{c_2 - c_1}{L}. \quad (18)$$

Замечая, что число молекул в сосуде 2 равно

$$N_2 = c_2 V_2, \quad (19)$$

подставляя (19) в (18) и деля обе части уравнения на  $V_2$ , найдём

$$\frac{dc_2}{dt} = -D_{\text{п}} \frac{S}{V_2} \cdot \frac{c_2 - c_1}{L}. \quad (20)$$

Аналогичным образом получим

$$\frac{dc_1}{dt} = +D_{\text{п}} \frac{S}{V_1} \cdot \frac{c_2 - c_1}{L}. \quad (21)$$

Вычитая равенство (21) из (20), найдём

$$\frac{d(c_2 - c_1)}{dt} = -\frac{SD_{\text{п}}}{L} \left( \frac{1}{V_2} + \frac{1}{V_1} \right) (c_2 - c_1). \quad (22)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$c_2 - c_1 = (c_2 - c_1)_0 e^{-t/\tau}, \quad (23)$$

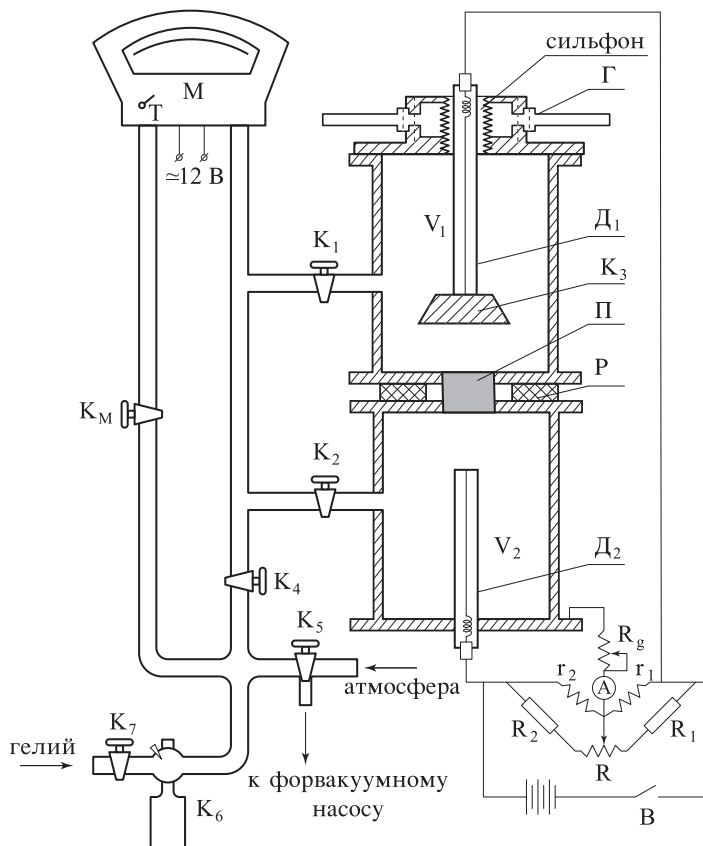


Рис. 1. Схема установки

где

$$\tau = \frac{V_1 V_2 L}{SD_{\Pi}(V_1 + V_2)}. \quad (24)$$

Формулы (23) и (24) определяют, как изменяется со временем разность концентраций в сосудах.

**Экспериментальная установка.** Схема устройства экспериментальной установки изображена на рис. 1. Установка изготовлена из металла и состоит из двух сосудов  $V_1 = 220 \pm 20 \text{ см}^3$ ,  $V_2 = 220 \pm 20 \text{ см}^3$ , соединённых между собой каналом длиной  $L = 11,0 \pm 0,2 \text{ мм}$  и диаметром  $d = 9,5 \pm 0,1 \text{ мм}$ . Канал заполнен пористым телом П, Р — резиновый

уплотнитель.

На осевой линии сосудов размещены датчики концентрации газов  $D_1$  и  $D_2$ . Датчик  $D_2$  неподвижен. Датчик  $D_1$  может двигаться вверх и вниз с помощью цилиндрической гайки Г, расположенной на верхней крышке сосуда  $V_1$ . На нижнем конце датчика  $D_1$  укреплена специальная чашка с резиновой прокладкой  $K_3$ . Прижимая эту чашку ко дну сосуда  $V_1$ , можно разъединить полости сосудов. Для сохранения герметичности при перемещениях датчика он впаян в сосуд  $V_1$  с помощью сильфона — гофрированного тонкостенного цилиндра. Сосуды  $V_1$  и  $V_2$  с помощью кранов  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$  и  $K_7$  могут быть соединены с вакуумным насосом или с баллоном гелия. Для измерения давления используется манометр М типа ОМ, чувствительным элементом которого является плоская мембрана. Прогиб мембраны фиксируется с помощью зеркала, отбрасывающего световой зайчик на шкалу. Прибор принадлежит к числу дифференциальных, т. к. он измеряет разность давлений, действующих на противоположные поверхности диафрагмы. С установкой соединена та полость манометра, которая рассчитана на избыточное давление. Из второй полости манометра газ откачивается при помощи форвакуумного насоса, подключаемого к установке кранами  $K_5$  и  $K_M$ . Насос позволяет получить вакуум  $\sim 10^{-1}$  торр.

Для измерения разности концентраций применяются датчики теплопроводности и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от её состава. Каждый из датчиков концентрации  $D_1$  и  $D_2$  представляет собой цилиндр диаметра  $\sim 1$  см и длиной  $\sim 10$  см с натянутой по оси тонкой платиновой проволокой диаметром  $5 \cdot 10^{-3}$  см. Датчики включены в схему моста. Сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  приблизительно равны сопротивлениям проволок датчиков; сопротивления  $R_1, R_2$  и  $R$ , шунтирующие  $r_1$  и  $r_2$ , служат для установки прибора на ноль (балансировки моста). В одну из диагоналей моста включён прибор А (микроамперметр), к другой подключается небольшое постоянное напряжение. Последовательно с микроамперметром А включено переменное сопротивление  $R_g$ , служащее для ограничения тока, проходящего через прибор. Конструкция сопротивлений  $r_1, r_2, R_1, R_2, R$  такова, что при пропускании через них небольшого тока их температура, а следовательно, и сопротивление, не меняются. Проволочки же датчиков, напротив, выбраны таким образом, что при пропускании тока они нагреваются. Установившееся значение температуры, а вместе с ним и сопротивление проволок, определяются теплопроводностью газа. При заполнении сосудов газами, различающимися по составу, возникает «разбаланс», зависящий от разности концентраций.

Зависимость теплопроводности смеси газов от её состава, вообще го-

вора, довольно сложна. Однако при сравнительно малых концентрациях «разбаланс» моста пропорционален разности концентраций. Эксперименты показывают, что для примеси гелия в воздухе «разбаланс» моста с достаточной для наших целей точностью ( $\sim 0,5\%$ ) пропорционален разности концентраций, если ни одна из них не превышает  $15\%$ .

В процессе диффузии разность концентраций убывает по экспоненциальному закону (23). По тому же закону изменяются во времени показания измерительного прибора:

$$N = N_0 e^{-t/\tau}, \quad (25)$$

где  $N_0$  — показание прибора в начальный момент времени.

Отметим некоторые особенности применяемой методики.

1. Для устранения тепловой конвекции датчик изготовлен в виде длинной, тонкой, вертикально расположенной металлической трубки, по оси которой натянута нагреваемая нить. Внутренняя полость датчика сообщается с объёмом камеры через специально сделанные отверстия. Размер отверстий и объём датчика таковы, что скорость диффузии газов из объёма сосуда в полость датчика значительно превышает скорость диффузии из одного объёма в другой. Таким образом, состав газа в датчике практически совпадает с составом газа в объёме.

2. Из-за неполного обмена энергий между молекулами газа и поверхностью нити её температура оказывается несколько выше, чем температура прилегающих слоёв газа — на границе возникает «температурный скачок» (см. работу 2.2.2). Вследствие этого, а также из-за того, что датчики не вполне идентичны, баланс моста несколько зависит от давления. Поэтому для повышения точности опытов балансировать мост рекомендуется после того, как установка заполнена воздухом при рабочем давлении.

## ЗАДАНИЕ

Ознакомьтесь с вакуумной и электрической частями установки.

1. Полностью введите сопротивление  $R_g$  и включите микроамперметр. Выключателем В включите питание мостовой схемы, а тумблером Т включите подсветку «зайчика» манометра М.
2. Включите форвакуумный насос и откачайте газ из обеих полостей манометра М до предельно малого давления. При этом кран  $K_5$  должен быть поставлен в нужное положение (на установку), краны  $K_M$  и  $K_4$  открыты, а  $K_1$  и  $K_2$  — закрыты. Разберитесь сами, как должны быть повернуты эти краны. После того, как предельный вакуум достигнут (о чём свидетельствует характерный «сухой» стук насоса), закройте кран

$K_M$ , чтобы сохранить нулевое давление в одном из плеч манометра. В процессе дальнейшей работы время от времени следует контролировать сохранность нулевого давления.

3. Соедините объёмы  $V_1$  и  $V_2$ , открыв кран  $K_3$ . Перед тем, как это сделать, попробуйте повернуть гайку  $\Gamma$  по часовой стрелке. Если гайка по часовой стрелке не поворачивается, то кран закрыт и его нужно открыть, поворачивая гайку  $\Gamma$  против часовой стрелки.

**ВНИМАНИЕ!** Закрывая кран  $K_3$  (вращая гайку по часовой стрелке), не применяйте чрезмерных усилий, чтобы не сломать его. Для того чтобы открыть кран, нужно повернуть гайку  $\Gamma$  на 2–3 оборота против часовой стрелки. При недостаточно открытом кране затрудняется диффузия, а при чрезмерно открытом кране перегружается сиффон.

4. Открыв краны  $K_1$  и  $K_2$ , откачайте газ из установки до давления  $P_1 \approx 20$  торр. Если давление в установке уже меньше 20 торр, то следует напустить в установку воздух до давления 20 торр. Для этого используйте полость форвакуумного насоса, убедитесь в том, что насос выключен и соедините его полость при помощи крана  $K_5$  вначале с атмосферой, а затем с полостью установки.
5. Сбалансируйте мост на рабочем давлении воздуха  $P_1$  сначала при введённом, а потом при выведенном сопротивлении  $R_g$ . После балансировки вновь введите  $R_g$  до максимума. Этим вы предохраните прибор от перегрузок в процессе последующих манипуляций.
6. Вновь откачайте установку, закройте краны  $K_3$ ,  $K_2$ . С помощью кранов  $K_7$  и  $K_6$  заполните объём  $V_1$  гелием до давления  $\sim 0,1P_1$ . Если давление сильно превышает  $0,1P_1$ , то излишки можно откачать с помощью форвакуумного насоса. Закройте кран  $K_1$  и откачайте гелий из соединительных патрубков.
7. Откройте кран  $K_2$ . С помощью крана  $K_5$  заполните объём  $V_2$  воздухом до давления  $\sim 2P_1$ . Закройте кран  $K_4$ . Открыв кран  $K_1$ , уравняйте давление в объёмах  $V_1$  и  $V_2$  и измерьте давление в установке. Подберите нужную величину  $R_g$ : показания микроамперметра в начале опыта должны составлять около 90% от всей шкалы.
8. Откройте кран  $K_3$ , перекрыв краны  $K_1$  и  $K_2$ , и, включив секундомер, отмечайте зависимость показаний микроамперметра от времени. Продолжайте процесс до тех пор, пока разность концентраций (показания микроамперметра) не упадёт в  $\sim 2$  раза (при этом должно быть снято не менее 10 точек).
9. Проведите аналогичные измерения ещё при 3–4 значениях  $P_1$  в интервале давлений 10–150 торр.
10. По окончании измерений откройте краны  $K_M$  и  $K_4$ . Это необходимо сделать для предохранения манометра от слишком большой разности

давлений, которая может возникнуть в дальнейшем из-за течи кранов.

11. По окончании работы полость форвакуумного насоса следует соединить с атмосферой (с помощью крана  $K_5$ ), чтобы предотвратить выдавливание масла из насоса в установку.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Убедитесь, что процесс диффузии подчиняется закону (23):

$$c_2 - c_1 = (c_2 - c_1)_0 e^{-t/\tau}.$$

С этой целью для каждого опыта постройте график, отложив по оси абсцисс время, а по оси ординат  $\ln(I/I_0)$ , где  $I_0$  — регистрируемый микроамперметром ток при  $t = 0$ . Графики должны иметь вид прямых линий.

2. По наклонам экспериментальных прямых и по известным параметрам установки рассчитайте коэффициенты диффузии через пористое тело  $D_n$ .
3. Постройте зависимость обратной величины коэффициента диффузии  $D_n$  от давления  $P$ . Используя этот график и уравнение (16), определите величину  $\delta\xi^2$  для нашей пористой среды и найдите коэффициент диффузии в кнудсеновском режиме  $D_{Kn}$ . Коэффициент диффузии гелия в воздух в открытом пространстве при  $P = 760$  торр равен  $D = 0,3 \text{ см}^2/\text{с}$ .
4. Определите средний диаметр пор  $d$ . Для этого рассчитайте скорость атомов гелия по обычным формулам, используйте найденные ранее величины и формулу (12). По найденному значению оцените, при каких давлениях происходит переход от кнудсеновского к вязкостному режиму диффузии.

## Контрольные вопросы

1. Покажите, что в условиях нашего опыта концентрацию газов можно считать постоянной по всему объёму сосуда.
2. В чем различие между молекулярным и вязкостным режимами диффузии?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1990. §§ 90, 92, 93.
2. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. III, §§ 40, 42, 43.
3. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78–80, 87–94.
4. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 235–236.



## МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

При нормальных условиях воздух, а также многие другие газы можно рассматривать как сплошные среды. В таких состояниях молекулы чаще сталкиваются между собой, чем со стенками сосудов, трубопроводов или других тел. Существенные свойства газов, такие, как диффузия, вязкость и теплопроводность, хотя и описываются законами, применимыми к сплошным средам (2.5) – (2.7), но обусловлены они тем, что газы состоят из отдельных атомов и молекул (соответствующие отношения даны ниже этих формул). При применении таких законов средняя длина свободного пробега молекул  $\lambda$  (2.4) должна быть много меньше размера  $d$ , характерного для данного прибора или тела. Если это не выполняется, то нужно использовать другие законы, учитывающие, что молекулы чаще сталкиваются со стенками, а не между собой. Критерием применимости служит отношение длины свободного пробега  $\lambda$  к характерному размеру, которое называется числом Кнудсена:

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{d}. \quad (3.1)$$

В зависимости от числа  $\text{Kn}$  различают низкий вакуум ( $\text{Kn} \ll 1$ ), средний ( $\text{Kn} \sim 1$ ) или высокий ( $\text{Kn} \gg 1$ ). В низком вакууме преобладают столкновения молекул между собой, в высоком — со стенками приборов.

Для воздуха при нормальных условиях  $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-5}$  см. В обычных лабораторных установках ( $d \approx 10$  см) низкому вакууму соответствуют давления  $P > 10^2$  Па (1 торр), среднему вакууму — от  $10^2$  до  $10^{-1}$  Па ( $1$ – $10^{-3}$  торр), высокому вакууму  $P < 10^{-1}$  Па ( $10^{-3}$  торр). При небольших характерных размерах, например, в пористых телах с диаметром пор  $\approx 1$  мкм, высокому вакууму соответствуют давления начиная с десятков торр, а для космических аппаратов размером в несколько метров высоким вакуум будет примерно с  $10^{-5}$  торр.

**Течение разреженного газа по трубе.** Рассмотрим течение разре-

женного газа по тонкой трубе радиуса  $r$  и длиной  $L$ . Будем считать газ настолько разреженным, что его молекулы на всей длине трубы не сталкиваются между собой. Они соударяются только со стенками трубы, направление движения каждой молекулы после отражения от шероховатой на микроскопическом уровне стенки в значительной степени является случайным, подобно тому как сталкиваются молекулы при диффузии в газе. Направление скорости молекулы после отражения может мало измениться, может измениться на противоположное или боковое. Если после отражения молекула движется в плоскости, проходящей через ось трубы, то она достигнет стенки, пройдя расстояние больше  $2r$ , а если в плоскости, нормальной к оси, то до стенки расстояние будет меньше  $2r$ . Таким образом, диаметр трубы  $2r$  есть некоторое среднее расстояние, проходимое молекулой без соударений, аналог длины свободного пробега.

Рассмотрим течение разреженного газа через длинную трубу как процесс диффузии с длиной свободного пробега  $\lambda = 2r$ . Основной закон диффузии для потока массы выведен ранее, формула (2.5). Эта формула для потока частиц  $dN/dt$  будет иметь вид

$$\frac{dN}{dt} = D \frac{dn}{dx} S, \quad (3.2)$$

где  $S = \pi r^2$ ,  $D$  — коэффициент диффузии. Согласно (2.5)  $D = \lambda \bar{v}/3$ , при условии  $\lambda = 2r$  получим  $D = 2r\bar{v}/3$  (здесь используется средняя скорость молекул (2.2)  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ ). При стационарном течении поток частиц постоянен по длине трубы, так как частицы нигде не накапливаются и не исчезают. Следовательно,  $dn/dx = \text{const}$ . Интегрируя уравнение и используя граничные условия, получим

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_1 - n_2}{L},$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — число молекул в единице объёма газа в начале и в конце трубы,  $L$  — длина трубы. Подставляя приведённые значения в уравнение (3.2), получим

$$\frac{dN}{dt} = \frac{4}{3} r^3 \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} \frac{n_1 - n_2}{L}. \quad (3.3)$$

Эта формула называется формулой Кнудсена. Масса газа, протекающего в единицу времени через трубу (используем  $dM = m dN$ ), равна

$$\frac{dM}{dt} = \frac{4}{3} r^3 \sqrt{2\pi m kT} \frac{n_1 - n_2}{L}. \quad (3.4)$$

Учитывая  $P = nkT$ , выразим расход массы через перепад давления газа:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{4}{3}r^3 \sqrt{\frac{2\pi m}{kT}} \frac{P_1 - P_2}{L} = \frac{4}{3}r^3 \sqrt{\frac{2\pi\mu}{RT}} \frac{P_1 - P_2}{L}. \quad (3.5)$$

Здесь  $P_1$  и  $P_2$  — давление газа в начале и в конце трубы.

При вакуумных измерениях расход массы иногда вычисляется в единицах  $PV$ . Связь этой величины с массой следует из формулы Клапейрона:

$$M = \frac{\mu PV}{RT}.$$

Подставляя  $M$  в (3.5), получим

$$\frac{d(PV)}{dt} = \frac{4}{3}r^3 \sqrt{\frac{2\pi RT}{\mu}} \frac{P_1 - P_2}{L}. \quad (3.6)$$

Для сравнения с течением вязкого газа при небольших скоростях (по отношению к скорости звука), то есть с течением сплошной среды, используем формулу Пуазейля (3) из работы 2.2.5. Коэффициент вязкости  $\eta$  в этой формуле выразим через молекулярные параметры газа в соответствии с формулой (2.6). В результате формула Пуазейля для сплошной среды будет иметь вид

$$\frac{dM}{dt} = \frac{3\pi}{32} \frac{r^4}{\lambda} \sqrt{\frac{2\pi m}{kT}} \frac{P_1 - P_2}{L}. \quad (3.7)$$

Если вместо  $\lambda$  в эту формулу подставить диаметр трубы  $2r$ , то получим формулу, аналогичную (3.5), отличающуюся от неё только другим (меньшим) численным множителем.

Основное отличие формул для расхода газа, имеющего свойства сплошной среды, и в случае очень разреженного газа в том, что расход сплошной среды пропорционален  $r^4$  (3.7), а разреженной — только  $r^3$  (3.5). В последнем случае, согласно приведённому простому выводу, увеличение радиуса трубы приводит к соответствующему увеличению длины свободного пробега.

**Адсорбция.** На границе раздела фаз силы межмолекулярного взаимодействия не скомпенсированы из-за разной плотности вещества, и поэтому пограничный слой обладает избытком энергии — поверхностной энергией. Поверхность раздела притягивает к себе не только молекулы вещества, находящегося в двух соприкасающихся фазах, но и молекулы других веществ, содержащихся в виде примеси. Поглощение какого-либо вещества из газообразной среды или раствора поверхностным слоем жидкости или твёрдого тела называется адсорбцией.

Процесс адсорбции сопровождается выделением тепла, которое называется теплотой адсорбции. Её величина по порядку соответствует теплоте конденсации осаждающегося вещества.

Другим важным свойством адсорбции является её влияние на изменение поверхностного натяжения на границе соприкасающихся сред. Адсорбция всегда уменьшает коэффициент поверхностного натяжения, то есть свободную поверхностную энергию, иначе адсорбция вообще не происходила бы. Вещества, способные адсорбироваться на поверхности данной жидкости, называются поверхностно-активными. Например, небольшое количество мыла уменьшает поверхностное натяжение воды в несколько раз, на чем и основано его действие как моющего средства.

Степень адсорбции характеризуется поверхностной концентрацией поглощаемого вещества. Насыщение происходит при плотном заполнении поверхности одним так называемым мономолекулярным слоем адсорбированных молекул. Но возможно образование и следующих слоёв при увеличении давления поглощаемого вещества.

Адсорбция широко применяется для очистки газов и жидкостей. При этом используются искусственные и естественные вещества с развитой поверхностью: молотые кристаллы, сажки и разные пористые вещества, например, активированный уголь. Удельная поверхность таких веществ достигает тысячи квадратных метров на грамм вещества.

Определим поверхность порошка, состоящего из  $N$  сферических частиц радиуса  $r$  и плотности  $\rho$ . Общая масса  $M = (4/3)\pi r^3 \rho N$ , суммарная поверхность частиц  $S = 4\pi r^2 N$ , следовательно:  $S = 3M/(r\rho)$ .

Даже при небольшой общей массе мелкий порошок обладает большой поверхностью. Если  $M = 1$  г,  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup> и  $r = 10^{-6}$  см, то площадь поверхности всех частиц равна 300 м<sup>2</sup>!

**Растворы.** Смеси двух или нескольких веществ, в которых эти вещества перемешаны молекулярно, называют растворами. Если одного из веществ в растворе больше, чем других, то его называют растворителем, а остальные — растворенными веществами. Входящие в раствор вещества называются его компонентами. Состав раствора характеризуется его концентрацией, которая может быть определена различными способами. Различают весовые, молярные и объёмные концентрации. Например, весовая концентрация есть отношение веса рассматриваемого компонента к общему весу раствора.

Растворимость одного вещества в другом обычно имеет определённые пределы: в данном количестве растворителя можно растворить не более определённого количества другого вещества. Раствор, содержащий наибольшее количество вещества, которое можно в нём растворить, называется насыщенным. Если к насыщенному раствору добавить ещё

некоторое количество вещества, оно уже не будет растворяться. Концентрация насыщенного раствора характеризует способность данного вещества растворяться в данном растворителе. Её называют растворимостью.

Газы смешиваются между собой при обычных условиях в любых пропорциях. Некоторые жидкости также смешиваются между собой в любых пропорциях, например, вода и спирт. Взаимная же растворимость других жидкостей ограничена. Например, вода и керосин практически не растворяются друг в друге.

Растворы не являются простыми механическими смесями разных веществ, а по некоторым признакам приближаются к химическим соединениям. При смешении спирта с водой объём несколько уменьшается. Образованию этой смеси сопровождается выделением тепла. При других смесях тепло может поглощаться. Выделяемое или поглощаемое тепло примерно на порядок меньше соответствующих величин при химических реакциях.

Растворимость зависит от температуры. Принцип Ле-Шателье даёт возможность связать направление этой зависимости со знаком теплоты растворения. Если при растворении тепло выделяется, то при повышении температуры растворимость уменьшается. При нагревании такой системы в ней начнутся процессы, стремящиеся ослабить внешнее воздействие: в данном случае часть растворенного вещества выпадет в осадок, некоторое количество тепла будет поглощено и температура понизится.

**Осмотическое давление.** Прохождение растворителя через полупроницаемую перегородку называется осмосом. Полупроницаемая перегородка пропускает малые молекулы растворителя, но она непроницаема для более крупных молекул растворенного вещества. Осмос всегда идёт от чистого растворителя к раствору и приводит к понижению концентрации. Он продолжается до тех пор, пока вызванное им повышение давления не достигнет определённого предела, которое называется осмотическим давлением.

Осмотическое давление оказывается довольно значительным даже при весьма малых концентрациях растворенных веществ. Например, осмотическое давление сладкого чая относительно несладкого превышает 2 атм, а в клетках многих растений его величина составляет 5–20 атм, что обеспечивает поступление воды из почвы на большую высоту (например, к верхушкам деревьев).

Отметим, что капиллярные силы хотя и велики, но они не могут поднять воду выше 10 метров из-за того, что природная вода не выдерживает отрицательного давления.

Силу осмотического давления ощущают пловцы, открывая глаза в воде (особенно в пресной): внутриглазное давление повышается из-за поступления воды сквозь роговую оболочку.

Опыт показывает, что осмотическое давление для весьма разбавленных растворов недиссоциирующих веществ численно равно давлению, которое оказало бы растворенное вещество, если бы оно при данной температуре находилось в состоянии идеального газа и занимало объём, равный объёму раствора. Осмотическое давление  $P_{\text{осм}}$  определяется по формуле, аналогичной формуле для давления идеального газа:

$$P_{\text{осм}} = nkT, \quad (3.8)$$

где  $n$  — число молекул растворенного вещества в единице объёма,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура.

Соотношение (3.8) для осмотического давления получило название закона Вант-Гоффа. Этот закон может быть получен теоретически из термодинамических соображений.

Используя (3.8), можно по известной величине  $P_{\text{осм}}$  определить концентрацию молекул растворенного вещества. Если, кроме того, известна масса растворенного вещества, то можно определить и его относительную молекулярную массу (если, конечно, известно, что молекулы при растворении не диссоциируют или диссоциируют на известное количество ионов). Этот метод определения молекулярных масс используется в химии при изучении соединений, которые не могут быть получены в газообразном состоянии.

Отметим, что величина  $P_{\text{осм}}$  для слабых растворов не зависит ни от природы растворенного вещества и растворителя, ни от устройства перегородки (лишь бы она была полупроницаемой).

### Работа 2.3.1

## Получение и измерение вакуума

**Цель работы:** 1) измерение объёмов форвакуумной и высоковакуумной частей установки; 2) определение скорости откачки системы в стационарном режиме, а также по ухудшению и по улучшению вакуума.

**В работе используются:** вакуумная установка с манометрами: масляным, термометрическим и ионизационным.

По степени разрежения вакуумные установки принято делить на три класса: 1) низковакуумные — до  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  торр; 2) высоковаку-

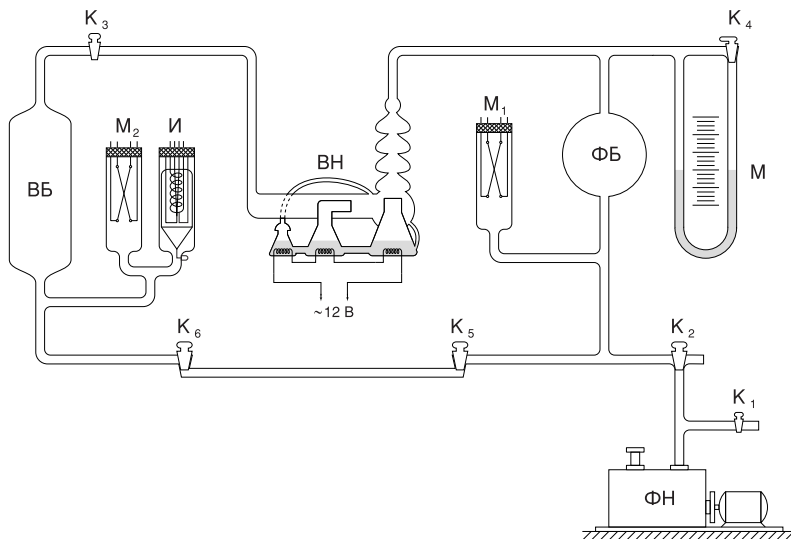


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

умные —  $10^{-4}$ – $10^{-7}$  торр; 3) установки сверхвысокого вакуума —  $10^{-8}$ – $10^{-11}$  торр. С физической точки зрения низкий вакуум переходит в высокий, когда длина свободного пробега молекул газа оказывается сравнима с размерами установки (а течение газа становится сугубо молекулярным); сверхвысокий вакуум характерен крайней важностью процессов адсорбции и десорбции частиц на поверхности вакуумной камеры.

В данной работе изучаются традиционные методы откачки механическим форвакуумным насосом до давления  $10^{-2}$  торр и диффузионным масляным насосом до давления  $10^{-5}$  торр, а также методы измерения вакуума в этом диапазоне.

**Экспериментальная установка.** Установка изготовлена из стекла и состоит из форвакуумного баллона (ФБ), высоковакуумного диффузионного насоса (ВН), высоковакуумного баллона (ВБ), масляного (М) и ионизационного (И) манометров, термопарных манометров ( $M_1$  и  $M_2$ ), форвакуумного насоса (ФН) и соединительных кранов  $K_1$ ,  $K_2$ , ...,  $K_6$  (рис. 1). Кроме того, в состав установки входят: вариатор (автотрансформатор с регулируемым выходным напряжением), или реостат, и амперметр для регулирования тока нагревателя диффузионного насоса.

**Краны.** Все краны вакуумной установки — стеклянные. Стенки кранов тонкие, пробки кранов — полые и составляют одно целое с руко-

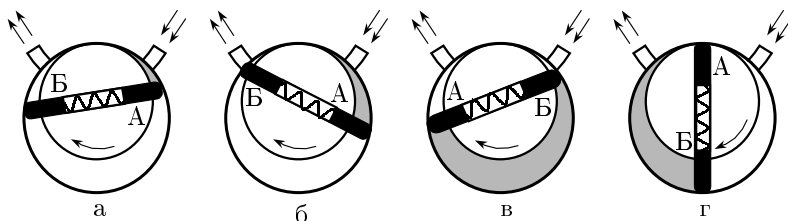


Рис. 2. Схема действия ротационного двухпластинчатого форвакуумного насоса. В положениях «а» и «б» пластина «А» засасывает разреженный воздух из откачиваемого объема, а пластина «Б» вытесняет ранее захваченный воздух в атмосферу. В положениях «в» и «г» пластины поменялись ролями

ятками. Пробки кранов притёрты к корпусам. Для герметизации используется вакуумная смазка. Через стенки кранов видны отверстия в пробке крана, так что всегда можно понять, как он работает. Если на поверхности шлифа видны круговые полосы, то кран либо плохо притёрт, либо неправильно смазан и может пропускать воздух. За кранами нужно внимательно следить. Краны работают лишь в том случае, если давление внутри крана меньше атмосферного. При этом пробка вдавливается внутрь крана.

Кран  $K_1$  используется для заполнения форвакуумного насоса и вакуумной установки атмосферным воздухом. Во время работы установки он должен быть закрыт. Трёхходовой кран  $K_2$  служит для соединения форвакуумного насоса с установкой или атмосферой. Кран  $K_3$  отделяет высоковакуумную часть установки от форвакуумной. Кран  $K_4$  соединяет между собой колена масляного манометра. Он должен быть открыт во все время работы установки и закрывается лишь при измерении давления в форвакуумной части. Краны  $K_5$  и  $K_6$  стоят по концам капилляра и соединяют его с форвакуумной и высоковакуумной частями установки. Суммарный объём обоих кранов  $50 \text{ см}^3$ . Диаметр капилляра  $0,9 \text{ мм}$ . Его длина  $300 \text{ мм}$ . На каждой установке указан точный объём кранов.

**Форвакуумный насос.** Устройство и принцип действия ротационного пластинчатого форвакуумного насоса схематически показаны на рис. 2.

В цилиндрической полости массивного корпуса размещен эксцентрично ротор так, что он постоянно соприкасается своей верхней частью с корпусом. В диаметральный разрез ротора вставлены две пластины, раздвигаемые пружиной и плотно прижимаемые к поверхности полости. Они разделяют объём между ротором и корпусом на две части.

Действие насоса ясно из изображённых на рис. 2 последовательных положений пластин при вращении ротора по часовой стрелке. В положе-



нии «а» газ из откачиваемого объёма поступает в пространство между пластиной «А» и линией соприкосновения корпуса и ротора. По мере вращения это пространство увеличивается (рис. 2б), пока вход в него не перекроет другая пластина «Б» (рис. 2в). После того как пластина «А» пройдёт выходное отверстие и линию соприкосновения (рис. 2г), лопасть «Б» будет сжимать следующую порцию газа и вытеснять его через клапан в атмосферу.

При работе с насосом следует помнить, что после остановки насоса в него обязательно нужно впускать воздух. Если этого не делать, то атмосферное давление может выдавить масло из насоса в патрубки и в вакуумную систему. Соединять насос с атмосферой следует при помощи кранов  $K_1$  или  $K_2$ .

После включения насоса его присоединяют к установке не сразу, а через некоторое время, когда насос откачает собственный объём и пространство, расположенное до крана  $K_2$ . Об этом можно судить по звуку насоса. Вначале насос сильно шумит, затем его звук делается мягким, и, наконец, в насосе возникает сухой стук, — это происходит, когда достигается хорошее разрежение.

*Диффузионный насос.* Откачивающее действие диффузионного насоса основано на диффузии (внедрении) молекул разреженного воздуха в струю паров масла. Попавшие в струю молекулы газа увлекаются ею и уже не возвращаются назад. На прежнем их месте образуется пустота, которая немедленно заполняется следующими порциями газа, увеличивая степень разрежения газа в окрестности струи и оказывая таким образом сильное откачивающее воздействие на весь газ в откачиваемом объёме. Скорость откачки диффузионных насосов в сотни и тысячи раз превосходит скорость откачки форвакуумного насоса.

Устройство одной ступени масляного диффузионного насоса схематически показано на рис. 3 (в лабораторной установке используется несколько откачивающих ступеней). Масло, налитое в сосуд А, подогревается электрической печкой. Пары масла поднимаются по трубе Б и вырываются из сопла В. Струя паров увлекает молекулы газа, которые поступают из откачиваемого сосуда через трубку ВВ. Дальше смесь попадает в вертикальную трубу Г. Здесь масло осаждается на стенках трубы и маслосборников и стекает вниз, а оставшийся газ через трубу ФВ откачивается форвакуумным насосом. Диффузионный насос работает наиболее эффективно при давлении, когда длина свободного пробега молекул воздуха примерно равна ширине кольцевого зазора между соплом В и стенками трубы ВВ. В этом случае пары масла увлекают молекулы воздуха из всего сечения зазора.

