



**CUỘC THI**  
**TOÁN MÔ HÌNH 2024**  
**VÒNG 1**

Hà Nội, tháng 07 năm 2024

**Tên đội thi: KND2004**

**Thành viên:**

- **Vũ Hải Đăng**
- **Nguyễn Minh Nhật**
- **Hoàng Đăng Khoa**

# Mục lục

<b>1</b>	<b>Giới thiệu</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Phương pháp</b>	<b>3</b>
2.1	Giải thuật di truyền . . . . .	3
2.1.1	Diễn giải thuật toán di truyền . . . . .	4
2.2	Phân tích bài toán . . . . .	5
2.2.1	Kí hiệu . . . . .	5
2.2.2	Ràng buộc bắt buộc . . . . .	5
2.2.3	Hàm mục tiêu . . . . .	6
2.3	Khởi tạo quần thể . . . . .	7
2.4	Chọn lọc, lai tạo và đột biến . . . . .	8
2.4.1	Chọn lọc . . . . .	8
2.4.2	Lai tạo . . . . .	8
2.4.3	Đột biến . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Thí nghiệm</b>	<b>8</b>
3.1	Dữ liệu . . . . .	8
3.2	Thiết lập huấn luyện . . . . .	9
3.3	Kết quả và Phân tích . . . . .	10
3.3.1	Sự Tiến Triển của giá trị của hàm Fitness qua các thế hệ . . . . .	10
3.3.2	Kết quả bảng lịch trực . . . . .	11
3.3.3	Phân tích tổng quan về kết quả . . . . .	13
3.3.4	Những vấn đề cần cải thiện . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Kết luận</b>	<b>13</b>
<b>A</b>	<b>Phụ lục</b>	<b>14</b>
A.1	Chuẩn hóa đầu ra hàm mục tiêu . . . . .	14
A.1.1	Chuẩn hóa hàm $J_1$ . . . . .	14
A.1.2	Chuẩn hóa hàm $J_2$ . . . . .	14
A.1.3	Chuẩn hóa hàm $J_3$ . . . . .	15
A.1.4	Chuẩn hóa hàm $J_4$ . . . . .	15
A.2	Cách lựa chọn $\lambda_m$ . . . . .	15

## Danh sách hình vẽ

1	Lưu đồ thuật toán di truyền . . . . .	4
2	Minh họa cấu trúc một cá thể . . . . .	8
3	Minh họa cấu trúc của một ngày trong một cá thể . . . . .	8
4	Minh họa hàm fitness $J_1, J_2, J_3, J_4$ . . . . .	10
5	Biểu đồ thể hiện tổng thâm niên của các thành viên của từng ekip trực . . . . .	13

## Danh sách bảng

1	Thông tin của các thành viên trong bệnh viện Môn Hòa . . . . .	9
2	Các tham số và giá trị tối ưu cho thuật toán di truyền. . . . .	9
3	Bảng lịch trực trong tháng 8 của bệnh viện Môn Hòa . . . . .	11
4	Bảng lịch trực trong tháng 9 của bệnh viện Môn Hòa . . . . .	12

## 1 Giới thiệu

Hệ thống chăm sóc sức khỏe trên toàn cầu đang phải đối mặt với những thách thức phức tạp và đa chiều. Để giải quyết các vấn đề này, nhiều giải pháp đã được đề xuất và triển khai thử nghiệm để đánh giá tính khả thi và hiệu quả.

