# CÁU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT – CONTEST 4

NGĂN XÉP – HÀNG ĐỢI – QUY HOẠCH ĐỘNG CƠ BẢN

#### A. TỔNG ĐA THỰC

Cho hai đa thức có bậc không quá 10000 (chỉ viết ra các phần tử có hệ số khác 0). Hãy sử dụng danh sách liên kết đơn để viết chương trình tính tổng hai đa thức đó.

**Dữ liệu vào:** Dòng đầu ghi số bộ test. Mỗi bộ test có hai dòng, mỗi dòng ghi một đa thức theo mẫu như trong ví dụ. Số phần tử của đa thức không quá 20.

Chú ý: Bậc của các hạng tử luôn theo thứ tự giảm dần, trong đa thức chỉ có phép cộng và luôn được viết đầy đủ hệ số + số mũ (kể cả mũ 0).

Kết quả: Ghi ra một dòng đa thức tổng tính được (theo mẫu như ví dụ)

#### Ví du:

Input	Output
1	$3*x^8 + 11*x^6 + 16*x^2 + 2*x^1 + 7*x^0$
$3*x^8 + 7*x^2 + 4*x^0$	
$11*x^6 + 9*x^2 + 2*x^1 + 3*x^0$	

# B. TÍNH TOÁN GIÁ TRỊ BIỂU THỰC

Cho biểu thức S với các toán tử +, -, \*, / và dấu ngoặc (). Các toán hạng là các số có giá trị không vượt quá 100. Hãy tính giá trị biểu thức S. Phép chia thực hiện với số nguyên, input đảm bảo số bị chia luôn khác 0, đáp số biểu thức có không quá 10 chữ số.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test ( $T \le 100$ ).

Mỗi dòng gồm một xâu S, không quá 100 kí tự. Các toán hạng là các số nguyên không âm.

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

#### Ví du:

Input	Output
4	16
6*3+2-(6-4/2)	2278
100+99*22	102
6*((4*3)+5)	-1
1-2	

### C. PHẦN TỬ BÊN PHẢI ĐẦU TIÊN LỚN HƠN

Cho dãy số A[] gồm N phần tử. Với mỗi A[i], bạn cần tìm phần tử bên phải đầu tiên lớn hơn nó. Nếu không tồn tại, in ra -1.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N  $(1 \le N \le 100000)$ .

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i]  $(0 \le A[i] \le 10^9)$ .

### **Output:**

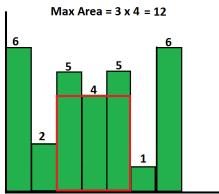
Với mỗi test, in ra trên một dòng N số R[i], với R[i] là giá trị phần tử đầu tiên lớn hơn A[i].

#### Ví dụ

Input	Output
3	5 25 25 -1
4	-1 -1 -1
4 5 2 25	5 5 -1 -1
3	
2 2 2	
4	
4 4 5 5	

# D. HÌNH CHỮ NHẬT LỚN NHẤT

Cho N cột, mỗi cột có chiều cao bằng H[i]. Bạn hãy tìm hình chữ nhật lớn nhất bị che phủ bởi các cột?



### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T  $\leq$  20).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ( $N \le 100~000$ ).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên H[i]  $(1 \le H[i] \le 10^9)$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra diện tích hình chữ nhật lớn nhất tìm được.

### Ví dụ:

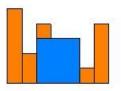
Input	Output
2	12
7	6
6 2 5 4 5 1 6	
3	
2 2 2	

### E. GHÉP VÁN GÕ

Trong giấc mơ, Tí thấy mình bị lạc trên hòn đảo với cư dân xa lạ. Không biết làm việc gì, Tí đành phải hái dừa đem bán. Tí muốn làm một tấm biến cho quán hàng cửa mình. Lục tung khắp nơi, Tí

kiếm được N miếng gỗ hình chữ nhật, mỗi miếng có chiều dài bằng A[i] và chiều rộng bằng 1. Tí đã ghép N miếng gỗ thành một tấm ván lớn, rồi thực hiện cắt các miếng gỗ để thu được tấm biển. Tí muốn tấm biển quảng cáo của mình thật đặc biệt, nên Tí đã chọn nhất định nó sẽ là hình vuông. Không có eke, thước, dây, ... nên Tí phải dựa vào các miếng gỗ ban đầu để căn nhát cưa. Việc cưa theo chiều dọc rất dễ dàng, nhưng theo chiều ngang, Tí chỉ có thể cưa theo một đường thẳng trùng với một cạnh của miếng gỗ nào đó.

