

Minh họa bài thi cuối kỳ
HK1 2022-2023

Câu 1: Cho chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + q}{n^3} \right)^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Chuỗi trên hội tụ khi và chỉ khi $-1 < q < 1$
- B. Nếu $-1 < q < 1$ thì chuỗi trên phân kỳ
- C. Chuỗi trên hội tụ khi và chỉ khi $q \neq 0$
- D. Chuỗi trên hội tụ với mọi $q \in \mathbb{R}$

Câu 2: Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 1}{pn^2 + 3} \right)^n$ hội tụ khi và chỉ khi

- A. $p \leq -2 \vee p \geq 2$ B. $p < -2$ C. $p > 2$ D. $p < -2 \vee p > 2$

Câu 3: Xét hai chuỗi:

$$S_1 \equiv 1 + \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \cdots$$

$$S_2 \equiv \frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \frac{9}{19} + \cdots + \frac{n^2}{2n^2 + 1} + \cdots$$

Chọn khẳng định đúng.

- A. S_1 và S_2 hội tụ
- B. S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ
- C. S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ
- D. S_1 và S_2 phân kỳ

Câu 4: Xét hai chuỗi:

$$S_1 \equiv \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{n}{n^2 + 1} + \cdots$$

$$S_2 \equiv \frac{3}{2^2 3^2} + \frac{5}{3^2 4^2} + \frac{7}{4^2 5^2} + \cdots + \frac{2n+1}{(n+1)^2 (n+2)^2} + \cdots$$

Chọn khẳng định đúng.

- A. S_1 và S_2 hội tụ
- B. S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ
- C. S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ
- D. S_1 và S_2 phân kỳ

Câu 5: Chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n^\alpha + n + 2}$ hội tụ khi và chỉ khi

- A. $\alpha > 2$ B. $\alpha < 2$ C. $\alpha > 1$ D. $\alpha \in \mathbb{R}$

Câu 6: Cho chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Chuỗi trên hội tụ nhưng không hội tụ tuyệt đối.
- B. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối.
- C. Chuỗi trên phân kỳ.
- D. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối nhưng không hội tụ.

Câu 7: Cho chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan \frac{3^n}{2^n + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Chuỗi trên phân kỳ.
- B. Chuỗi trên hội tụ nhưng không hội tụ tuyệt đối.
- C. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối nhưng không hội tụ.
- D. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối.

Câu 8: Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^{\beta-2}} + \frac{1}{n^{1-\mu}} \right)$ hội tụ khi và chỉ khi

- A. $\beta < 3$ và $\mu < 0$
- B. $\beta > 3$ và $\mu > 0$
- C. $\beta > 3$ và $\mu < 0$
- D. $\beta < 3$ và $\mu > 0$

Câu 9: Bằng cách so sánh với chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\beta}}$, kết luận nào sau đây đúng?

- A. Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{n^2+1}$ hội tụ.
- B. Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(\sqrt{n}+1)}$ hội tụ.
- C. Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+1}{n^4+1}$ phân kỳ.
- D. Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n^2+2n+1}{n^2(\sqrt{n}+1)}$ phân kỳ.

Câu 10: Cho hai chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) và $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ (2) thỏa $u_n \leq v_n$ với mọi n .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu chuỗi (1) hội tụ thì chuỗi (2) cũng hội tụ.
- B. Nếu chuỗi (1) phân kỳ thì chuỗi (2) cũng phân kỳ.
- C. Chuỗi (1) hội tụ khi và chỉ khi chuỗi (2) hội tụ.
- D. Chuỗi (1) phân kỳ khi và chỉ khi chuỗi (2) phân kỳ.

Câu 11: Cho chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$. Giả sử $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = C$. Trong điều kiện nào sau đây chuỗi trên hội tụ?

- A. $0 < C < 2$
- B. $C \leq 1$
- C. $C < 1$
- D. $C > 1$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 12 đến câu 14)

Cho hàm hai biến số $z = x + 3y + 2$ với điều kiện $10 - x^2 - y^2 = 0$ và hàm Lagrange là $L(x; y) = (x + 3y + 2) + \lambda(10 - x^2 - y^2)$.

Câu 12: Vi phân cấp hai của hàm $L(x; y)$ là

A. $d^2L(x; y) = -2\lambda dx^2 - 2\lambda dy^2$

B. $d^2L(x; y) = -\lambda dx^2 - \lambda dy^2$

C. $d^2L(x; y) = 2\lambda dx^2 + 2\lambda dy^2$

D. $d^2L(x; y) = \lambda dx^2 + \lambda dy^2$

Câu 13: $L(x; y)$ có các điểm dừng là:

A. $M_1(1; -3), M_2(-1; 3)$

B. $M_1(1; 3), M_2(-1; 3)$

C. $M_1(1; -3), M_2(3; -1)$

D. $M_1(1; 3), M_2(-1; -3)$

Câu 14: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(1; -3)$ và đạt cực tiểu tại $(1; 3)$

B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(1; 3)$ và đạt cực tiểu tại $(1; -3)$

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(1; 3)$ và đạt cực tiểu tại $(-1; -3)$

D. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(-1; -3)$ và đạt cực tiểu tại $(1; 3)$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 15 đến câu 17)

Cho hàm hai biến số $f(x; y) = x^3 + y^3 - 3xy + 4$.