Toán học, đặc biệt là các mô hình toán học, không chỉ được ứng dụng trong việc tối ưu hóa quá trình điều trị bệnh mà còn được áp dụng rộng rãi trong nhiều khía cạnh khác của y tế, bao gồm quản lý và vận hành cơ sở y tế. Một ví dụ tiêu biểu là bài toán lập lịch trong y tế. Trong môi trường bệnh viện, việc sắp xếp tối ưu các tài nguyên quan trọng như thuốc men, trang thiết bị, và nhân sự y tế (bác sĩ, điều dưỡng) là vô cùng cần thiết.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi tập trung vào bài toán lập lịch trực ca đêm cho hai tháng 8 và 9 tại Bệnh viện Mỗn Hòa. Việc lập lịch này đòi hỏi phải cân nhắc và đáp ứng nhiều ràng buộc cứng (Hard constraints) và ràng buộc mềm (Soft constraints) để đảm bảo tính khả thi và hiệu quả của lịch trực. Sử dụng các kỹ thuật tối ưu hóa và mô hình hóa toán học, chúng tôi sẽ xây dựng một giải pháp nhằm tối ưu hóa lịch trực ca đêm, đảm bảo phân phối công việc hợp lý và hiệu quả cho các bác sĩ và điều dưỡng tại bệnh viện.

## 2 Phương pháp

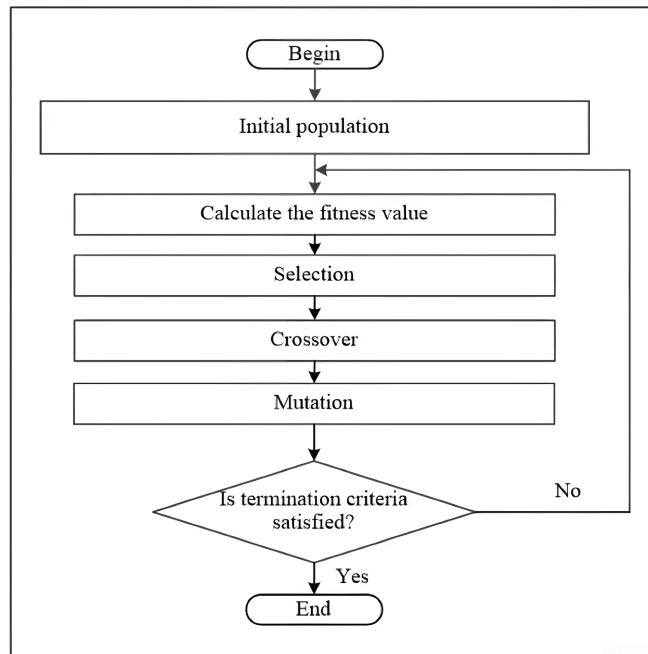
### 2.1 Giải thuật di truyền

Thuật toán di truyền [1] (Genetic Algorithm - GA), được đề xuất bởi D.E. Goldberg, là một kỹ thuật được phát triển dựa trên quá trình thích nghi và tiến hóa của các quần thể sinh học, theo học thuyết của Charles Darwin. Thuật toán này mô phỏng các nguyên tắc chọn lọc tự nhiên, lai tạo, và đột biến để tìm kiếm các giải pháp tối ưu cho các bài toán phức tạp. Ngày nay, thuật toán GA ngày càng trở nên quan trọng, đặc biệt trong lĩnh vực tối ưu hóa, khi đối mặt với các bài toán thuộc lớp NP (Nondeterministic Polynomial-time) và NPC (NP-Complete) mà chưa có các giải pháp hiệu quả.

**Một số khái niệm cơ bản trong giải thuật di truyền:**

- **Cá thể:** là một giải pháp cụ thể cho bài toán. Mỗi cá thể được biểu diễn bằng một chuỗi gen (hoặc mã hóa), thường là một chuỗi nhị phân, số nguyên, hoặc thực.
- **Quần thể:** là tập hợp các cá thể có cùng một số đặc điểm, giúp thuật toán duy trì sự đa dạng của các giải pháp và khám phá không gian tìm kiếm hiệu quả.
- **Gen:** là thành phần cơ bản của một cá thể. Mỗi gen trong chuỗi gen biểu diễn một thuộc tính cụ thể của giải pháp.
- **Mã hóa:** là cách biểu diễn cá thể trong GA. Phổ biến nhất là mã hóa nhị phân, trong đó mỗi gen được mã hóa thành các bit (0 hoặc 1), nhưng cũng có thể sử dụng mã hóa số nguyên hoặc số thực tùy thuộc vào bài toán.
- **Chọn lọc:** là quá trình chọn các cá thể từ dân số hiện tại để tạo ra thế hệ tiếp theo.
- **Lai tạo:** là quá trình kết hợp gen của hai cá thể (cha mẹ) để tạo ra một hoặc nhiều cá thể con.
- **Đột biến:** là quá trình thay đổi ngẫu nhiên một hoặc nhiều gen trong cá thể. Ngoài ra còn có các khái niệm khác như điều kiện dừng, tính thích nghi, thế hệ, ... Ngoài ra còn có các khái niệm khác như điều kiện dừng, tính thích nghi, thế hệ, ...