Các bạn hãy giúp Tí tính thử xem tấm biển quảng cáo của Tí có kích thước lớn nhất bằng bao nhiêu?



#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N (N  $\leq$  100 000).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i]  $(1 \le A[i] \le 10^9)$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra chiều dài cạnh của tấm biển. Nếu Tí không thể tạo thành tấm biển, in ra 0.

### Ví dụ:

Input	Output
4	4
5 2 4 3 3 1 4	2
3	0
2 2 2	3
2	
6 6	
6	
5 5 5 5 3 1	

# F. HÌNH CHỮ NHẬT 0-1

Cho một bảng kích thước NxM, được chia thành lưới ô vuông đơn vị N dòng M cột. Trên các ô của bảng ghi số 0 hoặc 1. Các dòng của bảng được đánh số 1, 2... N theo thứ tự từ trên xuống dưới và các cột của bảng được đánh số 1, 2..., M theo thứ tự từ trái qua phải

Yêu cầu: Hãy tìm một hình chữ nhật gồm các ô của bảng thoả mãn các điều kiện sau:

- 1 Hình chữ nhật đó chỉ gồm các số 1
- 2 Cạnh hình chữ nhật song song với cạnh bảng
- 3 Diện tích hình chữ nhật là lớn nhất có thể

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M  $(1 \le M, N \le 500)$ .

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên 0 hoặc 1.

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra diên tích hình chữ nhật lớn nhất tìm được.

#### Ví du:

Input	Output
1	49
11 13	
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	
0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0	
0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1	
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1	

### G. ĐƯỜNG NGUYÊN TỐ

Cho hai số nguyên tố khác nhau có bốn chữ số. Người ta cho rằng hoàn toàn có thể biến đổi từ số này thành số kia sau một số bước theo quy tắc: Tại mỗi bước ta chỉ thay đổi một chữ số trong số trước đó sao cho số tạo được trong mỗi bước đều là một số nguyên tố có bốn chữ số. Một cách biến đổi như vậy gọi là một "đường nguyên tố".

Bài toán đặt ra là với một cặp số nguyên tố đầu vào, hãy tính ra số bước của đường nguyên tố ngắn nhất. Giả sử đầu vào là hai số 1033 và 8179 thì đường nguyên tố ngắn nhất sẽ có độ dài là 6 với các bước chuyển là:

1033

1**7**33

**3**733

**3739** 

37**7**9

**8**779

8179

**Input:** Dòng đầu tiên ghi số bộ test, không lớn hơn 100. Mỗi bộ test viết trên một dòng bao gồm hai số nguyên tố có 4 chữ số..

**Output:** Với mỗi bộ test, in ra màn hình trên một dòng số bước của đường nguyên tố ngắn nhất. **Ví dụ:** 

Input	Output
3	6
1033 8179	7
1373 8017	0
1033 1033	

#### H. DI CHUYỂN

Cho một bảng kích thước N x N, trong đó có các ô trống '.' và vật cản 'X'. Các hàng và các cột được đánh số từ 0.

Mỗi bước di chuyển, bạn có thể đi từ ô (x, y) tới ô (u, v) nếu như 2 ô này nằm trên cùng một hàng hoặc một cột, và không có vật cản nào ở giữa.

Cho điểm xuất phát và điểm đích. Bạn hãy tính số bước di chuyển ít nhất?

### Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên dương N  $(1 \le N \le 100)$ .

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N kí tự mô tả bảng.

Cuối cùng là 4 số nguyên a, b, c, d với (a, b) là tọa độ điểm xuất phát, (c, d) là tọa độ đích. Dữ liệu đảm bảo hai vị trí này không phải là ô cấm.

### **Output:**

In ra một số nguyên là đáp số của bài toán.

#### Ví du:

Input	Output
3	3
.X.	
.X.	
•••	
0 0 0 2	

### I. GIEO MÂM

Trên một giá có kích thước R x C (R hàng, C cột), một số hạt mầm đã được tra vào các ô. Một số hạt mầm được bón thêm chất dinh dưỡng, nên đã nảy mầm sớm thành cây non.

Mỗi ngày, các cây non sẽ lan truyền chất dinh dưỡng của nó cho các mầm ở ô xung quanh (trái, trên, phải, dưới), làm cho các hạt mầm này phát triển thành cây non. Tuy nhiên, có thể có một số hạt mầm được gieo ở vị trí lẻ loi, do không nhận được chất dinh dưỡng nên không thể nảy mầm.