Câu 15: Khẳng định đúng là

A. $df(x; y) = -(3x^2 - 3y)dx + (3y^2 - 3x)dy$

B. $df(x; y) = (3x^2 - 3y)dx - (3y^2 - 3x)dy$

C. $df(x; y) = (3x^2 - 3y)dx + (3y^2 - 3x)dy$

D. $df(x; y) = -(3x^2 - 3y)dx - (3y^2 - 3x)dy$

Câu 16: Hàm số đã cho có các điểm dừng là

A. $M_1(0; 1), M_2(0; -1)$

B. $M_1(0; 0), M_2(1; 1)$

C. $M_1(0; 0), M_2(-1; -1)$

D. $M_1(1; 0), M_2(-1; 0)$

Câu 17: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(1; 1)$

B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; -1)$

C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(0; 0)$

D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(1; 1)$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 18 đến câu 19)

Cho chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n \equiv \frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{3}{5}\right)^n + \cdots$$

Tổng riêng thứ n của chuỗi:

$$S_n = \frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

Câu 18: Chọn khẳng định đúng.

$$\text{A. } S_n = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right]$$

$$\text{B. } S_n = \frac{3}{5} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right]$$

$$\text{C. } S_n = \frac{2}{5} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right]$$

$$\text{D. } S_n = \frac{1}{5} \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^n \right]$$

Câu 19: Tổng S của chuỗi đã cho bằng

$$\text{A. } S = \frac{3}{2}$$

$$\text{B. } S = \frac{3}{5}$$

$$\text{C. } S = \frac{1}{5}$$

$$\text{D. } S = \frac{2}{5}$$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 20 đến câu 21)

Cho chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{3} \right)^n \equiv \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{4}{3} \right)^n + \cdots$$

Tổng riêng thứ n của chuỗi số:

$$S_n = \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{4}{3} \right)^n.$$

Câu 20: Chọn khẳng định đúng.

$$\text{A. } S_n = 4 \left[\left(\frac{4}{3} \right)^n - 1 \right]$$

$$\text{B. } S_n = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{4}{3} \right)^n - 1 \right]$$

$$\text{C. } S_n = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{4}{3} \right)^n - 1 \right]$$

$$\text{D. } S_n = 4 \left[1 - \left(\frac{4}{3} \right)^n \right]$$

Câu 21: Tổng S của chuỗi đã cho bằng

$$\text{A. } +\infty$$

$$\text{B. } 4$$

$$\text{C. } 3$$

$$\text{D. } \frac{1}{4}$$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 22 đến câu 23)

Cho tích phân suy rộng $J = \int_0^1 \frac{x^3}{\ln^\alpha \tan x + 1} dx$.

Câu 22: Tích phân J cùng tính hội tụ với tích phân nào sau đây?

$$\text{A. } I = \int_0^1 \frac{x}{x^\alpha} dx$$

$$\text{B. } I = \int_0^1 \frac{x^2}{x^\alpha} dx$$

$$\text{C. } I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^\alpha} dx$$

$$\text{D. } I = \int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$$

Câu 23: Tìm α để tích phân J hội tụ.

$$\text{A. } \alpha < 2$$

$$\text{B. } \alpha < 3$$

$$\text{C. } \alpha < 4$$

$$\text{D. } \alpha \text{ tùy ý}$$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 24 đến câu 25)

Cho tích phân suy rộng $J = \int_3^{+\infty} \frac{x^3 - 3x + 5}{x^\alpha + 4x^3 + 1} dx, \quad \alpha > 3$.

Câu 24: Tích phân J cùng tính hội tụ với tích phân nào sau đây?

A. $I = \int_3^{+\infty} \frac{x^3}{x^\alpha} dx$ **B.** $I = \int_3^{+\infty} \frac{-3x}{x^\alpha} dx$ **C.** $I = \int_3^{+\infty} \frac{5}{x^\alpha} dx$ **D.** $I = \int_3^{+\infty} \frac{x}{x^3} dx$

Câu 25: Tìm α để tích phân J hội tụ.

A. Không tồn tại α **B.** $\alpha > \frac{7}{2}$ **C.** $\alpha > 4$ **D.** $\alpha < 4$

=====HẾT=====