### 2.1.1 Diễn giải thuật toán di truyền



Hình 1: Lưu đồ thuật toán di truyền [2]

#### Bước 1: Khởi tạo quần thể

- Tạo ngẫu nhiên một quần thể gồm các cá thể. Mỗi cá thể là một giải pháp tiềm năng cho bài toán.

#### Bước 2: Đánh giá độ thích nghi

- Đánh giá độ thích nghi của từng cá thể trong quần thể. Độ thích nghi thể hiện mức độ phù hợp của một cá thể với bài toán.

#### Bước 3: Lặp lại các vòng đời

- **Lai tạo và chọn lọc:** Chọn ngẫu nhiên các cặp cá thể có độ thích nghi cao để thực hiện quá trình lai tạo. Các cá thể con được tạo ra thông qua sự kết hợp các đặc điểm di truyền từ các cá thể cha mẹ. Các cá thể có độ thích nghi thấp sẽ bị loại bỏ khỏi quần thể.
- **Sinh sản:** Duy trì các cá thể con có độ thích nghi vượt trội và giữ lại một số cá thể cha mẹ có độ thích nghi cao để đảm bảo tính bền vững của quần thể.
- **Đột biến:** Thực hiện các thay đổi ngẫu nhiên đối với một số đặc điểm của cá thể con nhằm tạo ra sự đa dạng trong quần thể.
- **Di truyền:** Thêm các cá thể mới vào quần thể hiện có để tăng cường sự đa dạng và khả năng thích nghi của quần thể.

#### Bước 4: Kiểm tra điều kiện dừng

- Nếu đạt được điều kiện dừng (ví dụ: số lượng thế hệ đã đạt, độ thích nghi tốt nhất đạt được), thuật toán dừng lại. Ngược lại, quay lại bước 2.

#### Bước 5: Kết quả

- Cá thể có độ thích nghi cao nhất tại thời điểm thuật toán dừng lại được coi là giải pháp tốt nhất cho bài toán.

Đối với bài toán lập lịch, thuật toán di truyền thường được xem là phương pháp phù hợp nhờ vào nhiều ưu điểm nổi bật. Đầu tiên, thuật toán di truyền có khả năng tìm kiếm toàn cục, giúp giảm nguy cơ mắc kẹt ở các cực tiểu cục bộ và tăng khả năng tìm kiếm các giải pháp tối ưu toàn diện hơn. Hơn nữa, thuật toán này đặc biệt hiệu quả trong việc tối ưu hóa đa mục tiêu, cho phép xử lý đồng thời nhiều tiêu chí khác nhau.

Ngoài ra, thuật toán di truyền có thể thích ứng với nhiều ràng buộc và yêu cầu cụ thể của bài toán lập lịch, đảm bảo việc tìm kiếm giải pháp phù hợp trong thời gian hợp lý. Nó cũng có khả năng hoạt động tốt với dữ liệu không hoàn toàn đầy đủ hoặc chính xác, nhờ vào cơ chế chọn lọc và tiến hóa của mình. Cuối cùng, thuật toán di truyền có khả năng cải thiện và phát triển giải pháp qua các thế hệ, dẫn đến việc liên tục nâng cao chất lượng giải pháp theo thời gian. Những đặc điểm này làm cho thuật toán di truyền trở thành một công cụ mạnh mẽ và linh hoạt trong việc giải quyết các bài toán lập lịch phức tạp.