Давление насыщенных паров масла при рабочей температуре, со-

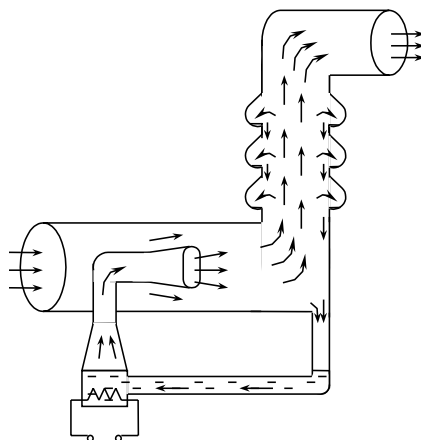


Рис. 3. Схема работы диффузионного насоса

здаваемой обогревателем сосуда А, много больше  $5 \cdot 10^{-2}$  торр. Именно поэтому пары масла создают плотную струю, которая и увлекает с собой молекулы газа. Если диффузионный насос включить при давлении, сравнимом с давлением насыщенного пара масла, то последнее никакой струи не создаст и масло будет просто окисляться и угорать.

Граничное давление, выше которого диффузионный насос включать нельзя, на вакуумметрах термопарных ламп отмечено красной линией ( $\sim 1,2$  мВ).

Диффузионный насос, используемый в нашей установке (рис. 1), имеет две ступени и соответственно два сопла. Одно сопло вертикальное (первая ступень), второе сопло горизонтальное (вторая ступень). За второй ступенью имеется ещё одна печь, но пар из этой печи поступает не в сопло, а по тонкой трубке подводится ближе к печке первой ступени. Эта печь осуществляет фракционирование масла. Легколетучие фракции масла, испаряясь, поступают в первую ступень, обогащая её легколетучей фракцией масла. По этой причине плотность струи первой ступени выше, и эта ступень начинает откачивать газ при более высоком давлении в форвакуумной части установки. Вторая ступень обогащается малолетучими фракциями. Плотность струи второй ступени меньше, но меньше и давление насыщенных паров масла в этой ступени. Соответственно в откачиваемый объём поступает меньше паров масла, и его удаётся откачать до более высокого вакуума, чем если бы мы работали только с одной ступенью.

При работе с диффузионным насосом необходимо придерживаться следующего порядка, отклонения от которого ведут к порче установки. Включать подогрев диффузионного насоса можно лишь после того, как вакуум в системе доведен до  $5 \cdot 10^{-2}$  торр при помощи форвакуумного насоса. При недостаточном предварительном разрежении масло в диффузионном насосе портится.

Спираль, опущенная в масло, подогревается переменным током ( $U \approx 12$  В). Ток регулируется автотрансформатором в пределах от 1 до 1,5 А. При включении подогрева давление в системе сначала возрастает вследствие выделения растворенного в масле воздуха. Минут через 10 после начала подогрева начинается интенсивное испарение масла, заметное по появлению на стенках насоса плёнки конденсирующихся паров. Не следует допускать слишком интенсивного кипения масла.

**Масляный манометр** представляет собой U-образную трубку, до половины наполненную вязким маслом, обладающим весьма низким давлением насыщенных паров. Так как плотность масла  $\rho = 0,9$  г/см<sup>3</sup> мала, то при помощи манометра можно измерить только небольшие разности давлений (до нескольких торр). Во время откачки и заполнения установки атмосферным воздухом кран  $K_4$ , соединяющий оба колена манометра, должен быть открыт во избежание выброса масла и загрязнения установки. Кран  $K_4$  закрывается только при измерении давления U-образным манометром.

Из-за большой вязкости масла уровни в манометре устанавливаются не сразу.

**Термопарный манометр.** Чувствительным элементом манометра является платино-платинородиевая термопара, спаянная с никелевой нитью накала и заключённая в стеклянный баллон (лампа ЛТ-2 или ПМТ-2). Устройство термопары пояснено на рис. 4. По нити накала НН пропускается ток постоянной величины. Для установки тока служит потенциометр  $R$  — «Рег. тока накала», расположенный на передней панели вакуумметра.

Термопара ТТ присоединяется к милливольтметру<sup>1</sup>, показания которого определяют температу-

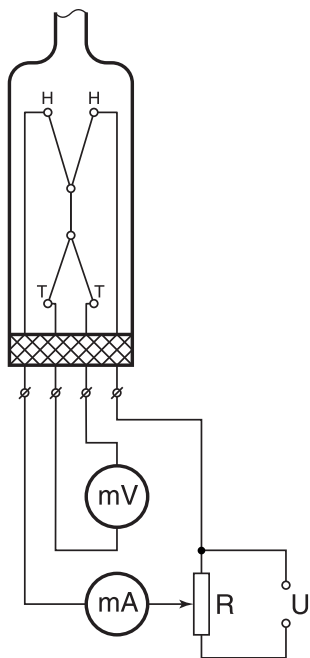


Рис. 4. Схема термопарного манометра с лампой ЛТ-2

<sup>1</sup> На измерительном блоке термовакуумметра имеется всего один прибор. При

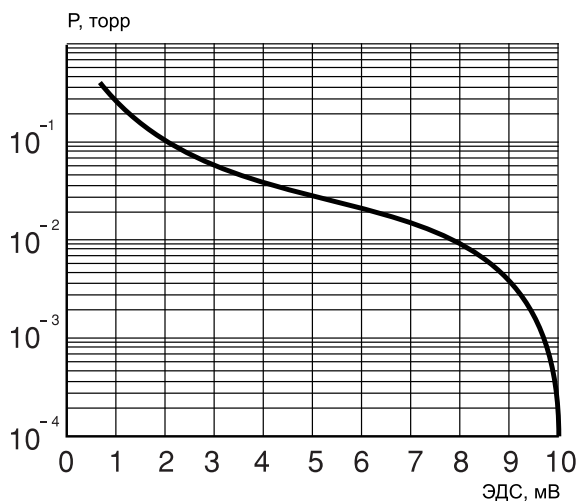


Рис. 5. Градуировочная кривая терморезистора ЛТ-2

рой нити накала и зависят от отдачи тепла в окружающее пространство.

Потери тепла определяются теплопроводностью нити и терморезистора, теплопроводностью газа, переносом тепла конвективными потоками газа внутри лампы и теплоизлучением нити (инфракрасное тепловое излучение). В обычном режиме лампы основную роль играет теплопроводность газа. При давлениях  $\geq 1$  торр теплопроводность газа, а вместе с ней и ЭДС терморезистора практически не зависят от давления газа, и прибор не работает.

При улучшении вакуума средний свободный пробег молекул становится сравнимым с диаметром нити, теплоотвод падает и температура спая возрастает.<sup>2</sup> При вакууме  $\sim 10^{-3}$  торр теплоотвод, осуществляемый газом, становится сравнимым с другими видами потерь тепла и температура нити становится практически постоянной. Градуировочная кривая терморезистора ПМТ-2 приведена на рис. 5.

**Ионизационный манометр.** Схема ионизационного манометра изображена на рис. 6. Он представляет собой трёхэлектродную лампу. Электроны испускаются накалившимся катодом и увлекаются электрическим

---

перевод тумблера в положение «Ток накала» прибор подключается в качестве миллиамперметра в цепь нити накала, а в положении «Измерение» он включается в качестве милливольтметра в цепь терморезистора.

<sup>2</sup> Наиболее резкий перепад температуры в газе, заполняющем лампу, происходит вблизи нити на расстояниях, превышающих её радиус не более чем в несколько раз.

полем к аноду, имеющему вид редкой спирали. Проскакивая за её витки, электроны замедляются полем коллектора и возвращаются к катоду, а от него вновь увлекаются к аноду. Прежде чем осесть на аноде, они успевают много раз пересечь пространство между катодом и коллектором. На своём пути электроны ионизуют молекулы газа. Ионы, образовавшиеся между анодом и коллектором, притягиваются полем коллектора и определяют его ток.

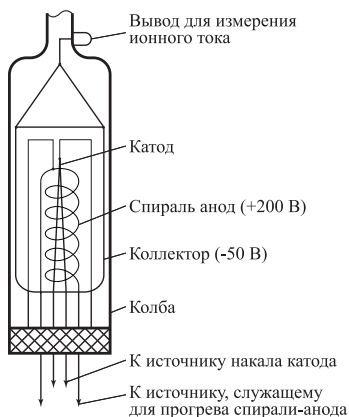


Рис. 6. Схема ионизационной лампы ЛМ-2

Ионный ток в цепи коллектора пропорционален плотности газа и поэтому может служить мерой давления. Вероятность ионизации зависит от рода газа, заполняющего лампу (а значит, и откачиваемый объём). Калибровка манометра верна, если остаточным газом является воздух.

Накалённый катод ионизационного манометра перегорает, если давление в системе превышает  $1 \cdot 10^{-3}$  торр. Поэтому включать ионизационный манометр можно, только убедившись по термопарному манометру, что давление в системе не превышает  $10^{-3}$  торр.

При измерении нить накала ионизационного манометра сильно греется. При этом она сама, окружающие её электроды и стенки стеклянного баллона могут десорбировать поглощённые ранее газы. Выделяющиеся газы изменяют давление в лампе и приводят к неверным показаниям. Поэтому перед измерениями ионизационный манометр прогревается (обезгаживается) в течение 10–15 мин. Для прогрева пропускается ток через спиральный анод лампы.

**Процесс откачки.** Производительность насоса определяется скоростью откачки  $W$  (л/с):  $W$  — это объём газа, удаляемого из сосуда при данном давлении за единицу времени. Скорость откачки форвакуумного насоса равна ёмкости воздухозаборной камеры, умноженной на число оборотов в секунду.

Рассмотрим обычную схему откачки. Разделим вакуумную систему на две части: «откачиваемый объём» (в состав которого включим используемые для работы части установки) и «насос», к которому, кроме самого насоса, отнесём трубопроводы и краны, через которые производится откачка нашего объёма. Обозначим через  $Q_d$  количество газа, десорбирующегося с поверхности откачиваемого объёма в единицу вре-

мени, через  $Q_{\text{и}}$  — количество газа, проникающего в единицу времени в этот объём извне — через течи. Будем считать, что насос обладает скоростью откачки  $W$  и в то же время сам является источником газа; пусть  $Q_{\text{н}}$  — поток газа, поступающего из насоса назад в откачиваемую систему. Будем измерять количество газа  $Q_{\text{д}}$ ,  $Q_{\text{н}}$  и  $Q_{\text{и}}$  в единицах  $PV$  (легко видеть, что это произведение с точностью до множителя  $RT/\mu$  равно массе газа). Основное уравнение, описывающее процесс откачки, имеет вид

$$-VdP = (PW - Q_{\text{д}} - Q_{\text{н}} - Q_{\text{и}})dt. \quad (1)$$

Левая часть этого уравнения равна убыли газа в откачиваемом объёме  $V$ , а правая определяет количество газа, уносимого насосом, и количество прибывающего вследствие перечисленных выше причин за время  $dt$ . При достижении предельного вакуума (давление  $P_{\text{пр}}$ )

$$\frac{dP}{dt} = 0,$$

так что

$$P_{\text{пр}}W = Q_{\text{д}} + Q_{\text{н}} + Q_{\text{и}}. \quad (2)$$

Из этого уравнения найдём формулу, выражающую скорость откачки через предельный вакуум:

$$W = \frac{\sum Q_i}{P_{\text{пр}}}.$$

Обычно  $Q_{\text{и}}$  постоянно, а  $Q_{\text{н}}$  и  $Q_{\text{д}}$  слабо зависят от времени, поэтому в наших условиях все эти члены можно считать постоянными. Считая также постоянной скорость откачки  $W$ , уравнение (1) можно проинтегрировать и, используя (2), получить

$$P - P_{\text{пр}} = (P_0 - P_{\text{пр}}) \exp\left(-\frac{W}{V}t\right), \quad (3)$$

где  $P_0$  — начальное давление. Оно обычно велико по сравнению с  $P_{\text{пр}}$ , поэтому можно записать, что

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{W}{V}t\right). \quad (4)$$

Постоянная времени откачки  $\tau = V/W$  является мерой эффективности откачной системы.

Рассмотрим теперь, чем определяется скорость откачки системы. По условию эта скорость характеризует действие всей откачивающей системы, которую мы пока обозначали общим понятием «насос». На самом

деле эта система состоит из собственно насоса, а также из кранов и трубопроводов, соединяющих его с откачиваемым объёмом.

При математическом описании откачивающей системы возникают уравнения, очень похожие на уравнения Кирхгофа, описывающие протекание тока в электрических цепях. Перепад давления  $\Delta P$  заменяет разность электрических потенциалов, поток газа — силу тока, а пропускная способность элементов вакуумной системы — проводимость элементов цепи. Закон сложения пропускных способностей аналогичен закону сложения проводимостей<sup>3</sup>. При последовательном соединении элементов

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_n} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots, \quad (5)$$

где  $W$  — скорость откачки системы,  $W_n$  — скорость откачки собственно насоса, а  $C_1$ ,  $C_2$  и т. д. — пропускные способности элементов вакуумной системы. Формула (5) показывает, что пропускная способность трубопроводов столь же сильно влияет на эффективность откачки, как и производительность насоса. Не имеет смысла ставить большой насос, если соединительные трубки недостаточно широки. Практическое правило заключается в том, что диаметры соединительных трубок не очень существенны в форвакуумной части установки и крайне важны в высоковакуумной. Диаметр трубок в этой части должен быть не меньше, чем диаметр самого насоса.

**Течение газа через трубу.** Характер течения газа существенно зависит от соотношения между размерами системы и длиной свободного пробега молекул. При атмосферном давлении и даже при понижении давления до форвакуумного длина свободного пробега меньше диаметра трубок и течение откачиваемого газа определяется его вязкостью, т. е. взаимодействием его молекул. При переходе к высокому вакууму картина меняется. Столкновения молекул между собой начинают играть меньшую роль, чем соударения со стенками. Течение газа в трубе напоминает в этих условиях диффузию газа из области больших концентраций в области, где концентрация ниже, причём роль длины свободного пробега играет ширина трубы.

Для количества газа, протекающего через трубу в условиях высокого вакуума, или, как говорят, в *кнудсеновском режиме*, справедлива

---

<sup>3</sup> Следует иметь в виду, что понятие пропускной способности аналогично электропроводности только при молекулярном режиме течения. При вязкостном течении пропускная способность трубы зависит не только от разности, но и от полусуммы давлений на её концах.

формула (3.6):

$$\frac{d(PV)}{dt} = \frac{4}{3} r^3 \sqrt{\frac{2\pi RT}{\mu}} \frac{P_2 - P_1}{L}. \quad (6)$$

Применим эту формулу к случаю, когда труба соединяет установку с насосом.

Пренебрежём давлением  $P_1$  у конца, обращённого к насосу. Будем измерять количество газа, покидающего установку при давлении  $P = P_2$ . Пропускная способность трубы

$$C_{\text{тр}} = \left( \frac{dV}{dt} \right)_{\text{тр}} = \frac{4}{3} \frac{r^3}{L} \sqrt{\frac{2\pi RT}{\mu}}. \quad (7)$$

Мы видим, что пропускная способность зависит от радиуса трубы в третьей степени и обратно пропорциональна её длине. В вакуумных установках следует поэтому применять широкие короткие трубы.

При расчёте вакуумных систем нужно принимать во внимание также пропускную способность отверстий, например, в кранах. Для них имеется формула

$$\nu = \frac{1}{4} S n \bar{v}, \quad (8)$$

где  $\nu$  — число молекул, вылетающих из отверстия в вакуум в единицу времени,  $S$  — площадь отверстия,  $n$  — концентрация молекул перед отверстием,  $\bar{v}$  — средняя скорость молекул газа (2.2).

С другой стороны,  $\nu = dN/dt$ ,  $N = PV/kT$ ,  $n = P/kT$ , и аналогично формуле (7) для количества газа, покидающего установку при давлении  $P$ , получается пропускная способность отверстия

$$C_{\text{отв}} = \left( \frac{dV}{dt} \right)_{\text{отв}} = S \frac{\bar{v}}{4}. \quad (9)$$

Для воздуха при комнатной температуре  $\bar{v}/4 = 110 \text{ м/с} = 11 \text{ л/с} \cdot \text{см}^2$ .

Формулу (9) можно получить непосредственно из условия

$$v = C_{\text{отв}} n,$$

выражающего эквивалентность откачивающего действия отверстия, открытого в высокий вакуум, и поршня, расширяющего объём со скоростью  $C_{\text{отв}}$  (л/с).

Для диффузионного насоса можно считать, что каждая молекула воздуха, попавшая в кольцевой зазор между соплом и стенками насоса, увлекается струей пара и не возвращается обратно в откачиваемый объём. Скорость откачки такого насоса можно считать равной пропускной



способности отверстия с площадью, равной площади кольцевого зазора, т. е. насос качает как кольцевой зазор, с одной стороны которого расположен откачиваемый объём, а с другой — пустота.

## ЗАДАНИЕ

### I. Определение объёма форвакуумной и высоковакуумной частей установки

1. Проверьте, что кран  $K_4$  открыт. Откройте все краны, кроме  $K_1$  и  $K_2$ .
2. Впустите в установку атмосферный воздух через краны  $K_1$  и  $K_2$ .
3. Закройте краны  $K_5$  и  $K_6$  (поверните рукоятки кранов вверх), в этих кранах и соединяющем их капилляре «запирается»  $50 \text{ см}^3$  воздуха при атмосферном давлении (точный объём указан на установках).
4. Закройте краны  $K_1$  и  $K_2$ , включите форвакуумный насос и дайте ему откачать себя. Подключите установку к форвакуумному насосу краном  $K_2$  и откачайте установку до давления  $10^{-2}$  торр. Давление измеряйте вакуумметром ВТ-2, соединённым с лампой  $M_1$ .
5. Повернув рукоятку крана  $K_2$ , отсоедините установку от форвакуумного насоса. Выключите форвакуумный насос и откройте кран  $K_1$ .
6. Перекрыв кран  $K_3$ , отделите высоковакуумную часть установки от форвакуумной.
7. Закрыв кран  $K_4$ , приведите в готовность масляный манометр.
8. Откройте кран  $K_5$ . «Запертый» воздух распространится по всему объёму форвакуумной части установки и повысит в ней давление. Измерьте это давление масляным манометром.
9. Зная объём «запертого» воздуха (см. п. 3), найдите, пользуясь законом Бойля–Мариотта, объём  $V_{\text{фв}}$  форвакуумной части.
10. Откройте кран  $K_3$ , чтобы газ, занимавший до сих пор только форвакуумную часть установки, заполнил и её высоковакуумную часть. Вновь измерьте показания манометра. Рассчитайте полный объём установки и объём высоковакуумной её части  $V_{\text{вв}}$ .
11. Откройте кран  $K_4$ .
12. Измерения по пп. 1–10 повторите ещё раз.

### II. Получение высокого вакуума и измерение скорости откачки

13. Откачайте установку форвакуумным насосом. Убедитесь в том, что краны в установке повернуты так, что в ней не осталось «запертых» объёмов.
14. Если термодинамические вакуумметры выключены, включите их и не выключайте до конца работы. Установите токи в лампах по их паспортам (токи

должны быть указаны на приборах вакуумметров). Переключите прибор манометра в режим измерения ЭДС, определите величину термоэдс и по графику — давление в системе.

В некоторых термовакуумметрах ЭДС термопары и соответствующее ей давление указаны на шкале прибора.

15. После того как давление упадёт ниже  $3 \cdot 10^{-2}$  торр, закройте кран  $K_6$  и начните высоковакуумную откачку. Для этого включите нагреватель диффузионного насоса и подождите около 10 минут. Убедитесь в том, что масло в насосе закипело и у края отверстия образовалась плёнка выбрасываемого из сопла и конденсирующегося на стенках масла. При работе диффузионного насоса должен работать и форвакуумный насос.

Манометр  $M_1$  должен показывать давление около  $10^{-2}$  торр, а показания милливольтметра манометра  $M_2$  должны быстро возрасти. В правильно отградуированном манометре стрелка должна дойти до конца шкалы.

16. Включите ионизационный манометр. Порядок его включения указан в инструкции на столе установки.
17. Измерьте предельное давление  $P_{пр}$  в системе и запишите его. При  $P < 10^{-4}$  торр убедитесь в правильности градуировки термоманометра  $M_2$ . При необходимости сообщите преподавателю о том, что надо сделать поправку в паспорте.
18. Найдите скорость откачки по улучшению вакуума во время откачки. Для этого:

а) отключите откачку высоковакуумного баллона краном  $K_3$  и подождите, пока вакуум достаточно ухудшится — до  $(5-9) \cdot 10^{-4}$  торр;

б) откройте кран  $K_3$  и отмечайте изменение показаний ионизационного манометра во времени;

в) изобразите полученные результаты на графике, выбрав его координаты так, чтобы было удобно сравнить их с формулой (4), то есть чтобы график имел вид прямой линии;

г) рассчитайте  $W$  системы.

19. Оцените величину потока  $Q_n$ . Для этого:

а) перекройте кран  $K_3$  и прекратите таким образом откачку высоковакуумной части системы. При помощи ионизационного вакуумметра и секундомера следите за тем (и запишите в тетрадь), как ухудшается вакуум. Опыт следует прекратить, когда давление в системе достигнет до  $(9-10) \cdot 10^{-4}$  торр. В этот момент кран  $K_3$  нужно снова открыть, чтобы не пережечь ионизационный манометр;

б) используя значение  $W$ , найденное в п. 18, и учитывая, что уравнение (1) для этого случая принимает вид  $V_{вв} dP = (Q_d + Q_n) dt$ , оцените  $Q_n$ .

20. Проведите повторные измерения по пунктам 18 и 19. Оцените пропускную способность трубки от высоковакуумного баллона до насоса и сравните её с измеренной скоростью откачки.
21. Откройте кран  $K_6$  и введите таким образом в прибор искусственную течь (высоковакуумная часть установки соединена через капилляр с форвакуумной). Вакуум в установке должен ухудшиться. Измерьте установившееся давление  $P_{уст}$  и давление со стороны форвакуумной части капилляра.
22. Рассчитайте производительность насоса по различию  $P_{уст}$  и  $P_{пр}$ . Для этого найдите количество газа, протекающего через капилляр, по формуле (6). Запишем формулу (2) для случаев, когда капилляр перекрыт и когда он открыт:

$$P_{пр}W = Q_1, \quad P_{уст}W = Q_1 + \frac{d(PV)_{\text{капилл}}}{dt}.$$

В этих формулах символом  $Q_1$  обозначена сумма всех натеканий, кроме натекания через искусственную течь. Исключите из этих формул натекание  $Q_1$  и найдите скорость откачки системы (в том сечении, где присоединен манометр).

Сравните получившееся значение  $W$  с полученным в п. 18. Прокомментируйте причины возможного их несовпадения.

23. Выключите установку. Для этого:
- а) выключите накал ионизационного манометра тумблером «Накал» и дайте его лампе остыть, подождя 1–2 мин. Извлеките предохранитель и сдайте его преподавателю или лаборанту;
  - б) выключите подогрев диффузионного насоса, подождите, пока масло в диффузионном насосе остынет (~10 минут);
  - в) краном  $K_2$  отсоедините установку от форвакуумного насоса, не сообщая её с атмосферой;
  - г) в этих условиях давление во всех частях установки должно быть одинаково, одинаковы должны быть и показания термпарных манометров  $M_1$  и  $M_2$ . Если они различаются, то отрегулируйте манометр  $M_1$  по показаниям термовакuumметра  $M_2$ , уже откалиброванного при высоком вакууме;
  - д) выключите форвакуумный насос и, когда он остановится, соедините его с атмосферой краном  $K_1$ , не напуская атмосферу в установку;
  - е) выключите вакуумметры тумблерами «Сеть».

### Контрольные вопросы

1. В каких условиях теплопроводность и вязкость газов не зависят от давления?
2. Почему термовакuumметр не меняет показаний при уменьшении давления ниже  $10^{-4}$  торр?

3. Для чего в ионизационном манометре движению электронов придан колебательный характер?
4. Почему пропускная способность труб в молекулярном режиме не зависит от размеров молекул?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М. Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, § 1.3.
2. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. Т. 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. — М.: Физматгиз, 1962. Гл. VII, §§ 50–55.
3. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. §§ 57, 59.
4. Коротков П.Ф. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 86, 92–93.
5. Сборник задач по общему курсу физики / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 226–227, 234–236.

### Приложение. Характеристики газов

1. Длина свободного пробега молекул азота при комнатной температуре:

P, торр	760	1	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$
$\lambda$ , см	$6 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$	5	50	500

2. Давление насыщенных паров вакуумного масла, применяемого в диффузионных насосах,  $\sim 10^{-7}$ – $10^{-10}$  торр (при комнатной температуре).
3. Скорость выделения газов при комнатной температуре (в основном СО и Н<sub>2</sub>О) после нескольких часов откачки (в торр · л/(см<sup>2</sup>·с)):

Стекло	Металл	Нейлон
$10^{-9}$ – $10^{-8}$	$10^{-9}$ – $10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-8}$

4. Обратная диффузия газов из диффузионных насосов. Максимальное отношение выходного давления к входному:

Н <sub>2</sub>	He	N <sub>2</sub>
$10^3$ – $10^4$	$10^4$ – $10^5$	$10^7$

### Работа 2.3.2

## Изучение процесса электрооткачки

**Цель работы:** 1) регистрация зависимости ионного тока от времени в лампе ионизационного манометра; 2) определение полного числа частиц, поглощённых коллектором лампы в процессе установления тока.

**В работе используются:** лампа ЛМ-2 или ПМИ-2; вакуумметр ВИТ-2; самописец; калибратор.

Для удаления газа из объёмов применяют вакуумные насосы. Давление выше  $10^{-3}$  торр обычно создаётся при помощи механических насосов. Для получения более высокого разрежения до последнего времени употребляли главным образом диффузионные насосы, в которых молекулы газа увлекаются из откачиваемого объёма струей пара кипящего масла. При этом применяются специальные масла, пары которых при нормальной температуре имеют небольшое давление ( $< 10^{-7}$  торр).

В последние годы все более широкое распространение получают новые методы откачки — сорбционный<sup>1</sup> и ионный. В насосах сорбционного типа молекулы газа связываются подходящими сорбентами — веществами с сильно развитой поверхностью или атомами металла (обычно титана), испаряемого, а затем конденсирующегося в насосе. В ионных насосах атомы газа сначала ионизуются, а потом ускоряются электрическим полем и «заколачиваются» им в стенки катода. Нередко используются оба эти явления одновременно (ионно-абсорбционные насосы).

В настоящей работе исследуются явления, происходящие при ионной откачке (электрооткачка). В качестве насоса и измерителя вакуума используется лампа ионизационного манометра, устройство которой изображено на рис. 6 работы 2.3.1. Лампа состоит из нити накала, навитого вокруг неё в виде редкой спирали анода и цилиндрического коллектора. Всё это смонтировано в стеклянном баллоне, откачанном до вакуума  $\sim 10^{-8}$  торр.

---

<sup>1</sup> *Сорбция* — поглощение твёрдым телом или жидкостью (сорбентом) жидкого вещества или газа (сорбата) из окружающей среды.

*Абсорбция* — поглощение (извлечение) вещества из газовой смеси всем объёмом жидкости или твёрдого тела (абсорбата).

*Адсорбция* — поглощение вещества (адсорбата) из газообразной или жидкой среды на поверхность её раздела с жидкостью или твёрдым телом (адсорбентом) (см. с. 170).

*Десорбция* — удаление адсорбированного вещества с поверхности адсорбента, процесс, обратный адсорбции.

Электроны, вылетающие из накаливаемого вольфрамового катода, ускоряются полем анода, имеющего форму спирали, проскакивают через её редкие витки, но не могут достигнуть цилиндра коллектора, так как его потенциал ниже потенциала катода. Не доходя до коллектора, электроны поворачивают обратно, снова проскакивают через витки спирали, тормозятся электрическим полем в пространстве между спиралью и катодом и опять поворачивают к спирали. В результате электроны совершают колебательное движение и проходят длинный путь, прежде чем попадут на какой-нибудь из витков и внесут свой вклад в ток, текущий между катодом и спиралью-анодом (ток эмиссии). При этом электроны могут ионизовать встречающиеся на их пути молекулы газа.

Если ионизация происходит в пространстве между спиралью и коллектором, то электрическое поле отсасывает образовавшиеся положительные ионы к коллектору. Ионный ток пропорционален числу молекул  $n$  в единице объёма:

$$\frac{I}{q} = wn. \quad (1)$$

Здесь  $q$  — заряд иона. Почти всегда от молекулы отщепляется только один электрон, поэтому можно считать, что  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Множитель  $w$  зависит от рода молекул, геометрии электродов и приложенных потенциалов. Для остаточного газа запаянного манометра и электрических условий, создаваемых в нём схемой вакуумметра ВИТ-2,  $w = 2,0 \text{ см}^3/\text{с}$ .

Если бы каждый подошедший к коллектору ион внедрялся в его стенку навсегда, то левая часть уравнения (1) была бы равна числу молекул, удаляемых в единицу времени из объёма. В этом случае множитель  $w$  соответствовал бы производительности насоса, которым является наша система. Эту производительность называют также геометрической, она определяется числом молекул в секунду, которое удалялось бы из сосуда с концентрацией газа  $n$  поршневым насосом, объём цилиндра которого увеличивается со скоростью  $w$ .

На самом деле на поверхности коллектора происходят более сложные явления. Внедрение иона в материал коллектора похоже на микровзрыв: чтобы это понять, достаточно сравнить энергию иона  $\approx 200$  эВ с энергией (теплотой) испарения одного атома материала коллектора (никеля)  $\approx 0,4$  эВ. При этом испаряется, конечно, не  $200/0,4 = 500$  атомов, потому что основная часть энергии иона рассеивается. Среднее количество атомов, вылетающих из бомбардируемой мишени в расчёте на один падающий ион, называется *коэффициентом катодного распыления*  $\alpha$ . Коэффициент  $\alpha$  зависит от энергии иона, от соотношения масс иона и атомов мишени; на его величине очень сильно сказывается также состо-

яние поверхности мишени — её рыхлость, количество и состав загрязнений. В наших условиях этот коэффициент для коллектора составляет несколько единиц.

Вместе с разлетающимися атомами коллектора имеет значительную вероятность вылететь и молекула газа, которая попала на коллектор в виде иона и вызвала взрыв. Это обстоятельство делает понятным, почему *коэффициент ионного прилипания*  $\beta_{\text{и}}$  отличен от единицы. При увеличении энергии ионов  $\beta_{\text{и}} \rightarrow 1$ , потому что с большой глубины молекуле трудно выбраться. В наших условиях  $\beta_{\text{и}} \sim 10^{-1}$ .

При взрыве из стенки коллектора вылетают также электроны и ионы. Вылетающие из коллектора частицы (как бомбардирующего вещества, так и вещества самого коллектора) частично ионизованы. Эти обстоятельства определяют коэффициенты ионно-электронной и ионно-ионной вторичной эмиссии. В наших условиях первый из них  $\leq 10^{-1}$ , а второй ещё меньше, и мы их не будем учитывать.

Распыленные во время взрыва атомы вновь оседают. Они обладают большой химической активностью и способны связывать частицы всех газов, кроме инертных (так называемое геттерное действие). Число поглощаемых в секунду молекул газа пропорционально числу оседающих атомов, а значит, и ионному току. Коэффициент пропорциональности между числом поглощаемых атомов и ионным током называется *коэффициентом геттерного прилипания*  $\beta_{\text{г}}$ .

По мере того как поверхность коллектора насыщается откачиваемым газом, возникает ещё одно явление — десорбция газа под действием ионного тока. Когда на коллекторе накопится  $N$  молекул газа, то за секунду в результате микровзрывов будет выделяться обратно в объём лампы  $CNI/q$  частиц газа, где  $C$  — некоторый коэффициент пропорциональности.

Суммируя всё сказанное, найдём, что число молекул, поглощаемых из объёма лампы за секунду, равно

$$\dot{N} = (\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}} - CN) \frac{I}{q}. \quad (2)$$

Первые два члена в скобках определяют эффективность прилипания, а последний — десорбцию газа. Включим наш электронасос на длительное время. В результате установится равновесие и  $\dot{N}$  обратится в нуль. Количество молекул газа в стенке коллектора пусть будет при этом равно  $N_{\infty}$ . Согласно (2) имеем для  $t \rightarrow \infty$ :

$$\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}} = CN_{\infty}.$$

Определяя из этого равенства коэффициент  $C$  и подставляя его в (2), найдём

$$\dot{N} = (\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}) \left(1 - \frac{N}{N_{\infty}}\right) \frac{I}{q}. \quad (3)$$

Формулы (1) и (3) недостаточны для математического описания процесса откачки, поскольку в них входят три переменные  $N$ ,  $n$  и  $I$ . Попробуем найти ещё одно соотношение между ними.

Если начальная плотность молекул газа в объёме при хорошо очищенной поверхности коллектора равна  $n_0$ , а в ходе электрооткачки на коллекторе собирается  $N$  молекул, то

$$N = V(n_0 - n),$$

где  $V \sim 100 \text{ см}^3$  — объём лампы. Подставляя в это равенство значение  $n$  из (1), найдём

$$N = \frac{V}{qw}(I_0 - I). \quad (4)$$

Мы нашли, таким образом, недостающее уравнение. Система уравнений (3), (4) может быть проинтегрирована, однако при этом возникают сложные, малонаглядные выражения. Вместо того чтобы искать это решение, покажем, как можно найти коэффициент прилипания  $\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}$  и  $N_{\infty}$  из экспериментальных данных.

Перепишем формулу (3) в виде

$$\dot{N} = \varepsilon \frac{I}{q}, \quad (5)$$

где

$$\varepsilon = (\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}) \left(1 - \frac{N}{N_{\infty}}\right). \quad (6)$$

Как видно из (6),  $\varepsilon$  в процессе откачки уменьшается. В начале опыта в стенках нет газа,  $N = 0$ ,

$$\varepsilon_0 = \beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}. \quad (7)$$

Таким образом, величина полного коэффициента прилипания равна начальному значению  $\varepsilon$ . Дифференцируя (6), найдём, что

$$N_{\infty} = -\frac{\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}}{d\varepsilon/dN} = -\frac{\varepsilon_0}{d\varepsilon/dN}. \quad (8)$$

Выразим  $\varepsilon$  через ток  $I$  и его производную  $\dot{I}$ . Для этого воспользуемся уравнением (5) и подставим в него  $\dot{N}$  из (4):

$$\varepsilon = -\frac{V}{w} \frac{\dot{I}}{I}. \quad (9)$$



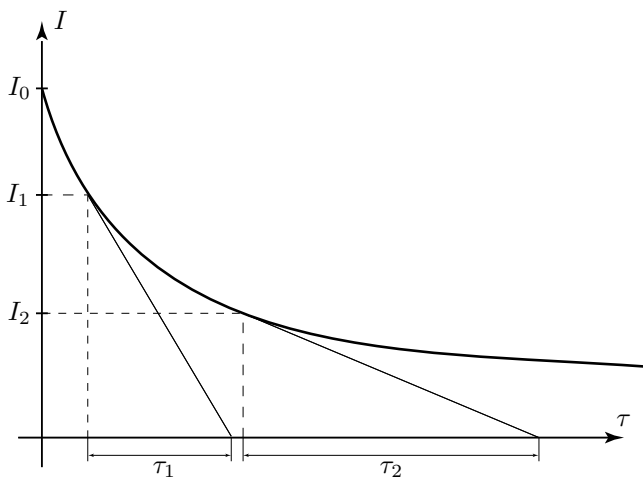


Рис. 1. Метод графического дифференцирования для двух точек кривой  $I(t)$ , соответствующих ионному току  $I_1$  и  $I_2$

Измеряя зависимость  $I(t)$  и находя  $\dot{I}$  с помощью графического дифференцирования, можно, таким образом, найти  $\varepsilon_0$ , нужное для определения  $\beta_{\text{и}} + \beta_{\text{г}}$ , и величину  $\varepsilon$  в любой момент времени. Метод графического дифференцирования пояснён на рисунке 1. Воспользовавшись приведёнными обозначениями, найдём

$$\varepsilon = \frac{V}{w} \frac{1}{\tau}. \quad (10)$$

Преобразуем теперь формулу (8). В неё входит величина  $d\varepsilon/dN$ . Выразим эту величину через зависимость  $\varepsilon$  от  $I$ , которая, как мы только что выяснили, может быть найдена из экспериментальных данных. С помощью (4) найдём

$$\frac{d\varepsilon}{dN} = \frac{d\varepsilon}{dI} \frac{dI}{dN} = -\frac{qw}{V} \frac{d\varepsilon}{dI}.$$

Подставляя эту величину в (8) и принимая во внимание (7), найдём

$$N_{\infty} = \frac{\varepsilon_0}{d\varepsilon/dI} \frac{V}{qw}. \quad (11)$$

Формула (11) позволяет находить  $N_{\infty}$  по экспериментальным данным. Для того чтобы найти  $d\varepsilon/dI$ , нужно построить график  $\varepsilon = \varepsilon(I)$ .



