

BÀI TẬP VỀ ĐỒ THỊ

TẬP RỜI RẠC – CÂY BAO TRÙM – ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

BÀI A: KẾT BẠN

Trường học X có N sinh viên, trong đó có M cặp là bạn bè của nhau. Bạn của bạn cũng là bạn, tức là nếu A là bạn của B, B là bạn của C thì A và C cũng là bạn bè của nhau.

Các bạn hãy xác định xem số lượng sinh viên nhiều nhất trong một nhóm bạn là bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ($N, M \leq 100\,000$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ($u \neq v$) cho biết sinh viên u là bạn của sinh viên v.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	3
3 2	7
1 2	
2 3	
10 12	
1 2	
3 1	
3 4	
5 4	
3 5	
4 6	
5 2	
2 1	
7 1	
1 2	
9 10	
8 9	

BÀI B: MẠNG XÃ HỘI

Tý đang xây dựng một mạng xã hội và mời các bạn của mình dùng thử. Bạn của bạn cũng là bạn. Vì vậy, Tý muốn mạng xã hội của mình là hoàn hảo, tức với mọi bộ ba X, Y, Z, nếu X kết bạn với Y, Y kết bạn với Z thì X và Z cũng phải là bạn bè của nhau trên mạng xã hội.

Các bạn hãy xác định xem mạng xã hội hiện tại của Tý có là hoàn hảo hay không? Nếu có hãy in ra “YES”, “NO” trong trường hợp ngược lại.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ($N, M \leq 100\,000$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ($u \neq v$) cho biết u và v là kết bạn với nhau trên mạng xã hội của Tý.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
3	YES
4 3	NO
1 3	YES
3 4	
1 4	
4 4	
3 1	
2 3	
3 4	
1 2	
10 4	
4 3	
5 10	
8 9	
1 2	

BÀI C: KHÁM PHÁ HÀNH TRÌNH

Tốt nghiệp đại học, Lina quyết định đi khám phá tất cả các thành phố ở đất nước mình. Có N thành phố và M tuyến đường bộ kết nối chúng với nhau. Lina muốn nghĩ rằng một hành trình thật “đẹp” là hành trình đi qua $M-2$ tuyến đường đúng hai lần, và đi qua 2 tuyến đường còn lại duy nhất một lần.

Lina có thể chọn thành phố xuất phát và kết thúc hành trình là tùy ý. Các bạn hãy tính giúp Lina xem có bao nhiêu cách để lựa chọn một hành trình đẹp? 2 hành trình A và B được coi là khác nhau, nếu như 2 tuyến đường đi qua duy nhất một lần của A và B là khác nhau.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ($N, M \leq 100\,000$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa u và v . Dữ liệu đảm bảo các cạnh không trùng nhau. Có thể có cạnh nối u với chính nó, với mỗi đỉnh u có không quá 1 cạnh như vậy.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
3 5 4 1 2 1 3 1 4 1 5 5 3 1 2 2 3 4 5 2 2 1 1 1 2	6 0 1

Giải thích test 1: Các hành trình thỏa mãn:

$2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5$, $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 4$,

$2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5$,

$3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 5$.

BÀI D: CÂY KHUNG NHỎ NHẤT

Cho đơn đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M . Hãy tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N và M .

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có trọng số bằng c ($1 \leq c \leq 10^6$).

Subtask 1: $N, M \leq 2\,000$.

Subtask 2: $N, M \leq 200\,000$.

Output:

Với mỗi test, in ra trọng số của cây khung nhỏ nhất tìm được.

Test ví dụ:

Input:	Output
1 6 9 1 2 1 1 3 1 2 4 1 2 3 2 2 5 1 3 5 1	5

3 6 1	
4 5 2	
5 6 2	

BÀI E: NỐI ĐIỂM

Cho N điểm trên mặt phẳng Oxy. Để vẽ được đoạn thẳng nối A và B sẽ tốn chi phí tương đương với khoảng cách từ A tới B.

Nhiệm vụ của bạn là nối các điểm với nhau, sao cho N điểm đã cho tạo thành 1 thành phần liên thông duy nhất và chi phí để thực hiện là nhỏ nhất có thể.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ($1 \leq N \leq 100$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số thực x[i], y[i] là tọa độ của điểm thứ i ($|x[i]|, |y[i]| \leq 100$).

Output:

Với mỗi test, in ra chi phí nhỏ nhất tìm được với độ chính xác 6 chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Test ví dụ:

Input:	Output
1 3 1.0 1.0 2.0 2.0 2.0 4.0	3.414214

BÀI F: ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT 1

Cho đơn đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M.

Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu bạn tìm đường đi ngắn nhất giữa đỉnh X[i] tới Y[i].

Input:

Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq N*(N-1)/2$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có độ dài bằng c ($1 \leq c \leq 1000$).