## 2.2 Phân tích bài toán

### 2.2.1 Kí hiệu

Ta định nghĩa một số các thành phần quan trọng của bài toán như sau:

- $J$ : Số khoa trong bệnh viện
- $K$ : Số ngày cần sắp xếp kíp trực
- $D$  là tập hợp các bác sĩ cộc I;  $D_j$  là tập hợp các bác sĩ cộc I làm ở khoa thứ  $j$ ;  $D_{i,j}$  biểu diễn bác sĩ cộc I thứ  $i$  làm ở khoa thứ  $j$
- $d$  là tập hợp các bác sĩ cộc II;  $d_j$  là tập hợp các bác sĩ cộc II làm ở khoa thứ  $j$ ;  $d_{i,j}$  biểu diễn bác sĩ cộc II thứ  $i$  làm ở khoa thứ  $j$
- $N$  là tập hợp các điều dưỡng;  $N_j$  là tập hợp các điều dưỡng làm ở khoa thứ  $j$ ;  $N_{i,j}$  biểu diễn điều dưỡng thứ  $i$  làm ở khoa thứ  $j$
- $A$ : Ma trận sắp lịch của các bác sĩ cộc I, trong đó

$$A_{i,j,k} = \begin{cases} 0 & \text{Nếu bác sĩ cộc I thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ không làm ở ngày } k \\ 1 & \text{Nếu bác sĩ cộc I thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ làm ở ngày } k \end{cases}$$

Với  $i \in [0, |D| - 1]$ ;  $j \in [0, J]$ ;  $k \in [0, K]$

- $B$ : Ma trận sắp lịch của các bác sĩ cộc 2, trong đó

$$B_{i,j,k} = \begin{cases} 0 & \text{Nếu bác sĩ cộc II thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ không làm ở ngày } k \\ 1 & \text{Nếu bác sĩ cộc II thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ làm ở ngày } k \end{cases}$$

Với  $i \in [0, |d| - 1]$ ;  $j \in [0, J]$ ;  $k \in [0, K]$

- $C$ : Ma trận sắp lịch của các điều dưỡng, trong đó

$$C_{i,j,k} = \begin{cases} 0 & \text{Nếu điều dưỡng thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ không làm ở ngày } k \\ 1 & \text{Nếu điều dưỡng thứ } i \text{ làm ở khoa } j \text{ làm ở ngày } k \end{cases}$$

Với  $i \in [0, |N| - 1]$ ;  $j \in [0, J]$ ;  $k \in [0, K]$

- $|X|$ : Số lượng phần tử của tập  $X$
- $S(x)$ : Thâm niên của người  $x$

### 2.2.2 Ràng buộc bắt buộc

Điều kiện bắt buộc của bài toán được xác định như sau: Mỗi kíp trực trong một ca đêm phải bao gồm 4 thành viên: một bác sĩ thuộc nhóm I, một bác sĩ thuộc nhóm II, và hai điều dưỡng viên. Điều kiện

này được mô tả bằng hệ phương trình sau:

$$\sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{|D_j|-1} A_{i,j,k} = 1 \quad \forall k \quad (1)$$

$$\sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{|d_j|-1} B_{i,j,k} = 1 \quad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{|N_j|-1} C_{i,j,k} = 2 \quad \forall k \quad (3)$$

### 2.2.3 Hàm mục tiêu

**1, Ràng buộc mềm: Một kíp trực nên có sự đa dạng thành viên đến từ cả 4 khoa, cũng như nên có thành viên nhiều thâm niên.**

Trong mỗi kíp trực k, số bác sĩ ở cộc I làm việc mà thuộc khoa j được biểu diễn:  $\sum_{i=0}^{|D_j|-1} A_{i,j,k}$ .

Tương tự, trong mỗi kíp trực k, số bác sĩ ở cộc II làm việc mà thuộc khoa j là:  $\sum_{i=0}^{|d_j|-1} B_{i,j,k}$ .

Trong mỗi kíp trực k, số điều dưỡng làm việc mà thuộc khoa j là:  $\sum_{i=0}^{|N_j|-1} C_{i,j,k}$ .

Do đó, trong một kíp trực k, số thành viên đến từ khoa j được tính bằng công thức :

$$\sum_{i=0}^{|D_j|-1} A_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|d_j|-1} B_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|N_j|-1} C_{i,j,k} \quad (4)$$

Ta xét hàm  $J_1$  biểu diễn tổng của số lượng khoa thiếu trong N kíp đang xét, trong đó khoa bị thiếu trong các kíp có thể trùng nhau sau đây:

$$J_1(A, B, C) = \sum_{k=0}^{K-1} \left[ J - \left( \sum_{j=0}^J \min \left( 1, \sum_{i=0}^{|D_j|-1} A_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|d_j|-1} B_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|N_j|-1} C_{i,j,k} \right) \right) \right] \quad (5)$$

Trong đó,  $\left[ J - \left( \sum_{j=0}^J \min \left( 1, \sum_{i=0}^{|D_j|-1} A_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|d_j|-1} B_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|N_j|-1} C_{i,j,k} \right) \right) \right]$  sẽ đưa ra

số khoa mà trong kíp thứ k, không có thành viên nào làm việc.

Vì vậy, giá trị của hàm  $J_1$  càng bé thì cá thể càng thỏa mãn ràng buộc thứ nhất.

### 2, Ràng buộc mềm: Thành viên nên có nhiều thâm niên

Tổng thâm niên của các bác sĩ cộc I trong các kíp trực được tính bằng:  $\sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^{|D_j|-1} S(D_{ij}) \cdot A_{i,j,k}$

Tương tự thực hiện, ta có hàm  $J_2$  biểu diễn tổng thâm niên của các thành viên trong các kíp, trong đó các thành viên ở các kíp có thể trùng nhau:

$$J_2(A, B, C) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^J \left( \sum_{i=0}^{|D_j|-1} S(D_{ij}) \cdot A_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|d_j|-1} S(d_{ij}) \cdot B_{i,j,k} + \sum_{i=0}^{|N_j|-1} S(N_{ij}) \cdot C_{i,j,k} \right) \quad (6)$$

Do đó, giá trị của hàm  $J_2$  càng lớn thì cá thể càng thỏa mãn ràng buộc thứ hai.

### 3, Ràng buộc mềm: Lịch trực cần có tính hợp lý trong xoay vòng

Ta xét hàm  $J_3$  biểu diễn tổng số lần của các thành viên phải làm việc các kíp liên tiếp:

$$J_3(A, B, C) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i,j} \left( \left\lfloor \frac{A_{i,j,k} + A_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{B_{i,j,k} + B_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{C_{i,j,k} + C_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor \right) \quad (7)$$

Trong đó,  $\left\lfloor \frac{A_{i,j,k} + A_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor$  trả về giá trị 0 và 1. Nếu trả về giá trị 1, điều đó thể hiện, trong lịch sắp xếp đã có nhân viên làm việc hai kíp liên tiếp. Tương tự với  $\left\lfloor \frac{B_{i,j,k} + B_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor$  và  $\left\lfloor \frac{C_{i,j,k} + C_{i,j,k-1}}{2} \right\rfloor$ , do đó giá trị của hàm  $J_3$  càng bé thì cá thể càng thỏa mãn ràng buộc thứ ba.

