

|                      |                                    |
|----------------------|------------------------------------|
| Zespół               | Radosław Smoter<br>Arkadiusz Halat |
| Numer grupy          | LK3                                |
| Grupa ćwiczenia      | 4                                  |
| Temat projektu       | Regulatory PI oraz PID.            |
| Data oddania         | 11.06.2022                         |
| Prowadzący przedmiot | Mgr inż. Denys Gutenko             |
| Ocena                |                                    |

# Modelowanie Układów Dynamicznych

## Spis treści

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | Wstęp.....                                       | 1  |
| 1.1 | Cel projektu.....                                | 1  |
| 1.2 | Informacje wstępne.....                          | 1  |
| 1.3 | Transmitancja.....                               | 2  |
| 2   | Regulatory PI oraz PID.....                      | 2  |
| 3   | Układ regulacji i nastaw.....                    | 3  |
| 3.1 | Dobór parametrów regulacji.....                  | 3  |
| 3.2 | Regulator PI.....                                | 4  |
| 3.3 | Regulator PID.....                               | 5  |
| 4   | Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe..... | 6  |
| 5   | Kod.....   | 11 |
| 6   | Źródła.....                                      | 13 |

# 1 Wstęp

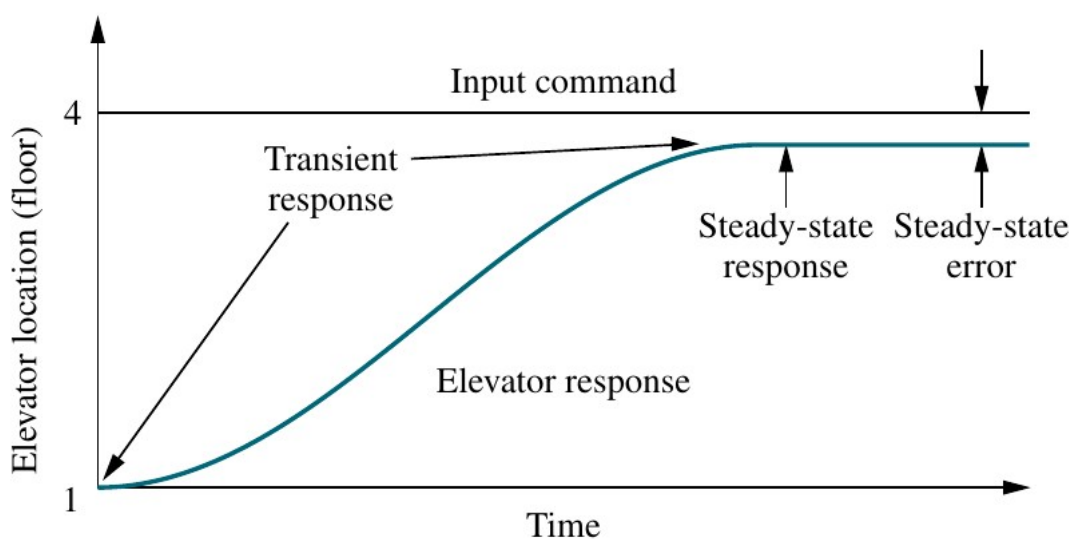
## 1.1 Cel projektu

Celem projektu jest dobór parametrów, które zapewnią stabilną pracę regulatorów PI oraz PID.

## 1.2 Informacje wstępne

Systemy kontroli są nieodzowną częścią otaczającego nas świata z niezliczoną ilością zastosowań wokół nas. Systemy kontroli składają się z podsystemów oraz procesów, złożonych w taki sposób, by osiągnąć zamierzony efekt, tj. wynik działania tego systemu na zadany sygnał wejściowy.

Można wyróżnić dwie miary działania takich systemów, pierwszą nazwijmy odpowiedzią przejściową (ang. transient response, pol. stan nieustalony, przejściowy), a drugą – odpowiedzią stanu ustalonego (ang. steady-state response, pol. stan ustalony). Rozważmy przykład windy poruszającej się wraz z użytkownikiem. Za odpowiedź przejściową uznamy tutaj, jak duże winda ma przyspieszenie oraz jak długo przyspiesza. Kiedy jej ruch się ustabilizuje, dla jednej prędkości, ten ruch można uznać za odpowiedź stanu ustalonego układu windy. Błąd stanu ustalonego, pokazany na rysunku, możemy porównać do tego, czy jadąca winda zatrzyma się na odpowiednim piętrze i wysokości.



**Rys. 1: Wykres zależności położenia windy od czasu. Źródło [1].**

Całkowita suma odpowiedzi układu składa się z odpowiedzi naturalnej (ang. natural response) oraz odpowiedzi wymuszonej (ang. forced response). Odpowiedź naturalna mówi o tym, jak system rozprasza lub zdobywa energię. Odpowiedź naturalna jest związana wyłącznie z zachowaniem układu, więc celem systemu regulacji jest jej jak najlepsza eliminacja, w przeciwnym przypadku, odpowiedź naturalna przeważa odpowiedź wymuszoną i będzie zmierzać do nieskończoności, co

może spowodować zniszczenie systemu kontroli lub tego, co on kontroluje. Z kolei, odpowiedź wymuszona jest zależna wyłącznie od formy dostarczanych informacji.

Systemy kontroli muszą być stabilne, co oznacza, że ich odpowiedź naturalna z czasem musi równać się zero lub oscylować. W wielu systemach, odpowiedź przejściowa jest bezpośrednio powiązana z odpowiedzią naturalną, stąd, kiedy odpowiedź naturalna przybliży się do zera, gdy czas dąży do nieskończoności, to odpowiedź przejściowa również osiągnie zero, pozostawiając wyłącznie odpowiedź wymuszoną. Stabilny system będzie więc posiadał odpowiednie charakterystyki odpowiedzi.

### 1.3 Transmitancja

Zadana nam transmitancja została przedstawiona w postaci transformacji Laplace'a.

$$G(s) = \frac{k e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

gdzie parametry zostały ustalone:  $k=4,5$     $T_1=5$     $T_2=3$     $T_0=2$

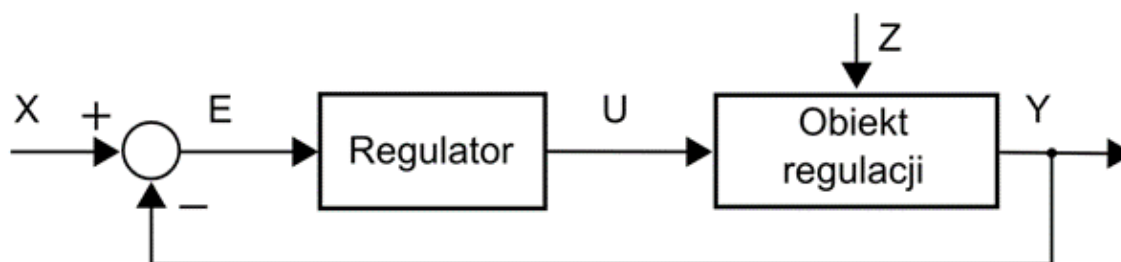
Oraz przeregulowanie układu zostało określone na 35 % .

Daną transmitancję łatwo przekształcić do postaci operatorowej za pomocą odwrotnej transformacji Laplace'a.

$$\mathcal{L}^{-1} = \left( \frac{9e^{\frac{2}{5} - \frac{t}{5}}}{4} - \frac{9e^{\frac{2}{3} - \frac{t}{3}}}{4} \right) \theta(t-2)$$

## 2 Regulatory PI oraz PID

Celem regulatora jest takie przekształcenie odpowiedzi układu, by wraz z upływem czasu można było wyróżnić w niej odpowiedź stanu ustalonego. Cechą, która jest istotna w działaniu regulatora, jest stabilność.



**Rys. 2: Zamknięty układ regulacji. Źródło: [Polecenie do zadania].**

Podstawowymi regulatorami używanymi w przemyśle są regulatory PID i ich różne kombinacje. Ich działanie opiera się na trzech elementarnych operacjach: wzmacnieniu (człon P), całkowaniu (człon I) oraz różniczkowaniu (człon D). Praktyczne zastosowanie znalazły regulatory P, PI, PD i PID. W naszej pracy, do regulacji układu, użyjemy regulatorów PI oraz PID.

### 3 Układ regulacji i nastaw

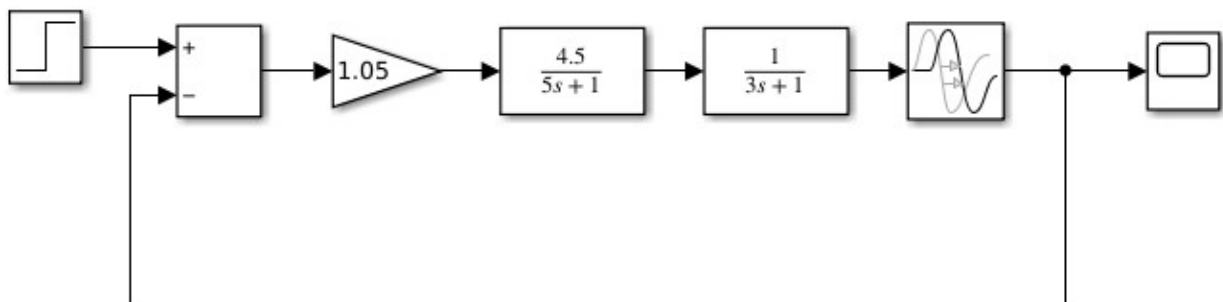
Parametry pracy regulatorów PID i PI można dobrać za pomocą wielu metod. Wyróżnić wśród nich można tzw. metody inżynierskie oraz metody z wykorzystaniem optymalizacji.

- Metody inżynierskie – pierwsza i druga metoda Zieglera-Nicholsa, metoda Cohena-Coona, metoda Åströma-Hägglunda, metoda Hassena i Offereissena.
- Metody z wykorzystaniem optymalizacji opierają się natomiast nie na wartościach nastaw ustalonych w wyniku badań charakterystyk różnych transmitancji, a na analizie zachowania badanej transmitancji, dla której ma zostać dobrany regulator.

Ze względu na łatwość i szybkość dobrania nastaw regulatorów, używamy drugiej metody Zieglera-Nicholsa.

#### 3.1 Dobór parametrów regulacji

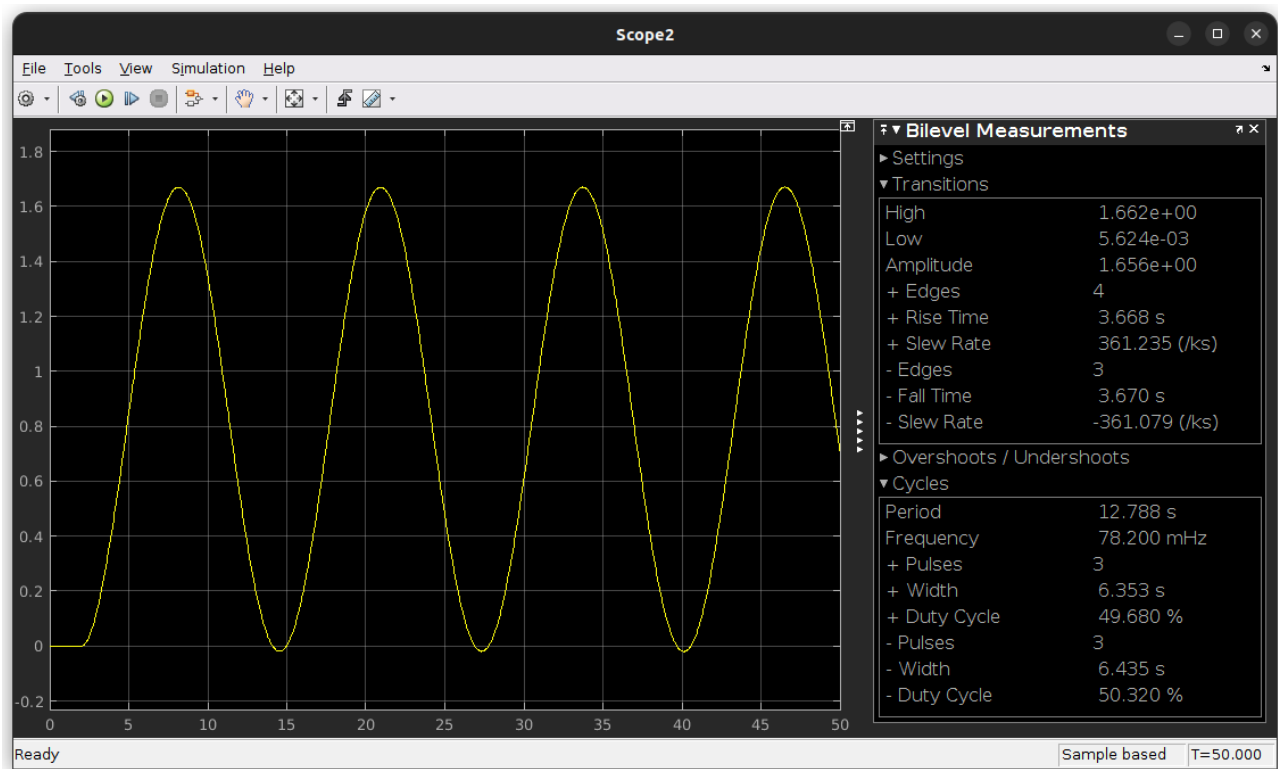
Dla układu zamkniętego przedstawionej transmitancji tworzymy model w Simulinku.



**Rys. 3: Zamknięty układ zadanej transmitancji.**

Dobieramy wzmocnienie w taki sposób, by pojawiający się w wyniku wykres przedstawiał oscylacje, których amplitudy kolejnych okresów nie zmieniają się w czasie (nie tłumione). Wzmocnienie o takiej właściwości zapisujemy jako bazę dla naszego wzmocnienia użytego w regulatorze i dalej nazywamy wzmocnieniem krytycznym oraz oznaczamy przez  $k_{kr}=1,05$ .

Następnie mierzymy okres oscylacji. Jak widać na obrazie, wartość Period wynosi 12,788 sekund, co zapisujemy jako  $T_{osc}=12,788s$ . Z tak dobranymi parametrami możemy dokonać regulacji kontrolerów.



**Rys. 4:** Wprowadzenie układu zamkniętego zadanej transmitancji w nietłumione oscylacje, czas symulacji: 50 s.

## 3.2 Regulator PI

Regulator PI ma taką postać matematyczną:

$$m(t) = k_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right]$$

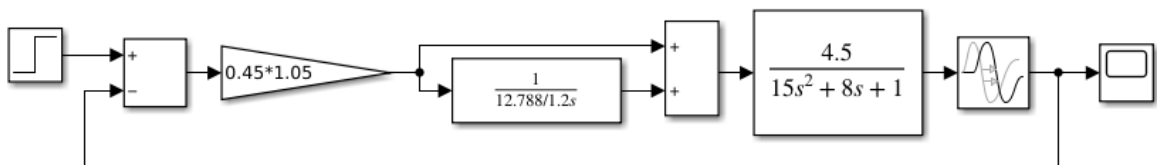
$$G_r(s) = k_p \left[ 1 + \frac{1}{s T_i} \right]$$

Metoda Zieglera-Nicholsa podaje takie wartości dla regulacji odpowiednich komponentów użytych w regulatorze:

$$k_p = 0,45 \quad k_{kr} = 0,45 \cdot 1,05 = 0,4725$$

$$T_i = \frac{T_{osc}}{1,2} = \frac{12,788}{1,2} = 10,6567$$

Po podstawieniu do modelu w Simulinku, otrzymujemy kontroler PI:



**Rys. 5: Regulator PI.**

### 3.3 Regulator PID

Matematyczna postać kontrolera PID:

$$m(t) = k_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + \frac{T_d}{T} e^{-\frac{t}{T}} \right]$$

$$G_r(s) = k_p \left[ 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{sT + 1} \right]$$

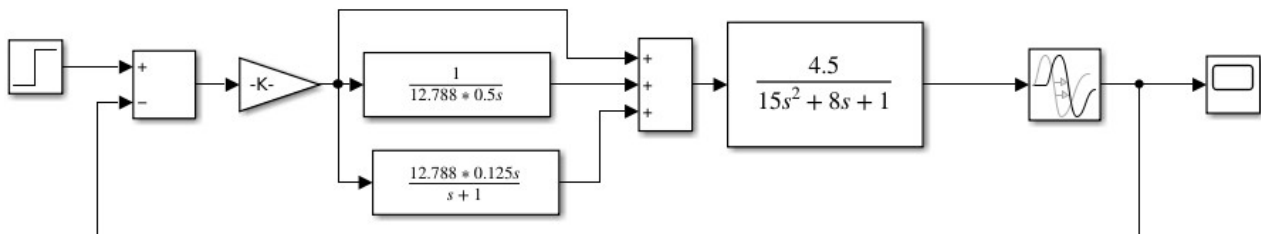
Dla poszczególnych komponentów, metoda Nicholasa-Zieglera podaje takie wartości ich współczynników:

$$k_p = 0,6 \quad k_{kr} = 0,6 \cdot 1,05 = 0,63$$

$$T_i = 0,5 \quad T_{osc} = 0,5 \cdot 12,788 = 6,394 \text{ s}$$

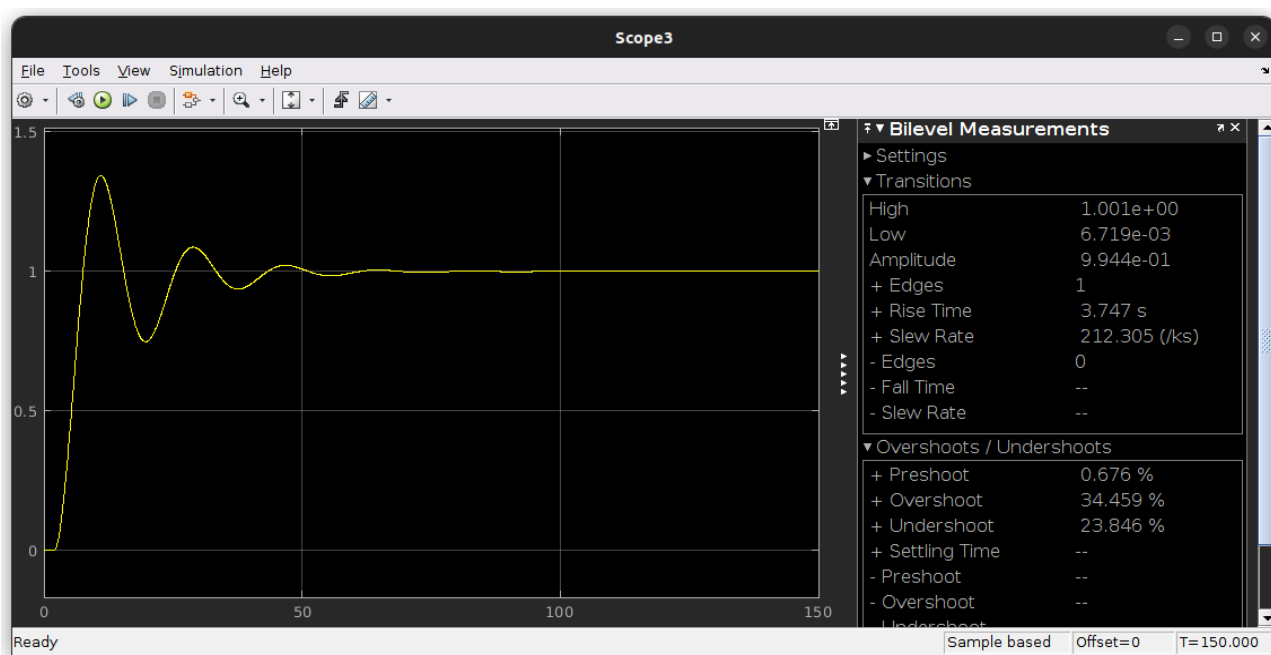
$$T_d = \frac{T_{osc}}{8} = \frac{12,788}{8} = 1,5985 \text{ s}$$

Po podstawieniu tych parametrów dostajemy układ PID:



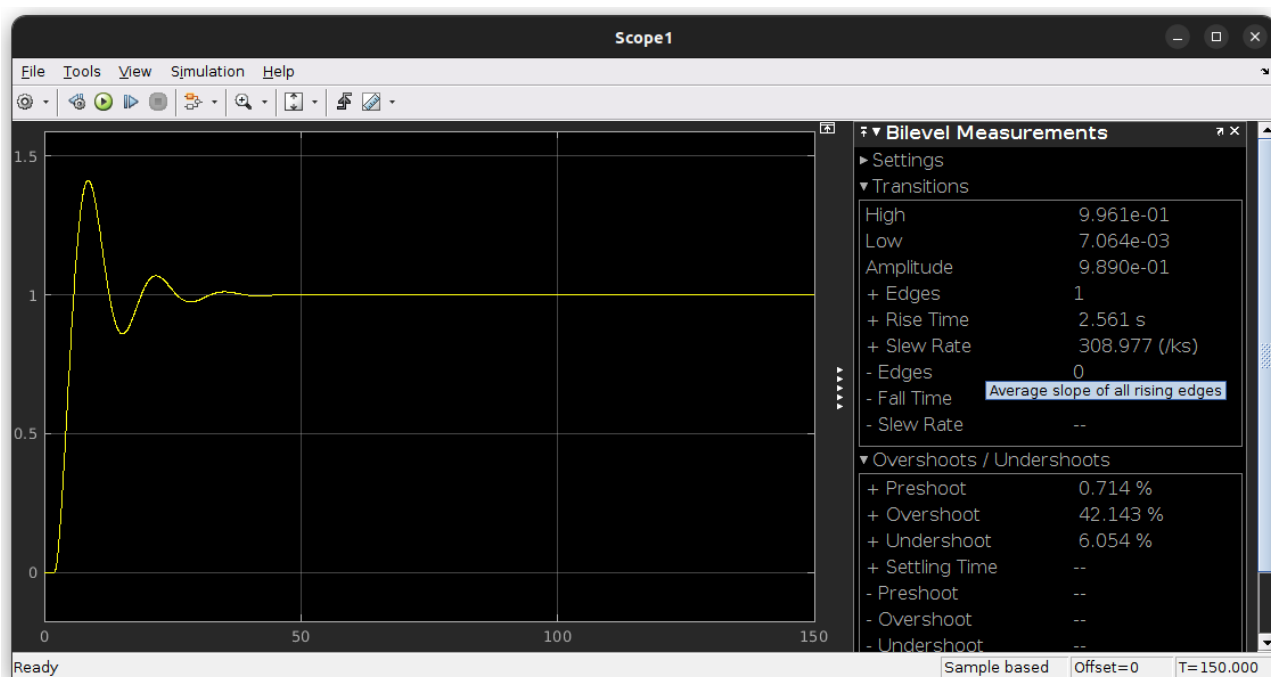
**Rys. 6: Regulator PID.**

## 4 Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe



**Rys. 7: Symulacja odpowiedzi skokowej zamkniętego układu kontrolera PI dla zadanej transmitancji, w domenie czasowej 150 s symulacji.**

Jak widać na obrazie, przeregulowanie tego kontrolera wynosi 34,459%, co jest bardzo bliskie zadanemu przeregulowaniu 35%.

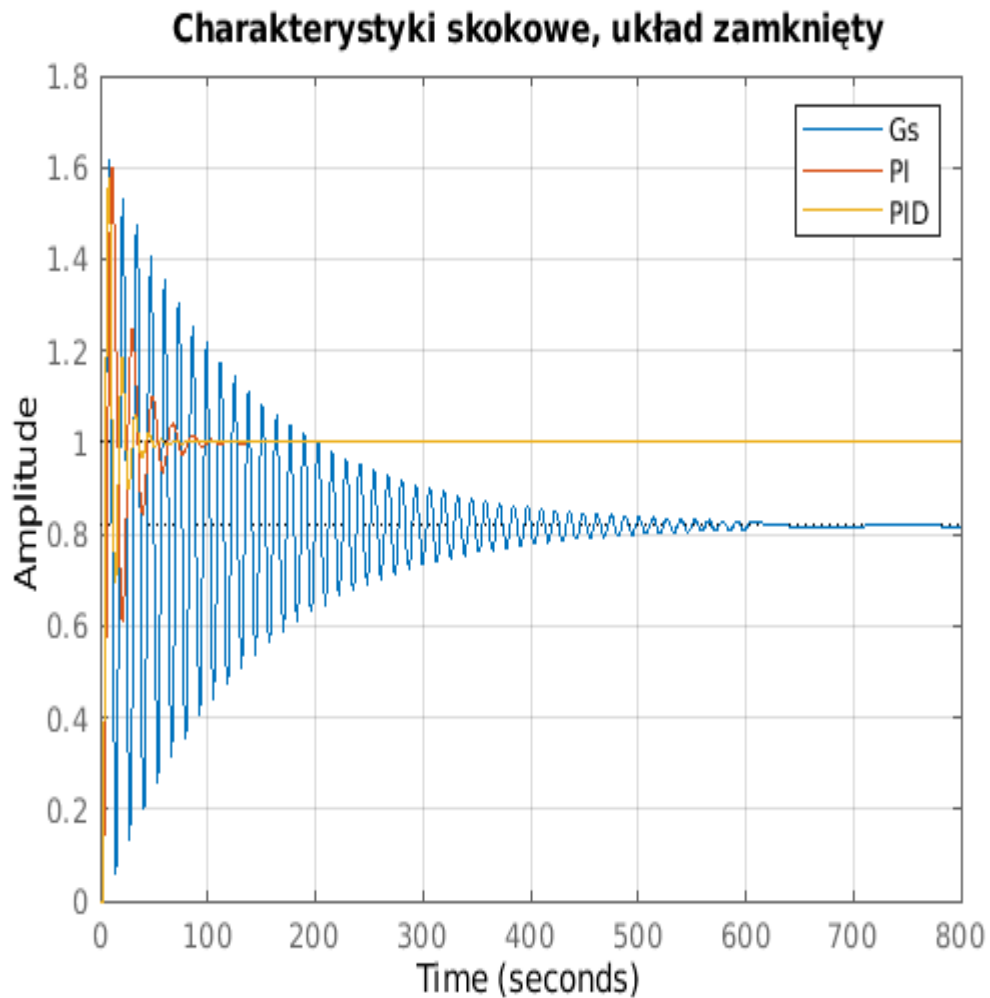


**Rys. 8: Symulacja odpowiedzi skokowej zamkniętego układu kontrolera PID dla zadanej transmitancji, w domenie czasowej 150 s symulacji.**

Z kolei przeregulowanie kontrolera PID dla tych wartości, wynosi 42,143%.

Po nałożeniu na siebie obu charakterystyk po regulacji oraz przed regulacją:





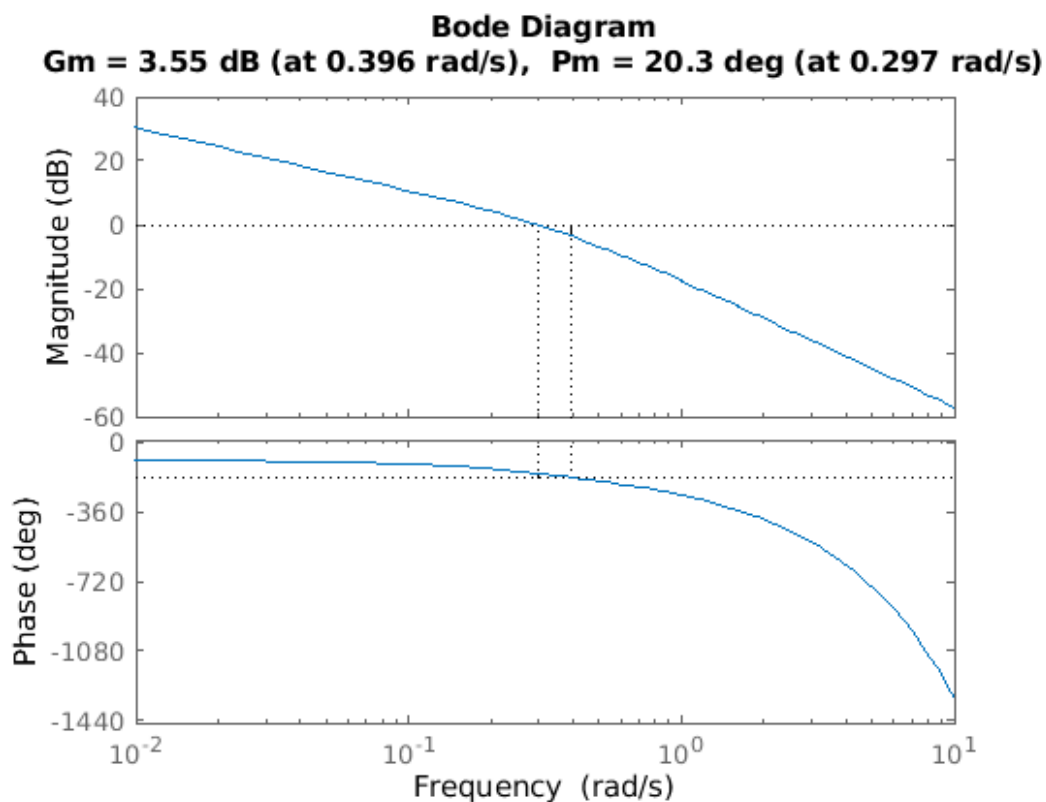
***Rys. 9: Charakterystyki skokowe zamkniętych układów regulacji PI i PID oraz układu przed regulacją Gs.***

Jak widać na tym wykresie, nawet przed regulacją układ zachowywał stabilność, jednak oscylacje trwały bardzo długo, a odpowiedź po ustaleniu sygnału przejawiała znaczny błąd względem wielkości zadanej, równej 1.

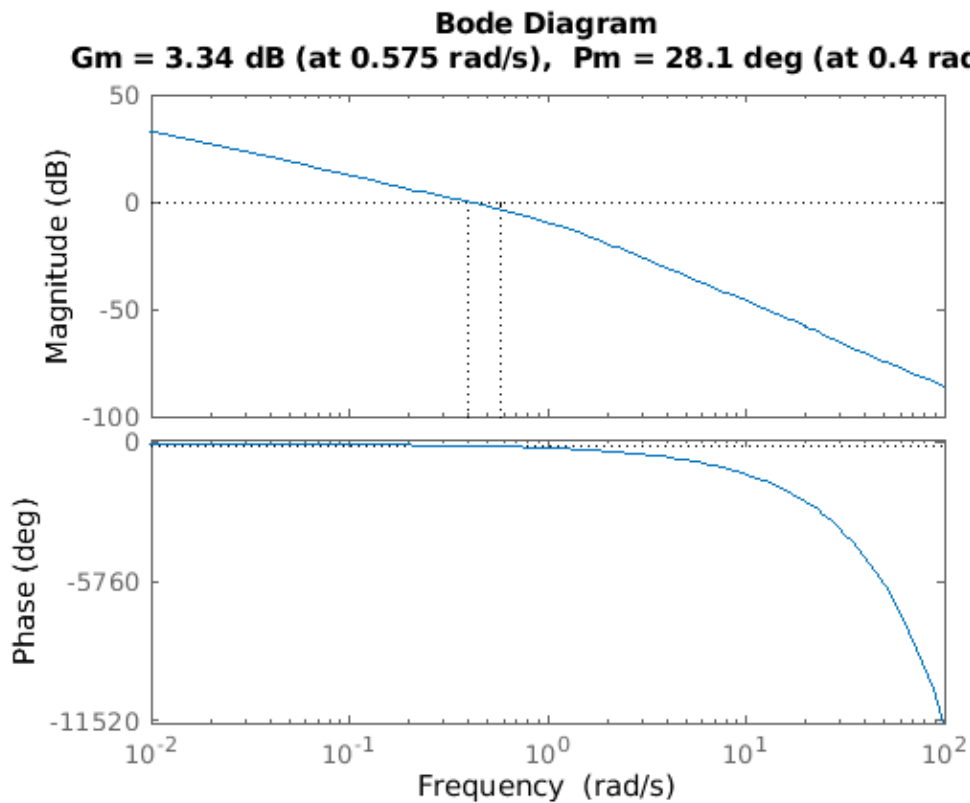
Ze względu na małą czytelność odpowiedzi kontrolerów PI i PID, dołączamy również wykres ich odpowiedzi.



**Rys. 10: Charakterystyka skokowa układów zamkniętych kontrolerów PI oraz PID.**



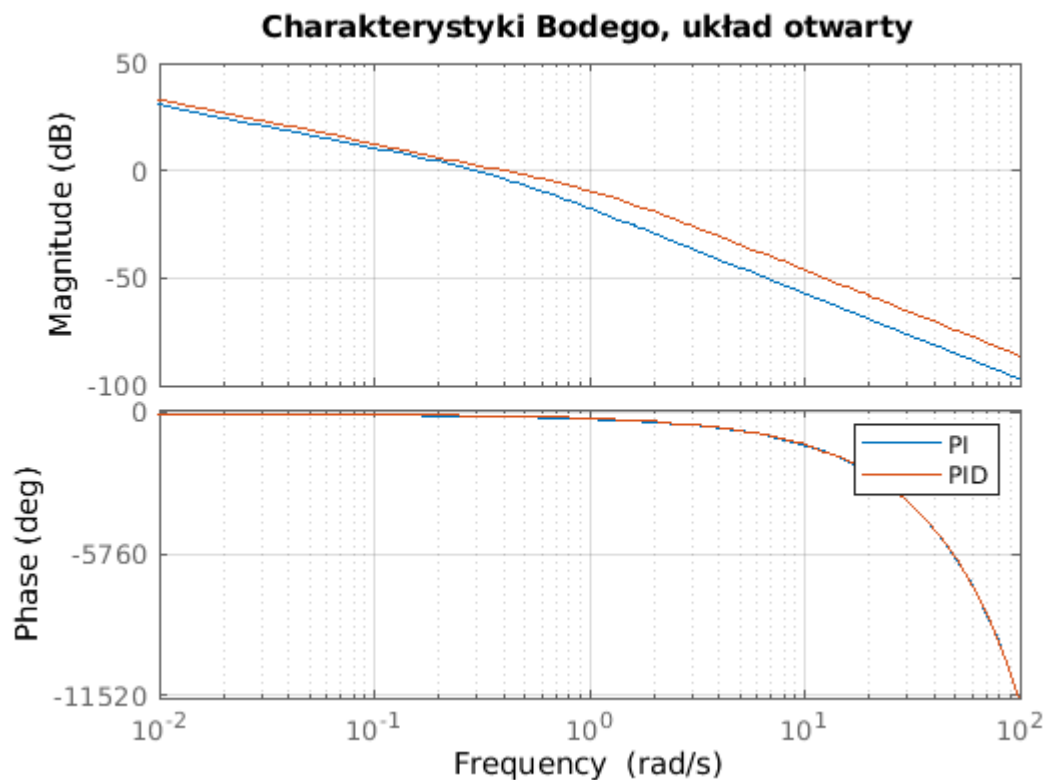
**Rys. 11: Charakterystyka Bodego dla transmitancji wraz z kontrolerem PI układu otwartego.**



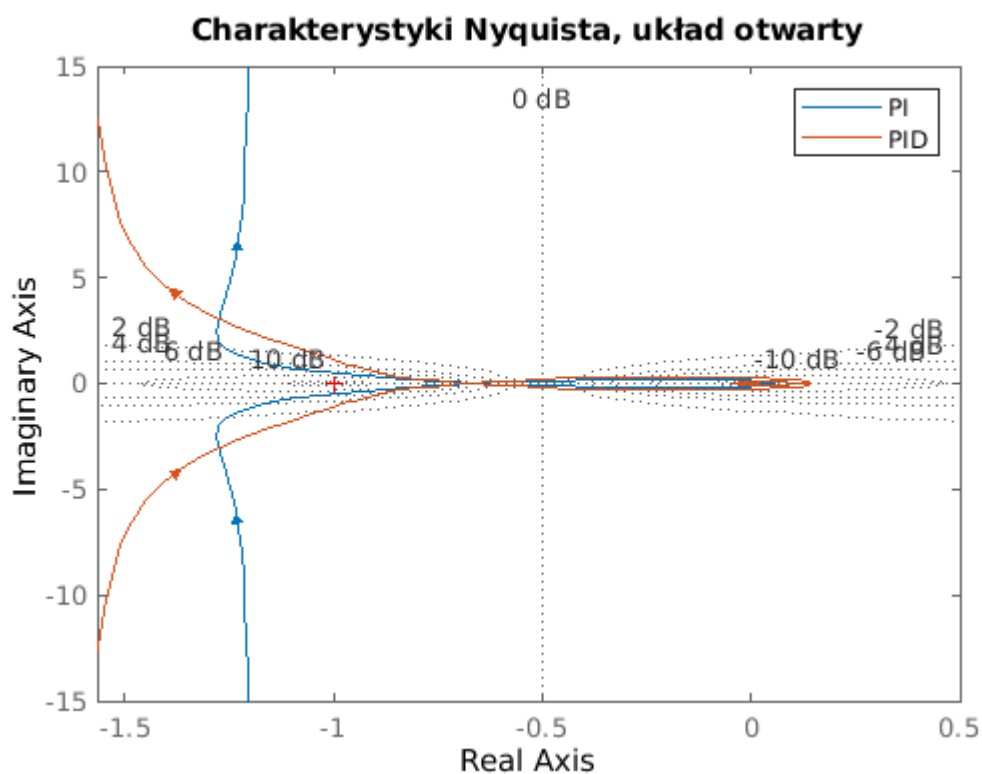
***Rys. 12: Charakterystyka Bodego dla transmitancji wraz z kontrolerem PID układu otwartego.***