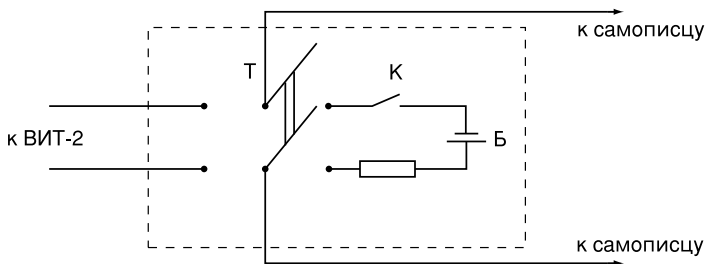


Рис. 3. Вспомогательный блок

т. е. батарея Б подсоединена к цепи только во время нажатия кнопки. При отжатии кнопки цепь питания батареи Б будет разорвана.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите самописец. Для этого поверните ручку 8 на блоке III самописца (рис. 2) в правое положение. Должна загореться сигнальная лампочка «Сеть».
2. Установите чистый лист бумаги на самописец. Для этого ручкой 3 на блоке I самописца сместите планку механизма перемещения пера в крайнее правое положение, положите чистый лист бумаги и разгладьте его рукой. Верните планку перемещения пера в исходное положение.
3. Прижмите бумагу к поверхности самописца. Для этого установите ручку 7 на блоке III самописца в положение «Рар» и снова разгладьте бумагу.
4. Подготовьте лампу к работе. Поставьте переключатель «Род работы» ВИТ-2 в положение «Установка эмиссии». Это важно, потому что при включении прибора в сеть в усилителе возникает сильный импульс тока, который может испортить микроамперметр. Включите ВИТ-2 тумблером «Сеть 220 В»
5. Включите накал лампы, поставив тумблер «Накал» в верхнее положение. Регулятором эмиссии установите стрелку прибора на середину шкалы. Переключатель «множитель шкалы» переведите в положение 1.
6. Установите «нули» и диапазон работы самописца. Для этого ручками 3 в блоках I и II установите перо в положение «0» по осям «Х» и «У». Для установки диапазона отклонения пера по оси «У» переведите тумблер на вспомогательном блоке, связывающем самописец с вакуумметром, в положение «Калибр». Нажмите кнопку «К» и, не отпуская её, ручкой 2 на блоке II (при этом ручка 4 того же блока должна быть в положении 0,1 или 0,2) добейтесь смещения пера до отметки 25 по оси «У».

Отпустите кнопку «К». При этом перо должно возвратиться в нулевое положение. Тумблер на вспомогательном блоке переведите в положение «Измерение».

7. Поставьте переключатель «Род работы» на ВИТ-2 в положение «Измерение». Переключателем «Множитель шкалы» подберите диапазон измерений так, чтобы стрелка микроамперметра находилась в пределах от 10 до 100 делений шкалы. При правильной регулировке самописца смещение пера должно быть пропорционально отклонению стрелки микроамперметра. (Отклонению на 100 делений соответствует смещение до отметки 25). Если пропорциональность не наблюдается, повторите пункт 6.
8. Проверьте функционирование канала развёртки самописца. Переведите переключатель «Множитель шкалы» ВИТ-2 в положение «Установка нуля», на блоке самописца поставьте переключатель скорости развёртки в положение 0,5 с/см, нажмите кнопки 10 и 9. При этом загорится сигнальная лампочка 12, и каретка придёт в движение. После прихода пера в крайнее положение, перо возвращается в исходное положение автоматически. Для повторного включения механизма развёртки необходимо вновь нажать кнопку 9.
9. Выключите накал лампы, переведя тумблер «Накал» на ВИТ-2 в положение «Выкл.», поставьте переключатель рода работы на «Обезгаживание». При этом спираль лампы подогреет коллектор, баллон лампы, и большая часть молекул газа, прилипших к ним, выделится в объём. Обезгаживание рекомендуется вести минут 5–10.
10. Запишите кривую откачки: переключатель скорости 11 развёртки на самописце переведите в положение 10 с/см, переведите переключатель «Род работы» на ВИТ-2 в положение «Измерение», включите накал лампы. Переключатель «Множитель шкалы» поставьте в положение  $10^{-2}$ . Если перо самописца при этом зашкалит, переведите «Множитель шкалы» ВИТ-2 в положение  $10^{-1}$ , подождите, пока стрелка микроамперметра ВИТ-2 дойдёт до  $\sim 12$  делений (всего 100 делений), вновь переведите «Множитель шкалы» ВИТ-2 на  $10^{-2}$  и, как только перо самописца перестанет зашкаливать, нажмите кнопку 9 самописца. Когда каретка дойдёт до упора, она автоматически вернётся в исходное положение. Выключите накал лампы и, нажав кнопку 9, пропишите нулевую линию. Эту операцию можно проводить при скорости развёртки 0,5 с/см.
11. Опыты по пп. 9 и 10 повторить ещё 1–2 раза.
12. Выключите установку. Обработайте результаты эксперимента. Графическое дифференцирование, как показано на рисунке 1, сделайте прямо по записи кривой откачки  $I(t)$ . Касательные достаточно построить в

10 точках. Учитывая, что  $V = 100 \text{ см}^3$ ,  $w = 2 \text{ см}^3/\text{с}$  и скорость передвижения пера  $v = 10 \text{ с}/\text{см}$  по касательным к кривой  $I(t)$ , найдите  $\tau$  и по формуле (10) постройте зависимость  $\varepsilon(I)$ . Зависимость коэффициента прилипания  $\varepsilon$  от величины ионного тока  $I$  имеет вид прямой линии. При проведении прямой по экспериментальным точкам  $\varepsilon(I)$  надо иметь в виду, что точки, соответствующие большим и малым токам, могут выпадать из линейной зависимости. При  $I \approx I_0$  (в начале откачки) лампа обычно ещё охлаждается после прогрева, и к электрооткачке добавляется сорбция на охлаждающихся поверхностях, что приводит к увеличению наблюдающейся величины  $\varepsilon$ . При  $I \ll I_0$  (в конце откачки) становится заметным не зависящий от ионного тока тепловой механизм выделения газа, что приводит к уменьшению  $\varepsilon$ .

По угловому коэффициенту  $d\varepsilon/dI$  прямой  $\varepsilon(I)$  и формуле (11) найдите полное число молекул, которое может быть поглощено коллектором в процессе электрооткачки. По найденному  $N_\infty$  рассчитайте число молекул, приходящихся на единицу поверхности коллектора в конце откачки.

### Контрольные вопросы

1. Какой наилучший вакуум может быть получен в результате электрооткачки в манометрической лампе ЛМ-2, используемой в данной работе?
2. Улучшится или ухудшится вакуум, если процесс электрооткачки вести при дополнительном охлаждении коллектора лампы?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Механика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1969. Гл. XII, § 95.

## Работа 2.3.3

### Измерение осмотического давления

**Цель работы:** 1) измерение осмотического давления при разной концентрации жёлтой кровяной соли; 2) проверка закона Вант-Гоффа.

**В работе используются:** осмометр; секундомер; пипетка; мерный стаканчик; химический стакан.

В работе изучаются свойства полупроницаемых перегородок, т. е. таких перегородок или мембран, сквозь которые молекулы одних веществ проходят, а молекулы других задерживаются. Так, многие перепонки и

мембраны животного и растительного происхождения свободно пропускают молекулы воды, но не пропускают молекулы растворенных в ней соединений, обладающих большей молекулярной массой. Существуют также искусственные полупроницаемые перегородки, например, коллоидные плёнки, плёнки из целлофана и др. Прохождение растворителя через полупроницаемую перегородку называется *осмосом*.

Рассмотрим сосуд, разделённый на две части полупроницаемой перегородкой, по одну сторону которой находится вода, а по другую — водный раствор вещества, молекулы которого не могут проходить сквозь перегородку (рис. 1). Наполним обе части сосуда до одинакового уровня. Опыт показывает, что вода начинает переходить в ту часть сосуда, где содержится раствор. Этот переход продолжается до тех пор, пока между водой и раствором не установится некоторая разность уровней, а следовательно, и разность давлений; она носит название *осмотического давления* раствора.

Осмотическое давление подчиняется формуле (3.8) (*закон Вант-Гоффа*):

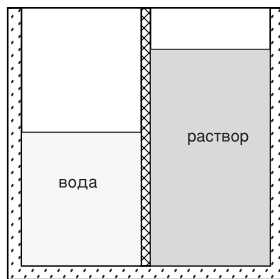


Рис. 1. Разность уровней, обусловленная осмотическим давлением

$$P_{\text{осм}} = nkT, \quad (1)$$

где  $n$  — число молекул растворенного вещества в единице объёма,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура. Формула (1) позволяет по известной величине  $P_{\text{осм}}$  определить концентрацию молекул растворенного вещества.

**Экспериментальная установка.** Приборы, служащие для измерения осмотического давления, называют *осмометрами*. Прохождение растворителя через полупроницаемые перегородки происходит медленно, так что равновесие раствора и растворителя устанавливается не скоро. Для ускорения измерений над раствором создают избыточное давление воздуха. Если избыточное давление равно осмотическому, то переход растворителя через перегородку прекращается. Если же оно превышает осмотическое давление, то растворитель переходит через перегородку в обратном направлении. Таким образом, измерение осмотического давления сводится к измерению равновесного давления газа.

Схема используемого в работе осмометра приведена на рис. 2. Раствор заливается в контейнер, который помещается в сосуд с растворителем. Контейнер представляет собой куб 1, закрытый с четырёх сторон

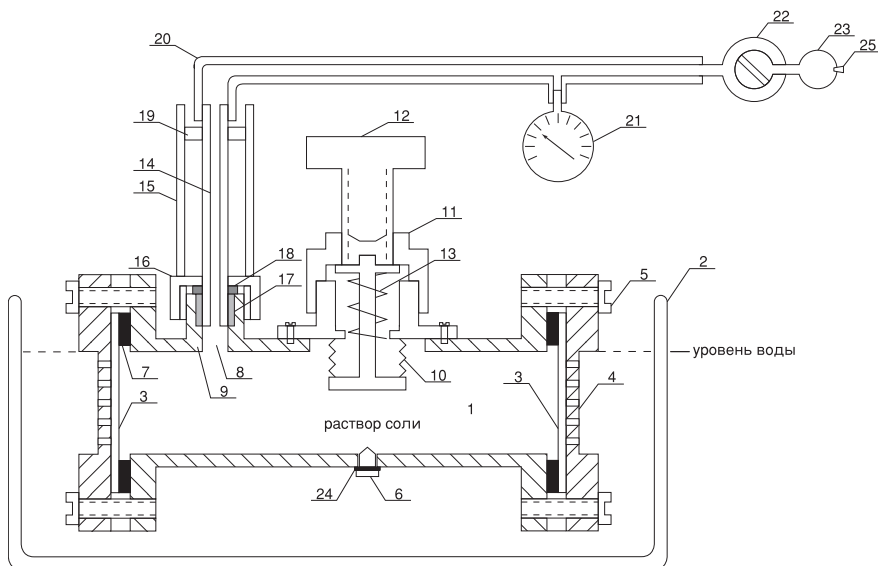


Рис. 2. Осмометр

- |  |   |
|--|---|
| 1. Контейнер для раствора соли.                              | 13. Пружина.  |
| 2. Сосуд с дистиллированной водой.                           | 14. Стекланный капилляр.  |
| 3. Целлофановая плёнка.                                      | 15. Металлический кожух капилляра.                              |
| 4. Защитная сетка.   | 16. Накидная гайка кожуха.                                      |
| 5. Прижимной винт.   | 17. Резиновая трубка — герметизирующая прокладка.               |
| 6. Пробка-отверстие для заполнения сосуда раствором.         | 18. Металлическая шайба.  |
| 7. Резиновая прокладка.                                      | 19. Подвижная резиновая втулка для крепления капилляра.         |
| 8. Отверстие, через которое раствор поступает в капилляр.    | 20. Резиновый шланг.  |
| 9. Металлическая втулка, запрессованная в корпус контейнера. | 21. Манометр.   |
| 10. Гофрированная поверхность.                               | 22. Стекланный кран (тройной).                                  |
| 11. Накидная гайка — грубая регулировка объёма сосуда.       | 23. Резиновая груша для создания повышенного внешнего давления. |
| 12. Винт тонкой регулировки объёма сосуда.                   | 24. Резиновая прокладка.  |
|  | 25. Клапан  |

полупроницаемыми целлофановыми мембранами 3 (толщина мембран 0,2 мм). Мембраны зажимаются между стенками куба 1 и металлическими сетками 4. Между мембранами (плёнками) и стенками куба вставлены резиновые уплотнения 7. Защитные сетки 4 предохраняют мембраны от раздувания наружу. Сосуд заполняется раствором через отверстие в дне куба, плотно закрываемое металлической гайкой 6 с резиновой прокладкой 24. Через крышку куба вставлен стеклянный капилляр 14 (внутренний диаметр 0,5 мм).

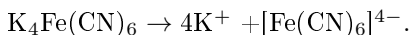
В процессе осмоса объём раствора увеличивается, и уровень раствора движется по капилляру вверх. Скорость подъёма уменьшается при избыточном давлении воздуха на верхнем конце капилляра; оно создаётся с помощью резиновой груши 23 со встроенным клапаном 25 и фиксируется краном 22. Давление измеряется манометром 21. Кран 22 также позволяет сбросить избыточное давление.

На крышке куба 1 смонтировано устройство, состоящее из гофра 10, накидной гайки 11, винта 12 и пружины 13, позволяющее менять объём внутреннего пространства в кубе. Это бывает необходимо, если в процессе опыта мембраны вытягиваются и уровень раствора в капилляре понижается. При закручивании винта 12 объём контейнера уменьшается и раствор вытесняется в капилляр. Таким образом, уровень раствора можно установить в капилляре на удобной для наблюдения высоте.

Для определения  $P_{\text{осм}}$  измеряют изменение скорости  $v$  движения уровня раствора в капилляре в зависимости от давления воздуха  $P$  и строят график зависимости  $v(P)$ . Чем больше разность давления  $P - P_{\text{осм}}$ , тем больше скорость  $v$  движения уровня в капилляре. При  $P \approx P_{\text{осм}}$  эта скорость равна нулю. Поэтому измерения следует проводить либо при  $P \gg P_{\text{осм}}$ , либо при  $P \ll P_{\text{осм}}$ . По графику легко определить значение  $P$ , при котором  $v = 0$ , т. е. осмотическое давление  $P_{\text{осм}}$ .

В работе измеряется осмотическое давление водного раствора жёлтой кровяной соли  $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ , при нескольких значениях концентрации и проверяется справедливость закона Вант-Гоффа.

Молекулы жёлтой кровяной соли при растворении диссоциируют;



Ионы  $\text{K}^+$  свободно проникают через нашу перегородку и не создают осмотического давления.

## ЗАДАНИЕ

1. Выньте контейнер из сосуда с дистиллированной водой.



2. Наполните контейнер исходным раствором, содержащим 3 грамма жёлтой кровяной соли  $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6 \times 3\text{H}_2\text{O}$  на 1 литр воды, что позволяет работать в диапазоне давлений 0,5 атм контейнера. Перед заполнением контейнера проверьте положение накидной гайки 11 и винта 12, регулирующих объём сосуда. Гайка 11 должна быть завёрнута полностью, а винт 12 почти полностью вывернут. На капилляр наденьте резиновую пробку, чтобы потом через него не выливалась жидкость. Переверните контейнер так, чтобы отверстие 6 оказалось сверху и посредством лейки (воронки) налейте через это отверстие раствор. Необходимо заполнить контейнер до верхней кромки отверстия. Закройте отверстие пробкой-болтом с резиновой прокладкой. Затяните его с помощью гаечного ключа, но не так, чтобы выдавить прокладку из-под болта. Поставьте контейнер в сосуд с водой, снимите с капилляра заглушку.
3. Наденьте резиновый шланг 20 на капилляр (*перед одеванием кончик шланга смочите водой, это, во-первых, повысит герметичность соединения, во-вторых, облегчит последующие снятия шланга с капилляра*). Поставьте кран 22 в положение, при котором диаметральной трубкой в кране соединит грушу 23 со шлангом 20. Создайте давление  $\sim 200$  делений по манометру 21 посредством груши 23 и снова заверните кран. Проверьте, сохраняется ли начальное давление на манометре. Если давление не меняется, то приступайте к измерению осмотического давления.
4. С помощью винта 12 установите уровень столба жидкости в капилляре примерно посередине. Если в капилляре вдоль него наблюдаются пузырьки воздуха и капли жидкости, то необходимо опустить столбик жидкости внутрь контейнера, вывернув винт 12. Затем, завернув этот винт, снова вытолкнуть жидкость. Если одиночный столбик жидкости не получится, необходимо повторить процедуру.
5. Если уровень жидкости в капилляре установлен и давление на манометре 21 не меняется, то приступайте к измерению скорости перемещения уровня с помощью секундомера. Замерьте 3–5 точек при перемещении уровня на 1–2 см. С помощью крана 22 уменьшите давление по манометру 21 на 20–40 делений и вновь повторите процедуру измерения скорости  $v$ . После каждого изменения давления и уровня раствора необходимо выждать 1–2 минуты, чтобы мембраны успели принять равновесную форму. Следующие замеры следует проводить уже при давлениях  $\sim 40$  делений и 0 делений. При больших давлениях ( $\sim 200$  делений)  $P > P_{\text{осм}}$ , и скорость должна быть отрицательной (уровень опускается) и значительной. При  $P \sim 0$ , т. е.  $P < P_{\text{осм}}$ , скорость будет также значительной и положительной (уровень поднимается). Отложите по оси абсцисс давление  $P$ , а по оси ординат скорость  $v$  и проведите через полученные экс-

периментальные точки прямую. Точка пересечения полученной прямой с осью абсцисс покажет величину осмотического давления. Проводить измерения в области давлений  $\sim P_{\text{осм}}$  не следует, т. к. скорость перемещения уровня в капилляре при этом равна нулю, а поэтому эксперимент теоретически будет длиться бесконечно долго.

6. Закончив первый эксперимент, вылейте раствор из контейнера в химический стакан, а из него в мерный стакан. Замерьте уровень жидкости и слейте её снова в химический стакан. Столько же добавьте в стакан дистиллированной воды. Заполните контейнер этой жидкостью в 2 раза меньшей концентрации. Повторите измерения по пп. 2–5.
7. Ещё два раза разбавьте раствор, измерьте величину  $P_{\text{осм}}$ .
8. После окончания работы вылейте раствор из сосуда, а сосуд в открытом виде поместите в сосуд с дистиллированной водой, уровень которой должен быть выше окон для плёнок.
9. Обработайте полученные данные, постройте график зависимости осмотического давления от концентрации раствора.
10. Оцените ошибки измерений.

*Примечание.* При замене капилляра (проводится в присутствии лаборанта или самим лаборантом) отвинчивается накидная гайка 16 и снимаются металлический кожух и капилляр 14 с надетой на него резиновой трубкой 17 и шайбой 18. Эта трубка и шайба надеваются на новый капилляр и вставляются в отверстие контейнера. Нижний срез трубки и капилляра должны примерно совпадать. Капилляр по длине должен быть выбран так, чтобы он по уровню был выше кожуха. На капилляр надевается металлический кожух, и накидная гайка кожуха завинчивается до надежного уплотнения капилляра в отверстии контейнера.

Затем на верхний конец капилляра надевается резиновая втулка 19 и передвигается внутрь кожуха на такую глубину, чтобы верхние уровни втулки и чехла сравнялись. Оставшаяся верхняя часть капилляра надрезается надфилем до уровня чехла и отламывается. После этого втулка проталкивается глубже внутрь кожуха настолько, чтобы была возможность надеть на капилляр резиновый шланг 20 или заглушку.

После того как установите с помощью груши и зафиксируете посредством крана определённое давление в системе, необходимо контролировать надёжность герметичного соединения шланга с капилляром. В любом случае, если заметно изменение давления по манометру, то найдите место утечки воздуха. Это легко сделать, перегибая шланги в тех или иных участках, начиная от манометра и, таким образом, отсекая определённые зоны.

### Контрольные вопросы

1. Оцените влияние капиллярных явлений на результаты измерений.

2. При каких концентрациях раствора справедлива формула (1)?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Ахиезер А.П., Лифшиц Е.М.* Механика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1969. § 80.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. Гл. XI, § 124.

## Работа 2.3.4

### Исследование поперечного сечения взаимодействия медленных электронов с атомами

**Цель работы:** 1) Измерение зависимости коллекторного тока от температуры; 2) вычисление сечения взаимодействия атомов ртути с электронами.

**В работе используются:** экспериментальный прибор; термостат; два источника питания; амперметр; два микроамперметра; вольтметр.

Исследование процесса прохождения электронов сквозь вещество интересно как с теоретической, так и с практической точки зрения. Проходя через атомы, электроны взаимодействуют с их электронной оболочкой, испытывая упругие и неупругие соударения.

При упругих соударениях электроны почти не передают энергии среде. Взаимодействуя с атомом как целым, электроны рассеиваются на объектах, масса которых в тысячи раз превышает их собственную. Они отражаются от атомов, как от твёрдой стенки, изменяя направление движения, но практически не изменяя кинетической энергии.

При неупругих соударениях энергия электронов уменьшается: она тратится на ионизацию или на возбуждение встречных атомов. Чтобы ионизовать атом, налетающий электрон должен иметь достаточно большую энергию, так как электроны в атомах прочно связаны. Даже наружные электроны могут быть удалены из атома лишь в том случае, если им передаётся энергия порядка десяти электрон-вольт<sup>1</sup>. В азоте и кислороде эта энергия составляет около 14 эВ.

Для возбуждения атомной оболочки обычно бывает достаточно нескольких электрон-вольт. При возбуждении атомная оболочка может

---

<sup>1</sup> 1 эВ =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж — энергия, которую приобретает электрон, пролетев разность потенциалов 1 В.

принимать от пролетающего электрона лишь вполне определённые порции энергии — порции, равные разности энергии в конечном и начальном состоянии атома. (Как известно, энергия электронов в оболочке квантуется, то есть принимает только некоторые дискретные значения). Никакие другие количества энергии возбуждаемый атом взять от налетающего электрона не может. В этом смысле процесс ионизации существенно отличается от возбуждения. При ионизации часть энергии тратится на отрыв электрона от атома, а часть — на придание ему кинетической энергии. Кинетическая энергия свободно движущегося электрона может принимать любые значения. Выбиваемый из атома электрон может поэтому перенимать у пролетающего любое количество энергии, если её, конечно, хватает на то, чтобы удалить электрон из атома.

Исследовать процесс взаимодействия электронов с атомом было бы лучше всего, направив электроны в заданный участок его электронной оболочки. Это, однако, невозможно. Поэтому для исследований приходится использовать усреднённые результаты, получающиеся при рассеянии электронов, пролетающих на разных расстояниях от центра атомов.

Вероятность взаимодействия электронов исследуют по средней длине пути, которую должен пройти электрон в веществе до взаимодействия. Ещё лучше характеризовать эту вероятность, указывая поперечное сечение исследуемого процесса (мы определим это понятие несколько ниже).

В настоящей работе измеряется поперечное сечение взаимодействия медленных электронов с атомами ртути. Медленными мы здесь называем электроны, энергия которых недостаточна для того, чтобы ионизовать атомы.

Пропустим пучок частиц (в нашем случае — электронов) через вещество (рис. 1). Выделим на глубине  $x$  слой, имеющий небольшую толщину  $dx$ . Обозначим количество частиц, дошедших до глубины  $x$ , через  $N(x)$ . Из-за взаимодействия в слое  $dx$  число частиц  $N(x + dx)$ , достигающих глубины  $x + dx$ , оказывается меньше, чем  $N(x)$ . Количество частиц, испытавших взаимодействие в слое, пропорционально начальному числу частиц  $N$ , плотности  $n$  молекул в слое и толщине слоя  $dx$ , так что

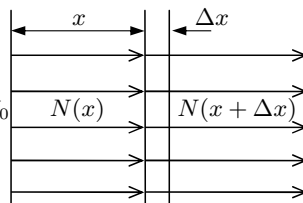


Рис. 1. К выводу формулы для изменения числа частиц

$$N(x) - N(x + dx) = \sigma n N(x) dx,$$

где  $\sigma$  — некоторый коэффициент пропорциональности. Деля это равен-

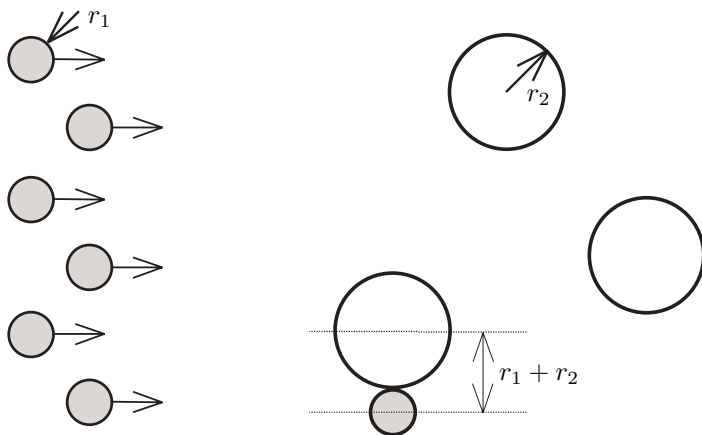


Рис. 2. Соударение твёрдых шариков

ство на  $dx$  и переходя к пределу при  $dx \rightarrow 0$ , найдём

$$\frac{1}{N(x)} \frac{dN(x)}{dx} = -\sigma n. \quad (1)$$

В том случае, если  $\sigma$  и  $n$  не зависят от  $x$ , это уравнение нетрудно проинтегрировать:

$$N(x) = N(0)e^{-\sigma n x}. \quad (2)$$

Таким образом, количество частиц в пучке экспоненциально уменьшается по мере его прохождения сквозь вещество.

Найдём размерность  $\sigma$ . Вернёмся для этого к формуле (1). Размерность левой части этой формулы —  $\text{см}^{-1}$ . Плотность молекул имеет размерность —  $\text{см}^{-3}$ . Это означает, что коэффициент  $\sigma$  имеет размерность  $\text{см}^2$ . Он носит название *поперечного сечения*.

Рассуждения, приведшие нас к формулам (1) и (2), не зависели ни от рода взаимодействующих частиц, ни от их скорости, ни от конкретных физических явлений, приводящих к выбыванию частиц из пучка. Эти факторы влияют не на вид формул (1) и (2), а на величину  $\sigma$ . Ясно поэтому, что вся физика процесса заключена в величине поперечного сечения и в ее зависимости от рода частиц и от условий взаимодействия.

Наиболее простой смысл имеет поперечное сечение при ударе твёрдых шаров. На рис. 2 изображён поток шариков, имеющих радиус  $r_1$ , пролетающих мимо твёрдых неподвижных шаров с радиусом  $r_2$ . Рассмотрим поперечное сечение такого процесса. Ограничимся сначала од-

ним поглощающим шаром. Ясно, что с ним столкнутся все шары, центры которых проходят на расстоянии меньшем, чем  $r_1 + r_2$  от центра первого шара. Площадь «запретной зоны» равна, таким образом,  $\pi(r_1 + r_2)^2$ . Пусть теперь на пути шаров, имеющих радиус  $r_1$ , расположено много шаров с радиусом  $r_2$ . Обозначим через  $n$  их концентрацию (число шаров в  $\text{см}^3$ ). В слое с площадью  $S$   $\text{см}^2$  и с толщиной  $dx$  число шаров равно  $Sndx$ . Все вместе они перекрывают путь падающим шарам на площади  $\pi(r_1 + r_2)^2 Sndx$ . Доля выбывающих из потока шаров  $dN/N$  равна отношению этой площади к  $S$ . Имеем

$$\frac{dN}{N} = -\pi(r_1 + r_2)^2 ndx.$$

Сравнивая эту формулу с (1), найдём

$$\sigma_{\text{тв.ш.}} = \pi(r_1 + r_2)^2. \quad (3)$$

Таким образом, при соударении твёрдых шаров площадь поперечного сечения равна площади «запретной зоны», окружающей каждый шар-мишень. В том случае, если шары-мишени движутся, число шаров-мишеней, встречаемых на пути  $dx$ , будет отличаться от  $Sndx$ . При встречном движении шаров это количество увеличивается, а при попутном — уменьшается. Это приводит к необходимости вводить в формулу (3) зависящие от скорости поправки.

Если дело не сводится к соударению твёрдых шаров, поперечные сечения не имеют такого ясного геометрического смысла. Однако в тех случаях, когда частицы-мишени мало прозрачны для частиц-снарядов, формула (3) сохраняет свою применимость, хотя при этом радиусы  $r_1$  и  $r_2$  приобретают смысл «эффективных радиусов», величина которых может зависеть не только от рода сталкивающихся частиц, но и от их энергии и характера исследуемого процесса.

При соударении электронов представление о твёрдых шарах неприменимо. Собственные размеры электронов исчезающе малы, так что сталкиваются не твёрдые шарики, а кулоновские поля взаимодействующих частиц. Электрическое поле атома имеет сравнительно чёткие границы. Вблизи атомного ядра оно очень велико. При удалении от ядра поле падает существенно быстрее, чем  $r^2$ , потому что заряды атомных электронов «экранируют» от ядра внешнее пространство. За пределами электронной оболочки заряд ядра полностью заэкранирован, и поле очень мало. Размер области, занятой электрическим полем, мало отличается от размеров атома, определяемых другими способами, и может поэтому служить одним из способов определения этих размеров.

Как следует из изложенного, необходимо различать разные поперечные сечения взаимодействия электронов: сечение упругого рассеяния  $\sigma_{el}$  (сигма-эластик), сечение неупругого взаимодействия  $\sigma_{in}$  (сигма-инэластик) и полное сечение  $\sigma_{tot}$  (сигма-полное, или тотальное)<sup>2</sup>:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in}. \quad (4)$$

Все эти сечения  $\sigma_{el}$ ,  $\sigma_{in}$ ,  $\sigma_{tot}$  зависят от энергии электронов и от типа атомов-мишеней. Все они при небольших энергиях электронов по порядку величины равны площади поперечного сечения атомов, но при некоторых значениях энергии могут иметь ясно выраженные — резонансные — максимумы. Такие максимумы наблюдаются в тех случаях, когда энергия электронов приближается к значениям, соответствующим переводу атомов в одно из возбуждённых состояний, или когда эта энергия становится достаточной для ионизации встречных атомов. Зная поперечное сечение взаимодействия электронов с атомами, можно вычислить и среднюю длину его свободного пробега  $\lambda$ .

Формула (2) позволяет получить распределение для длины свободного пробега. Вероятность того, что частица пролетит без соударений расстояние  $x$ , равна

$$F(x) = \frac{N(x)}{N_0} = e^{-\sigma n x},$$

а вероятность того, что длина свободного пробега заключена в интервале  $(x, x + dx)$ , равна

$$\begin{aligned} P(\lambda \in (x, x + dx)) &= F(x) - F(x + dx) = -F'(x)dx = \\ &= \sigma n e^{-\sigma n x} dx = \rho(x) dx. \end{aligned}$$

Функцию  $\rho(x) = \sigma n e^{-\sigma n x}$  называют плотностью распределения вероятности. В рассматриваемом случае получилось так называемое показательное распределение.

Зная плотность  $\rho(x)$ , можно найти среднее значение длины свободного пробега:

$$\lambda = \int_0^{\infty} x \rho(x) dx = \int_0^{\infty} x \sigma n e^{-\sigma n x} dx = \frac{1}{n\sigma}. \quad (5)$$

---

<sup>2</sup> В рассуждениях, приведших к формулам (1) и (2), под частицами, выбывшими из пучка, соответственно следует понимать частицы, испытывавшие упругое, неупругое или любое взаимодействие.

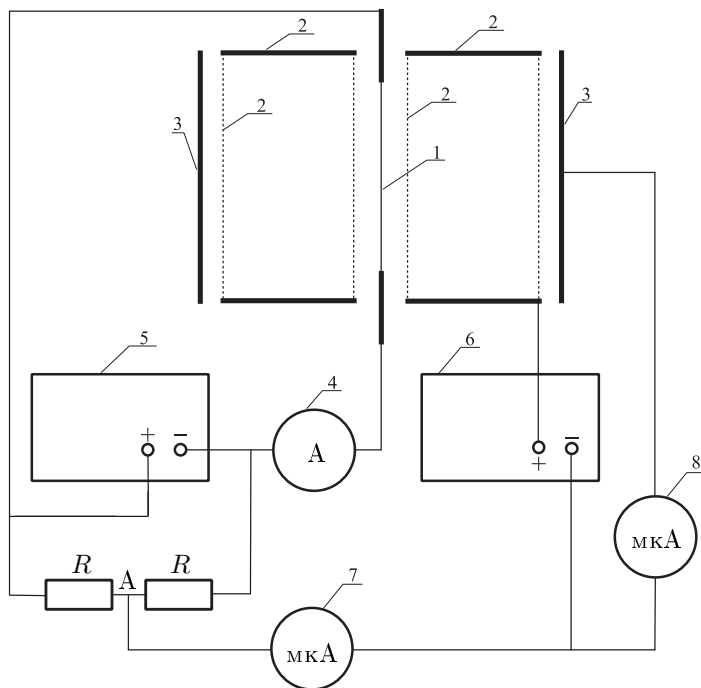


Рис. 3. Схема устройства измерительного прибора:

- 1) катод,
- 2) анод,
- 3) коллектор,
- 4) амперметр,
- 5,6) источники питания,
- 7,8) микроамперметры

Как и величина поперечного сечения, длина свободного пробега зависит от рода и энергии сталкивающихся частиц и от специфики рассматриваемого процесса.

**Методика измерений.** Принципиальная схема экспериментальной установки для определения сечения взаимодействия электронов с молекулами остаточного газа (атомами ртути) показана на рисунке 3. Сам экспериментальный прибор состоит из катода 1, анода 2 и коллектора 3, расположенных аксиально симметрично в цилиндрическом откачанном (до  $10^{-6}$  торр) сосуде, в котором находится жидкая ртуть ( $\sim 0,5 \text{ см}^3$ ). Прибор помещается в термостат и заливается трансформатор-



торным маслом. Давление насыщенного пара ртути определяется температурой масла.

Электроны, ускорившись в промежутке между катодом и внутренней сеткой анода, летят в полости анода в сторону его внешней сетки, не меняя своей энергии. В пространстве «внешняя сетка анода — коллектор» электроны замедляются и могут достичь коллектора при равенстве его потенциала потенциалу катода.

При упругом взаимодействии электрона с молекулой остаточного газа (атомом ртути) его траектория резко меняется, увеличивается возможный путь электрона в анодном пространстве, а значит, и вероятность ещё раз столкнуться с молекулой (рис. 4).

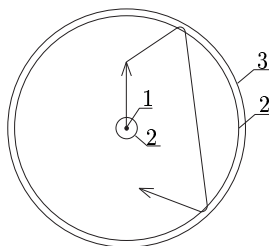


Рис. 4. Траектории электронов в измерительном приборе:

- 1) катод
- 2) анод
- 3) коллектор

Каждое взаимодействие может быть как упругим, так и неупругим. Чем больше число возможных взаимодействий, тем больше вероятность того, что электрон не сможет дойти до коллектора. Ясно, что при неупругом столкновении электрон сразу выбывает из электронного потока, который доходит до коллектора. Таким образом, убыль тока коллектора означает появление упругих и неупругих столкновений в анодном пространстве.

Из сказанного становится понятным способ проведения измерений с целью получения численного значения полного сечения столкновения электронов с молекулами остаточного газа (атомами ртути). В эксперименте снимается зависимость коллекторного тока  $I_k$  от температуры  $T$  термостата. Из формулы (2) следует:

$$\sigma = \frac{1}{nL} \ln \frac{N_0}{N_k} = \frac{kT}{LP} \ln \frac{N_0}{N_k} = \frac{kT}{LP} \ln \frac{i_0}{i_k}, \quad (6)$$

где  $i_0$  — ток, эмитируемый катодом,  $i_k$  — ток коллектора,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура паров ртути,  $P = nkT$  — давление паров ртути.

Полученная формула была бы точной, если бы в отсутствие атомов ртути весь испускаемый катодом ток достигал коллектора. На самом деле этого не происходит, так как заметная часть электронов попадает на анод. Пусть доля электронов, достигающих коллектора при отсутствии атомов ртути, равна  $\varkappa$ . С учётом сказанного формула (6) может быть записана в виде

$$\sigma = \frac{kT}{LP} \ln \varkappa \frac{i_0}{i_k}, \quad (7)$$

откуда

$$P = \frac{kT}{L\sigma} \ln \varkappa + \frac{kT}{L\sigma} \ln \frac{i_0}{i_k}. \quad (8)$$

Зависимость давления  $P$  от  $\ln \frac{i_0}{i_k}$  должна, таким образом, иметь прямолинейный характер. Наклон прямой позволяет определить сечение процесса  $\sigma = \sigma_{tot}$ . Первый член в формуле (8) учитывает поглощение электронов в отсутствие газа. Этот член смещает прямую, не меняя её наклона.

Поперечные сечения принято измерять в см<sup>2</sup>. Поэтому при построении графика по формуле (4) удобно пользоваться физической системой единиц. Силы тока  $i_0$  и  $i_k$  при этом можно измерять в любой системе, поскольку в формулу входит только их отношение. Давление в вакуумных приборах обычно измеряется в торрах (миллиметрах ртутного столба). В связи с этим полезно напомнить, что 1 торр = 133 Па.

**Оценка численного значения  $L$ .** Электрон, испущенный катодом, движется по радиусу прибора с энергией  $W = mv^2/2$ , где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость, определяемая соотношением  $mv^2/2 = eU$ , где  $e$  — заряд электрона,  $U$  — потенциал анода относительно катода, если поверхности катода и анода эквипотенциальны. Из соображений простоты конструкции и долговечности работы катод изготовлен в виде прямонакальной вольфрамовой проволоки. Вольфрам химически и физически устойчив к парам ртути как при комнатной температуре, так и при температуре эмиссии электронов. Это обеспечивает долговечность работы прибора.

Электрическая схема соединений (рис. 3) выполнена так, что потенциал анода (как и потенциал коллектора) отсчитывается от средней точки катода. Поэтому в пространстве дрейфа (т. е. в пространстве между сетчатыми анодами) энергия электронов находится в пределах  $e \cdot (U \pm V/2)$ , где  $V$  — разность потенциалов между концами эмитирующего участка катода.

Обратимся к рисунку 5. Электрон, находящийся в пространстве дрейфа и соударившийся с атомом в точке С, изменит направление своего движения и полетит, скажем, в точку D.

Если его энергия  $W = m(v \cos \alpha)^2/2$  окажется большей или равной разности потенциалов между анодом и коллектором, т. е.  $eU$ , он достигнет

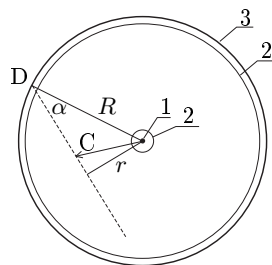


Рис. 5. Схема для расчёта энергии и импульса электронов в пространстве между электродами

поверхности коллектора, и потому факт такого взаимодействия электрона с атомом зарегистрирован прибором не будет.

Максимальная энергия, которую может иметь электрон, очевидно, равна  $e(U+V/2)$ . Условие его регистрации (т. е. он не достиг коллектора) имеет вид

$$\frac{m(v \sin \alpha)^2}{2} > \frac{eV}{2}. \quad (9)$$

При  $eV/2 \geq m(v \sin \alpha)^2/2$  электроны с максимальной энергией достигают поверхности коллектора и потому не несут с собой информацию о факте соударения с атомом.

Через точки D и C проведём пунктирную прямую, из точки 1 (катод) опустим перпендикуляр на эту прямую. Длину его обозначим буквой  $r$ . Точку D и катод соединим прямой. Длина такой прямой есть радиус коллектора  $R$ . Из полученного треугольника следует, что  $R \sin \alpha = r$ , а нормальная и тангенциальная составляющие скорости электрона, испытавшего соударение в точке C, записываются в виде  $v \cos \alpha$  и  $v \sin \alpha$  соответственно. Подставив значение  $\sin \alpha = r/R$  в формулу (9), получим

$$\frac{mv^2}{2} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 > \frac{eV}{2}. \quad (10)$$

Но так как

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = e(U + V/2), \quad (11)$$

то

$$r = R \sqrt{\frac{V}{2U + V}}. \quad (12)$$

Это значит, что прибор будет регистрировать все соударения только в том случае, если они произошли на расстояниях от катода больших, чем  $r$ . Отсюда следует, что в качестве численного значения  $L$  необходимо взять величину

$$L = R - r = R \left[ 1 - \sqrt{\frac{V}{2U + V}} \right]. \quad (13)$$

Для нашей установки ( $R = 2$  см,  $U = 5$  В,  $V = 2$  В) получаем  $L \approx 1,2$  см.

**Экспериментальная установка.** Схема экспериментальной установки (сечение прибора по диаметру) изображена на рисунке 3. По оси прибора расположен проволочный вольфрамовый катод 1, накаливаемый электрическим током. Анод 2 имеет форму двух электрически соединённых друг с другом сетчатых коаксиальных цилиндров, с торцов

закрытых крышками. Коллектор 3 имеет цилиндрическую форму и изготовлен из металлической фольги. Катод, анод и коллектор заключены в стеклянный сосуд (баллон). В сосуд наливают  $0,5 \text{ см}^3$  жидкой ртути, его вакуумируют и запаивают.

Все напряжения в приборе отсчитываются от потенциала середины катода. Этот потенциал с помощью делителя  $R - R$  воспроизводится в точке А. Катод накаливается током, идущим от источника 5 и регистрируемым прибором 4. Источник 6 служит для создания анодного напряжения. Через микроамперметр 7 он присоединен одним концом к точке А, а другим — к аноду. Коллектор присоединен к точке А через микроамперметр 8, регистрирующий коллекторный ток.

Как уже ясно из изложенного выше, полное сечение взаимодействия электронов с атомами паров ртути, заполняющих баллон, определяется по зависимости коллекторного тока от давления паров. В нашем приборе эта зависимость хорошо регистрируется при давлениях, лежащих в пределах от  $10^{-3}$  до  $10^{-2}$  торр, что соответствует изменению температуры в термостате от 20 до  $50^\circ\text{C}$ .

Ток накала устанавливается такой величины, чтобы микроамперметр 8 показывал  $\sim 1 \text{ мкА}$  (на диапазоне  $1 \text{ мкА}$ ). Напряжение источника 6, регистрируемое вольтметром 9, (на аноде) равно 5 В. В дальнейшем при проведении эксперимента величины напряжения анода и тока накала значительно менять не рекомендуется с целью сохранения конфигурации электрического поля в приборе и, следовательно, величины коэффициента  $\kappa$ , входящего в формулу (7).

Для изменения температуры прибор помещён в термостат, заполненный маслом. Масло необходимо для устранения утечек между электрическими выводами.

В термостате имеется электрический нагреватель для нагрева рабочей жидкости и змеевик для охлаждения этой жидкости посредством пропускания через него водопроводной воды. На пульте управления термостата имеется общий выключатель ползункового типа и тумблер для включения и выключения системы перемешивания рабочей жидкости в термостате. Температура рабочей жидкости фиксируется с помощью термометра с ценой деления  $1^\circ\text{C}$ . Значение температуры, при достижении которой отключается нагреватель, устанавливается с помощью ртутного контактного термометра с ценой деления  $2^\circ\text{C}$ . Требуемое значение температуры устанавливается вращением магнитной головки, одетой на контактный термометр.

## ЗАДАНИЕ

Включите схему измерений, установите рабочие значения токов  $i_0$ ,  $i_k$  и, не меняя температуру измерительного прибора (термостат и его

смеситель включены, нагреватель выключен), дайте прогреться схеме в течение 20–30 минут. В силу разных причин, происходящих как внутри прибора, так и в схеме внешних соединений, величина тока  $i_0$  не остаётся постоянной, а происходит её медленное изменение. При этом может меняться и отношение  $i_0/i_k$ . Поэтому сразу же после включения схемы, пока происходит её прогрев при комнатной температуре, проведите вспомогательные измерения, т. е. снимите ряд (10–15) значений  $i_0$  и  $i_k$  (в интервале времени 20–30 мин) и постройте зависимость  $\ln(i_0/i_k) = f(i_0)$ . Определите величину отклонений  $\ln(i_0/i_k)$  от своего среднего значения. Эту величину можно использовать для оценки приборной ошибки.

По окончании прогрева приступите к основным измерениям. Если при проведении основных измерений диапазон изменения  $i_0$  оказался меньше диапазона, зафиксированного при вспомогательных измерениях, то в качестве приборной ошибки следует брать не максимальное отклонение  $\ln(i_0/i_k)$ , полученное при вспомогательных измерениях, а только величину, соответствующую диапазону изменения  $i_0$  при основных измерениях. Эту величину ошибки и следует откладывать на точках графика  $\ln(i_0/i_k) = f(i_0)$ .

Снимите зависимость токов анода ( $i_0$ ) и коллектора ( $i_k$ ) от температуры  $T$  рабочей жидкости термостата в пределах от 20 до 50 °С через каждые 5 °С как при повышении температуры, так и при её понижении. В течение всех измерений необходимо перемешивать рабочую жидкость, а также поддерживать катод в рабочем состоянии, т. е. не выключать его нагрев в процессе повышения или понижения температуры термостата (пары ртути практически не взаимодействуют с вольфрамом).

Используя таблицу,

Т °С	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Р, 10 <sup>-3</sup> торр	1,3	1,8	2,78	4,1	6,1	8,8	13,4	18,9	26,5

переведите температуру в давление насыщенного пара ртути и обработайте полученные результаты по формуле (8).

Проведите в пределах ошибки измерений наилучшую прямую. По формуле

$$\sigma = \frac{kT}{L} \cdot \frac{d \ln(i_0/i_k)}{dP}$$

определите сечение взаимодействия  $\sigma$ . (Входящую в формулу (8) величину  $L$  считайте равной 1 см). Используя это значение  $\sigma$ , по формуле  $\lambda = 1/(n\sigma)$ , где  $n = P/(kT)$ , справедливой для однократного столкновения электронов с атомами, оцените температуру  $T_x$ , при которой  $\lambda = L$ , т. е. длина свободного пробега электронов, становится равной параметру прибора  $L$ . При температуре  $T > T_x$  электроны испытывают

большее число столкновений, чем однократное. Прибор и теория, приведённая в описании, рассчитаны на случай, когда длина свободного пробега  $\lambda \geq L$ , т. е. для однократных столкновений. По этой причине результаты измерений, выполненные при температуре  $T > T_x$ , из дальнейшей обработки должны быть исключены. Ограничившись участком графика для  $T < T_x$ , проведите на этом участке наилучшую прямую и по её наклону получите искомое, окончательное значение  $\sigma$ . По найденному значению  $\sigma$  найдите  $\lambda$  и оцените диаметр атомов ртути. Сравните полученный результат с оценкой, которую можно получить из плотности жидкой ртути ( $13,6 \text{ г/см}^3$ ).

**Замечание.** Правильнее строить график не функции  $f(P)$ , а функции  $f(P/T)$ . Но так как  $\Delta T \ll T_0$  ( $T_0$  — исходная, комнатная температура по шкале Кельвина), то достаточно взять  $T = T_0 + (\Delta T/2)$ , и тогда все сводится к формуле, приведённой в описании, т. е.  $f(P)$ .

### Контрольные вопросы

1. Что называется поперечным сечением взаимодействия? Какое поперечное сечение называется упругим, а какое неупругим?
2. Как связаны между собой поперечное сечение и длина свободного пробега? Получите формулу (5).
3. Каким законом определяется зависимость упругости насыщенного пара жидкости от температуры?
4. Почему погружать прибор в жидкость надо полностью, т. е. со всеми его выступающими элементами?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. — М.: Наука, 1975. §§ 86, 87, 88, 114.
2. *Белонучкин В.Е., Заикин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Т. 2. Квантовая и статистическая физика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 5. Гл. 1, § 1.3.
3. *Астахов А.В.* Курс физики. I. — М.: Наука, 1977. §§ 5.2, 9.1.
4. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78.
5. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 226–227.

### Работа 2.3.5

## Определение давления насыщенного пара тугоплавких металлов

**Цель работы:** 1) измерение массы испарившегося металла; 2) расчёт температуры испарения по балансу излучения тепла и подведённой мощности; 3) вычисление давления насыщенного пара по температуре и времени испарения измеренной массы.

**В работе используются:** вакуумная установка; секундомер; танталовая проволока диаметром 0,1 мм.

Прямой метод измерения давления насыщенного пара заключается в следующем. Исследуемую жидкость или твёрдое вещество помещают в замкнутый сосуд, из которого откачан воздух. Давление, которое при этом устанавливается в сосуде, по определению равно давлению насыщенного пара (при данной температуре).

Применение этого метода нередко вызывает значительные трудности, которые особенно возрастают, когда речь идёт о тугоплавких металлах. Дело в том, что при измерении давления насыщенного пара правильные величины получаются лишь в том случае, если при температуре опыта поддерживается не только само исследуемое вещество, но и стенки сосуда, в который заключено как вещество, так и его пар. Чтобы это можно было сделать, материал сосуда должен обладать гораздо меньшим давлением насыщенного пара, чем исследуемое вещество; если речь идёт о тугоплавких материалах, то выполнять это условие бывает трудно или даже невозможно. К тому же оказывается непросто найти способ измерять давление при температуре в несколько тысяч градусов.

Давление паров металлов определяют методом, основанным на следующих соображениях. Возьмём вещество, находящееся в термодинамическом равновесии со своим паром. Число частиц, ежесекундно отлетающих от поверхности, равно числу частиц, падающих на эту поверхность из паровой фазы. Из газокINETической теории следует, что число частиц, падающих в единицу времени на единицу плоской поверхности, равно

$$N = \frac{1}{4}nv, \quad (1)$$

где  $n$  — концентрация частиц пара, а  $v$  — средняя скорость этих частиц. Формула (1) позволяет найти  $n$ , а значит, и плотность пара, если известны  $N$  и  $V$ . Скорость  $v$  нетрудно рассчитать по температуре. Задача сводится, таким образом, к измерению  $N$ , что, однако, тоже не просто.

Судьба частиц, падающих из пара на поверхность твёрдого вещества, различна. Часть этих частиц (обозначим их число через  $N_1$ ) ударяется о поверхность и отражается от неё (без обмена теплотой испарения), другая часть  $N_2$ , ударившись о поверхность, остаётся на ней. В формулу (1) входит полное число частиц:

$$N = N_1 + N_2. \quad (2)$$

Число частиц, испаряющихся с поверхности, в стационарных условиях, естественно, равно  $N_2$ .

Откачаем образующийся пар при помощи вакуумного насоса. Поток частиц, падающих на поверхность вещества, при этом прекратится. Исчезнет и поток  $N_1$ . С поверхности в газовую фазу будет переходить  $N_2$  частиц. Поток  $N_2$  может быть измерен по уменьшению количества вещества в твёрдой фазе. Полученное значение можно использовать для расчёта плотности насыщенного пара в тех случаях, когда известно соотношение между  $N$  и  $N_2$ , а если соотношение неизвестно — с той точностью, с которой их можно приравнять друг другу. Величина  $N_2/N$  называется коэффициентом испарения. Этот коэффициент для различных материалов лежит в пределах от 0,04 (вода) до 1 (четырёххлористый углерод, многие металлы). Для тугоплавких металлов, в частности для тантала, он близок к единице.

Не делая различия между  $N_2$  и  $N$ , выразим убыль испаряющего вещества через давление его насыщенного пара. Вводя обозначения:  $\Delta M$  — убыль вещества,  $m$  — масса атомов,  $t$  — время,  $S$  — поверхность образца и  $P$  — давление пара, найдём

$$\Delta M = NmtS = \frac{t}{4}nvmS = \frac{t}{4}\frac{P}{kT}vmS = PtS\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}. \quad (3)$$

В предлагаемой работе определяется плотность насыщенного пара тантала при температуре несколько тысяч градусов. При этом 5–10% вещества испаряется примерно за полчаса. Для опытов используется тонкая танталовая проволока, нагреваемая электрическим током. Температуру нити можно определить, приравнявая мощность тока тепловым потерям (на лучеиспускание) по формуле

$$W = UI = C_1\sigma T^4 S, \quad (4)$$

где  $U$  — падение напряжения на проволоке,  $I$  — сила тока,  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Дж/м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>),  $T$  — абсолютная температура проволоки,  $C_1$  — излучательная способность ( $C_1$  равно единице для абсолютно чёрного тела и меньше единицы для всех остальных



тел; как мы увидим ниже, в окончательную формулу входит  $\sqrt[8]{C_1}$ , так что значение этого коэффициента не оказывает существенного влияния на результат; для тантала  $C_1 = 0,55$ ). Потерями на теплоотвод через концы, а также тепловым потоком, уносимым испаряющимися атомами, при столь высоких температурах можно пренебречь (студентам рекомендуется самостоятельно сделать необходимые оценки). Исключая температуру из формул (3) и (4), найдём окончательно

$$P = \frac{\Delta M}{tS} \sqrt{\frac{2\pi k}{m}} \sqrt[8]{\frac{UI}{0,55\sigma S}}. \quad (5)$$

Эта формула является расчётной.

Исследуем теперь, как влияет на результат испарение проволоки во время опыта. При испарении поверхность проволоки  $S$  уменьшается, а её сопротивление  $R = \rho l/S_1$  увеличивается ( $\rho$  — удельное сопротивление,  $S_1$  — поперечное сечение проволоки,  $l$  — её длина). Обе эти причины приводят к изменению температуры нити. Покажем, что результат опыта меньше зависит от убыли вещества, если в процессе испарения поддерживать постоянным напряжение на проволоке, чем если поддерживать величину тока, проходящего через нить. Анализируя (4), заметим, что при постоянном  $U$

$$T \sim \left(\frac{UI}{S}\right)^{1/4} \sim \left(\frac{U^2}{RS}\right)^{1/4} \sim \left(\frac{U^2 S_1}{S}\right)^{1/4} \sim r^{1/4} \sim M^{1/8},$$

в то время как при постоянном  $I$

$$T \sim \left(\frac{UI}{S}\right)^{1/4} \sim \left(\frac{I^2 R}{S}\right)^{1/4} \sim \left(\frac{1}{SS_1}\right)^{1/4} \sim r^{-3/4} \sim M^{-3/8}.$$

Здесь  $r$  — радиус проволоки.

Поэтому при проведении опыта следует поддерживать на проволоке постоянное напряжение.

**Экспериментальная установка.** Эксперимент выполняется на высоковакуумной установке, схематично изображённой на рис. 1. Установка состоит из высоковакуумной камеры ВК и служащих для её откачки насосов: форвакуумного механического насоса ФН и металлического диффузионного насоса ДН. Форвакуумный насос, приводимый во вращение электродвигателем, позволяет создавать разрежение  $10^{-2}$ – $10^{-3}$  торр.

Для получения высокого вакуума служит диффузионный насос ДН. В качестве рабочего вещества в этом насосе используется диффузионное

масло, давление паров которого при комнатной температуре порядка  $10^{-9}$  торр. Масло подогревается электропечью ЭП и интенсивно испаряется. Пар поднимается вверх по трубке, проходящей по оси насоса, и истекает через сопла, направляющие струю пара вниз вдоль его стенок. Струя увлекает молекулы газа, находящегося в верхней половине диффузионного насоса, и выбрасывает их в нижнюю половину насоса, откуда они откачиваются форвакуумным насосом. Стенки ДН охлаждаются водой. Пары масла, достигая стенки, конденсируются на ней. Стекающее масло возвращается в испарительную камеру. Упругость паровой струи составляет несколько десятых долей торр. Поэтому насос может работать только в том случае, если в установке уже существует разрежение, не превышавшее десятой доли торра. Это предварительное разрежение и создаётся форвакуумным насосом. При хорошей герметизации диффузионный насос позволяет получать вакуум  $10^{-6}$  торр. *Форвакуумный насос должен работать в течение всего времени, пока включён диффузионный насос.*

Полости насосов соединяются между собой трубкой с краном  $K_1$ . Кран  $K_2$  служит для черновой откачки ВК (минуя диффузионный насос), а кран  $K_3$  служит для соединения ВК и ФН с атмосферой. Краны  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  закрываются при вращении их рукояток вправо (до отказа) и открываются при вращении влево (против часовой стрелки).

Между высоковакуумной камерой ВК и диффузионным насосом расположен шибер, управляемый штурвалом Ш. Шибера называется кран с большим проходным сечением (в нашем случае его диаметр 10 см). Такое широкое отверстие необходимо, чтобы обеспечить высокую скорость откачки ВК. Предельное давление, до которого может быть откачана вакуумная камера, — при отсутствии неплотностей и источников газовыделения в камере — определяется упругостью насыщенного пара диффузионного масла. Это давление зависит от температуры масляного пара. Для её уменьшения между диффузионным насосом и шиберам установлена ловушка — снабженный прорезями металлический диск, охлаждаемый водопроводной водой.

Доступ в высоковакуумную камеру ВК возможен через съёмный фланец СФ. Перед вскрытием ВК в ней должно быть создано атмосферное давление, что достигается с помощью крана  $K_3$ . Высоковакуумную камеру можно вскрывать и при работающем диффузионном насосе, если плотно закрыты шибер и кран  $K_2$ . После такого вскрытия откачка ВК производится в два этапа. Сначала — при закрытом шибере и закрытых кранах  $K_1$  и  $K_3$  — камера через кран  $K_2$  откачивается до форвакуумного давления (черновая откачка). Во время черновой откачки диффузионный насос работает без форвакуумного. Такой способ работы допустим

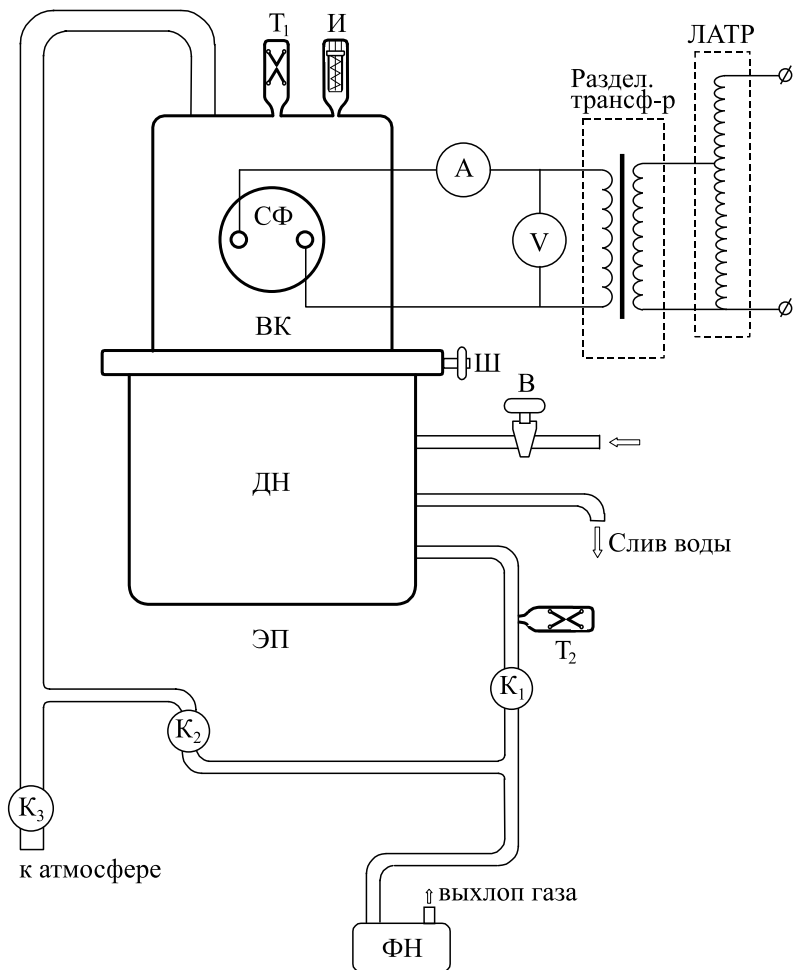


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

лишь в течение кратких промежутков времени ( $\sim 10$  минут).

После того, как черновая откачка закончена, вакуумная камера отключается от ФН (кран  $K_2$  закрывают), а форвакуумный насос вновь присоединяют к диффузионному (при помощи крана  $K_1$ ). Затем открывается шибер, соединяющий ВК с диффузионным насосом.

Для измерения давления служат датчики давления — термпарные манометры  $T_1$  и  $T_2$  и ионизационный манометр И. Термпарная лампа

(манометр) представляет собой баллон с нагреваемой никелевой нитью. Нить нагревают током фиксированной величины. Температура нити измеряется термопарой, прикреплённой к средней точке нити. При постоянном токе нагрева нити её температура определяется теплоотводящими свойствами среды. Скорость отвода тепла в лампе от нити через газ зависит от давления в диапазоне от единиц торр до  $10^{-3}$  торр. В этом диапазоне и работает термопарный вакуумметр. Измерение давления производится с помощью приборов, подсоединяемых к лампе Т<sub>1</sub>. В нашем случае используются приборы ВТ-2 и ВИТ-2.

Ионизационный манометр представляет собой трехэлектродную лампу. Электроны испускаются накалившимся катодом и увлекаются электрическим полем к аноду, имеющему вид редкой спирали. Проскакивая за её витки, электроны замедляются полем коллектора и возвращаются к катоду, а от него вновь увлекаются к аноду. Прежде чем осесть на аноде, они успевают много раз пересечь пространство между катодом и коллектором. На своём пути электроны ионизируют молекулы газа. Ионы, образовавшиеся между анодом и коллектором, притягиваются полем коллектора и определяют его ток.

Ионный ток в цепи коллектора пропорционален плотности газа и поэтому может служить мерой давления. Вероятность ионизации зависит от рода газа, заполняющего лампу (а значит, и откачиваемый объём). Калибровка манометра верна, если остаточным газом является воздух.

Накалившийся катод ионизационного манометра перегорает, если давление в системе превышает  $1 \cdot 10^{-3}$  торр. Поэтому включать ионизационный манометр можно только убедившись по термопарному манометру, что давление в системе не превышает  $10^{-3}$  торр.

При измерении нить ионизационного манометра сильно греется. При этом она сама, окружающие её электроды и стенки стеклянного баллона могут десорбировать ранее поглощённые ею газы. Выделяющиеся газы изменяют давление в лампе и приводят к неверным показаниям. Поэтому перед измерениями ионизационный манометр прогревается (обезгаживается) в течение 10–15 минут.

Съёмный фланец СФ крепится к ВК с помощью болтов. Для герметичности между фланцем и камерой прокладывается кольцо из вакуумной резины. На фланце герметично укреплены электроды, электрически от него изолированные. На торцах электродов как с наружной, так и с внутренней (внутри камеры) стороны имеются винты, служащие для закрепления проводов.

Внешняя электрическая цепь состоит из амперметра, вольтметра, разделительного трансформатора и автотрансформатора (РНШ).

Вода к диффузионному насосу подаётся с помощью вентиля В. Для

визуального контроля расхода воды в сливную цепь вставлен расходомер.

## ЗАДАНИЕ

1. Убедитесь в том, что диффузионный насос остужен. Напустите воздух в вакуумную камеру, соединив её с атмосферой при помощи крана  $K_3$ .
2. Снимите фланец СФ, отвернув его болты. При отворачивании болтов следите за тем, чтобы не возникало перекосов. Для этого отворачивайте болты постепенно в несколько кругов. Ослабив какой-нибудь болт, старайтесь переходить не к рядом стоящему, а к противоположному — перекосы при этом будут меньше. Через открывшееся отверстие посмотрите, как работает шибер, открывая и закрывая его штурвалом Ш. Плотно закройте шибер. При каком положении штурвала шибер открыт, а при каком закрыт? Проверьте, соответствует ли ваш результат надписи на штурвале.
3. Отсоедините форвакуумный насос от атмосферы, перекрыв краны  $K_3$  и  $K_2$ . Присоедините форвакуумный насос к диффузионному краном  $K_1$ . Включите ФН, наблюдая за манометром  $T_2$ . Дождитесь, пока давление упадёт ниже 0,1 торр. После этого включите диффузионный насос. Для этого пустите воду, охлаждающую диффузионный насос, и включите его печь (при отсутствии протока воды через рубашку диффузионного насоса подогрев насоса включать нельзя, а если подача воды прекратилась в процессе работы насоса, то его подогрев надо немедленно выключить). На разогрев печи требуется время. Пока греется масло в насосе, у вас будет достаточно времени для изготовления нити.
4. Отрежьте кусок танталовой нити диаметром  $d = 0,1$  мм, длиной 15–20 см. Сверните нить спиралью, навив её на стержень диаметром 1–5 мм.
5. Прикрепите спираль к электродам (с внутренней стороны). Чтобы спираль не слишком сильно провисала во время нагрева, среднюю часть спирали навесьте на вольфрамовую стойку, укреплённую между электродами на фланце специально для этой цели.
6. Поставьте фланец на место и прижмите его болтами, стараясь избежать перекосов. Гайки («барашки») наворачивайте на болты вручную, без применения гаечных ключей или пассатижей. Закройте кран  $K_1$  и, открыв кран  $K_2$ , откачайте высоковакуумную камеру до сотых долей торр, наблюдая за вакуумом по манометру  $T_1$  (помните, что отключённый от ФН диффузионный насос может работать не более 10 мин). При этом надо следить также за показаниями манометра  $T_2$ . Может оказаться, что вакуум в ВК, контролируемый по  $T_1$ , улучшается очень медленно или вообще не улучшается (неправильно поставлен СФ, недостаточно

плотно закрыт кран  $K_3$ ). С течением времени вакуум в ДН, контролируемый по  $T_2$ , может значительно ухудшиться. Если показания  $T_2$  уменьшатся до 0,1 торр, то необходимо закрыть  $K_2$  и, открыв  $K_1$ , откачать полость диффузионного насоса до  $\sim 10^{-2}$  торр. Только после этого можно вновь перейти к откачиванию ВК (закрыв  $K_1$  и открыв  $K_2$ ). Если вакуум в ВК не удастся довести до нескольких единиц на  $10^{-2}$  торр, то нужно позвать преподавателя и с его помощью устранить течь.

7. Приступите к высоковакуумной откачке. Для этого закройте  $K_2$ , откройте  $K_1$  и затем откройте шибер. Следите за вакуумом по манометру  $T_1$ . Стрелка прибора должна быстро дойти до конца шкалы.
8. Подсоедините источник электропитания съёмного фланца. Исходя из геометрических размеров нити, вычислите ее поверхность излучения и по формуле  $W = 0,55 \sigma ST^4$  определите мощность, которую нужно подвести к нити, чтобы нагреть её до  $T = 2600$  К.
9. После того, как давление в ВК упадёт до  $\sim 10^{-4}$  торр (по лампе  $T_1$ ), включите автотрансформатор РНШ в сеть 220 В. Поднимайте ток через нить ( $\sim 1,6$  А), пока в ней не станет выделяться рассчитанная вами мощность. Запишите полученные значения напряжения и тока. Прогрейте нить в течение нескольких секунд. Этот прогрев нужен для очистки поверхности нити от акводага, жиров и т. п.
10. Плотно закройте шибер. Соедините ВК с атмосферой (краном  $K_3$ ). Снимите фланец СФ, осторожно отсоедините спираль и взвесьте её. Используя массу  $M$ , длину нити  $l$  и её плотность (для тантала плотность  $D = 16,6$  г/см<sup>3</sup>), вычислите радиус нити и поверхность испарения  $S$ ,  $S = 2\sqrt{\pi M l / D}$ .
11. Вновь укрепите спираль на фланце, поставьте фланец на место, плотно зажмите его болты.
12. Отсоедините ВК от атмосферы и откачайте её форвакуумным насосом (через кран  $K_2$ ) до сотых долей торр (20–25 делений по шкале прибора лампы ПМТ-2), после чего снова подсоедините форвакуумный насос к диффузионному насосу.
13. Начните откачку диффузионным насосом, для чего откройте шибер. По достижении вакуума  $\sim 10^{-4}$  торр включите лампу ПМИ-2 и измерьте давление в камере. После того, как будет достигнут вакуум  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  торр, можно приступать к измерениям.
14. Вновь подсоедините нить к электрической цепи и, используя полученные вами данные, установите ток и напряжение, соответствующие температуре нити 2500–2600 °С. Включите секундомер. В течение всего опыта поддерживайте постоянное напряжение на нити. О скорости ис-

парения можно судить по изменению тока во времени. Так как

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{\rho l} S, \quad M = DLS_1, \quad \text{то} \quad \frac{dM}{M} = \frac{dI}{I}.$$

Уменьшение тока на 5% достаточно для определения давления насыщенного пара.