Các bạn hãy xác định xem cần ít nhất bao nhiều ngày để tất cả các hạt đều mầm?

#### **Input:**

Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên R và C ( $1 \le R$ ,  $C \le 500$ ).

R dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm C số nguyên A[i][j].

A[i][j] = 0, ô (i, j) là ô trống.

A[i][j] = 1, ô (i, j) là hạt chưa nảy mầm.

A[i][j] = 2, ô (i, j) là cây non.

### **Output:**

In ra thời gian ngắn nhất để tất cả các hạt đều nảy mầm. Nếu có hạt nào chưa nảy mầm, in ra -1.

### Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input:	Input:
3 5	3 5
2 1 0 2 1	2 1 0 2 1
1 0 1 2 1	0 0 1 2 1
1 0 0 2 1	1 0 0 2 1
Output:	Output:
2	-1

#### J. DI CHUYỂN TRONG KHÔNG GIAN

Cho một hình hộp chữ nhật có kích thước A x B x C, trong đó A là chiều cao, B là chiều rộng và C là chiều dài. Mỗi ô có thể là một ô trống '.' hoặc vật cản '#'.

Mỗi bước, bạn được phép di chuyển sang một ô kề bên cạnh (không được đi chéo). Nhiệm vụ của bạn là tìm đường đi ngắn nhất bắt đầu 'S' tới vị trí kết thúc 'E'.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T  $(1 \le N \le 50)$ .

Mỗi test bắt đầu bởi 3 số nguyên A, B, C (A, B, C  $\leq$  30).

Tiếp theo là A khối, mỗi khối gồm B x C kí tự mô tả một lát cắt của hình hộp chữ nhật. Giữa 2 khối có một dấu xuống dòng.

### **Output:**

In ra một số nguyên là đường đi ngắn nhất từ S tới E. Nếu không di chuyển được, in ra -1.

#### Ví du:

Input	Output
2	11
3 4 5	-1
S	
.###.	
.##	
###.#	
#####	
#####	
##.##	
##	
#####	
#####	
#.###	
####E	
1 3 3	
S##	
#E#	
###	

# K. TÌM BỘI SỐ LỚN NHẤT CỦA 3

Cho dãy số A[] có N phần tử là các chữ số từ 0 đến 9. Nhiệm vụ của bạn là hãy chọn lấy một tổ hợp các phần tử và sắp xếp chúng sao cho thu được số lớn nhất chia hết cho 3.

Nếu không tìm được số nào, in ra -1.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lương bô test T  $(1 \le N \le 50)$ .

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N  $(1 \le N \le 100\ 000)$ .

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i]  $(0 \le A[i] \le 9)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

#### Ví dụ:

Input	Output
3	981
3	8760
8 1 9	-1
5	
8 1 7 6 0	
2	
5 2	

### L. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Xâu ký tự X được gọi là xâu con của xâu ký tự Y nếu ta có thể xoá đi một số ký tự trong xâu Y để được xâu X.

Cho hai xâu ký tự A và B dài không quá 1000 ký tự (chữ cái viết thường hoặc chữ số), hãy tìm xâu ký tự C có độ dài lớn nhất và là con của cả A và B.

Input: Dòng 1: chứa xâu A. Dòng 2: chứa xâu B

Output: Chỉ gồm một dòng ghi độ dài xâu C tìm được

#### Ví dụ:

Input	Output
abc1def2ghi3	10
abcdefghi123	

### M. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử A[1], A[2], ... A[N].

Biết rằng dãy con tăng đơn điệu là 1 dãy  $A[i_1],...$   $A[i_k]$ 

thỏa mãn 
$$i_1 < i_2 < ... < i_k$$
 và  $A[i_1] < A[i_2] < ... < A[i_k]$ .

Hãy cho biết dãy con tăng đơn điệu dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

**Input:** Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ( $1 \le N \le 1000$ ). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A[1],

 $A[2], ... A[N] (1 \le A[i] \le 10000).$ 

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng đơn điệu dài nhất.

### Ví dụ:

Input	Output
6	4
1 2 5 4 6 2	

### N. DÃY CON CÓ TỔNG BẰNG S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy  $A=\{A_1, A_2, ..., A_N\}$ . Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

**Input:** Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S  $(0 \le N \le 200)$  và S  $(0 \le S \le 40000)$ . Các dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số  $A_1$ ,  $A_2$ , ...,  $A_N$   $(0 \le A_i \le 200)$ .