Tiếp theo là số lượng truy vấn Q ($1 \leq Q \leq 100\,000$).

Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X[i], Y[i].

Output:

Với mỗi truy vấn, in ra đáp án là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được.

Test ví dụ:

Input:	Output
5 6	8
1 2 6	10
1 3 7	3
2 4 8	
3 4 9	
3 5 1	
4 5 2	
3	
1 5	
2 5	
4 3	

BÀI G: ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT 2

Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm đường đi ngắn nhất từ 1 tới N và đếm xem có bao nhiêu tuyến đường có độ dài ngắn nhất như vậy?

Input:

Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq M \leq \max(N*(N-1)/2, 10^6)$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có độ dài bằng c ($1 \leq c \leq 10^6$).

Output:

In ra 2 số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất và số lượng đường đi ngắn nhất. Input đảm bảo số lượng đường đi ngắn nhất không vượt quá 10^{18} .

Test ví dụ:

Input:	Output
5 6	10 2
1 2 6	
1 3 7	
2 4 2	
3 4 9	
3 5 3	
4 5 2	

Có 2 tuyến đường ngắn nhất: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ và $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$.

BÀI H: BẢNG SỐ

Cho một bảng số kích thước $N \times M$. Chi phí khi đi qua ô (i,j) bằng $A[i][j]$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm một đường đi từ ô $(1, 1)$ tới ô (N, M) sao cho chi phí là nhỏ nhất. Tại mỗi ô, bạn được phép đi sang trái, sang phải, đi lên trên và xuống dưới.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ($1 \leq N, M \leq 500$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên $A[i][j]$ ($0 \leq A[i][j] \leq 9$).

Output:

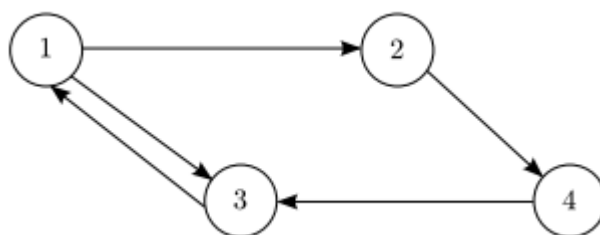
Với mỗi test, in ra một số nguyên là chi phí nhỏ nhất cho đường đi tìm được.

Test ví dụ:

Input:	Output
3	24
4	15
5	13
0 3 1 2 9	
7 3 4 9 9	
1 7 5 5 3	
2 3 4 2 5	
1	
6	
0 1 2 3 4 5	
5 5	
1 1 1 9 9	
9 9 1 9 9	
1 1 1 9 9	
1 9 9 9 9	
1 1 1 1 1	

BÀI I: ĐƯỜNG ĐI TRUNG BÌNH

Cho một đồ thị có hướng gồm N đỉnh và M cạnh. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính khoảng cách trung bình ngắn nhất giữa hai nút bất kì nếu như chúng liên thông với nhau. Input đảm bảo rằng trong một nhóm liên thông, nếu như u đi tới được v thì v cũng đi tới được u với mọi cặp u, v .



Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 100$, $M \leq N(N-1)/2$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối đơn hướng từ u tới v .

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được với độ chính xác 2 chữ số sau dấu phẩy.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	1.83
4 5	1.75
1 2	
2 4	
1 3	
3 1	
4 3	
7 5	
1 2	
1 4	
4 2	
2 7	
7 1	

Giải thích test 1: Ta có

$d(1, 2) = 1$, $d(1, 3) = 1$, $d(1, 4) = 2$; $d(2, 1) = 3$, $d(2, 3) = 2$, $d(2, 4) = 1$;

$d(3, 1) = 1$, $d(3, 2) = 2$, $d(3, 4) = 3$; $d(4, 1) = 2$, $d(4, 2) = 3$, $d(4, 3) = 1$.

Trung bình bằng $22/12 = 1.83$

BÀI J: TÌM ĐƯỜNG

Cho một bảng $S[][]$ kích thước $N \times M$, bao gồm các ô trống, các vật cản. Ban đầu bạn ở vị trí S . Nhiệm vụ của bạn là hãy di chuyển tới vị trí T , sao cho số lần đổi hướng không quá hai lần.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ($1 \leq N, M \leq 500$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M kí tự mô tả bảng S . Trong đó: ‘.’ là một ô trống, ‘*’ là vật cản, ‘S’ là vị trí xuất phát và ‘T’ là vị trí đích. (Chỉ có một vị trí S và T duy nhất).

Output:

Với mỗi test, in ra “YES” nếu tìm được đường đi, ra in “NO” trong trường hợp ngược lại.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	YES
5 5	NO
..S..	
****.	
T....	
****.	
.....	

5 5 S..... *****.T..	
-----------------------------------------------------	--