15. По изменению тока можно только качественно следить за испарением проволоки. Дело в том, что удельное сопротивление проволоки  $\rho$  зависит от структуры проволоки. В процессе нагревания нити происходит её рекристаллизация, удельное сопротивление нити изменяется, а вместе с ним меняется и ток, проходящий через проволоку. Поэтому по окончании цикла испарения необходимо взвесить оставшуюся проволоку. Для этого выключите ионизационный манометр, закройте шибер, впустите в камеру воздух (диффузионный насос при этом остаётся под вакуумом), снимите фланец со спиралью, отсоедините спираль и взвесьте её. В дальнейших экспериментах лампу ПМИ-2 в целях защиты от перегорания её нити накала включать не следует. Предельный вакуум, достигаемый в этой установке, вам уже известен из только что проделанных измерений, и потому дополнительные включения лампы новой информации не дают. Вполне достаточно пользоваться лампами  $T_1$  и  $T_2$ .
16. Вновь укрепите спираль на фланце, поставьте его на место и повторите измерения пп. 12–15 (кроме включения лампы ПМИ-2) при напряжении, поднятом на 5–10% (т. е. при более высокой температуре нити). Такие измерения (всякий раз увеличивая напряжение на 5–10%) продельвайте до тех пор, пока нить не будет разрушена или не перегорит.
17. После окончания опыта выключите манометр  $T_1$  (ВИТ-1), закройте шибер и выключите подогрев диффузионного насоса. Напустив в ВК атмосферу, последний раз извлеките спираль и взвесьте её. Манометр  $T_2$  (вакуумметр ВТ-2) остаётся включённым для контроля вакуума в полости остывающего диффузионного насоса. Отключить  $T_2$  следует только после отключения воды от диффузионного насоса.
18. Через 30–40 минут после отключения диффузионного насоса закройте воду и выключите форвакуумный насос (если не хватит времени, то эту операцию можно попросить выполнить лаборанта). Соедините с атмосферой полость форвакуумного насоса. Диффузионный насос оставьте под вакуумом. Отключите манометр  $T_2$ .
19. Рассчитайте давление насыщенного пара и температуру нити при выбранных вами значениях напряжения. Постройте график зависимости упругости пара от температуры. Выразите давление в торрах (мм рт. ст.). Для этого предварительно выведите пересчётную формулу.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин. Д.В.* Общий курс физики. Ч. II. — М.: 1975. §§ 73, 75, 114.
2. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. 4, § 7.
3. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 78–80.
4. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 226–227.

## Работа 2.3.6

## Тепловая эффузия

**Цель работы:** 1) измерение давлений в двух сосудах с разными температурами, сообщающимися через очень малое отверстие; 2) определение отношения давлений в этих сосудах в зависимости от отношения температур.

**В работе используются:** стеклянный баллон; два термопарных вакуумметра с манометрическими лампами и измерительными приборами; термopара с цифровым вольтметром В7-38; амперметр; секундомер.

Перетекание газа через очень малое отверстие называется эффузией. Рассмотрим два сосуда, соединённые тонкой трубкой. Если длина свободного пробега  $\lambda$  очень мала по сравнению с диаметром отверстия  $d$  (число Кнудсена  $\text{Kn} = \lambda/d \ll 1$ ), то газ можно рассматривать как сплошную среду и использовать гидродинамические законы, например, уравнение Бернулли. Очевидно, что в этом случае течение направлено от сосуда с высоким давлением к сосуду с меньшим давлением.

В другом случае, когда длина свободного пробега больше по сравнению с диаметром отверстия

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{d} > 1, \quad (1)$$

гидродинамический подход неприменим. В этом случае молекулы не сталкиваются между собой. Также можно пренебречь и столкновениями встречных молекул. Для определения условия равновесия, а также направления перемещения массы газа нужно перейти к рассмотрению процессов на молекулярном уровне.

Как известно, число молекул, падающих в единицу времени на единичную площадку, равно  $n\bar{v}/4$ . В соответствии с уравнением состояния



идеального газа число частиц в единице объёма  $n = P/kT$ , а средняя скорость по распределению Максвелла  $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $m$  — масса молекулы). Условие равновесия состоит в том, чтобы в прямом и в противоположном направлении по трубке проходило одинаковое число молекул:

$$\frac{1}{4}n_1\bar{v}_1 = \frac{1}{4}n_2\bar{v}_2. \quad (2)$$

Следовательно, при равновесии

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}. \quad (3)$$

При разной температуре в сообщающихся через малое отверстие сосудах устанавливается разное давление, причём больше там, где больше температура. Если в начальном состоянии давления газов в сосудах были одинаковые, то газ начнёт перетекать в сторону более высокой температуры, давление там будет увеличиваться до достижения равновесия. Это явление называется тепловой эффузией.

Отметим, что условие равновесия (3) достигается не сразу, а через некоторое время, в течение которого газ перетекает в сторону более высокого давления! Парадоксальное явление! Оно может происходить только при молекулярном течении. Очевидно, что при движении неразреженного газа, такое явление невозможно.

В настоящей лабораторной работе справедливость соотношения (3) проверяется экспериментально.

**Экспериментальная установка.** На рис. 1 показана схема установки, которая состоит из стеклянного баллона 1, завернутого с целью теплоизоляции в асбестовую ткань 2. Для нагревания баллона и воздуха в нём между слоями ткани проложена нихромовая проволока 3.

Один конец сосуда соединён с форвакуумным насосом 4, а к другому концу приварены две термopарные манометрические лампы 5 и 7, каждая типа ЛТ-2. Лампа 5 соединена с баллоном 1 трубкой 6 большого диаметра ( $D = 1$  см). В рабочем диапазоне давлений величина  $D$  много больше длины свободного пробега молекул воздуха. Другая лампа 7 соединена с баллоном капилляром 8 малого диаметра ( $d = 1$  мм), который меньше длины свободного пробега молекул в рабочем диапазоне давлений.

Для измерения температуры в начале и в конце капилляра 8 установлены спаи 9 и 10 дифференциальной термopары, ЭДС которой измеряется цифровым вольтметром 11.

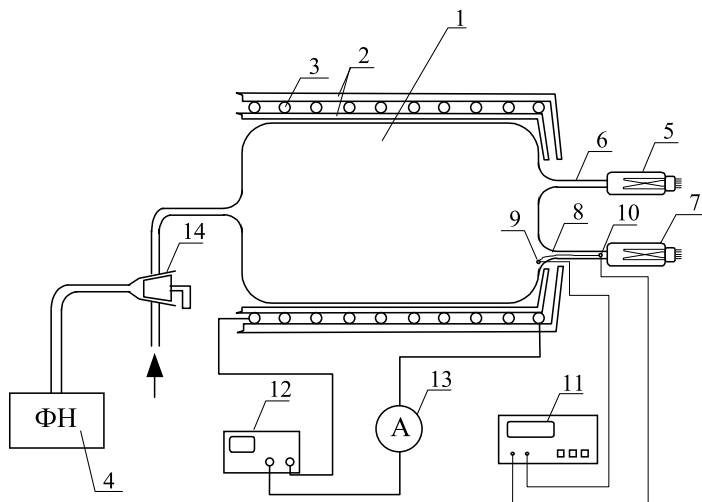


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Проволока 3 баллона 1 нагревается от источника питания 12. Амперметр 13 служит для контроля тока в цепи нагрева.

Вакуумный кран 14 позволяет соединять форвакуумный насос либо с баллоном 1, либо с атмосферой.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите форвакуумный насос 4 и соедините его с баллоном 1 краном 14. Включите измерительные приборы терморных ламп 5 и 7.
2. Когда показания измерительных приборов ламп 5 и 7 перестанут изменяться (примерно через полчаса), отрегулируйте эти приборы так, чтобы их показания были одинаковыми. Запишите измеренное давление и определите длину свободного пробега при этом давлении, считая, что при атмосферном давлении 760 торр длина свободного пробега молекул воздуха равна  $0,6 \cdot 10^{-5}$  см.
3. Включите вольтметр 11 терморпары и запишите его показания.
4. Включите источник питания 12 нагревателя баллона 1 и установите ток примерно 1,7 А. Показания цифрового вольтметра 11 начнут возрастать, регистрируя ЭДС медно-константановой терморпары, чувствительность которой равна 40 микровольт на градус.
5. При достижении ЭДС терморпары примерно 4000 микровольт (на индикаторе цифрового вольтметра В7-38 при этом будет высвечиваться

число 400), что соответствует температуре 100 °С, отрегулируйте источник питания 12 так, чтобы стабилизировать эту температуру. После того, как показания измерительных приборов ламп 5 и 7 перестанут изменяться, запишите их показания.

6. Повторите измерения по пунктам 4 и 5 при температурах примерно 200, 300 и 400 °С. Выше температуру поднимать нельзя, потому что стекло может размягчиться и разрушиться.
7. Выключите нагрев баллона 1. Подождите, пока он остынет примерно до 25 °С (при такой температуре ЭДС термопары равна 1000 микровольт, а на цифровом вольтметре будет число 100). Далее сначала отключите установку от форвакуумного насоса, а потом выключите насос. После выключения соедините насос с атмосферой с помощью крана 14. При этом в баллоне 1 должен остаться вакуум.
8. Обработайте результаты измерений. Данные опытов нанесите на график в координатах  $\lg(P_2/P_1)$ ,  $\lg(T_2/T_1)$ . Аппроксимируйте результаты прямой и по производной определите степень  $n$  в экспериментальной зависимости  $P_2/P_1 = (T_2/T_1)^n$ . Сравните  $n$  с теоретическим значением по формуле (3).

### Контрольные вопросы

1. Как меняются давления, регистрируемые лампами 5 ( $P_1$ ) и 7 ( $P_2$ ) в зависимости от времени и от температуры баллона 1?
2. Какой ожидается зависимость отношения давлений  $P_2/P_1$  от температуры баллона 1 при увеличении общего давления в баллоне от  $10^{-3}$  торр до 1 торр?

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1990. § 95.
2. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 234–235.
3. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 93–94.

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Фазами вещества называются его однородные части, различающиеся по физическим свойствам, отделённые друг от друга границами раздела. Различными фазами являются агрегатные состояния вещества: газообразное, жидкое и твёрдое. Лёд и вода, в которой он плавает, — пример двухфазной системы: твёрдой фазы и жидкой. Вода и водяной пар в чайнике — пример жидкой и газообразной фаз.

Понятие фазы является более широким, чем понятие об агрегатном состоянии вещества. Различные фазы могут существовать и в пределах одного и того же агрегатного состояния. Область твёрдого состояния не является обычно вся одной и той же фазой. Вещество может находиться в различных кристаллических состояниях, являющихся различными фазами вещества. Известными примерами являются: графит и алмаз; сера, в которой образуются ромбические (обычная желтая сера) и моноклинные кристаллы; белое олово с тетрагональной структурой, устойчивое при атмосферном давлении при температуре выше  $18^\circ\text{C}$  и серое олово, устойчивое при более низкой температуре.

Для равновесия между фазами необходимо как механическое равновесие, так и тепловое, то есть равенство давлений и температур. Этого, однако, недостаточно, так как масса одной фазы может изменяться за счёт другой. Только при определённом соотношении между давлением и температурой вдоль кривой фазового равновесия, определяемом равенством удельных термодинамических потенциалов, может реализоваться стационарное состояние с постоянным отношением количеств молекул в первой и второй фазе. Докажем это положение.

Термодинамический потенциал  $\Phi$  является функцией состояния системы и по определению равен

$$\Phi = U + PV - TS. \quad (4.1)$$

Из I и II начал термодинамики следует соотношение (1.8) между диф-

ференциалами термодинамических величин:

$$dU = TdS - PdV. \quad (4.2)$$

Используя (4.1), получим

$$d\Phi = -SdT + VdP. \quad (4.3)$$

Отсюда следует, что если в термодинамической системе, состоящей из одной или нескольких фаз, давление и температура не изменяются, то её термодинамический потенциал  $\Phi(P, T)$  остаётся постоянным.

Пусть система состоит из фаз 1 и 2, массы которых равны  $m_1$  и  $m_2$ . Удельные термодинамические потенциалы каждой фазы обозначим  $\varphi_1(P, T)$  и  $\varphi_2(P, T)$ . Тогда

$$\Phi = m_1\varphi_1 + m_2\varphi_2. \quad (4.4)$$

При фазовом переходе величины  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  изменяться не будут, так как  $P$  и  $T$  постоянны, а массы  $m_1$  и  $m_2$  могут изменяться. При этом их сумма остаётся постоянной, поскольку масса всей системы не меняется. Из (4.4) следует  $\varphi_1 dm_1 + \varphi_2 dm_2 = 0$ , а из условия постоянства массы системы  $dm_1 + dm_2 = 0$ . В результате получается условие, при котором фазы будут находиться в равновесии друг с другом:

$$\varphi_1(P, T) = \varphi_2(P, T). \quad (4.5)$$

Таким образом, условием равновесия фаз является равенство их удельных термодинамических потенциалов.

Применим соотношение (4.3) к величинам  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ :

$$d\varphi_1 = -s_1dT + v_1dP, \quad d\varphi_2 = -s_2dT + v_2dP. \quad (4.6)$$

Из условия (4.5) следует  $d\varphi_1 = d\varphi_2$ , и, используя формулы (4.6), получим

$$\frac{dP}{dT} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1}. \quad (4.7)$$

Здесь  $s_1, v_1, s_2, v_2$  — удельные энтропии и удельные объёмы каждой фазы вещества. Определим разность удельных энтропий, пользуясь тем, что фазовый переход происходит при постоянной температуре. Для испарения к веществу подводится тепло, в данном случае это удельная теплота испарения  $q$ . Одновременно возрастает энтропия в соответствии с её определением (1.7). При постоянной температуре имеем

$$s_2 - s_1 = \frac{q}{T}.$$

Подставляя в (4.7), получим

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_2 - v_1)}. \quad (4.8)$$

Здесь  $q$  — удельная теплота фазового перехода из состояния 1 в состояние 2. Например, при испарении это положительная величина, а при обратном процессе, при конденсации — отрицательная. Отметим, что при обратном процессе в знаменателе меняются местами удельные объёмы, так что и при испарении, и при конденсации наклон линии фазового перехода имеет один и тот же знак.

Соотношение (4.8) называется уравнением Клапейрона–Клаузиуса.

В работе 2.4.1 эта формула используется для определения теплоты испарения жидкости. Определив из опыта  $dP/dT$ ,  $T$ ,  $v_1$  и  $v_2$ , по (4.8) можно рассчитать  $q$ . Для таких целей целесообразно несколько упростить и преобразовать эту формулу.

При температурах опыта, которые обычно находятся вдали от критической температуры исследуемой жидкости, удельный объём пара во много раз больше удельного объёма жидкости, и величиной  $v_1$  можно пренебречь по сравнению с  $v_2$ . При этом к насыщенному пару можно применить уравнение состояния идеального газа:

$$v_2 = \frac{RT}{\mu P}. \quad (4.9)$$

Подставляя (4.9) в (4.8) и пренебрегая  $v_1$ , получим

$$q = \frac{RT^2}{\mu P} \frac{dP}{dT} = -\frac{R}{\mu} \frac{d \ln P}{d(1/T)}. \quad (4.10)$$

Этой формулой удобно пользоваться при обработке экспериментальных результатов.

На рис. 4.1 на диаграмме  $P - T$  показаны линии фазового равновесия, на которых возможно существование двух фаз. Они же являются линиями разграничения твёрдой, жидкой и газообразной фаз. При пересечении этих линий в тройной точке  $A$  все три фазы существуют одновременно.

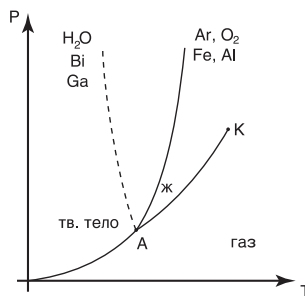


Рис. 4.1. Линии равновесия фаз.  $A$  — тройная точка,  $K$  — критическая точка

Рассмотрим линии плавления. Эти линии идут круто вверх из-за небольшой разницы удельных объёмов жидкостей и твёрдых тел. Они прослеживаются до очень больших давлений, теоретически — до бесконечности.

Большинство веществ при плавлении увеличивают свой объём из-за разупорядочения кристаллической системы, поэтому для них эта линия имеет положительную производную ( $N_2$ ,  $CO_2$ ,  $Cu$ ,  $Fe$ ,  $Al$ ,  $NaCl$ ). Однако кривая плавления может иметь отрицательный наклон, показанный пунктиром, если удельный объём твёрдой фазы больше, чем у жидкой, как, например, у льда, висмута, галлия.

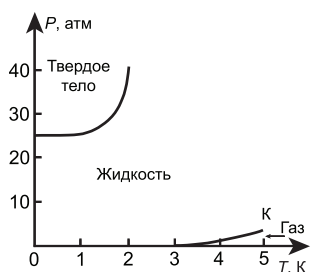


Рис. 4.2. Фазовая диаграмма  $^4He$

Кривая испарения жидкости имеет значительно меньший наклон, так как удельный объём газов обычно большой по сравнению с удельными объёмами и жидкостей, и твёрдых тел. В отличие от кривой плавления, эта линия имеет конец в критической точке К (например, для воды  $T_K = 647$  К ( $374$  °С),  $P_K = 22$  МПа (218 атм)). Минув эту точку, то есть изменяя соответствующим образом и температуру, и давление среды, можно непрерывно и незаметно перейти от газа к жидкости и наоборот. Поэтому говорить о жидкости или о газе можно только на линии

фазового равновесия, где они присутствуют одновременно и различаются по плотностям.

Отметим, что из фазовой диаграммы следует, что для сжижения газа его недостаточно сильно сжать, нужно ещё охладить ниже критической температуры.

При давлениях меньших, чем в тройной точке, твёрдое вещество может превратиться в газ, минуя жидкое состояние, происходит возгонка, или сублимация (например, мокрое белье, вынесенное на мороз, сначала замерзает, а потом через некоторое время становится сухим).

Около тройной точки теплота сублимации  $q_c$  равна сумме теплоты плавления  $q_n$  и испарения  $q_i$ , поэтому кривая сублимации идёт круче, чем линия испарения:

$$\frac{(dP/dT)_{т-г}}{(dP/dT)_{ж-г}} = \frac{q_c(v_g - v_{ж})}{q_i(v_g - v_t)} \approx \frac{q_c}{q_i} = 1 + \frac{q_n}{q_i}.$$

При приближении температуры к абсолютному нулю все вещества становятся твёрдыми, за исключением гелия  $^3He$  и  $^4He$ , которые при низких давлениях остаются жидкими из-за квантовых явлений.  $^4He$  пре-

вращается в твёрдое вещество только при давлении больше 25 атм. Фазовая диаграмма  $^4\text{He}$  показана на рис. 4.2, у этого вещества есть критическая точка, но нет тройной!

### Работа 2.4.1

## Определение теплоты испарения жидкости

**Цель работы:** 1) измерение давления насыщенного пара жидкости при разной температуре; 2) вычисление по полученным данным теплоты испарения с помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса.

**В работе используются:** термостат; герметический сосуд, заполненный исследуемой жидкостью; отсчётный микроскоп.

Испарением называется переход вещества из жидкого в газообразное состояние. Оно происходит на свободной поверхности жидкости. При испарении с поверхности вылетают молекулы, образуя над ней пар. Для выхода из жидкости молекулы должны преодолеть силы молекулярного сцепления. Кроме того, при испарении совершается работа против внешнего давления  $P$ , поскольку объём жидкости меньше объёма пара. Не все молекулы жидкости способны совершить эту работу, а только те из них, которые обладают достаточной кинетической энергией. Поэтому переход части молекул в пар приводит к обеднению жидкости быстрыми молекулами, т. е. к её охлаждению. Чтобы испарение проходило без изменения температуры, к жидкости нужно подводить тепло. Количество теплоты, необходимое для изотермического испарения одного моля жидкости при внешнем давлении, равном упругости её насыщенных паров, называется молярной теплотой испарения (парообразования).

Теплоту парообразования жидкостей можно измерить непосредственно при помощи калориметра. Такой метод, однако, не позволяет получить точных результатов из-за неконтролируемых потерь тепла, которые трудно сделать малыми. В настоящей работе для определения теплоты испарения применен косвенный метод, основанный на формуле Клапейрона–Клаузиуса (4.8):

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)}. \quad (1)$$

Здесь  $P$  — давление насыщенного пара жидкости при температуре  $T$ ,  $T$  — абсолютная температура жидкости и пара,  $L$  — теплота испарения



жидкости,  $V_2$  — объём пара,  $V_1$  — объём жидкости. Найдя из опыта  $dP/dT$ ,  $T$ ,  $V_2$  и  $V_1$ , можно определить  $L$  путём расчёта. Величины  $L$ ,  $V_2$  и  $V_1$  в формуле (1) должны относиться к одному и тому же количеству вещества; мы будем относить их к одному молю.

В нашем приборе измерения производятся при давлениях ниже атмосферного. В этом случае задача существенно упрощается.

В таблице для ряда жидкостей приведены: температура, при которой давление насыщенных паров равно атмосферному, величины  $V_2$  и  $V_1$ , входящие в (1), а также константы  $a$  и  $b$  в уравнении Ван-дер-Ваальса.

Вещество	$T_{\text{кип}}$ , К	$V_1$ , $10^{-6}$ $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	$V_2$ , $10^{-3}$ $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	$b$ , $10^{-6}$ $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	$a$ , $\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$	$a/V_2^2$ , кПа
Вода	373	18	31	26	0,4	0,42
$\text{CCl}_4$	350	97	29	126	1,95	2,3
Этиловый эфир	307	104	25	137	1,8	2,9
Этиловый спирт	351	58	29	84	1,2	1,4

Из таблицы видно, что  $V_1$  не превосходит 0,5% от  $V_2$ . При нашей точности опытов величиной  $V_1$  в (1) можно пренебречь.

Обратимся теперь к  $V_2$ , которое в дальнейшем будем обозначать просто  $V$ . Объём  $V$  связан с давлением и температурой уравнением Ван-дер-Ваальса:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT. \quad (2)$$

Из таблицы можно видеть, что  $b$  одного порядка с  $V_1$ . В уравнении Ван-дер-Ваальса величиной  $b$  следует пренебречь. Пренебрежение членом  $a/V^2$  по сравнению с  $P$  вносит ошибку менее 3%. При давлении ниже атмосферного ошибки становятся ещё меньше. Таким образом, при давлениях ниже атмосферного уравнение Ван-дер-Ваальса для насыщенного пара мало отличается от уравнения Клапейрона. Положим поэтому

$$V = \frac{RT}{P}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), пренебрегая  $V_1$  и разрешая уравнение относительно  $L$ , найдём

$$L = \frac{RT^2}{P} \frac{dP}{dT} = -R \frac{d(\ln P)}{d(1/T)}. \quad (4)$$

Эта формула является окончательной. На с. 229 приведена аналогичная формула (4.10) для удельной теплоты испарения.

В нашем опыте температура жидкости измеряется термометром, давление пара определяется при помощи манометра, а производные  $dP/dT$  или  $d(\ln P)/d(1/T)$  находятся графически как угловой коэффициент касательной к кривой  $P(T)$  или соответственно к кривой, у которой по оси абсцисс отложено  $1/T$ , а по оси ординат  $\ln P$ .

**Экспериментальная установка.** Схема установки изображена на рис. 1. Наполненный водой резервуар 1 играет роль термостата. Нагревание термостата производится спиралью 2, подогреваемой электрическим током. Для охлаждения воды в термостате через змеевик 3 пропускается водопроводная вода. Вода в термостате перемешивается воздухом, поступающим через трубку 4. Температура воды измеряется термометром 5. В термостат погружён запаянный прибор 6 с исследуемой жидкостью. Над ней находится насыщенный пар (перед заполнением прибора воздух из него был откачан). Давление насыщенного пара определяется по ртутному манометру, соединённому с исследуемым объёмом. Отсчёт показаний манометра производится при помощи микроскопа.

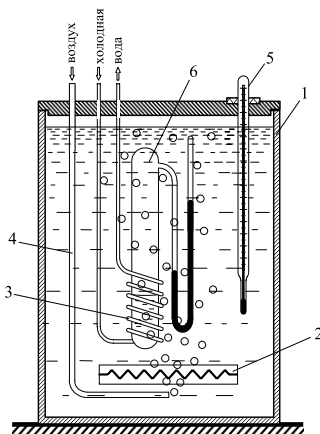


Рис. 1. Схема установки для определения теплоты испарения

На рис. 2 приведена более полная схема такой же установки, но с использованием современного термостата. Установка включает термостат А, экспериментальный прибор В и отсчётный микроскоп С. На рисунке 2 работы 2.2.6 приведён внешний вид термостата. Там же описан порядок работы с ним.

Экспериментальный прибор В представляет собой ёмкость 12, заполненную водой. В неё погружён запаянный прибор 13 с исследуемой жидкостью 14. Перед заполнением исследуемой жидкостью воздух из запаянного прибора был удалён, так что над жидкостью находится только её насыщенный пар. Давление пара определяется по ртутному манометру 15, соединённому с ёмкостью 13. Численная величина давления измеряется по разности показаний отсчётного микроскопа 16, настраиваемого последовательно на нижний и верхний уровни столбика ртути манометра. Показания микроскопа снимаются по шкале 17.

Описание прибора указывает на второе важное преимущество предложенного косвенного метода измерения  $L$  перед прямым. При непосредственном измерении теплоты испарения опыты нужно производить

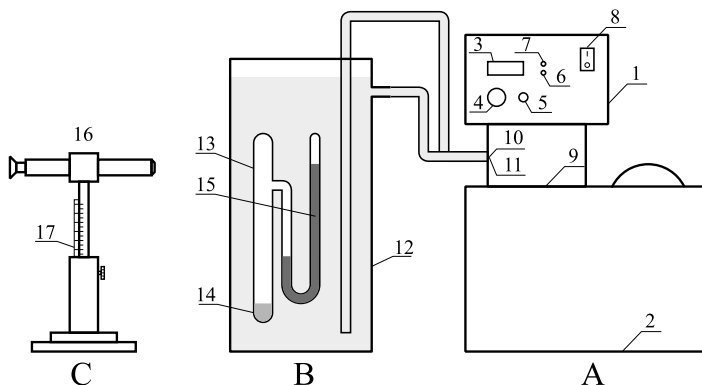


Рис. 2. Схема установки для определения теплоты испарения

при неизменном давлении, и прибор не может быть запаян. При этом невозможно обеспечить такую чистоту и неизменность экспериментальных условий, как при нашей постановке опыта.

Описываемый прибор обладает важным недостатком: термометр определяет температуру термостата, а не исследуемой жидкости (или её пара). Эти температуры близки друг к другу лишь в том случае, если нагревание происходит достаточно медленно. Убедиться в том, что темп нагревания не является слишком быстрым, можно, сравнивая результаты, полученные при нагревании и при остывании прибора. Такое сравнение необходимо сделать. Для ориентировки укажем, что температуру воды в калориметре следует менять не быстрее, чем на  $1^\circ\text{C}$  в течение 1–3 минут.

## ЗАДАНИЕ

1. Измерьте разность уровней в ртутном U-образном манометре с помощью микроскопа и температуру по термометру или индикаторному табло.
2. Включите термостат. Если вы работаете со схемой рис. 1, то подогревайте воду в калориметре, пропуская ток через нагреватель. Следите за тем, чтобы воздух всё время перемешивал воду.

При работе как со схемой рис. 1, так и со схемой рис. 2, через каждый градус измеряйте давление и температуру.

Продолжайте повышать температуру в течение половины имеющегося у вас времени, чтобы успеть произвести измерения при остывании прибора. Желательно нагреть жидкость до  $40\text{--}50^\circ\text{C}$ .

3. Проведите те же измерения при охлаждении жидкости. Установите такой поток воды, чтобы охлаждение шло примерно тем же темпом, что и нагревание.
4. Постройте графики в координатах  $T$ ,  $P$  и в координатах  $1/T$ ,  $\ln P$ . На графики нанесите точки, полученные при нагревании и охлаждении жидкости (разными цветами).

По формуле (4) вычислите  $L$ , пользуясь данными, полученными сначала из одного, а потом из другого графика. Находятся ли результаты в согласии друг с другом? Оцените ошибку измерений. Какой из графиков позволяет найти  $L$  с лучшей точностью?

### Контрольные вопросы

1. В справочниках приводится теплота испарения, измеренная при давлении 760 мм рт. ст. Совпадает ли эта величина с измеренной вами на опыте? Какая из них больше? Оцените разницу между ними.
2. Укажите, исходя из теоретических соображений, в какую сторону должна меняться теплота испарения с увеличением температуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. VII, §§ 104, 105.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. — М.: Наука, 1982. § 126.
3. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. §§ 113, 114.
4. *Щёголев И.Ф.* Элементы статистической механики, термодинамики и кинетики. — М.: Янус, 1996. Ч. II. Гл. 6, § 4.
5. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 152–159.
6. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 244–254.

## Работа 2.4.2

### Градуирование термопары по температуре фазовых переходов

**Цель работы:** 1) определение ЭДС термопары при размещении одного её спая в тающем льду, а другого поочерёдно в жидком азоте, кипящей воде и расплавленном олове; 2) определение температуры плавления неизвестного сплава.

**В работе используются:** термопара (железо-константановая); цифровой вольтметр; сосуд Дьюара со льдом; сосуд Дьюара с жидким азотом; два тигля для плавления металлов, один с чистым оловом, другой — с неизвестным сплавом; колба для кипячения воды.

При контакте двух проводников, изготовленных из различных металлов, между ними возникает обмен электронами, который приводит к возникновению контактной разности потенциалов. Её величина зависит от рода соприкасающихся проводников и температуры контакта.

Рассмотрим цепь (рис. 1), состоящую из двух спаянных между собой проводников 1 и 2, изготовленных из различных металлов. Пока температуры спаев одинаковы, контактные разности потенциалов, возникающие в спаях А и Б, равны между собой.

Эквивалентная схема этой цепи представлена на рис. 2; контактная ЭДС спаев изображена в виде двух одинаковых элементов

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B,$$

включённых навстречу друг другу. Ток в такой цепи, естественно, равен нулю.

Если спаи А и Б поддерживать при разных температурах, то возникающие в контактах разности потенциалов перестанут быть одинаковыми. В такой цепи результирующая ЭДС оказывается отличной от нуля и вызывает появление тока. Эта ЭДС носит название термоэлектродвижущей силы — термоэдс.

Имеется ещё одна существенная составляющая термоэдс, которая в отличие от контактной называется объёмной. Она объясняется тем, что при изменении температуры вдоль проводника, электроны на горячем его конце приобретают более высокие скорости, и возникает диффузионный поток электронов от горячего конца к холодному, в результате чего горячий конец заряжается положительно, а холодный — отрицательно. Накопление заряда продолжается до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не скомпенсирует движение электронов, происходящее из-за разности температур.

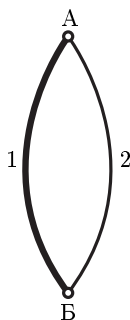


Рис. 1.  
Схема  
устройства  
термопары

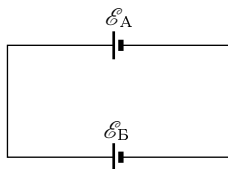


Рис. 2.  
Эквивалентная схема  
термопары

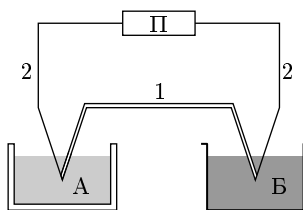


Рис. 3. Схема включения измерительного прибора в цепь термопары при точных измерениях термоэдс

Термоэлектродвижущие силы широко используются для измерения температур. Содержащая два спая цепь носит название термопары. Измерительный прибор  $\Pi$  включается в разрыв одного из проводников, образующих термопару (рис. 3).

При измерениях один из спаев термопары, например  $A$ , поддерживается при постоянной температуре (помещается в сосуд Дьюара с тающим льдом,  $t = 0^\circ\text{C}$ ), а второй спай приводится в тепловой контакт с исследуемым телом.

Величина термоэдс определяется разностью ЭДС спаев  $A$  и  $B$ :

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_B - \mathcal{E}_A = \mathcal{E}_t \text{ } ^\circ\text{C} - \mathcal{E}_0 \text{ } ^\circ\text{C},$$

т. е. зависит только от температуры исследуемого тела.

В настоящей работе предлагается проградуировать термопару, образованную железной и константановой проволоками, а затем использовать термопару для измерения температуры.

Обычно для градуировки термопар используют некоторые заранее известные температурные значения, например, температуру таяния льда, кипения воды, плавления чистых металлов. Во время градуировки один спай термостатируется в сосуде Дьюара с тающим льдом, а второй поочерёдно погружается в ванны, в которых создана известная температура.

При использовании термопар для точных измерений температуры лучше измерять возникающую в цепи электродвижущую силу, а не текущий в ней ток. Это связано с тем, что электро-

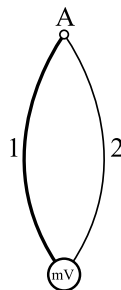


Рис. 4

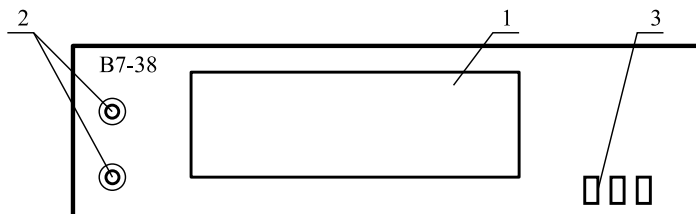
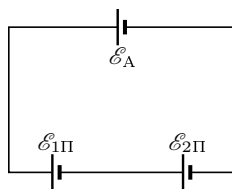


Рис. 6. Цифровой вольтметр В7-38

движущая сила зависит только от рода образующих термопару металлов и температуры спаев, в то время как сила текущего в цепи тока определяется, кроме того, сопротивлением измерительного прибора, соединительных проводов и внутренним сопротивлением спаев. Заметим, что внутреннее сопротивление спаев сильно зависит от состояния спая и поэтому меняется со временем.

Рис. 5.  
Эквивалентная схема

Для проведения быстрых измерений температуры в цепь термопары включают милливольтметр по схеме, изображённой на рис. 4. Измерительный спай термопары приводится в контакт с телом, температуру которого надо определить. На клеммах милливольтметра, к которым присоединены проводники 1 и 2, возникают свои контактные разности потенциалов  $\mathcal{E}_{1П}$  и  $\mathcal{E}_{2П}$ , отличающиеся по величине и по знаку. Эквивалентная схема такого соединения приведена на рис. 5. Если все три контакта находятся при одинаковой температуре (например, комнатной), то результирующая ЭДС цепи равна нулю, т. е.

$$\mathcal{E}_{1П} - \mathcal{E}_{2П} = \mathcal{E}_A,$$

где  $\mathcal{E}_A$  — ЭДС спая А при комнатной температуре. При нагревании спая А в цепи возникает ЭДС  $\mathcal{E}_{At} - \mathcal{E}_A$ , где  $\mathcal{E}_{At}$  — ЭДС спая при температуре  $t$ .

Таким образом, при включении термопары по схеме, изображённой на рис. 5, показания милливольтметра пропорциональны разности температур спая и комнаты.

В данной работе в качестве измерительного прибора используется цифровой вольтметр В7-38, чувствительность которого 10 мкВ. Работа с ним производится следующим образом. После включения прибора в сеть на табло вольтметра 1 высветится ряд цифр. Выводы термопары подсоединить к клеммам прибора 2. Нажать кнопку «V=» 3. На

табло высветятся цифры, показывающие ЭДС термопары. Входное сопротивление вольтметра превышает 2 МОм, поэтому поправками на сопротивление подводящих проводов и сопротивление контактов можно пренебречь.

## ЗАДАНИЕ

1. Включите вольтметр.
2. Проверьте исправность термопары. Для этого подключите к вольтметру идущие от термопары провода и убедитесь в том, что нагревание (или охлаждение) одного из спаев вызывает изменение показаний вольтметра.
3. Поместив оба спая термопары в сосуд Дьюара с тающим льдом, убедитесь, что ЭДС термопары обращается в нуль.
4. Один из спаев термопары оставьте в сосуде Дьюара с тающим льдом на все время измерений; второй спай поместите в колбу с кипящей водой и вновь измерьте величину  $\mathcal{E}_x$ .
5. Поместите второй спай в сосуд Дьюара, наполненный жидким азотом, и снова измерьте величину ЭДС  $\mathcal{E}_x$ .
6. Поместите второй спай в тигель с расплавленным оловом. Температуру плавления (отвердевания) чистого олова определите по таблицам.

Для того чтобы измерить ЭДС термопары именно при температуре плавления металла, рекомендуется расплавить все олово, выключить печь и во время остывания (и затвердевания) металла измерять термоэдс через равные промежутки времени (продолжительность этих интервалов студент выбирает самостоятельно). При измерениях следите за тем, чтобы спай термопары не касался стенок тигля.

После отвердевания олова снова расплавьте его, медленно поднимая температуру тигля. Измерения термоэдс следует производить и при нагревании олова. После того как измерения будут закончены, извлеките термопару из расплавленного металла.

7. По полученным данным постройте график зависимости ЭДС термопары от времени в процессе остывания и в процессе нагрева тигля:

$$\mathcal{E}_x = f(t).$$

На кривых должны обозначиться резко выделенные горизонтальные участки почти постоянной температуры. Измеренные на серединах этих участков ЭДС соответствуют температуре плавления олова.

Совпадение (или, наоборот, расхождение) ЭДС, измеренных в процессе нагрева и остывания, позволяет судить о том, были ли процессы плавления и отвердевания достаточно медленны. Расхождение результатов позволяет оценить погрешность измерений.



Таким образом, для градуировки термопары получены четыре точки: температура тающего льда (начало координат), температура кипящей воды, температура кипения жидкого азота и температура плавления олова. Поскольку градуировочный график нашей термопары в исследуемом диапазоне температур почти прямолинеен, этих четырёх точек достаточно для проведения градуировочной кривой<sup>1</sup>.

Градуировочный график термопары постройте на миллиметровке. На графике должны быть отложены ожидаемые ошибки измерения  $\mathcal{E}_x$ .

8. По полученному графику определите температуру плавления неизвестного сплава. Температура измеряется при плавлении и при отвердевании сплава так же, как это делалось при градуировке термопары по точке плавления олова.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. IX, §§ 129, 136.
2. *Калашников С.Г.* Электричество. — М.: Наука, 1970. §§ 74–77.

---

<sup>1</sup> Температуры кипения жидкого азота и воды, а также температура плавления олова берутся из справочника. Температуры кипения азота и воды существенно зависят от атмосферного давления. Величина давления должна быть определена по барометру во время опыта.

# ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Молекулы жидкости притягиваются друг к другу силами электрического происхождения, возникающими даже в неполярных молекулах из-за их взаимной поляризации. Те молекулы, которые находятся близко к границе с газом, в поверхностном слое, притягиваются в сторону жидкости гораздо сильнее, чем в направлении газа из-за большой разницы плотностей, то есть разницы концентрации молекул. Поэтому молекулы поверхностного слоя обладают добавочной потенциальной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости.

*Работа, необходимая для обратимого изотермического образования единицы площади поверхности жидкости, называется коэффициентом поверхностного натяжения и обозначается  $\sigma$ .*

Происхождение термина «натяжение» связано с силовой характеристикой поверхностного натяжения, что проявляется в следующем опыте по растяжению жидкой плёнки.

Рассмотрим мыльную пленку, натянутую на прямоугольную рамку, одна из сторон которой — перемычка — может перемещаться (рис. 5.1). Поверхностное натяжение стремится сократить площадь поверхности жидкости при её заданном объеме, чтобы потенциальная энергия уменьшилась. Поэтому для удержания перемычки в равновесии к ней нужно приложить силу  $2f$  (двойка появилась потому, что плёнка имеет две стороны). Увеличим силу  $f$  на бесконечно малую величину и сместим перемычку на расстояние  $\Delta x$ . При этом будет совершена работа

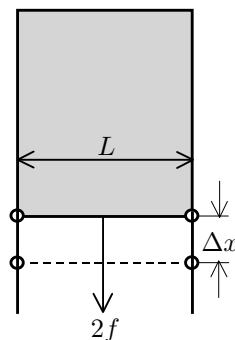


Рис. 5.1

$$A = 2f\Delta x.$$

С другой стороны, согласно определению коэффициента поверхностного

натяжения она равна

$$A = 2L\Delta x\sigma,$$

где  $L$  — длина перемычки, а величина  $2L\Delta x$  — увеличение площади поверхности плёнки. Приравнявая эти выражения, получим

$$\sigma = \frac{f}{L}. \quad (5.1)$$

Отсюда следует, что *коэффициент поверхностного натяжения равен силе, действующей на единицу длины контура поверхности жидкости. Эта сила направлена вдоль поверхности перпендикулярно линии контура.*

Отметим, что поверхностные явления проявляются в очень тонком слое жидкости порядка  $10^{-7}$  см. Это связано с тем, что межмолекулярные силы быстро убывают с расстоянием из-за их дипольного происхождения. Поэтому для рассмотрения поверхностных явлений можно использовать тонкие слои жидкости, в том числе жидкие плёнки.

**Термодинамика поверхностного натяжения.** Из определения коэффициента поверхностного натяжения следует, что для увеличения поверхности жидкости на единицу площади при постоянной температуре нужно затратить работу, равную  $\sigma$ . Таким образом, эта величина есть поверхностная свободная энергия единицы площади поверхности жидкости (формула (5.8)). Остановимся на этом более подробно.

Для исследования термодинамики поверхностного натяжения будем использовать первое (1.2) и второе (1.7) начала термодинамики. По первому началу  $\delta Q = dU + \delta A$ . Работа по увеличению площади поверхности жидкости на величину  $d\Pi$  внешними силами равна  $\sigma d\Pi$ , а работа поверхностного слоя жидкости, её плёнки, равна этой же величине с другим знаком  $\delta A = -\sigma d\Pi$ . Следовательно, для плёнки первое начало имеет вид

$$\delta Q = dU_{\Pi} - \sigma d\Pi, \quad (5.2)$$

где  $U_{\Pi}$  — полная поверхностная энергия.

По второму началу термодинамики для любого вещества можно ввести энтропию  $dS = \delta Q/T$ , являющуюся функцией состояния, и поэтому  $dS$  есть полный дифференциал. Используя первое начало термодинамики, получим соотношение в полных дифференциалах:

$$dU_{\Pi} = TdS + \sigma d\Pi. \quad (5.3)$$

Введём в эту формулу свободную энергию  $\Psi_{\Pi}$ , равную по определению

$$\Psi_{\Pi} = U_{\Pi} - TS. \quad (5.4)$$

Получим

$$d\Psi_{\Pi} = -SdT + \sigma d\Pi. \quad (5.5)$$

Это соотношение между полными дифференциалами, поэтому

$$S = - \left( \frac{\partial \Psi_{\Pi}}{\partial T} \right)_{\Pi}, \quad (5.6)$$

$$\sigma = \left( \frac{\partial \Psi_{\Pi}}{\partial \Pi} \right)_T. \quad (5.7)$$

Интегрируем последнюю формулу при условии, что при отсутствии плёнки нет и свободной энергии:  $\Psi_{\Pi} = 0$  при  $\Pi = 0$ . Следовательно:

$$\Psi_{\Pi} = \sigma \Pi. \quad (5.8)$$

Подставив это выражение для  $\Psi_{\Pi}$  в (5.6), получим

$$S = -\Pi \frac{d\sigma}{dT}.$$

Используя эту формулу и формулу (5.8), находим из (5.4) полную поверхностную энергию:

$$U_{\Pi} = \left( \sigma - T \frac{d\sigma}{dT} \right) \Pi. \quad (5.9)$$

При изотермическом процессе полная поверхностная энергия  $U_{\Pi}$  увеличивается только из-за увеличения площади плёнки, и по первому началу термодинамики (5.2) при этом к ней нужно подвести тепло

$$Q = \Delta U_{\Pi} - \sigma \Delta \Pi = -T \frac{d\sigma}{dT} \Delta \Pi.$$

На единицу площади подведённое тепло равно

$$q = -T \frac{d\sigma}{dT}. \quad (5.10)$$

Молекулы поверхностного слоя притягиваются внутренними частями жидкости, следовательно, для перемещения молекул из внутренних слоёв на поверхность нужно совершить некоторую работу. Таким образом, при увеличении поверхности жидкости без подвода тепла её температура будет падать, и, для того чтобы процесс был изотермическим, нужно подводить тепло. Поэтому величина  $q$  положительна и согласно

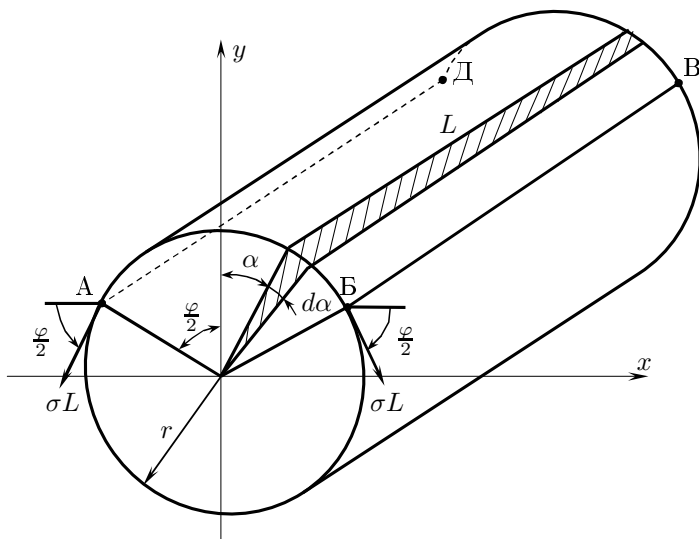


Рис. 5.2. Силы, действующие на цилиндрическую поверхность жидкости

(5.10) производная  $d\sigma/dT$  отрицательна, то есть поверхностное натяжение уменьшается с увеличением температуры.

Отметим, что в отличие от коэффициента поверхностного натяжения полная поверхностная энергия  $U_n$  жидкостей в широком диапазоне слабо зависит от температуры. Более того, если в некотором диапазоне температур зависимость  $\sigma$  от  $T$  можно аппроксимировать прямой  $\sigma = a - bT$ , то, используя (5.9), получим  $U_n = a\Pi$ , то есть постоянную величину. Однако в более широком диапазоне температур зависимость  $\sigma$  от  $T$  существенна и при приближении к критической температуре различия между жидкостью и её паром исчезают: коэффициент поверхностного натяжения и поверхностная энергия приближаются к нулю.

**Давление под изогнутой поверхностью жидкости.** Если поверхность жидкости искривлена, то из-за поверхностного натяжения по разные стороны поверхности существует разность давлений  $\Delta P$ , которая зависит от кривизны поверхности.

Рассмотрим сначала простой случай, когда поверхность жидкости является прямым круговым цилиндром радиуса  $r$  и длиной  $L$ . На рис. 5.2 показана поверхность и её сечение. Выберем симметрично относительно оси  $y$  участок поверхности АБВГ, ограниченный центральным углом  $\varphi$ . На его боковые стороны действуют ка-

сательные силы  $\sigma L$ , равнодействующая которых направлена вдоль оси  $y$  и равна

$$f_{\sigma y} = 2\sigma L \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (5.11)$$

Со стороны жидкости давление больше на величину  $\Delta P$ , поэтому на малый элемент поверхности шириной  $rd\alpha$  и длиной  $L$ , расположенный под углом  $\alpha$ , в направлении радиуса действует сила  $Lrd\alpha\Delta P$ . Её составляющая вдоль оси  $y$  равна  $Lrd\alpha\Delta P \cos \alpha$ , а полная сила в направлении оси  $Y$  получается интегрированием

$$f_{py} = \int_{-\varphi/2}^{\varphi/2} Lr\Delta P \cos \alpha d\alpha = 2Lr\Delta P \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (5.12)$$

При равновесии  $f_{\sigma y} = f_{py}$  и, применяя полученные формулы, находим для цилиндрической поверхности

$$\Delta P = \frac{\sigma}{r}. \quad (5.13)$$

В общем случае поверхности двойной кривизны нужно провести две взаимно перпендикулярные плоскости через нормаль к ней и найти у полученных в сечении линий радиусы соприкасающихся окружностей  $r_1$  и  $r_2$ . В этом случае

$$\Delta P = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (5.14)$$

Эта формула называется формулой Лапласа.

Величина  $(1/r_1 + 1/r_2)$  называется кривизной поверхности и не зависит от положения взаимно перпендикулярных нормальных плоскостей. В частном случае сферической поверхности радиуса  $r$  получим

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}. \quad (5.15)$$

Также эту формулу можно получить способом, применённым при выводе соотношений (5.11) – (5.13).

### Работа 2.5.1

## Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости

**Цель работы:** 1) измерение коэффициента поверхностного натяжения исследуемой жидкости при разной температуре с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения другой жидкости; 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

**В работе используются:** прибор Ребиндера с термостатом; исследуемые жидкости; стаканы.

Наличие поверхностного слоя приводит к различию давлений по разные стороны от искривлённой границы раздела двух сред. Для сферического пузырька внутри жидкости избыточное давление даётся формулой Лапласа (5.15):

$$\Delta P = P_{\text{внутри}} - P_{\text{снаружи}} = \frac{2\sigma}{r}. \quad (1)$$

Эта формула лежит в основе предлагаемого метода определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости. Измеряется давление, необходимое для выталкивания в жидкость пузырька газа.

**Экспериментальная установка.** Исследуемая жидкость (анилин) наливается в сосуд В. Дистиллированная вода наливается в сосуд Е. Сосуды закрыты пробками. Через пробку сосуда, в котором проводятся измерения, проходит полая металлическая игла С, нижний конец которой погружен в жидкость, а верхний открыт в атмосферу. Если другой сосуд герметично закрыт, то в сосуде с иглой создаётся разрежение, и пузырьки воздуха начинают пробулькивать через жидкость. Поверхностное натяжение можно найти по величине разрежения, необходимого для прохождения пузырьков.

При приоткрытом кране  $K_1$  из аспиратора А по каплям вытекает вода, создавая разрежение, которое измеряется наклонным спиртовым манометром М. Показания манометра, умноженные на зависящий от наклона коэффициент (обычно 0,2), дают давление в  $\text{кгс/м}^2$  ( $1 \text{ кгс/м}^2 = 9,8 \text{ Па}$ ). Чтобы пополнить запас воды, достаточно при помощи крана  $K_2$  соединить нижнюю часть аспиратора с атмосферой и предварительно заполненной водой верхней частью.

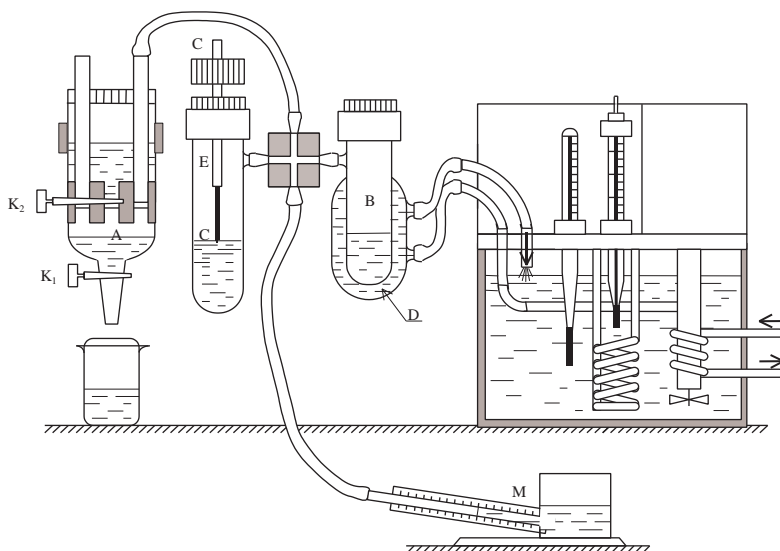


Рис. 1. Схема установки для измерения температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения

Для стабилизации температуры исследуемой жидкости через рубашку D непрерывно прогоняется вода из термостата.

Обычно кончик иглы лишь касается поверхности жидкости, чтобы исключить влияние гидростатического давления столба жидкости. Однако при измерении температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения возникает ряд сложностей. Во-первых, большая теплопроводность металлической трубки приводит к тому, что температура на конце трубки заметно ниже, чем в глубине жидкости. Во-вторых, тепловое расширение поднимает уровень жидкости при увеличении температуры. Это гидростатическое давление вычитается из падения лапласова давления вследствие уменьшения  $\sigma$ , и в опыте с анилином, например, наблюдаемый эффект меняет знак при высоте столба жидкости порядка пяти сантиметров.

Обе погрешности можно устранить, погрузив кончик трубки до самого дна. Полное давление, измеренное при этом микроманометром,  $P = \Delta P + \rho gh$ . Заметим, что  $\rho gh$  от температуры практически не зависит, так как подъём уровня жидкости компенсируется уменьшением её плотности (произведение  $\rho h$  определяется массой всей жидкости и поэтому постоянно). Величину  $\rho gh$  следует измерить экспериментально



двумя методами. Во-первых, измерить величину  $P_1 = \Delta P'$ , когда кончик трубки только касается поверхности жидкости. Затем при этой же температуре опустить иглу до дна и измерить  $P_2 = \rho gh + \Delta P''$ . Из-за несжимаемости жидкости можно положить  $\Delta P' = \Delta P''$  и тогда  $\rho gh = P_2 - P_1$ . Во-вторых, при измерениях  $P_1$  и  $P_2$  измерить линейкой глубину погружения иглы  $h_1$  и  $h_2$ . Это легко сделать, измеряя расстояние между верхним концом иглы и любой неподвижной частью прибора.

**Замечание.** Чувствительность микроманометров высока, поэтому правильность их работы существенно зависит от правильности их эксплуатации. Все изменения в установке необходимо проводить, предварительно поставив переключатель микроманометра на атмосферу.

В частности, подобную же операцию необходимо сделать и при заполнении водой аспиратора А. В противном случае при заполнении аспиратора водой давление воздуха в системе повышается, спирт из трубки микроманометра выдавливается, в узлах соединений микроманометра образуются воздушные пузыри. Наличие этих пузырей приводит к полному нарушению калибровки манометра и невоспроизводимости измерений.

## ЗАДАНИЕ

1. Убедитесь в исправности установки. Для этого заполните аспиратор водой и убедитесь, что игла не испачкана анилином (в противном случае промойте её сначала ацетоном, а затем дистиллированной водой), и установите иглу в сосуде с водой так, чтобы её кончик лишь коснулся поверхности воды. Установив скорость падения капель примерно 1 капля в 5 секунд, добейтесь пробулькивания пузырьков. Манометр должен показывать медленный рост давления до некоторого максимального значения и затем быстрое его падение при пробулькивании пузырька.
2. Подберите частоту падения капель так, чтобы максимальное давление не зависело от этой частоты. Для этого пузырьки не должны пробулькивать слишком часто (не чаще, чем 1 пузырёк в 5 секунд).
3. Измерьте максимальное давление при пробулькивании пузырька. По разбросу результатов оцените случайную погрешность. Пользуясь табличным значением коэффициента поверхностного натяжения воды, определите диаметр иглы. Сравните полученный результат с прямыми измерениями диаметра иглы.
4. Перенесите иглу в сосуд с анилином. Измерьте максимальное давление в пузырьках, когда игла лишь касается поверхности жидкости. Измерьте  $h_1$ .
5. Утопите иглу до предела (между концом иглы и дном необходимо оставить небольшой зазор, чтобы образующийся пузырёк не касался дна).

Измерьте максимальное давление в пузырьках. По разности давлений в этом и предыдущем пункте определите глубину погружения. Измерьте  $h_2$ . Сравните измеренное  $\Delta h = h_1 - h_2$  с рассчитанным по  $\Delta P$ .

**Примечание:**  $\sigma$  имеет слабую зависимость от  $T$ . Поэтому ещё при комнатной температуре следует заполнить аспиратор (учтя замечание) почти доверху, отрегулировать скорость поднятия уровня в измерительном канале микроманометра и сохранять эту скорость в течение всех измерений. Это позволит уменьшить величину ошибок, вносимых в само измерение.

6. Предыдущие измерения проводились при комнатной температуре. Теперь снимите зависимость  $\sigma(T)$  при нагревании анилина. Для этого включите термостат и подождите, пока нужная вам температура стабилизируется. Измерения следует проводить через 3–5 градусов, так как нагревать выше 60 °С не следует, а получиться должно 6–8 точек. Кнопку «Ршпр» не выключать!
7. Повторите измерения, понижая температуру до комнатной. Для охлаждения через термостат пропускается водопроводная вода.
8. Оцените погрешности измерения давления и температуры.
9. Постройте график  $\sigma$  от  $T$  и с его помощью определите  $d\sigma/dT$ . Оцените точность результата.
10. На том же графике изобразите зависимость от температуры теплоты образования единицы площади поверхности  $q$  (5.10) и поверхностной энергии единицы площади поверхности  $U_{\text{п}}/\Pi$  (5.9).

### Контрольные вопросы

1. Если пропускать несколько пузырьков в секунду, манометр показывает практически постоянное давление. Почему бы не измерять его?
2. Почему следует измерять именно максимальное давление?
3. Почему погружение иглы уменьшает влияние теплового расширения?
4. Почему пузырьки не должны касаться дна?
5. Можно ли, не зная глубины погружения иглы, определить  $\sigma$ , измеряя максимальное и минимальное давление при проталкивании пузырька?
6. Пользуясь полученными результатами, оцените критическую температуру анилина.
7. Позволяет ли проведённый эксперимент заметить нелинейность зависимости  $\sigma(T)$ ?
8. Какие погрешности преобладают в эксперименте: случайные или систематические?
9. Какая величина должна стоять в формуле для высоты поднятия жидкости в капилляре:  $\sigma_{\text{вода-воздух}}$  или  $\sigma_{\text{вода-стекло}}$ ?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. VII, §§ 98–103.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1979. §§ 106–109.

## Работа 2.5.2

## Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости

**Цель работы:** 1) определение силы, необходимой для отрыва кольца от поверхности жидкости и расчёт по результатам измерений коэффициента поверхностного натяжения; 2) измерение высоты подъёма жидкости в капилляре и расчёт его диаметра; 3) определение высоты капли жидкости на пластинке и глубины воздушного пузырька под ней; вычисление по результатам измерений коэффициента поверхностного натяжения.

### А. Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца

**В работе используются:** весы Жоли; кольцо на подвесе; штангенциркуль; грузы.

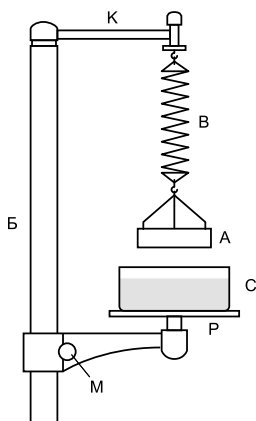


Рис. 1. Схема устройства весов Жоли

Установка для определения величины  $\sigma$  (весы Жоли) изображена на рис. 1. Тонкостенное кольцо А, изготовленное из материала, который хорошо смачивается исследуемой жидкостью, подвешивается на пружине В. Подвеска кольца осуществляется таким образом, чтобы его ось была вертикальна. Пружина В прикрепляется к кронштейну К, жёстко связанному со штангой Б. Вдоль штанги Б при помощи микрометрического винта М передвигается столик Р. На столике устанавливается стеклянная кювета С с исследуемой жидкостью (в нашем случае с водой). Удлинение пружины В (и тем самым силу её натяжения) можно измерять по имеющейся на штанге Б миллиметровой шкале.

Подведём снизу кювету с водой к неподвижно висящему на пружине кольцу так, чтобы кольцо

слегка коснулось поверхности воды. При этом вода начнёт подниматься по стенкам кольца, а само кольцо несколько втянется внутрь жидкости. Этот эффект можно заметить по небольшому растяжению пружины в момент соприкосновения кольца с поверхностью воды.

Начнём теперь медленно опускать кювету. По мере опускания кольца пружина будет постепенно растягиваться, пока, наконец, кольцо не оторвётся от поверхности воды.

В момент отрыва от воды на кольцо, кроме силы тяжести  $P$ , действует сила поверхностного натяжения воды  $F$ , которую нетрудно вычислить. «Разрежем» поверхность жидкой плёнки, тянущейся из кюветы к кольцу, мысленной горизонтальной поверхностью. Нижняя часть поверхности граничит с верхней по кольцу, ограниченному двумя окружностями — внутренней и внешней, общая длина которых близка к  $4\pi R$ . С помощью (5.1) найдём, что сила поверхностного натяжения  $F$  равна

$$F = 4\pi R\sigma, \quad (1)$$

где  $R$  — радиус кольца А.

## ЗАДАНИЕ

1. При помощи грузиков весом от 1 до 5 г исследуйте зависимость длины пружины В от её натяжения. Результаты измерений представьте в виде графика.
2. Тщательно промойте кольцо и внутреннюю поверхность кюветы спиртом, чтобы удалить с их поверхности случайные загрязнения, особенно жир. Следует помнить, что даже небольшие количества посторонних веществ способны существенно исказить результаты измерений (почему?). После промывки нужно дать просохнуть спирту, так как он сам влияет на величину поверхностного натяжения воды. Ни в коем случае не следует прикасаться к кольцу и внутренней поверхности кюветы пальцами.
3. Наполните кювету дистиллированной водой. Поставив наполненную кювету на столик Р, медленно поднимайте последний до тех пор, пока поверхность воды не коснётся кольца. Что при этом произойдёт с пружиной? Во время опыта надо следить за тем, чтобы нижний обрез кольца коснулся воды всеми краями одновременно.
4. Медленно опуская столик, зафиксируйте удлинение пружины, при котором кольцо отрывается от поверхности воды.
5. Определите положение кольца после того, как оно оторвалось от воды, и найдите величину  $F$ .

6. Повторите измерения 12–15 раз. Найдите среднее значение величины  $\sigma$  и оцените допущенную при этом погрешность. Каковы причины этой погрешности?
7. В заключение полезно исследовать влияние примесей на поверхностное натяжение воды. Одним из веществ, особенно сильно влияющих на поверхностное натяжение, является мыло. Опыт рекомендуется выполнять в следующем порядке.

Приготовьте три раствора мыла в воде. Первый раствор получается путём растворения  $1 \text{ см}^3$  жидкого мыла в 1 л воды. Второй — путём растворения  $1 \text{ см}^3$  полученного раствора в 1 л свежей воды, а третий — при добавлении в 1 л свежей воды  $1 \text{ см}^3$  второго раствора. Оцените концентрацию мыла во всех трёх растворах.

В наполненную водой кювету весов Жоли добавьте  $1 \text{ см}^3$  самого слабого раствора и измерьте поверхностное натяжение полученной жидкости. Затем добавляйте туда же  $1 \text{ см}^3$  второго, а потом и первого раствора, измеряя каждый раз силу поверхностного натяжения.

Как объяснить полученные результаты?

## Б. Определение диаметра капиллярной трубки

**В работе используются:** штатив; набор капилляров; отсчётный микроскоп; сосуды.

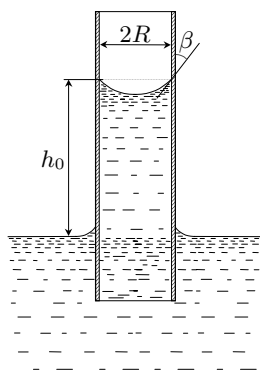


Рис. 2. Подъём жидкости в капилляре

Сила поверхностного натяжения вызывает поднятие жидкостей в капиллярах (при том условии, если жидкость смачивает стенки). При расчёте равновесного положения жидкости в капилляре следует помнить, что полная потенциальная энергия системы зависит в этом случае от работы силы тяжести и от поверхностной энергии на границе жидкость — стенки капилляра, на границе жидкость — воздух и на границе стенки капилляра — воздух.

Проще всего и в этом случае использовать для расчёта не энергию, а силы поверхностного натяжения. Рассмотрим схему опыта, изображённую на рис. 2. При небольших диаметрах капилляра высота столба жидкости у её мениска мало зависит от того, как далеко от оси трубки находится рассматриваемая точка. В этих условиях во всех точках мениска давление жидкости можно считать постоянным, а форму мениска — сферической.

Радиус сферы может быть найден из следующих простых соображений. Рассмотрим равновесие наполненного воздухом сферического сегмента, ограниченного проведённой на рисунке пунктирной линией и поверхностью жидкости. Сверху на него действует сила атмосферного давления

$$F_1 = \pi R^2 p, \quad (2)$$

где  $p$  — атмосферное давление. Действующее на сегмент снизу давление воды на  $\rho g h$  меньше атмосферного ( $\rho$  — плотность жидкости). Соответствующая сила равна

$$F_2 = -\pi R^2 (p - \rho g h_0). \quad (3)$$

Наконец, на сегмент действует сила поверхностного натяжения, равная

$$F_3 = -2\pi R \sigma \cos \beta. \quad (4)$$

Множитель  $\cos \beta$  возникает из-за того, что результирующая сил поверхностного натяжения направлена вертикально. При равновесии

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0,$$

откуда получаем

$$h_0 = \frac{2\sigma}{\rho g R} \cos \beta. \quad (5)$$

Как видно из (5), в расчётную формулу входит краевой угол  $\beta$ . Величина этого угла зависит, как известно, от соотношения между поверхностными энергиями на границах жидкость — воздух, жидкость — стенка и стенка — воздух.

В нашем случае, когда в качестве жидкости используется вода, а капилляр изготовлен из стекла, имеет место полное смачивание, можно положить  $\cos \beta = 1$  и

$$h_0 = \frac{2\sigma}{\rho g R}. \quad (6)$$

Формула (5) может быть выведена и непосредственно из энергетических соображений без обращения к силам. Проще всего это сделать для случая полного смачивания ( $\beta = 0$ ). Мениск имеет при этом форму сферы диаметром  $2R$ , где  $R$  — радиус капилляра.

При полном смачивании вся внутренняя поверхность стеклянной трубки покрывается тонкой плёнкой воды. Площадь поверхности соприкосновения воды и воздуха складывается поэтому из поверхности

мениска и той части внутренней поверхности капилляра, которая находится над столбом воды. Полная потенциальная энергия жидкости равна при этом

$$U = \rho g \frac{h_0^2}{2} \pi R^2 + \sigma [2\pi R^2 + (H - h_0)2\pi R],$$

где первый член равен энергии жидкости в поле тяжести, а остальные описывают поверхностную энергию;  $H$  — полная высота трубки. При равновесии устанавливается такая высота столба в капилляре, при которой  $U$  минимальна. Приравнявая нулю производную  $U$  по  $h_0$ , найдём

$$h_0 \cdot \pi R^2 \rho g - 2\pi R \cdot \sigma = 0,$$

откуда немедленно следует (6).

Формула (6) позволяет по высоте поднятия жидкости найти радиус капилляра.

## ЗАДАНИЕ

1. Все исследуемые капилляры и внутреннюю поверхность кюветы промойте сначала спиртом, а потом водой.
2. Погрузите капилляр в кювету так, чтобы под водой оказался конец трубки длиной не менее 5 мм. Внимательно следите за тем, чтобы внутри поднимающегося столба воды не попали пузырьки воздуха.
3. В этом положении укрепите капилляр на штативе (ось капилляра, естественно, должна быть вертикальной) и при помощи отсчётного микроскопа определите величину  $h_0$ . Воспользовавшись измеренным ранее значением  $\sigma$  и формулой (6), найдите  $R$  для 3–5 капиллярных трубок.
4. Для сравнения измерьте диаметр капиллярных трубок непосредственно, рассматривая, например, их торец с помощью измерительного микроскопа.

## В. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом капли и пузырька

**В работе используются:** горизонтальный отсчётный микроскоп со специальным окуляром для измерения краевых углов; дистиллированная вода; хромпик; раствор парафина в бензине; стеклянные и пластмассовые пластинки; плексигласовая ванночка.

Если на гладкую горизонтальную пластинку помещена достаточно большая капля жидкости, то она растечётся по поверхности и примет

форму диска (диаметра  $D$ ), поверхность которого всюду, кроме краев, можно считать плоской. Пусть  $h$  — высота капли, а  $\beta$  — краевой угол у её границы (рис. 3а). Мысленно выделим из капли проходящую вдоль её диаметра полоску ширины  $l \ll D$  и рассмотрим часть этой полоски, расположенную слева от некоторого её сечения  $bb$ . Этот участок полоски находится в равновесии, следовательно, разность  $\Delta F_n$  горизонтальных составляющих сил поверхностного натяжения, действующих у его краев,  $\Delta F_n = F_n(1 - \cos \beta) = \sigma \cdot l(1 - \cos \beta)$ , уравнивается средней силой гидростатического давления жидкости  $F_d = \rho g h l h/2 = \rho g l h^2/2$ , откуда

$$\sigma(1 - \cos \beta) = \rho g h^2/2, \quad (7)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости. Если вместо капли рассмотреть образовавшийся в той же жидкости и под той же пластинкой достаточно большой воздушный пузырёк, чтобы его всюду (кроме краев) можно было считать плоским диском, то нетрудно показать, что условие его равновесия будет выглядеть так:

$$\sigma(1 + \cos \beta) = \rho g d^2/2, \quad (8)$$

где  $d$  — высота пузырька (рис. 3б). Соотношения (7) и (8) дают

$$\sigma = \rho g (h^2 + d^2)/4, \quad (9)$$

$$\cos \beta = \frac{d^2 - h^2}{d^2 + h^2}. \quad (10)$$

Таким образом, по измеренным значениям  $h$  и  $d$  можно определить коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  и краевой угол  $\beta$ .

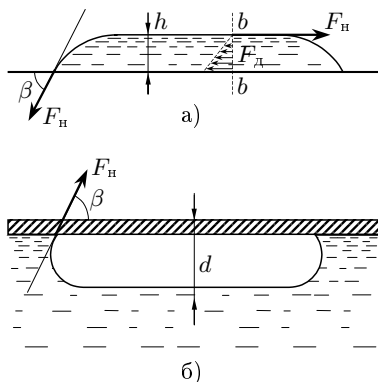


Рис. 3. а) капля на горизонтальной пластинке; б) воздушный пузырёк под горизонтальной пластинкой, касающейся поверхности жидкости

## ЗАДАНИЕ

1. Перед началом измерений тщательно промойте все пластинки хромпиком и дистиллированной водой. Затем стеклянные пластинки опустите на несколько секунд в раствор парафина в бензине и просушите над плиткой. Так как поверхность стекла легко загрязняется, то заготовленные пластинки хранятся в кювете с раствором двуххромовокислого калия в разбавленной серной кислоте (осторожно!). Перед измерениями выньте пластинки пинцетом из раствора и окуните в дистиллированную воду.



2. Налейте в плексигласовую ванночку до краев дистиллированную воду и, накрыв её одной из пластинок, получите воздушный пузырёк нужных размеров. Капли можно получить, перевернув пластинку.
3. Ознакомьтесь с устройством микроскопа и методами измерения высоты капли  $h$ , глубины пузырька  $d$  и краевого угла  $\beta$ .
4. Проведя по 2–3 измерения с каплями разных размеров на каждой пластинке и используя формулы (9), (10), вычислите значения  $\sigma$  и  $\beta$ . Сравните полученные значения  $\sigma$  с данными предыдущих измерений, а рассчитанные значения  $\beta$  — с измеренными.
5. Оцените точность определения  $\sigma$  и  $\beta$ .

### Контрольные вопросы

1. Почему в формулы (4) и (6) входит только коэффициент поверхностного натяжения воды (границы вода — воздух) и не входят коэффициенты поверхностного натяжения стенка — воздух и вода — стенка?
2. Почему загрязнения кольца А и внутренней поверхности кюветы С (рис. 1) могут повлиять на результаты измерений?
3. Почему при определении величины  $F$  вес кольца А в воздухе рекомендуется измерять не до, а после его отрыва от воды?
4. Выведите формулу (8).
5. Проанализируйте возможные причины погрешностей в каждом из экспериментов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Курс физики* / Под ред. Н.Д. Папалекси. Т. 1. — М.-Л.: Гостехиздат, 1948. Гл. IX.
2. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. — М.: Физматгиз, 1976. Гл. 7.
3. *Коротков П.Ф.* Молекулярная физика и термодинамика. — М.: МФТИ, 2001. С. 160–168.
4. *Сборник задач по общему курсу физики* / Под ред. В.А. Овчинкина. Ч. 1. — М.: изд-во МФТИ, 1998. С. 255–262.

### Работа 2.5.3

## Измерение коэффициента поверхностного натяжения методом капиллярных волн

**Цель работы:** измерение длины капиллярных волн на поверхности жидкости; определение по полученным результатам коэффициента поверхностного натяжения.

**В работе используются:** генератор звуковой частоты ГЗ-18; электромагнитный вибратор; тахометр стробоскопического типа СТ-5; ванна для исследуемой жидкости; микроскоп.

Рассмотрим поверхность жидкости, наполняющей озеро или достаточно большой сосуд. В спокойном состоянии эта поверхность является плоской. Однако достаточно хотя бы ненадолго вывести жидкость из состояния равновесия, как по её поверхности начинают распространяться волны круговые (от брошенного камня), плоские (от ветра) или очень сложные по форме, как волны, расходящиеся от моторной лодки.

Два рода сил возвращают на место выведенную из равновесия жидкость: силы тяжести и силы поверхностного натяжения. Силы тяжести стремятся совместить поверхность жидкости с эквипотенциалью в поле тяжести, т. е. расположить эту поверхность по горизонтальной плоскости (точнее говоря, по сфере, центр которой расположен в центре Земли). Сила поверхностного натяжения стремится сократить площадь поверхности, т. е. тоже придать ей вид плоскости.

Выведенная из состояния равновесия жидкость приобретает в поле тяжести и в поле сил поверхностного натяжения некоторую потенциальную<sup>1</sup> энергию. До тех пор, пока эта энергия не перейдёт в тепло, жидкость не может успокоиться. В ней возбуждается колебательное движение — по поверхности жидкости бегут капиллярно-гравитационные волны.

Теория капиллярно-гравитационных волн основана на уравнениях гидродинамики и здесь не рассматривается. Эта теория приводит к следующей формуле для скорости капиллярно-гравитационных волн:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup> Строго говоря, здесь следует иметь в виду не потенциальную, а свободную энергию (в том смысле, как она понимается в термодинамике).

где  $v$  — фазовая скорость распространения волны,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\lambda$  — длина поверхностной волны,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — плотность жидкости.

Первое слагаемое под корнем отражает вклад силы тяжести, а второе — вклад сил поверхностного натяжения. Соотношение между этими слагаемыми существенно зависит от длины волны. При увеличении  $\lambda$  первое слагаемое подкоренного выражения растёт, а второе — уменьшается. Движение достаточно длинных волн определяется только гравитационными силами. Наоборот, движение волн с малой длиной волны целиком связано с поверхностным натяжением. Оба члена вносят равный вклад при

$$\lambda_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}. \quad (2)$$

Для воды  $\lambda_1 = 1,5$  см.

Возбуждая в жидкости волны с достаточно малой  $\lambda$ , можно сколь угодно уменьшить вклад гравитационных сил в выражение для скорости распространения волн. При этом формула (1) упрощается и принимает вид

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (3)$$

Формула (3) устанавливает связь между скоростью распространения капиллярной волны и величиной поверхностного натяжения жидкости. Измеряя на опыте  $v$ ,  $\rho$  и  $\lambda$ , можно вычислить коэффициент поверхностного натяжения по формуле

$$\sigma = \frac{\rho\lambda}{2\pi} v^2, \quad (4)$$

которая следует из (3). Приближённая формула (4) описывает движение волны тем точнее, чем лучше выполнено неравенство

$$\lambda \ll \lambda_1. \quad (5)$$

Целью работы является измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости по скорости распространения капиллярных волн. Предлагаемый метод является одним из наиболее точных методов измерения  $\sigma$ .

Формула (3) с точностью до коэффициента может быть получена без точного решения гидродинамической задачи — из теории размерностей. Чтобы это сделать, нужно прежде всего установить, от каких физических величин может зависеть скорость распространения волны.

Нетрудно понять, что в жидкости с очень малой вязкостью таких величин всего три: коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$ , плотность жидкости  $\rho$  и длина волны  $\lambda$ . Частота волны  $\omega$  и её период  $T$  полностью определяются длиной и скоростью распространения волны и поэтому не должны вводиться в формулу.

Как показывает теория размерностей, выражение для  $v$  следует искать в виде

$$v = k\sigma^a\rho^b\lambda^c, \quad (6)$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — искомые показатели степени, а  $k$  — коэффициент, величину которого с помощью теории размерностей установить не удаётся.

Выпишем размерности входящих в формулу (6) величин:

$$v \sim LT^{-1}, \quad \sigma \sim MT^{-2}, \quad \rho \sim ML^{-3}, \quad \lambda \sim L. \quad (7)$$

Приравнивая размерности левой и правой частей формулы (6), найдём

$$[LT^{-1}] = [MT^{-2}]^a [ML^{-3}]^b [L]^c. \quad (8)$$

Полагая равными коэффициенты при  $L$ ,  $M$  и  $T$ , найдём

$$1 = -3b + c, \quad 0 = a + b, \quad -1 = -2a, \quad (9)$$

откуда

$$a = 1/2, \quad b = -1/2, \quad c = -1/2$$

в полном согласии с формулой (3).

В нашей работе непосредственно измеряется не скорость волны  $v$ , а её частота  $f$ . Преобразуем формулу (4), используя соотношение

$$v = \lambda f. \quad (10)$$

Формула приобретает окончательный вид

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \rho \lambda^3 f^2. \quad (11)$$

**Экспериментальная установка.** Схема устройства установки для исследования капиллярных волн приведена на рис. 1. Колебания в жидкости создаются с помощью электромагнитного вибратора, питаемого током звукового генератора ГЗ-18.

Частота колебаний определяется по шкале звукового генератора. Электромагнитный вибратор представляет собой стержень, припаянный верхним концом к мембране телефона Т. На нижнем конце стержня

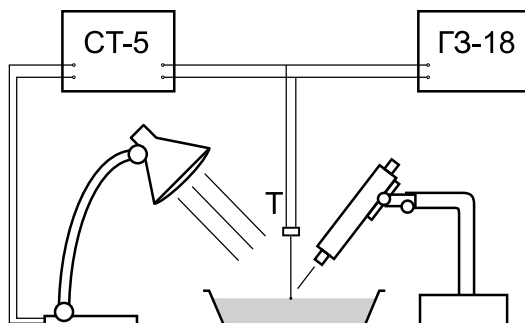


Рис. 1. Схема устройства экспериментальной установки для исследования капиллярных волн

укреплен шарик, периодически касающийся жидкости и возбуждающий в ней капиллярные волны.

Длина волны капиллярных волн мала, а скорость их распространения велика, поэтому при обычном освещении увидеть эти волны, а тем более измерить их длину волны, оказывается невозможным. Чтобы это сделать, картина бегущих волн «останавливается» с помощью прерывистого или, как обычно говорят, стробоскопического освещения. Легко видеть, что картина бегущих волн будет казаться неподвижной, если освещать жидкость через интервалы времени, за которые волна успевает сместиться на  $\lambda$  или на целое число  $\lambda$ . Для этого частота освещения должна совпадать с частотой вибратора или быть в целое число раз меньше этой частоты.

В качестве осветителя в работе используется тахометр стробоскопического типа СТ-5. Роль осветителя играет импульсная лампа, создающая очень короткие и мощные вспышки света. Частота вспышек регулируется. Грубая регулировка осуществляется с помощью переключателя, имеющего семь диапазонов (вспышек/мин):

1	—	250 ÷ 500		5	—	4000 ÷ 8000
2	—	500 ÷ 1000		6	—	8000 ÷ 16 000
3	—	1000 ÷ 2000		7	—	16 000 ÷ 32 000
4	—	2000 ÷ 4000				

Плавное изменение частоты вспышек внутри диапазона производится верньером, одна из ручек которого позволяет быстро изменять частоту, а вторая служит для точной настройки. Частоту вспышек в работе измерять не следует.

После того как частота стробоскопического освещения подобрана и волна кажется неподвижной, ее длина измеряется при помощи отсчётного микроскопа с горизонтальной шкалой.

## ЗАДАНИЕ

1. Перед началом работы тщательно вымойте кювету и заполните её исследуемой жидкостью (дистиллированной водой). При наполнении кюветы и дальнейшей работе будьте внимательны и осторожны. Помните, что даже незначительные следы грязи способны существенно изменить величину коэффициента поверхностного натяжения. Ни в коем случае не погружайте руки в кювету — при этом измерения могут быть безнадежно испорчены.
2. С помощью формулы (1) оцените, при каких длинах волн поправки на гравитационные силы не превышают двух процентов, а по формуле (11) вычислите частоту этих волн.
3. Включите звуковой генератор, дайте ему прогреться пять минут и установите на его шкале вычисленное значение частоты.
4. Включите на строботахометре СТ-5 тумблер с надписью «Сеть»; при этом должна загореться лампочка подсветки его шкалы. После пятиминутного прогрева включите импульсную лампу тумблером с надписью «Лампа». Установите диапазон, соответствующий выбранной частоте.
5. Направьте свет импульсной лампы на поверхность жидкости вблизи вибратора. Установите тубус микроскопа наклонно так, чтобы в него попадал отражённый от жидкости свет импульсной лампы.
6. Вращая ручку верньера, подберите частоту вспышек, чтобы картина волн казалась неподвижной.
7. Сфокусируйте микроскоп на поверхность жидкости и получите чёткое изображение капиллярных волн. При необходимости слегка подстройте частоту строботахометра.
8. Измерьте длину волны капиллярных волн. Для этого совместите крест нитей в поле зрения микроскопа с гребнем волны и отметьте положение микроскопа по горизонтальной шкале, расположенной на держателе микроскопа. Передвиньте микроскоп на несколько периодов волны (чем больше, тем лучше), вновь настройте микроскоп на гребень волны и отметьте новое положение микроскопа. Рассчитайте длину волны, поделив перемещение микроскопа на число периодов. Оцените  $\Delta\lambda$  — ошибку в измерении длины волны.
9. Произведите измерения при нескольких частотах звукового генератора (более высоких, чем начальная). Наибольшая частота должна отличаться от наименьшей не менее чем в три раза.

10. Постройте график, откладывая по оси абсцисс величину  $1/f^2$ , а на оси ординат  $\lambda^3$ . Лежат ли точки на одной прямой? Проведите через них наилучшую прямую. Найдите из графика угловой коэффициент полученной прямой и вычислите по нему коэффициент поверхностного натяжения воды. Рассчитайте коэффициент поверхностного натяжения непосредственно из результатов измерения по формуле (11). Оцените ошибку измерений.
11. Постройте по найденным результатам зависимость скорости капиллярной волны  $v = \lambda f$  от длины волны  $\lambda$ .

### Контрольные вопросы

1. С помощью теории размерностей найдите формулу для скорости волн, распространяющихся по поверхности жидкости, при больших значениях  $\lambda$ , когда можно пренебречь вкладом сил поверхностного натяжения.
2. Постройте график зависимости скорости гравитационно-капиллярных волн от длины волны. При какой длине волны скорость распространения оказывается минимальной?

ТАБЛИЦЫ

Т а б л и ц а 1

Основные физические постоянные

Величина	Обозначение или формула	Числовое значение
Скорость света в вакууме	$c$	299 792 458 м/с (точно)
Постоянная Планка	$h$ $\hbar = h/2\pi$	$6,62606876(52) \cdot 10^{-34}$ Дж·с $1,054571596(82) \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Больцмана	$k$	$1,3806503(24) \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02214199(47) \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Атомная единица массы	1 а.е.м	$1,66053873(13) \cdot 10^{-27}$ кг
Газовая постоянная	$R = kN_A$	8,314472(15) Дж/(моль·К)
Объём моля идеального газа при нормальных условиях ( $T_0 = 273,15$ К, $P_0 = 101325$ Па)	$V_0 = \frac{RT_0}{P_0}$	$22,413996(39) \cdot 10^{-3}$ $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,673(10) \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> /кг <sup>2</sup>
Элементарный заряд (заряд электрона)	$e$	$1,602176462(63) \cdot 10^{-19}$ Кл $4,8032042 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ
Удельный заряд электрона	$e/m_e$	$1,758820174(71) \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Масса электрона	$m_e$	$0,910938188(72) \cdot 10^{-30}$ кг
Масса протона	$m_p$	$1,67262158(13) \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$m_n$	$1,67492716(13) \cdot 10^{-27}$ кг



Т а б л и ц а 1 (продолжение)

Величина	Обозначение или формула	Числовое значение
Энергия покоя электрона	$m_e c^2$	0,510998902(21) МэВ
Энергия покоя протона	$m_p c^2$	938,271998(38) МэВ
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2$	939,565330(38) МэВ

В скобках указана погрешность последних знаков.

Т а б л и ц а 2

### Внесистемные единицы

Длины:

Ангстрем

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} = 10^{-8} \text{ см} = 0,1 \text{ нм}$$

Астрономическая единица

$$1 \text{ а. е.} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}$$

Световой год

$$1 \text{ св. год} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м} = 9,5 \cdot 10^{17} \text{ см}$$

Парсек

$$1 \text{ пк} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м} = 3,1 \cdot 10^{18} \text{ см}$$

Давления:

Атмосфера (физическая)

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101325 \text{ Па (точно)}$$

Энергии:

Эрг

$$1 \text{ эрг} = 10^{-7} \text{ Дж}$$

Калория

$$1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж (точно)}$$

Электрон-вольт

$$1 \text{ эВ} = 1,6021765 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6021765 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$$

Температура, соответствующая энергии 1 эВ,

$$11605 \text{ К}$$

**Астрофизические постоянные**

Масса Солнца

$$M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг} = 1,99 \cdot 10^{33} \text{ г}$$

Энергия, испускаемая Солнцем в 1 секунду, или светимость

$$L_{\odot} = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ Вт} = 3,86 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$$

Солнечная постоянная

$$E_{\odot} = 1,35 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2 = 1,35 \cdot 10^6 \text{ эрг/(с·см}^2\text{)}$$

Радиус Солнца

$$R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^5 \text{ км} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$$

Угловой диаметр Солнца на среднем расстоянии от Земли

$$\alpha_{\odot} = 0,92 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Температура Солнца вблизи поверхности

$$T_{\odot} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ К}$$

Масса Земли

$$M_{\oplus} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг} = 5,98 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

Средняя плотность Земли

$$\rho_{\oplus} = 5,52 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 5,52 \text{ г/см}^3$$

Экваториальный ( $a$ ) и полярный ( $b$ ) радиусы Земли

$$a = 6378 \text{ км}, \quad b = 6357 \text{ км}$$

Средний радиус равновеликой сферы

$$R = 6371 \text{ км}$$

Стандартное ускорение свободного падения на поверхности Земли

$$g_n = 9,80665 \text{ м/с}^2$$

Среднее расстояние от Земли до Солнца

$$L_{\oplus} = 1 \text{ а.е.} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

Средняя температура поверхности Земли

$$T_{\oplus} = 300 \text{ К}$$

Средняя скорость движения Земли по орбите

$$v_{\oplus} = 30 \text{ км/с} = 3 \cdot 10^4 \text{ м/с}$$

Угловая скорость вращения Земли

$$\omega_{\oplus} = 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

Космические скорости (1-я и 2-я) на поверхности Земли

$$v_1 = \sqrt{GM_{\oplus}/R_{\oplus}} = 7,9 \text{ км/с} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с},$$

$$v_2 = v_1 \sqrt{2} = 11,2 \text{ км/с} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Масса Венеры

$$M_{\text{В}} = 0,82 M_{\oplus} = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ кг} = 4,87 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

Среднее расстояние от Венеры до Солнца

$$L_{\text{В}} = 1,08 \cdot 10^8 \text{ км} = 1,08 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

Период обращения Венеры вокруг Солнца

$$T_{\text{В}} = 225 \text{ сут}$$

Радиус Венеры

$$R_{\text{В}} = 0,99 R_{\text{З}} = 6,3 \cdot 10^3 \text{ км} = 6,3 \cdot 10^6 \text{ м}$$

Средняя плотность Венеры

$$\rho_{\text{В}} = 4,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 4,7 \text{ г/см}^3$$

Ускорение свободного падения на поверхности Венеры

$$g_{\text{В}} = 0,84 g_{\text{З}} = 8,2 \text{ м/с}^2$$

Масса Марса

$$M_{\text{М}} = 0,11 M_{\text{З}} = 0,66 \cdot 10^{24} \text{ кг} = 0,66 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

Расстояние от Марса до Солнца

$$L_{\text{М}} = (2,06 - 2,49) \cdot 10^8 \text{ км}$$

Расстояние от Марса до Земли

$$L_{\text{МЗ}} = (0,55 - 4,0) \cdot 10^8 \text{ км}$$

Средняя плотность Марса

$$\rho_{\text{М}} = 4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 4 \text{ г/см}^3$$

Ускорение свободного падения на поверхности Марса

$$g_{\text{М}} = 0,37 g_{\text{З}} = 3,6 \text{ м/с}^2$$

Масса Луны

$$M_{\text{Л}} = 7,4 \cdot 10^{22} \text{ кг} = 7,4 \cdot 10^{25} \text{ г}$$

Диаметр Луны

$$D_{\text{Л}} = 3,48 \cdot 10^3 \text{ км} = 3,48 \cdot 10^6 \text{ м}$$

Среднее расстояние между Луной и Землёй

$$L_{\text{Л}} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ км} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$$

Средняя плотность Луны

$$\rho_{\text{Л}} = 3,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 3,3 \text{ г/см}^3$$

Ускорение свободного падения на поверхности Луны

$$g_{\text{Л}} = 1,64 \text{ м/с}^2$$

Т а б л и ц а 4

**Ускорение свободного падения на различных широтах**

$\theta$ , град	$g$ , см/с <sup>2</sup>	$\theta$ , град	$g$ , см/с <sup>2</sup>	$\theta$ , град	$g$ , см/с <sup>2</sup>
0	978,0300	35	979,7299	70	982,6061
5	978,0692	40	980,1659	75	982,8665
10	978,1855	45	980,6159	80	983,0584
15	978,3756	50	981,0663	85	983,1759
20	978,6337	55	981,5034	90	983,2155
25	978,9521	60	981,9141		
30	979,3213	65	982,2853		

Т а б л и ц а 5

## Постоянные элементов при давлении 760 мм рт. ст.

$\rho$  — плотность (при 20 °С);  $C_P$  — молярная теплоёмкость (при 25 °С);  $t_{\text{пл}}$  и  $t_{\text{кип}}$  — температуры плавления и кипения;  $q$  — молярная теплота плавления;  $r$  — молярная теплота парообразования;  $\lambda$  — теплопроводность (значения приведены для температур, указанных в скобках);  $\alpha$  — температурный коэффициент линейного расширения изотропных элементов при 0 °С.

Элемент	Сим- вол	$\rho$ , $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$C_P$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	$t_{\text{пл}}$ , °С	$t_{\text{кип}}$ , °С	$q$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$r$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\lambda$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\alpha$ , $10^{-6} \text{ К}^{-1}$
Алюминий	Al	2,70	24,35	660	2447	10,7	293,7	207 (27)	22,58
Барий	Ba	3,78	26,36	710	1637	7,66	150,9	—	19,45
Бериллий	Be	1,84	16,44	1283	2477	12,5	294	182 (27)	10,5
Бор (крист.)	B	3,33	11,09	2030	3900	22,2	540	1,5 (27)	8
Бром	Br	3,12	75,71	—7,3	58,2	10,58	30,0	—	8,3
Ванадий	V	5,96	24,7	1730	3380	17,5	458	33,2 (20)	—
Висмут	Bi	9,75	25,52	271,3	1559	10,9	151,5	8 (20)	16,6 <sup>2</sup>
Вольфрам	W	18,6–19,1	24,8	3380	5530	35,2	799	130 (27)	4,3
Германий	Ge	5,46	28,8	937,2	2830	29,8	334	60,3 (0)	5,8
Железо	Fe	7,87	25,02–26,74	1535	—	15,5	—	75(0)	12,1
Золото	Au	19,3	25,23	1063	2700	12,77	324,4	310(0)	14,0 <sup>2</sup>
Индий	In	7,28	26,7	156,01	2075	3,27	226	88(20)	30,5 <sup>2</sup>
Йод	I	4,94	26,02	113,6	182,8	15,77	41,71	0,44(30)	93,0
Иридий	Ir	22,42	25,02	2443	4350	—	—	138(20)	6,5
Кадмий	Cd	8,65	26,32	321,03	765	6,40	99,81	93(20)	29,0
Калий	K	0,87	29,96	63,4	753	2,33	77,5	100 (7)	84
Кальций	Ca	1,55	26,28	850	1487	8,66	150	98 (0)	22(0)
Кобальт	Co	8,71	24,6	1492	2255	15,3	383	70,9 (17)	12,0
Кремний (крист.)	Si	2,42	—	1423	2355	46,5	394,5	167 (0)	2,3
Литий	Li	0,534	24,65	180,5	1317	3,01	148,1	71 (0-100)	—
Магний	Mg	1,74	24,6	649	1120	8,95	131,8	165 (0)	—
Марганец	Mn	7,42	26,32	1244	2095	141,6	224,7	—	22,6
Медь	Cu	8,93	24,52	1083	2595	130,1	304	395–402 (20)	16,6 <sup>2</sup>
Молибден	Mo	9,01	23,8	2625	4800	27,6	594	162 (27)	5,19

Т а б л и ц а 5 (продолжение)

Элемент	Сим- вол	$\rho$ , $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$C_P$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$	$t_{\text{пл}}$ , °C	$t_{\text{кип}}$ , °C	$q$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$r$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\lambda$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\alpha$ , $10^{-6} \text{ К}^{-1}$
Натрий	Na	0,971	28,12	97,82	890	2,602	89,04	133 (27)	72
Неодим	Nd	6,96	27,49	1019	3110	14,6	—	—	8,6
Никель	Ni	8,6–8,9	25,77	1453	2800	17,8	380,6	92 (20)	14,0
Олово (серое)	Sn	5,8	25,77	231,9	2687	7,07	290,4	65 (20)	—
Палладий	Pd	12,16	25,52	1552	3560	17,2	—	76,2 (20)	12,4 <sup>2</sup>
Платина	Pl	21,37	25,69	1769	4310	21,7	447	74,1 (20)	9
Родий	Rh	12,44	25,52	1960	3960	—	—	—	8,7
Ртуть (жидк.)	Hg	13,546	27,98	–38,86	356,73	2,295	59,11	8,45 (20)	—
Рубидий	Rb	1,53	30,88	38,7	701	2,20	69,20	35,5 (20)	90
Свинец	Pb	11,34	26,44	327,3	1751	4,772	179,5	34,89 (20)	28,3
Селен (крист.)	Se	4,5	25,36	217,4	657	5,42	—	0,13 (25)	20,3
Сера (ромбич.)	S	2,1	22,60	115,18	444,6	1,718	90,75	0,2 (0)	74
Серебро	Ag	10,42–10,59	25,49	960,8	2212	11,27	254,0	418 (27)	19,0 <sup>2</sup>
Стронций	Sr	2,54	25,11	770	1367	9,2	138	—	20,6
Сурьма	Sb	6,62	25,2	630,5	1637	20,41	128,2	23 (20)	9,2
Тантал	Ta	16,6	25,4	2996	5400	31,4	75,3	63 (27)	6,2
Теллур (крист.)	Te	6,25	25,7	449,5	989,8	17,5	114,06	—	17,0
Титан	Ti	4,5	25,02	1668	3280	15,5	430	15,5 (20)	7,7
Торий	Th	11,1–11,3	27,32	1695	4200	15,65	544	35,6 (27)	9,8
Углерод (алмаз)	C	3,52	6,12	—	—	—	—	—	1,2
Углерод (графит) <sup>1</sup>	C	2,25	8,53	3500	3900	—	—	114 (20)	—
Уран (13 °C)	U	18,7	27,8	1133	3900	19,7	412	22,5 (27)	10,7
Фосфор (белый)	P	1,83	24,69	44,2	—	2,51	—	—	125
Хром	Cr	7,1	23,22	1903	2642	14,6	349	67 (27)	7,78
Цезий	Cs	1,87	31,4	28,64	685	2,18	65,9	23,8 (20)	97
Цинк	Zn	6,97	25,40	419,5	907	7,28	114,7	111 (20)	32
Цирконий	Zr	6,44	25,15	1855	4380	20	582	21,4 (20)	5,1

<sup>1</sup> Реакторный графит,  $\rho = 1,65 - 1,72 \text{ г/см}^3$ ; приведено значение  $\lambda_{\perp}$  поперёк направления прессования,  $\lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel} = 1,5$ .<sup>2</sup> При 20 °C.

Т а б л и ц а 6

## Постоянные твёрдых тел (при 20 °С)

$\rho$  — плотность;  $\alpha$  — температурный коэффициент линейного расширения;  $\lambda$  — теплопроводность.

Вещество	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\alpha$ , 10 <sup>-6</sup> К <sup>-1</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)
<i>Сплавы</i>			
Бронзы (Cu, Zn, Sn, Al)	8,7–8,9	16–20	200
Дюралюминий (Al, Cu)	2,8	27	186
Инвар (Fe, Ni, C)	8,0	~1	11
Константан (Cu, Ni)	8,8	15–17	21–22
Латунь (Cu, Zn)	8,4–8,7	17–20	80–180
Манганин (Cu, Mn, Ni)	8,5	16	—
Платино-иридиевый сплав (Pt, Ir)	21–22	8,7	—
Стали	7,5–7,9	10–13	~40
<i>Дерево (сухое)<sup>1</sup></i>			
Бальза (пробковое)	0,11–0,14	—	0,04
Бамбук	0,31–0,40	—	0,14–0,17
Бук	0,7–0,9	2,57	—
Береза	0,5–0,7	—	0,117
Дуб	0,6–0,9	4,92	0,171
Кедр	0,49–0,57	—	0,08–0,09
Клен	0,62–0,75	6,38	0,12–0,13
Сосна	0,37–0,60	5,41	0,08–0,11
Тополь	0,35–0,5	—	0,1
Ясень	0,65–0,85	9,51	0,12–0,14
<i>Минералы</i>			
Алмаз	3,01–3,52	1,5	628
Асбест	2,0–2,8	—	0,1
Базальт	2,4–3,1	—	2,177
Гипс	1–2,3	—	0,18–1,05
Глина	1,8–2,6	8,1	1,05–1,26
Гранит	2,34–2,76	8,3	2,7–3,3
Кварц (плав.)	2,65	1,46	—
Мел	1,9–2,8	—	1,1
Мрамор	2,6–2,84	3–15	2,7–3
Слюда	2,6–3,2	—	—

<sup>1</sup> Коэффициенты теплопроводности древесины приведены для направлений, перпендикулярных волокнам; теплопроводность вдоль волокон в 2–3 раза выше.

Т а б л и ц а 6 (продолжение)

Вещество	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\alpha$ , 10 <sup>-6</sup> К <sup>-1</sup>	$\lambda$ , Вт/(м·К)
<i>Другие вещества</i>			
Картон	0,69	—	0,21
Кирпич	1,4–2,2	3–9	1–1,3
Лёд	0,913	—	—
Парафин	0,87–0,91	—	2,5
Плексиглас	1,16–1,20	92–130	0,17–0,18
Пробка	0,22–0,26	—	—
Резина	1,1	220	0,146
Стекло обычн.	2,4–2,8	6	0,7–1,13
Стекло флинт	3,9–5,9	7–8	0,84
Фарфор	2,3–2,5	2,5–6	1,05
Эбонит	1,15	84,2	0,17
Янтарь	1,1	57	—

Т а б л и ц а 7

**Постоянные жидкостей** (при давлении 760 мм рт. ст.)

$\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения при указанной в соседнем столбце температуре (в — на границе с воздухом, п — на границе с парами этой же жидкости);  $\eta$  — вязкость при 20 °С;  $\lambda$  — теплопроводность при 0 °С.

Вещество	$t$ , °С	$\sigma$ , 10 <sup>-3</sup> $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$\eta$ , 10 <sup>-3</sup> $\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}$	$\lambda$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$
Анилин	19,5	40,8 (п)	4,40	0,181
Ацетон	16,8	23,3 (п)	0,324	0,170
Бензол	17,5	29,2 (в)	0,647	0,153
Вода	20	72,75 (в)	1,0019	0,596
Глицерин	20	63,4 (в)	1495,0	0,290
Дихлорэтан		—	—	0,146
Кислота азотная 70%	20	59,4 (в)	—	—
Кислота серная 85%	18	57,6 (в)	27	—
Масло касторовое	18	33,1 (в)	986	—
Нитробензол	13,6	42,7 (п)	2,01	0,166
Олово	232	526,1 (СО <sub>2</sub> )	—	34,3
Ртуть	20	487 (п)	1,552	8,45
Скипидар	20	26,7 (в)	—	—
Спирт метиловый	20	23,0 (п)	0,578	0,222
Спирт этиловый	20	22,75 (п)	1,200	0,184
Углерод четырёххлористый	20	27 (п)	0,972	0,112
Эфир этиловый	20	16,96 (п)	0,242	—

Т а б л и ц а 8

## Постоянные жидкостей

$\rho$  — плотность при 20 °С;  $t_{\text{пл}}$  и  $t_{\text{кип}}$  — температуры плавления и кипения при нормальном давлении;  $t_{\text{кр}}$  — критическая температура;  $P_{\text{кр}}$  — критическое давление;  $c$  — удельная теплоёмкость при 20 °С;  $q$  и  $r$  — удельная теплота плавления и парообразования;  $\beta$  — температурный коэффициент объёмного расширения при 20 °С.

Вещество	Формула	$\rho$ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$t_{\text{пл}}$ , °С	$t_{\text{кип}}$ , °С	$t_{\text{кр}}$ , °С	$P_{\text{кр}}$ , атм	$c$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}}$	$q$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{г}}$	$r$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{г}}$	$\beta$ , $10^{-5} \text{ К}^{-1}$
Анилин	$\text{C}_6\text{H}_7\text{N}$	1026 <sup>1</sup>	−6	184	426	52,4	2,156	87,5	458,9	85
Ацетон	$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$	792	−95	56,5	235	47,0	2,18	82,0	521,2	143
Бензол	$\text{C}_6\text{H}_6$	897	+5,5	80,1	290,5	50,1	1,72	126	394,4	122
Вода	$\text{H}_2\text{O}$	998,2	0,0	100,00	374	218	4,14	334	2259	18
Глицерин	$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	1260	+20	290	—	—	2,43	176	—	51
Метиловый спирт	$\text{CH}_4\text{O}$	792,8	−93,9	61,1	240	78,7	2,39	68,7	1102	119
Нитробензол	$\text{C}_6\text{H}_5\text{O}_2\text{N}$	1173,2 <sup>2</sup>	+5,9	210,9	—	—	1,419	—	—	—
Сероуглерод	$\text{CS}_2$	1293	−111	46,3	275,0	77,0	1,00	—	356	—
Спирт этиловый	$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$	789,3	−117	78,5	243,5	63,1	2,51	108	855	112
Толуол	$\text{C}_7\text{H}_8$	867	−95,0	110,6	320,6	41,6	1,616 <sup>3</sup>	—	364	114
Углерод четырёххлористый	$\text{CCl}_4$	1595	−23	76,7	283,1	45,0	—	16,2	195,1	122
Уксусная кислота	$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$	1049	+16,7	118	321,6	57,2	2,06 <sup>2</sup>	187	405,3	107
Фенол	$\text{C}_6\text{H}_6\text{O}$	1073	+40,1	181,7	419	60,5	—	123	495,3	—
Хлороформ	$\text{CHCl}_3$	1498,5 <sup>1</sup>	−63,5	61	260	54,9	0,96	197	243	—
Эфир этиловый	$\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$	714	−116	34,5	193,8	35,5	2,34	98,4	355	163

<sup>1</sup> при 15 °С; <sup>2</sup> при 25 °С; <sup>3</sup> при 0 °С.