Output: Nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO". Nếu bài toán có nghiệm thì in ra "YES"

### Ví dụ:

Input	Output
5 6	YES
1 2 4 3 5	

### O. DÃY CON DÀI NHẤT CÓ TỔNG CHIA HẾT CHO K

Cho một dãy gồm n (  $n \le 1000$ ) số nguyên dương  $A_1$ ,  $A_2$ , ...,  $A_n$  và số nguyên dương k ( $k \le 50$ ). Hãy tìm dãy con gồm nhiều phần tử nhất của dãy đã cho sao cho tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho k.

**Input:** Dòng đầu tiên chứa hai số n, k ghi cách nhau bởi ít nhất 1 dấu trống. Các dòng tiếp theo chứa các số  $A_1$ ,  $A_2$ , ...,  $A_n$  được ghi theo đúng thứ tự cách nhau ít nhất một dấu trống hoặc xuống dòng.

Output: Gồm 1 dòng duy nhất ghi số lượng phần tử của dãy con dài nhất thoả mãn

### Ví du:

Input	Output
10 3	9
2 3 5 7	
9 6 12 7	
11 15	

### P. ĐƯỜNG ĐI NHỎ NHẤT

Cho bảng A[] kích thước N x M (N hàng, M cột). Bạn được phép đi sang trái, đi sang phải và đi xuống ô chéo dưới. Khi đi qua ô (i, j), điểm nhận được bằng A[i][j].

Hãy tìm đường đi từ ô (1, 1) tới ô (N, M) sao cho tổng điểm là nhỏ nhất.

#### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và M.

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên A[i][i]  $(0 \le A[i] \le 1000)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra độ dài dãy con tăng dài nhất trên một dòng.

#### Ví du:

Input	Output
1	8
3 3	
1 2 3	
4 8 2	
1 5 3	

Giải thích test: Đường đi  $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3)$ .

# Q. TỔ HỢP C(n, k)

Cho 2 số nguyên n, k. Bạn hãy tính C(n, k) modulo 10^9+7.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên n, k  $(1 \le k \le n \le 1000)$ .

### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

### Ví dụ:

Input	Output
2	10
5 2	120
10 3	

### R. XÂU CON ĐỐI XỨNG DÀI NHẤT

Cho xâu S chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 5000 ký tự.

Hãy tìm xâu con đối xứng dài nhất của S.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 10$ ).

Mỗi test gồm một xâu S có độ dài không vượt quá 5000, chỉ gồm các kí tự thường.

### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

### Ví dụ:

Input	Output
2	5
abcbadd	5
aaaaa	

### S. BẬC THANG

Một chiếc cầu thang có N bậc. Mỗi bước, bạn được phép bước lên trên tối đa K bước. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách bước để đi hết cầu thang? (Tổng số bước đúng bằng N).

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 100$ ).

Mỗi test gồm hai số nguyên dương N và  $K(1 \le N \le 100000, 1 \le K \le 100)$ .

#### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng theo modulo 10^9+7.

#### Ví dụ:

Input	Output
2	2
2 2	5
4 2	

Giải thích test 1: Có 2 cách đó là (1, 1) và (2).

Giải thích test 2: 5 cách đó là: (1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2).

# T. HÀNH TRÌNH DU LỊCH

Trong kì nghỉ hè năm nay Tí được bố thưởng cho 1 tour du lịch quanh N đất nước tươi đẹp với nhiều thắng cảnh nổi tiếng. Tất nhiên Tí sẽ đi bằng máy bay.

Giá vé máy bay từ đất nước i đến đất nước j là C[i][j] (dĩ nhiên C[i][j] có thể khác C[j][i]). Tuy được bố thưởng cho nhiều tiền để đi du lịch nhưng Tí cũng muốn tìm cho mình 1 hành trình với chi phí rẻ nhất có thể để dành tiền mua quà về tặng mọi người.

Bạn hãy giúp Tí tìm 1 hành trình đi qua tất cả các nước, mỗi nước đúng 1 lần sao cho chi phí là bé nhất nhé.

### **Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \le 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên dương N ( $5 \le N \le 25$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N số nguyên mô tả chi phí C[i][j] ( $1 \le C[i][j] \le 10000$ ).

### **Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

### Ví dụ:

Input	Output
1	8
6	
0 1 2 1 3 4	
5 0 3 2 3 4	
4 1 0 2 1 2	
4 2 5 0 4 3	
2 5 3 5 0 2	
5 4 3 3 1 0	

Giải thích test: 1 hành trình tối ưu là  $3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ .