Skład zespołu	Radosław Smoter Arkadiusz Halat
Numer grupy	LK3
Nazwa ćwiczenia	Układy RLC, opis macierzowy
Numer ćwiczenia	5
Data wykonania	11.06.2022
Prowadzący przedmiot	Mgr inż. Denys Gutenko
Ocena	

Modelowanie Układów Dynamicznych

Kraków 2022

Spis treści

1 Wstęp

1.1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zdobycie praktycznych umiejętności rozwiązywania układów RLC za pomocą rachunku macierzowego.

1.2 Wstęp teoretyczny

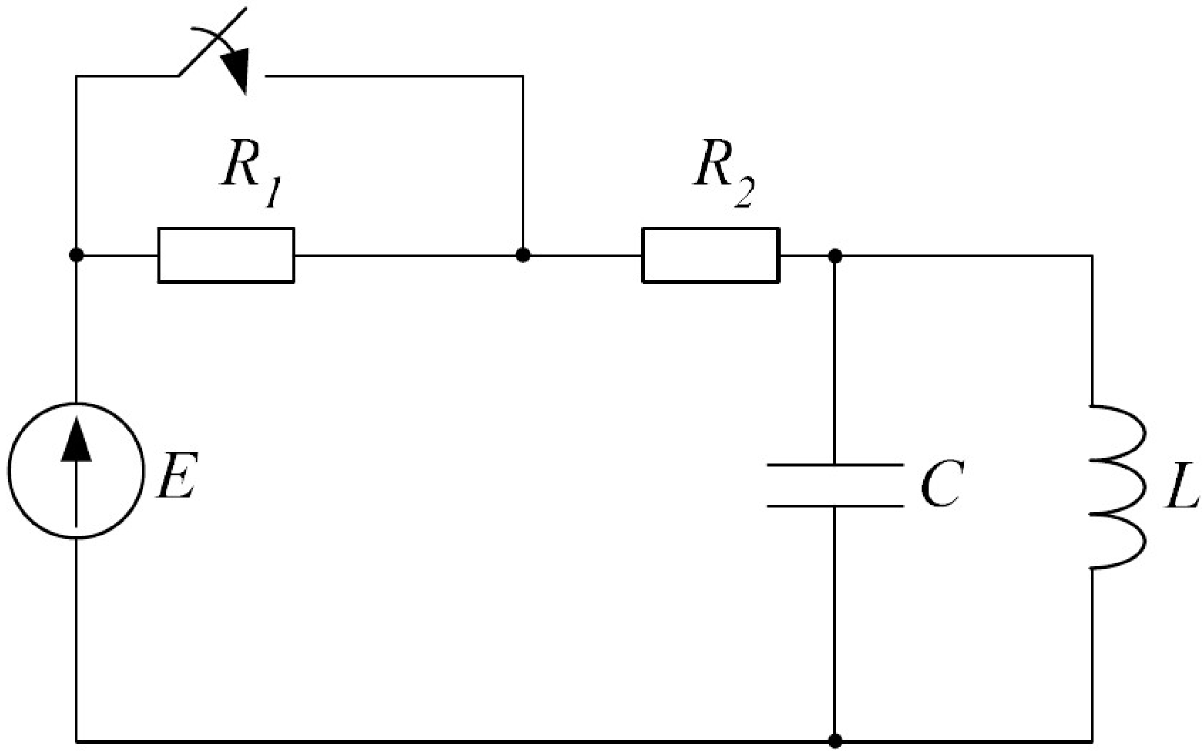
Komutacja to operacja przyłączania lub odłączania elementów biernych i aktywnych układu. Stan, w którym wtedy znajduje się układ, nazywamy **stanem nieokreślonym**. Czas bezpośrednio przed komutacją oznaczamy 0^- , a po komutacji 0^+ Zachodzą dwa prawa komutacji:

- Dla cewki zachowany jest prąd: $i_L(0^-)=i_L(0)=i_L(0^+)$,
- Dla kondensatora zachowane jest napięcie: $u_C(0^-)=u_C(0)=u_C(0^+)$.

Na podstawie stanu ustalonego, przed komutacją, można obliczyć warunki początkowe układu. Zostają one później przekazane jako parametr całkowania, dla rozwiązania układu stanu nieustalonego.

2 Rozwiązania układów

a)



$E = 15$ V, $R_1 = R_2 = R = 20\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H, $C = 0{,}2$ F.

Rys. 1. Układ a. Źródło: [Instrukcja do zadania].

Wyznaczamy warunki początkowe z równań stanu ustalonego.

$$X_0 = \begin{pmatrix} i_L(0^-) \\ u_C(0^-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{2R} \end{pmatrix}$$

Następnie układamy równania stanu nieustalonego.

$$i = C\frac{du_C}{dt} + i_L$$

$$i = \frac{E}{R_2} - \frac{u_C}{R_2}$$

$$L\frac{di_L}{dt} = u_C$$

Rozwiązujemy podstawiamy wartości.

$$C\frac{du_C}{dt} + i_L = \frac{E}{R_2} - \frac{u_C}{R_2}$$

$$L\frac{di_L}{dt} = u_C$$

Rozwiązujemy dla pochodnych.

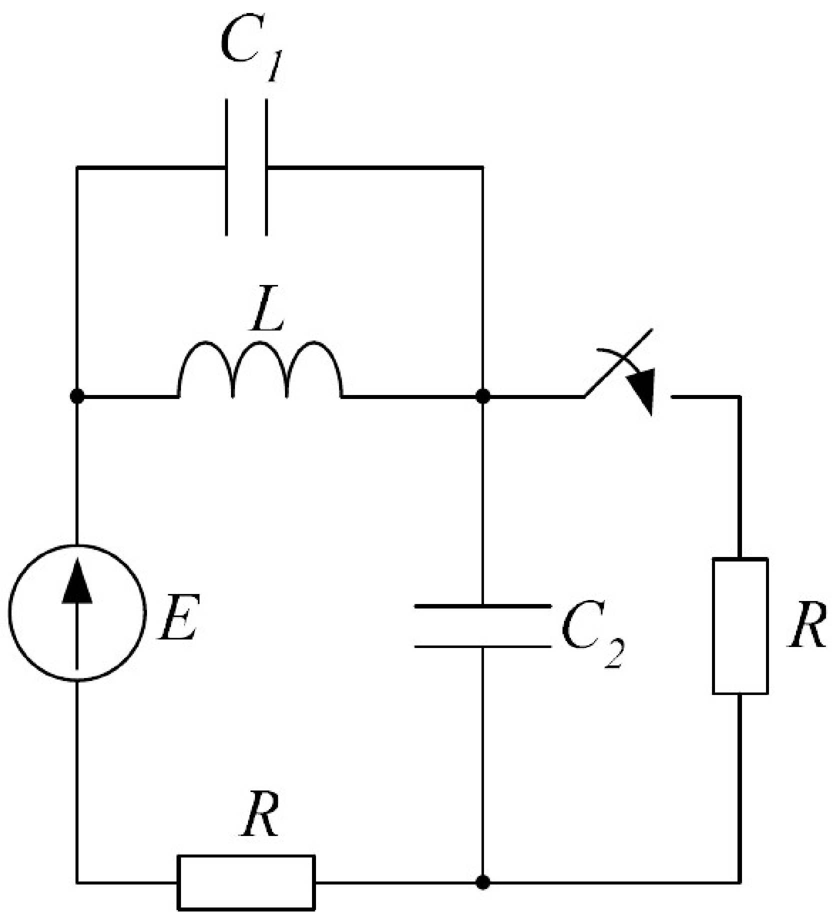
$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC} - \frac{u_C}{RC} - \frac{i_L}{C}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{u_C}{L}$$

Zapisujemy w postaci macierzowej.

$$\begin{pmatrix} \frac{du_C}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E}{RC} \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)



$E = 20$ V, $R = 25\ \Omega$, $L = 0{,}15$ H, $C_1 = C_2 = C = 0{,}15$ F.

Rys. 2. Układ b. Źródło: [Instrukcja do zadania].

Wyznaczamy równania stanu ustalonego.

$$X_0=\begin{pmatrix} i_L(0^-) \\ u_{C1}(0^-) \\ u_{C2}(0^-) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} E \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dalej, tworzymy układ równań opisujący stan nieoznaczony.

$$i=C_1\frac{du_{C1}}{dt}+i_L$$

$$i=C_2\frac{du_{C2}}{dt}+\frac{u_{R1}}{R_1}$$

$$E=u_{C1}+u_{C2}+i\,R_2$$

$$u_{C1}=L\frac{di_L}{dt}$$

$$u_{C2}=u_{R1}$$

Rozwiązujemy dla pochodnych

$$i=\frac{E}{R_2}-\frac{u_{C1}}{R_2}-\frac{u_{C2}}{R_2}\Leftrightarrow i=\frac{E}{R}-\frac{u_{C1}}{R}-\frac{u_{C2}}{R}$$

$$\frac{E}{R}-\frac{u_{C1}}{R}-\frac{u_{C2}}{R}=C_1\frac{du_{C1}}{dt}+i_L$$

$$\frac{E}{R}-\frac{u_{C1}}{R}-\frac{u_{C2}}{R}=C_2\frac{du_{C2}}{dt}+\frac{u_{C2}}{R}$$

$$\frac{di_L}{dt}=\frac{u_{C1}}{L}$$

Wyznaczamy pochodne.

$$\frac{du_{C1}}{dt}=\frac{E}{RC}-\frac{u_{C1}}{RC}-\frac{u_{C2}}{RC}-\frac{i_L}{C}$$

$$\frac{du_{C2}}{dt}=\frac{E}{RC}-\frac{u_{C1}}{RC}-2\frac{u_{C2}}{RC}$$

$$\frac{di_L}{dt}=\frac{u_{C1}}{L}$$

Przedstawiamy w postaci macierzowej.

$$\begin{pmatrix} \frac{du_{C1}}{dt} \\ \frac{du_{C2}}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{RC} & -\frac{2}{RC} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{C1} \\ u_{C2} \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E}{RC} \\ \frac{E}{RC} \\ 0 \end{pmatrix}$$

3 Kod

a)

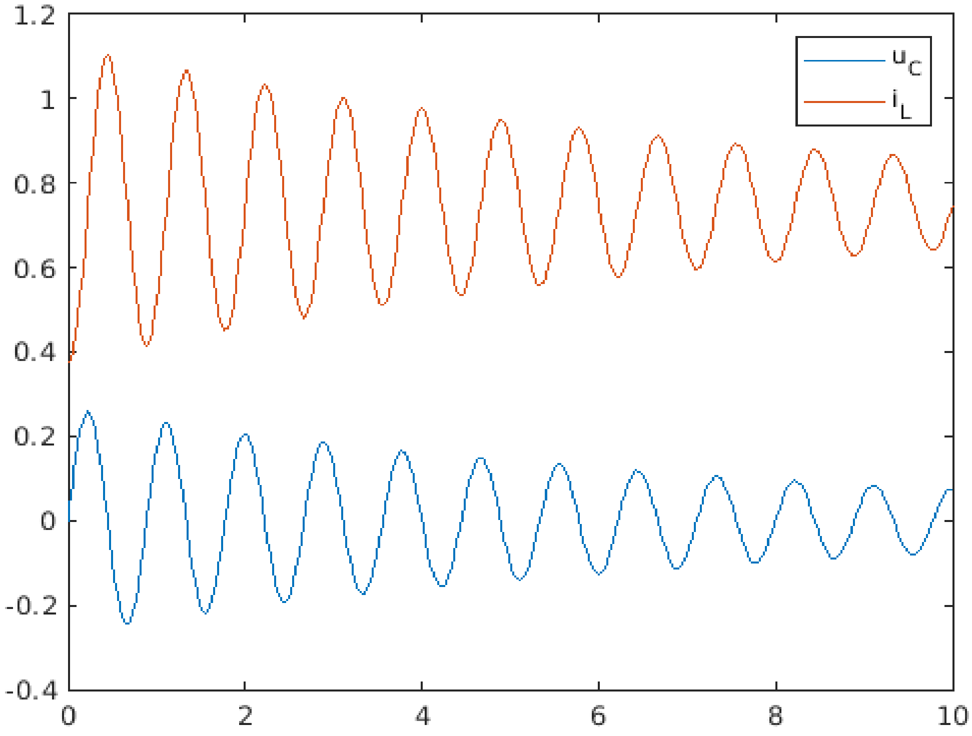
```
 clear; close all; clc;

E = 15; % Wolt
R = 20; % Ohm
L = 0.1; % Henr
C = 0.2; % Farad

time = [0, 10]; % s

X_0 = [0; E / (2 * R)];

A = [
    -1 / (R * C), -1 / C;
    1 / L, 0
    ];

B = [
    E / (R * C);
    0
    ];

dYdt = @(t, X) A * X + B;

[t, X] = ode45(dYdt, time, X_0);

plot(t, X);
legend("u_C", "i_L");
```

b)

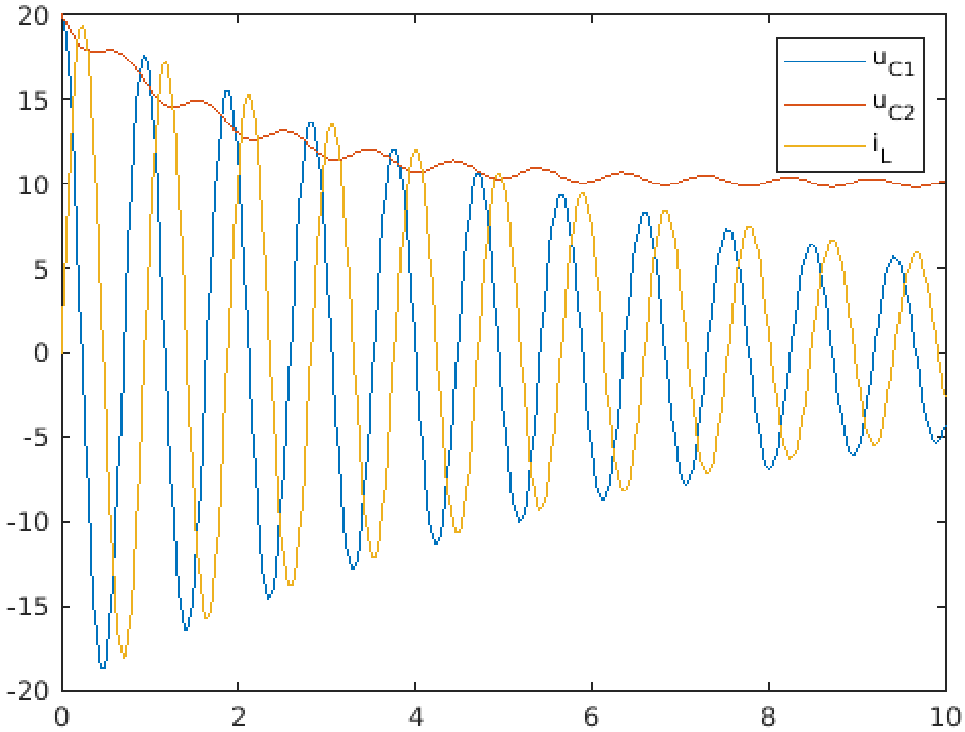
```
E = 20; % Wolt
R = 25; % Ohm
L = 0.15; % Henr
C = 0.15; % Farad

time = [0, 10];

X_0 = [
    E;
    E;
```

```
    0
    ];

A = [
    -1 / (R * C), -1 / (R * C), -1 / C;
    -1 / (R * C), -2 / (R * C), 0;
    1 / L, 0, 0
    ];

B = [
    E / (R * C);
    E / (R * C);
    0
    ];

dYdt = @(t, X) A * X + B;

[t, X] = ode45(dYdt, time, X_0);

plot(t, X);

legend("u_{C1}", "u_{C2}", "i_L");
```

4 Wyniki



Rys. 3. Rozwiązania układu a.



Rys. 4. Rozwiązania układu b.

5 Wnioski

Dokonując komutacji prąd i napięcie nie mogą zmienić się skokowo. Wszelkie zmiany odbędą się z obecnością pewnych oscylacji, które można opisać za pomocą odpowiednich równań różniczkowych, które można rozwiązać analitycznie, jednak jest to jednak bardzo żmudna operacja, a czasami nawet niemożliwa. Dlatego, zapisanie podanych równań w formie macierzy, a następnie rozwiązanie ich za pomocą programu Matlab jest bardzo skuteczną i szybką metodą.