Т а б л и ц а 9

## Скорость звука в различных средах

*Газы* (при 0 °С)

Вещество	$c$ , м/с	$dc/dt$ , $\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{К}}$	Вещество	$c$ , м/с	$dc/dt$ , $\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{К}}$
Азот	333,64	0,85	Кислород	314,84	0,57
Аммиак	415,0	0,73	Метан	430	0,62
Аргон	319,0	—	Неон	435	0,78
Водород	1286,0	2,0	Пары воды	405	—
Воздух (сухой)	331,46	0,607	(100 °С)		
Гелий	970	1,55	Углекислый газ	260,3	0,87

*Жидкости*

Вещество	$t$ , °С	$c$ , м/с	$dc/dt$ , $\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{К}}$	Вещество	$t$ , °С	$c$ , м/с	$dc/dt$ , $\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{К}}$
Азот	−199,0	962	−10	Сероуглерод	25	1149	−3,3
Анилин	20	1659	−4,0	Скипидар	25	1225	—
Ацетон	25	1170	−5,5	Спирт	20	1177	−3,6
Бензол	25	1295	−5,2	этиловый			
Вода	25	1497	+2,5	Толуол	25	1300	−4,3
Глицерин	26	1930	−1,8	Углерод			
Керосин	25	1315	−3,6	четырёх-	25	930	−3,0
Ртуть	20	1451	−0,46	хлористый			

*Твёрдые тела*

$c_{\parallel}$  — скорость продольных волн,  $c_{\perp}$  — скорость поперечных волн,  $c$  — скорость продольных волн в тонком стержне.

Вещество	$c_{\parallel}$ , м/с	$c_{\perp}$ , м/с	$c$ , м/с
Алюминий	6400	3130	5240
Бетон	4250–5250	—	—
Вольфрам	5174	2842	—
Гранит	5400	—	—
Дерево (дуб, вдоль волокна)	—	—	4100
Дерево (сосна, вдоль волокна)	—	—	3600
Дюралюминий	6400	3120	—
Железо	5930	—	5170
Кварц кристал. (X-срез)	5720	—	5440
Кварц плавленый	5980	3760	5760
Латунь	4280–4700	2020–2110	3130–3450
Медь (отожжённая)	4720	—	3790
Мрамор	—	—	3810
Никель (отожжённый, немагнитный)	—	—	4810
Олово	3320	—	2730
Полистирол	2350	1120	—
Полиэтилен	2000	—	—
Серебро	3700	1694	2802
Стекло: крон	5260–6120	3050–3550	4710–5300
флинт	3760–4800	—	3490–4550
Сталь инструментальная	5900–6100	—	5150
Сталь нержавеющая	5740	3092	—
Цинк	4170	—	3810
Эбонит	2500	—	—

Т а б л и ц а 10

**Упругие свойства материалов (при 18 °С)**

$E$  и  $G$  — модули Юнга и сдвига;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $K$  — модуль всестороннего сжатия.

Материал	$E, 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	$G, 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	$\mu$	$K, 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$
<i>Металлы</i>				
Алюминий	7,05	2,63	0,345	7,58
Бронза (66% Cu)	9,7–10,2	3,3–3,7	0,34–0,40	11,2
Висмут	3,19	1,20	0,33	3,13
Железо	19–20	7,7–8,3	0,29	16,9
Золото	7,8	2,7	0,44	21,7
Кадмий	4,9	1,92	0,30	4,16
Константан	16,3	6,11	0,32	15,5
Латунь	9,7–10,2	3,5	0,34–0,40	10,65
Медь	10,5–13,0	3,5–4,9	0,34	13,76
Никель	20,4	7,9	0,28	16,1
Олово	5,43	2,04	0,33	5,29
Платина	16,8	6,1	0,37	22,8
Свинец	1,62	0,56	0,44	4,6
Серебро	8,27	3,03	0,37	10,4
Сталь	20–21	7,9–8,9	0,25–0,33	16,8
Титан	11,6	4,38	0,32	10,7
Цинк	9,0	3,6	0,25	6,0
<i>Другие материалы</i>				
Бамбук	3,3	—	—	—
Дуб	1,3	—	—	—
Кварцевые нити	7,3	—	—	—
Красное дерево	0,88	—	—	—
Резина мягкая	0,00015– 0,0005	0,00005– 0,00015	0,46–0,49	16,8
Сосна	0,9	—	—	—
Стекло	5,1–7,1	3,1	0,17–0,32	3,75

Т а б л и ц а 11

**Коэффициенты поверхностного  
натяжения воды и анилина  
при различных температурах**

Границы: вода — воздух, анилин — воздух.

$t$	$\sigma, 10^{-3} \text{ Н/м}$		$t$	$\sigma, 10^{-3} \text{ Н/м}$
°C	Вода	Анилин	°C	Вода
0	75,64	—	60	66,18
10	74,22	44,10	70	64,42
20	72,75	42,7	80	62,61
30	71,18	—	90	60,75
40	69,56	—	100	58,85
50	67,91	39,4		

Т а б л и ц а 12

**Вязкость жидкостей при различных температурах**

$(\eta, 10^{-3} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2)$

$t,$ °C	Вода	Глице- рин	Раствор сахара водный		$t,$ °C	Касто- ровое масло	$t,$ °C	Ртуть
			20%	60%				
0	1,788	12100	3,804	238	5	3760	—20	1,86
10	1,306	3950	2,652	109,8	10	2418	0	1,69
15	1,140	—	2,267	74,6	15	1514	20	1,55
20	1,004	1480	1,960	56,5	20	950	30	1,50
25	0,894	—	1,704	43,86	25	621	50	1,41
30	0,801	600	1,504	33,78	30	451	100	1,24
40	0,653	330	1,193	21,28	35	312	200	1,05
50	0,549	180	0,970	14,01	40	231	300	0,95
60	0,470	102	0,808	9,83	100	16,9		
70	0,406	59	0,685	7,15				
80	0,356	35	0,590	5,40				
90	0,316	21						
100	0,283	13						

Т а б л и ц а 13

**Вязкость водного раствора глицерина**

(указан весовой процент глицерина)

$t$	10%	25%	50%	80%	95%	96%	97%	98%	99%	100%
20	1,31	2,09	6,03	61,8	544	659	802	971	1194	1495
25	1,15	1,81	5,02	45,7	365	434	522	627	772	942
30	1,02	1,59	4,23	34,8	248	296	353	423	510	662

Т а б л и ц а 14

**Сжимаемость некоторых жидкостей**

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Вещество	Формула	Давление $P$ , атм	$t$ , °C	$\kappa$ , $10^{-6} \text{ атм}^{-1}$
Анилин	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$	85,5	25	43,2
Ацетон	$(\text{CH}_3)_2\text{CO}$	0–500	0	82
Бензол	$\text{C}_6\text{H}_6$	1–4	15,4	87
Вода	$\text{H}_2\text{O}$	0–100	20	46,8
Глицерин	$\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	1–10	14,8	22,1
Керосин	—	1–100	16,5	69,6
Кислота серная	$\text{H}_2\text{SO}_4$	1–16	0	302,5
Нитробензол	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$	86,5	25	46,1
Сероуглерод	$\text{CS}_2$	1–2	20	80,95
Спирт метиловый	$\text{CH}_3\text{OH}$	1–500	0	79,4
Спирт этиловый	$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$	1–50	0	96
Углерод четырёххлористый	$\text{CCl}_4$	0–98,7	20	91,6
Углерода двуокись	$\text{CO}_2$	60	13	1740
Хлороформ	$\text{CHCl}_3$	1–2	0	87,27
Этил бромистый	$\text{C}_2\text{H}_5\text{Br}$	1–500	10,1	80

Т а б л и ц а 15

**Удельная теплоёмкость воды и скорость звука в воде  
при различных температурах**

$t$ , °C	$c$ , Дж/(г·K)	$v$ , м/с	$t$ , °C	$c$ , Дж/(г·K)	$v$ , м/с
0	4,2174	1407	60	4,1841	1556
10	4,1919	1445	70	4,1893	1561
20	4,1816	1484	80	4,1961	1557
30	4,1782	1510	90	4,2048	
40	4,1783	1528	99	4,2145	
50	4,1804	1544			

Т а б л и ц а 16

**Температура кипения воды при различных давлениях**

$P$ , торр	$t$ , °C	$P$ , торр	$t$ , °C	$P$ , торр	$t$ , °C
680	96,9138	725	96,6846	770	100,3666
685	96,1153	730	98,8757	775	100,5484
690	97,3156	735	99,0657	780	100,7293
695	97,5146	740	99,2547	785	100,9092
700	97,7125	745	99,4426	790	101,0881
705	97,9092	750	99,6294	795	101,2661
710	98,1048	755	99,8152	799	101,4079
715	98,2992	760	100,000		
720	98,4925	765	100,1838		

Т а б л и ц а 17

**Плотность воды при различных температурах**

$t$ , °C	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$t$ , °C	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$t$ , °C	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>
0	0,99987	12	0,99952	24	0,99732
1	0,99993	13	0,99940	25	0,99707
2	0,99997	14	0,99927	26	0,99681
3	0,99999	15	0,99913	27	0,99654
4	1,00000	16	0,99897	28	0,99626
5	0,99999	17	0,99880	29	0,99597
6	0,99997	18	0,99862	30	0,99567
7	0,99993	19	0,99843	31	0,99537
8	0,99988	20	0,99823	32	0,99505
9	0,99981	21	0,99802	33	0,99472
10	0,99973	22	0,99780	34	0,99440
11	0,99963	23	0,99757	35	0,99406

Т а б л и ц а 18

**Коэффициенты диффузии растворов  
поваренной соли в воде (при 18 °C)**

Концентрация NaCl, моль/л	$D$ , $10^{-5}$ см <sup>2</sup> /с
0,05	1,26
0,40	1,2
1,00	1,24
2,0	1,29
3,0	1,36
4,0	1,43
5,0	1,49

Т а б л и ц а 19

**Коэффициенты диффузии растворов  
неорганических веществ в воде**

Растворенное вещество	Концентрация, моль/л	$t, ^\circ\text{C}$	$D,$ $10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$
Br <sub>2</sub>	0,0050	25	1,18
CO <sub>2</sub>	0 <sup>1</sup>	18	1,46
CaCl <sub>2</sub>	1,5	9	0,84
CdSO <sub>4</sub>	1,0	16,8	0,33
Cl <sub>2</sub>	0,1	16,3	1,3
CoCl <sub>2</sub>	0,0127	11	0,73
CuCl <sub>2</sub>	1,5	10	0,5
CuSO <sub>4</sub>	0,1	17	0,45
H <sub>2</sub>	0 <sup>1</sup>	18	3,6
HCl	0,2	25	3,0
HNO <sub>3</sub>	3,0	6	1,8
KBr	1,0	10	1,2
KCl	0,1	25	1,89
KNO <sub>3</sub>	0,2	18	1,39
KOH	0,1	13,5	2,0
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0,02	19,6	1,27
LiCl	1,0	18	1,06
MgSO <sub>2</sub>	1,0	15,5	0,53
N <sub>2</sub>	0 <sup>1</sup>	18	1,63
NH <sub>3</sub>	0,683	4	1,23
NaBr	2,9	10	1,0
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	2,4	10	0,45
NaCl	1,0	18,5	1,24
NaNO <sub>3</sub>	0,6	13	1,04
O <sub>2</sub>	0 <sup>1</sup>	25	2,60
NaOH	0,1	12	1,29

<sup>1</sup> Сильно разбавленный раствор.

Т а б л и ц а 20

**Коэффициенты диффузии газов***Коэффициенты самодиффузии (при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 1\text{ атм}$ )*

Газ	$D$ , см <sup>2</sup> /с	Газ	$D$ , см <sup>2</sup> /с
Азот N <sub>2</sub>	0,17	Ксенон Xe	0,048
Аргон Ar	0,156	Криптон Kr	0,08
Водород H <sub>2</sub>	1,28	Метан CH <sub>4</sub>	0,206
Водяной пар	0,277	Неон Ne	1,62
Гелий He	1,62	Углерода окись CO	0,175
Кислород O <sub>2</sub>	0,18	Углекислый газ CO <sub>2</sub>	0,097

*Коэффициенты взаимной диффузии (при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ )*

Система	$D$ , см <sup>2</sup> /с	Система	$D$ , см <sup>2</sup> /с
He — CH <sub>4</sub>	0,57	H <sub>2</sub> — воздух	0,66
He — O <sub>2</sub>	0,45	H <sub>2</sub> — CH <sub>4</sub>	0,62
He — воздух	0,62	H <sub>2</sub> — O <sub>2</sub>	0,69
Ne — H <sub>2</sub>	0,99	CH <sub>4</sub> — N <sub>2</sub>	0,2
Ne — N <sub>2</sub>	0,28	CH <sub>4</sub> — O <sub>2</sub>	0,22
Ar — CH <sub>4</sub>	0,172	CH <sub>4</sub> — воздух	0,186
Ar — O <sub>2</sub>	0,167	N <sub>2</sub> — H <sub>2</sub> O	0,204
Ar — воздух	0,165	N <sub>2</sub> — CO <sub>2</sub>	0,208
Ar — CO <sub>2</sub>	0,177	CO — O <sub>2</sub>	0,175
Kr — N <sub>2</sub>	0,13	CO — воздух	0,182
Kr — CO	0,13	O <sub>2</sub> — CO <sub>2</sub>	0,174
Xe — H <sub>2</sub>	0,54	воздух — CO <sub>2</sub>	0,207
Xe — N <sub>2</sub>	0,106	H <sub>2</sub> O — CO <sub>2</sub>	0,41

Т а б л и ц а 21

**Теплопроводность воздуха при различных температурах**(при  $P = 1\text{ атм}$ )

$t$ , °C	$\lambda$ , $10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$t$ , °C	$\lambda$ , $10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$t$ , °C	$\lambda$ , $10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$
−173	0,922	−23	2,207	27	2,553
−143	1,204	−3	2,348	37	2,621
−113	1,404	0,1	2,370	67	2,836
−83	1,741	7	2,417	97	3,026
−53	1,983	17	2,485		



Т а б л и ц а 22

**Коэффициенты Джоуля–Томсона** $(\mu_{Д-Т} = \Delta T / \Delta P; \text{ в единицах К/атм})$ 

$t, ^\circ\text{C}$	Оксид углерода ( $\text{CO}$ )			
	$P, \text{ атм}$			
	1	50	100	200
0	0,295	0,240	0,190	0,093
25	0,251	0,206	0,162	0,084
50	0,213	0,175	0,137	0,072
100	0,150	0,122	0,095	0,049

$T, \text{ К}$	Водород ( $\text{H}_2$ )			
	$P, \text{ атм}$			
	$\approx 0$	20	100	180
60	0,391	0,287	0,035	—
70	0,287	0,234	0,059	−0,039
80	0,220	0,192	0,061	−0,037

$t, ^\circ\text{C}$	Метан ( $\text{CH}_4$ )			
	$P, \text{ атм}$			
	$\approx 0$	17	51	102,1
21,1	0,405	0,425	0,410	0,332
37,8	0,359	0,375	0,365	0,294
71,1	0,283	0,298	0,290	0,229
104,4	0,227	0,239	0,233	0,180

$t, ^\circ\text{C}$	Этан ( $\text{C}_2\text{H}_6$ )			
	$P, \text{ атм}$			
	$\approx 0$	17	51	102,1
21,1	0,939	1,217	—	—
37,8	0,833	1,037	—	—
71,1	0,657	0,760	0,890	0,353
104,4	0,498	0,572	0,586	0,399

Т а б л и ц а 22 (продолжение)

$t, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Аргон (Ar)				Гелий (He)
	$P, \text{ атм}$				$P, \text{ атм}$
	1	20	100	200	200
−150	1,81	—	−0,025	−0,056	−0,052
−100	0,860	0,800	0,285	0,040	−0,058
0	0,431	0,406	0,305	0,192	−0,0616
25	0,371	0,350	0,264	0,175	—
100	0,242	0,224	0,175	0,127	−0,0638
200	0,137	0,126	0,095	0,068	−0,0641
$t, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Азот (N <sub>2</sub> ), кислород (O <sub>2</sub> )				
	$P, \text{ атм}$				
	1	20	100	200	
−150	1,265	1,128	0,020	−0,027	
−100	0,649	0,594	0,274	0,058	
0	0,267	0,250	0,169	0,087	
25	0,222	0,206	0,140	0,078	
100	0,129	0,119	0,077	0,042	
200	0,056	0,048	0,026	0,006	
$t, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Углекислый газ (CO <sub>2</sub> )				
	$P, \text{ атм}$				
	1	20	100	200	
−25	1,650	0,000	−0,005	−0,012	
0	1,290	1,402	0,022	0,005	
20	1,105	1,136	0,070	0,027	
40	0,958	0,966	0,262	0,066	
60	0,838	0,833	0,625	0,125	
80	0,735	0,724	0,597	0,196	
100	0,649	0,638	0,541	0,256	
200	0,373	0,358	0,315	0,246	
$t, \text{ }^{\circ}\text{C}$	Воздух				
	$P, \text{ атм}$				
	1	20	100	200	
−100	0,5895	0,5700	0,2775	0,0655	
−50	0,3910	0,3690	0,2505	0,1270	
−25	0,3225	0,3010	0,2130	0,1240	
0	0,2746	0,2577	0,1446	0,1097	
25	0,2320	0,2173	0,1550	0,0959	
50	0,1956	0,1830	0,1310	0,0829	
75	0,1614	0,1508	0,1087	0,0707	
100	0,1355	0,1258	0,0884	0,0580	

Т а б л и ц а 23

**Критические параметры и коэффициенты  $a$  и  $b$   
в уравнении состояния Ван-дер-Ваальса**

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT; a = \frac{27}{8}RT_{\text{кр}}b, b = \frac{RT_{\text{кр}}}{8P_{\text{кр}}}$$

Вещество	$T_{\text{кр}}$ К	$P_{\text{кр}}$ МПа	$\rho_{\text{кр}}$ $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$a$ $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$	$b$ $\frac{\text{см}^3}{\text{моль}}$
Азот ( $\text{N}_2$ )	126,25	3,399	0,304	0,1368	38,607
Аргон (Ar)	150,65	4,86	0,531	0,1361	32,191
Вода (пары) ( $\text{H}_2\text{O}$ )	647,30	22,12	0,32	0,5524	30,413
Водород ( $\text{H}_2$ )	33,24	1,297	0,0310	0,02484	26,635
Воздух	132,45	3,77	0,35	0,1357	36,51
Гелий (He)	5,20	0,229	0,0693	0,00344	23,599
Закись азота ( $\text{N}_2\text{O}$ )	309,58	7,255	0,453	0,3852	44,347
Кислород ( $\text{O}_2$ )	154,78	5,081	0,41	0,1375	31,662
Неон (Ne)	44,45	2,72	0,484	0,0211	16,948
Окись азота (NO)	180	6,54	0,52	0,1444	28,579
Окись углерода (CO)	132,92	3,499	0,301	0,1473	39,482
Метан ( $\text{CH}_4$ )	190,60	4,63	0,160	0,2288	42,777
Метилловый спирт ( $\text{CH}_4\text{O}$ )	513,15	7,95	0,272	0,9654	67,047
Спирт этиловый ( $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ )	516	6,4	0,276	1,2164	84,006
Сероуглерод ( $\text{CS}_2$ )	552	7,90	0,44	1,1243	72,585
Углекислый газ ( $\text{CO}_2$ )	304,15	7,387	0,468	0,3652	42,792
Хлор ( $\text{Cl}_2$ )	417	7,71	0,573	0,6576	56,202
Четырёххлористый углерод ( $\text{CCl}_4$ )	556,25	4,56	0,558	1,9789	126,78
Этан ( $\text{C}_2\text{H}_6$ )	305,45	4,87	0,203	0,5571	64,997

Т а б л и ц а 24

**Зависимость параметров  $a$  и  $b$  для аргона  
от температуры**

Температура, °С	$a, 10^6 \text{ атм} \cdot \text{см}^6 / \text{моль}^2$	$b, \text{см}^3 / \text{моль}$
151	1,90	61
157	1,87	59,5
163	1,84	58
173	1,785	55,5
183	1,735	53
193	1,69	51
213	1,60	48
233	1,53	45
253	1,47	43
273	1,42	41

Т а б л и ц а 25

## Постоянные газов

$M$  — молекулярная масса;  $\rho$  — плотность (при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 1\text{ атм}$ );  $t_{\text{кр}}$  — критическая температура;  $P_{\text{кр}}$  — критическое давление;  $\rho_{\text{кр}}$  — критическая плотность;  $t_{\text{пл}}$  — температура плавления (при  $P = 1\text{ атм}$ );  $t_{\text{кип}}$  — температура кипения (при  $P = 1\text{ атм}$ ).

Вещество	Формула	$M$	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$t_{\text{кр}}$ , $^{\circ}\text{C}$	$P_{\text{кр}}$ , атм	$\rho_{\text{кр}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$t_{\text{пл}}$ , $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{кип}}$ , $^{\circ}\text{C}$
Азот	N <sub>2</sub>	28,016	1,2505	−147,1	33,5	311	−210,02	−195,81
Аммиак	NH <sub>3</sub>	17,031	0,7714	132,4	112,0	234	−77,7	−33,4
Аргон	Ar	39,944	1,7839	−122,4	48,0	531	−189,3	−185,9
Водород	H <sub>2</sub>	2,0158	0,08988	−239,9	12,80	31,0	−259,20	−252,78
Водяной пар	H <sub>2</sub> O	18,0156	0,768	374,2	218,5	324	0,00	100,00
Воздух сухой <sup>1</sup>	—	28,96	1,2928	−140,7	37,2	310	−213	−193
Гелий	He	4,002	0,1785	−267,9	2,26	69,3	−272,2	−268,93
Закись азота	N <sub>2</sub> O	44,013	1,9775	36,5	71,7	450	−90	−88,6
Кислород	O <sub>2</sub>	32,000	1,42896	−118,8	49,7	430	−218,83	−182,97
Метан	CH <sub>4</sub>	16,04	0,7168	−82,5	45,7	162	−182,5	−116,7
Неон	Ne	20,183	0,8999	−228,7	26,9	484	−248,60	−246,1
Окись азота	NO	30,006	1,3402	−92,9	64,6	520	−167	−150
Окись углерода	CO	28,01	1,2500	−140,2	34,5	301	−205	−191,5
Углекислый газ	CO <sub>2</sub>	44,01	1,9768	31,0	73	460	−56,6 <sup>2</sup>	−78,48 <sup>3</sup>
Хлор	Cl <sub>2</sub>	70,914	3,22	144	76,1	573	−100,5	−33,95

<sup>1</sup> Состав воздуха по объёму: 78,03% N<sub>2</sub>, 20,99% O<sub>2</sub>, 0,933% Ar, 0,03% CO<sub>2</sub>, 0,01% H<sub>2</sub>, 0,0018% Ne и др.

<sup>2</sup> При давлении  $P = 5,12\text{ атм}$  (тройная точка).

<sup>3</sup> Температура возгонки.

Т а б л и ц а 26

## Тепловые постоянные газов

$c_p$  и  $C_p$  — удельная и молярная теплоёмкости (даны в указанных интервалах температур);  $\gamma = c_p/c_v$  при 20 °С;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости при 20 °С;  $\lambda$  — теплопроводность при 0 °С;  $\beta = (1/V)(\partial V/\partial T)_P$  — температурный коэффициент объёмного расширения

Вещество	Формула	$t$ , °С	$c_p$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}}$	$C_p$ , $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	$\gamma$	$\lambda$ , $10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\eta$ , $10^{-7} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$	$t$ , °С	$\beta$ , $10^{-3} \text{ К}^{-1}$
Азот	N <sub>2</sub>	0–20	1,038	29,1	1,404	2,43	174	0–100	3,671
Аммиак (пары)	NH <sub>3</sub>	24–200	2,244	38,1	1,34	2,18	97,0	—	—
Аргон	Ar	15	0,523	20,9	1,67	1,62	222	100	3,676
Ацетон (пары)	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O	26–110	1,566	90,9	1,26	1,70	73,5	—	—
Водород	H <sub>2</sub>	10–200	14,273	28,8	1,41	16,84	88	100	3,679
Водяной пар <sup>1</sup>	H <sub>2</sub> O	100	1,867	34,5	1,324	2,35	128	1–120	4,187
Воздух сухой	—	0–100	0,992	29,3	1,40	2,41	181	—	—
Гелий	He	–180	5,238	21,0	1,66	14,15	194	100	3,659
Закись азота	N <sub>2</sub> O	16–200	0,946	41,7	1,32	1,51	146	0	3,761
Кислород	O <sub>2</sub>	13–207	0,909	29,1	1,40	2,44	200	0–100	3,67
Метан	CH <sub>4</sub>	18–208	2,483	39,8	1,31	3,02	109	–50 ÷ +50	3,580
Окись азота	NO <sub>2</sub>	13–172	0,967	29,0	1,40	2,38	188	0	3,677
Окись углерода	CO	26–198	1,038	28,5	1,40	2,32	177	0–100	3,671
Сернистый газ	SO <sub>2</sub>	16–202	0,561	36,0	1,29	0,77	126	—	—
Углекистый газ	CO <sub>2</sub>	15	0,846	37,1	1,30	1,45	144,8	0–100	3,723
Хлор	Cl <sub>2</sub>	13–202	0,519	36,8	1,36	0,72	132	0–100	3,830
Этилен	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	15–100	1,670	46,8	1,25	1,64	103	—	—

<sup>1</sup>  $\lambda$  даны при 100 °С.

Т а б л и ц а 27

**Вязкость газов и паров при различных температурах**

$\eta, 10^{-8} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$								
$t, ^\circ\text{C}$	Азот $\text{N}_2$	Аргон $\text{Ar}$	Водо- род $\text{H}_2$	Водяной пар	Воздух	Гелий $\text{He}$	Кисло- род $\text{O}_2$	Углекислый газ $\text{CO}_2$
-75	1285	1585	677	—	1312	1526	1452	1007
-50	1419	1760	733	—	1445	1640	1612	1126
-25	1542	1930	788	—	1582	1750	1753	1247
0	1665	2085	840	883	1708	1860	1910	1367
20	1766	2215	880	—	1812	1946	2026	1463
25	1778	2248	890	975	1840	1968	2052	1486
50	1883	2400	938	1065	1954	2065	2182	1607
75	1986	2550	985	1157	2068	2175	2310	1716
100	2086	2695	1033	1250	2180	2281	2437	1827

Т а б л и ц а 28

**Давление и плотность насыщенного водяного пара  
при различных температурах**

$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{ торр}$	$\rho, \text{ г}/\text{м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{ торр}$	$\rho, \text{ г}/\text{м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$P, \text{ торр}$	$\rho, \text{ г}/\text{м}^3$
-30	0,28	0,33	-2	3,88	4,13	26	25,21	24,4
-28	0,35	0,41	0	4,58	4,84	28	28,35	27,2
-26	0,43	0,51	2	5,29	5,60	30	31,82	30,3
-24	0,52	0,60	4	6,10	6,40	32	35,66	33,9
-22	0,64	0,73	6	7,01	7,3	34	39,90	37,6
-20	0,77	0,88	8	8,05	8,3	36	44,56	41,8
-18	0,94	1,05	10	9,21	9,4	38	49,69	46,3
-16	1,13	1,27	12	10,52	10,7	40	55,32	51,2
-14	1,36	1,51	14	11,99	12,1	50	92,5	83,0
-12	1,63	1,80	16	13,63	13,6	60	149,4	130
-10	1,95	2,14	18	15,48	15,4	70	233,7	198
-8	2,32	2,54	20	17,54	17,3	80	355,1	293
-6	2,76	2,99	22	19,83	19,4	90	525,8	424
-4	3,28	3,51	24	22,38	21,8	100	760,0	598

Т а б л и ц а 29

**ЭДС термопар при различных температурах**

$t$ , °C	ЭДС, мВ			
	Платина — платина+10% родия	Хромель — алюмель	Железо — константан	Медь — константан
100	0,64	4,1	5	4
200	1,44	8,1	11	9
300	2,31	12,2	16	15
400	3,25	16,4	22	21
500	4,22	20,6	27	
600	5,23	24,9	33	
700	6,26	29,1	39	
800	7,34	33,3	45	
900	8,45	37,4	52	
1000	9,59	41,3	58	
1200	11,95	48,9		
1400	14,37	55,9		
1600	16,77			

Т а б л и ц а 30

**Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления металлических проволок (при 18 °C)**

Вещество	$\rho$ , $10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$	$\alpha \cdot 10^4$ , $\text{K}^{-1}$
Алюминий	3,21	38
Вольфрам	5,5	51
Железо (0,1% C)	12,0	62
Золото	2,42	40
Латунь	6–9	10
Манганин (3% Ni, 12% Mn, 85% Cu)	44,5	0,02–0,5
Медь	1,78	42,8
Никель	11,8	27
Константан (40% Ni, 1,2% Mn, 58,8% Cu)	49,0	–0,4 ÷ 0,1
Нихром (67,5% Ni, 1,5% Mn, 16% Fe, 15% Cr)	110	1,7
Олово	11,3	45
Платина	11,0	38
Свинец	20,8	43
Серебро	1,66	40
Цинк	6,1	37

Т а б л и ц а 31

**Работа выхода электронов**

Металл	$A$ , эВ
Алюминий	4,25
Барий	2,49
Вольфрам	4,54
Железо	4,31
Медь	4,40
Никель	4,50
Окись бария (тонкая плёнка на вольфраме)	1,1
Олово	4,38
Платина	5,32
Ртуть	4,52
Серебро	4,3
Цезий	1,81
Цинк	4,24



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лабораторные занятия по физике* / Под ред. Л.Л. Гольдина. — М.: Наука, 1983.
2. *Таблицы физических величин* / Под ред. И.К. Кикоина. — М.: Атомиздат, 1976.
3. *Физические величины* / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
4. *Landolt H., Bornstein R. Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie und Technik.* — Berlin: Springer, 1960.
5. *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 1998.* (<http://physics.nist.gov/constants>)

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	5
ИЗМЕРЕНИЯ В ФИЗИКЕ.....	9
Эталоны физических величин .....	9
Числовое значение физической величины .....	9
Размерность .....	10
Единицы углов.....	13
Базисные величины системы СИ .....	15
Измерения и обработка результатов измерений .....	17
Измерения и их погрешности .....	17
Систематические и случайные погрешности .....	18
Систематические погрешности.....	20
Случайные погрешности .....	21
Погрешность среднего арифметического результата измерения .....	25
Сложение случайных и систематических погрешностей .....	26
Обработка результатов при косвенных измерениях .....	27
Рекомендации по выполнению лабораторных работ .....	29
Подготовка к работе .....	30
Начало работы.....	31
Проведение измерений.....	31
Расчёты, анализ и представление результатов .....	33
Построение и обработка графиков .....	33
Графический метод обработки экспериментальных данных .....	36
Метод наименьших квадратов.....	38
Р а з д е л I. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ .....	42
Первое начало термодинамики .....	42

Работа газа .....	43
Теплоёмкость .....	43
Второе начало термодинамики .....	44
Теплоёмкость идеального газа .....	45
Адиабатический процесс .....	48
Политропический процесс .....	48
Скорость звука .....	49
Уравнение Ван-дер-Ваальса .....	49
Эффект Джоуля–Томсона .....	53
Теплоёмкость твёрдых тел .....	57
Работа 2.1.1. Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении .....	58
Работа 2.1.2. Определение $C_p/C_v$ методом адиабатического расширения газа .....	62
Работа 2.1.3. Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе .....	69
Работа 2.1.4. Определение теплоёмкости твёрдых тел .....	75
Работа 2.1.5. Исследование термических эффектов, возникающих при упругих деформациях .....	80
Работа 2.1.6. Эффект Джоуля–Томсона .....	89
<b>Р а з д е л II. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА .....</b>	<b>97</b>
Явления переноса в газах .....	97
Средняя скорость молекул .....	97
Длина свободного пробега .....	98
Число столкновений со стенкой .....	99
Диффузия, вязкость и теплопроводность газов .....	99
Стационарная теплопроводность .....	102
Явления переноса в жидкостях и твёрдых телах .....	103
Вязкость жидкости .....	103
Уравнение теплопроводности .....	106
Нестационарная диффузия .....	107
Температурный скачок .....	107
Работа 2.2.1. Исследование взаимной диффузии газов .....	110
Работа 2.2.2. Измерение теплопроводности воздуха при разных давлениях .....	119
Работа 2.2.3. Определение теплопроводности газов при атмосферном давлении .....	129

Работа 2.2.4. Определение коэффициента теплопроводности твёрдых тел .....	133
Работа 2.2.5. Определение вязкости жидкости по скорости истечения через капилляр .....	140
Работа 2.2.6. Определение энергии активации по температурной зависимости вязкости жидкости .....	149
Работа 2.2.7. Исследование диффузии газов в пористой среде .....	158
<b>Р а з д е л III. МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ .....</b>	<b>168</b>
Течение разреженного газа по трубе .....	168
Адсорбция .....	170
Растворы .....	171
Осмотическое давление .....	172
Работа 2.3.1. Получение и измерение вакуума .....	173
Работа 2.3.2. Изучение процесса электрооткачки .....	188
Работа 2.3.3. Измерение осмотического давления .....	196
Работа 2.3.4. Исследование поперечного сечения взаимодействия медленных электронов с атомами .....	202
Работа 2.3.5. Определение давления насыщенного пара тугоплавких металлов .....	214
Работа 2.3.6. Тепловая эффузия .....	223
<b>Р а з д е л IV. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ .....</b>	<b>227</b>
Работа 2.4.1. Определение теплоты испарения жидкости .....	231
Работа 2.4.2. Градуирование термопары по температуре фазовых переходов .....	236
<b>Р а з д е л V. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ .....</b>	<b>241</b>
Термодинамика поверхностного натяжения .....	242
Давление под изогнутой поверхностью жидкости .....	244
Работа 2.5.1. Измерение коэффициента поверхностного натяжения жидкости .....	246
Работа 2.5.2. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости .....	250
Работа 2.5.3. Измерение коэффициента поверхностного натяжения методом капиллярных волн .....	257
<b>Р а з д е л VI. ТАБЛИЦЫ .....</b>	<b>263</b>

Учебное издание

*ладун Анатолий Деомидович*  
*Александров Дмитрий Анатольевич*  
*Игошин Федор Федорович*  
*Коротков Павел Федорович*  
*Корязов Владимир Павлович*  
*Овчинников Алексей Петрович*  
*Самарский Юрий Александрович*  
*Теврюков Алексей Андреевич*  
*Фрейберг Геннадий Николаевич*

## ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

### Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика

Компьютерная вёрстка *Д.А. Александров, П.В. Попов*  
Редакторы: *И.А. Волкова, В.А. Дружинина*. Корректор *О.П. Котова*  
Рисунки: *Д.А. Александров, А.В. Арсенин, В.И. Еретин, Д.Е. Маев,*  
*А.Е. Наумушкин, К.А. Овчинников, В.В. Усков, Е.В. Федотов,*  
*Г.Н. Фрейберг*

Подписано в печать 18.04.2012. Формат  $60 \times 84^{1/16}$ . Бумага офсетная. Печать  
офсетная. Усл. печ. л. 18,6. Уч.-изд. л. 18,0. Тираж 1000 экз. Заказ № 131.

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский физико-технический институт (государственный университет)  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

---

Отпечатано в полном соответствии  
с качеством предоставленных диапозитивов  
в ООО Печатный салон «Шанс»  
125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2

ISBN 5-7417-0455-7



9 785741 704554