Na powyższych charakterystykach Bodego zaznaczono punkty, z których można odczytać wartości marginesu wzmocnienia  $G_m$  oraz marginesu fazy  $P_m$ . Są one również wyszczególnione w tytułach odpowiednich wykresów.

Margines wzmocnienia i margines fazy wyznaczają, czy układ jest stabilny. Ich dodatnie wartości oznaczają, że oba układy są stabilne.



**Rys. 13: Charakterystyki Bodego układów otwartych regulatorów PI oraz PID.**



**Rys. 14: Charakterystyki Nyquista układów otwartych regulatorów PI oraz PID.**

Charakterystyki częstotliwościowe dane są odpowiedzią na sinusoidalne wymuszenie. Stąd liniowa transmitancja dałaby sinusoidalną odpowiedź, natomiast układ nieliniowy dodaje wyższe harmoniczne oraz podharmoniczne.

Na podstawie przedstawionych charakterystyk można stwierdzić, że przedstawiony układ jest stabilny oraz charakteryzuje się dobrym tempem zmiany ustalenia się odpowiedzi. Również przeregulowanie jest bardzo bliskie zadaniem (35%).

## 5 Kod

```
clear; close all; clc;

%% Stwórz obiekt inercyjny dla kontrolera PID
s = tf("s");
Gs_Open = 4.5 * exp(-2 * s) / (5 * s + 1) / (3 * s + 1);
Gs_Closed = feedback(Gs_Open, 1);

%% Dane.
T_osc = 12.788; % Czas oscylacji.
Kkr = 1.05; % Wzmocnienie krytyczne.
% PID
Kp = 0.6 * Kkr; % Współczynnik wzmocnienia regulatora PID.
Ti = T_osc * 0.5; % Stała czasowa dla regulatora PID, dla obiektu
całkującego.
Td = T_osc / 8; % Stała czasowa dla regulatora PID, dla obiektu
różniczkującego.
T = 1; % Stała czasowa dla regulatora PID, dla obiektu różniczkującego.
% PI
Kpp = 0.45 * Kkr; % Współczynnik wzmocnienia regulatora PI.
Tii = T_osc / 1.2; % Stała czasowa dla regulatora PI, dla obiektu
całkującego.

%% Utwórz kontrolery.
% Stworzenie kontrolera PID.
C_PID = pid(Kp, Kp / Ti, Kp * Td, T);
% Stworzenie kontrolera PI.
C_PI = pid(Kpp, Kpp / Ti);

%% Utwórz system otwarty i zamknięty dla podanych kontrolerów oraz
transmitancji.
% Układ o zamkniętym systemie.
Gs_PI_Closed = getPIDLoopResponse(C_PI, Gs_Open, "closed-loop");
Gs_PID_Closed = getPIDLoopResponse(C_PID, Gs_Open, "closed-loop");

% Układ o otwartym systemie.
Gs_PI_Open = getPIDLoopResponse(C_PI, Gs_Open, "open-loop");
Gs_PID_Open = getPIDLoopResponse(C_PID, Gs_Open, "open-loop");
```

```

%% Wykresy Bodego.
figure(1);
bode(Gs_PI_Open); grid on; hold on;
bode(Gs_PID_Open); hold off;
legend("PI", "PID");
title("Charakterystyki Bodego, układ otwarty");

% Marginesy
figure(2);
margin(Gs_PI_Open); grid on;
figure(3);
margin(Gs_PID_Open); grid on;

%% Wykresy Nyquista.
figure(4);
nyquist(Gs_PI_Open); grid on; hold on;
nyquist(Gs_PID_Open); hold off;
legend("PI", "PID");
title("Charakterystyki Nyquista, układ otwarty");

%% Wykresy odpowiedzi skokowej.
figure(5);
step(Gs_Closed); grid on; hold on;
step(Gs_PI_Closed);
step(Gs_PID_Closed); hold off;
legend("Gs", "PI", "PID");
title("Charakterystyki skokowe, układ zamknięty");

```

## 6 Źródła

- [1] „Control Systems Engineering Sixth Edition”, rozdz. 1.1, Norman S. Nise, John Wiley & Sons, Inc., 2011