#### 4, Ràng buộc mềm: Không ai phải trực quá nhiều cũng như quá ít

Xét hàm  $J_{41}$  biểu diễn sự sai khác giữa số kíp trực của các bác sĩ trong một lịch làm việc. Hàm  $J_{41}$  được định nghĩa là hiệu giữa số kíp trực lớn nhất và số kíp trực ít nhất mà các bác sĩ thực hiện:

$$J_{41}(A, B, C) = \max_{i,j} \left( \sum_{k=0}^{K-1} A_{i,j,k}, \sum_{k=0}^{K-1} B_{i,j,k} \right) - \min_{i,j} \left( \sum_{k=0}^{K-1} A_{i,j,k}, \sum_{k=0}^{K-1} B_{i,j,k} \right) \quad (8)$$

Tương tự, ta xét hàm  $J_{42}$  biểu diễn sự sai khác giữa số kíp trực của các điều dưỡng trong một lịch làm việc. Hàm  $J_{42}$  được định nghĩa là hiệu giữa số kíp trực lớn nhất và số kíp trực ít nhất mà các điều dưỡng thực hiện:

$$J_{42}(A, B, C) = \max_{i,j} \left( \sum_{k=0}^{K-1} C_{i,j,k}, \sum_{k=0}^{K-1} C_{i,j,k} \right) - \min_{i,j} \left( \sum_{k=0}^{K-1} C_{i,j,k}, \sum_{k=0}^{K-1} C_{i,j,k} \right) \quad (9)$$

Ở đây, ta cần xét riêng sự sai khác giữa số kíp trực của các bác sĩ và các điều dưỡng riêng biệt, vì trong một kíp trực bao gồm một bác sĩ cộc I, một bác sĩ cộc II, và hai điều dưỡng. Do đó, ta có tổng sai khác giữa số kíp trực giữa các bác sĩ và điều dưỡng của một lịch làm việc là hàm  $J_4$  được tính như sau:

$$J_4(A, B, C) = J_{41}(A, B, C) + J_{42}(A, B, C) \quad (10)$$

Vì vậy, giá trị của hàm  $J_4$  càng bé thì cá thể càng thỏa mãn ràng buộc thứ tư.

#### c, Xây dựng hàm mục tiêu:

Để đảm bảo các giá trị của các hàm  $J_1, J_2, J_3, J_4$  đồng đều, tránh trường hợp một hàm có giá trị vượt trội so với các hàm còn lại, chúng ta sẽ áp dụng một hàm chuẩn hóa (Norm) để đưa các giá trị của các hàm  $J_1, J_2, J_3, J_4$  về cùng khoảng  $[0, 1]$ . Điều này nhằm đảm bảo tính tối ưu tương đối của kết quả.

Cụ thể, hàm chuẩn hóa được sử dụng là hàm  $norm(X) = \frac{X - \min(X)}{\max(X) - \min(X)}$ . Trong đó  $\max(x)$  là giá trị lớn nhất của biến  $X$ ,  $\min(x)$  là giá trị nhỏ nhất của biến  $X$ . Trong bài toán,  $\max(X)$  và  $\min(X)$  tương ứng là các giá trị lớn nhất và bé nhất của các hàm  $J_1, J_2, J_3, J_4$ . Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của các hàm sẽ được trình bày rõ trong A.1. Cụ thể hàm mục tiêu sẽ có công thức như sau:

$$J(A, B, C) = \sum_{m=1}^4 \lambda_m J'_m(A, B, C) \quad (11)$$

Trong đó:

- $J'_1(A, B, C) = 1 - norm(J(A, B, C)) \in [0, 1]$
- $J'_2(A, B, C) = norm(J(A, B, C)) \in [0, 1]$
- $J'_3(A, B, C) = 1 - norm(J(A, B, C)) \in [0, 1]$
- $J'_4(A, B, C) = 1 - norm(J(A, B, C)) \in [0, 1]$
- Các hệ số  $\lambda_m$  được chọn theo một cách hợp lí (Phương pháp chọn được trình bày trong A.2) để đánh giá chất lượng của lịch trực dựa trên các tiêu chí như: cân bằng khối lượng công việc, tối thiểu hóa xung đột lịch trình, đảm bảo các yêu cầu về thâm niên và chuyên môn của bác sĩ và điều dưỡng.

### 2.3 Khởi tạo quần thể

Ở đây, chúng ta sẽ tiến hành lập lịch bằng cách sắp xếp lịch kíp trực của các ngày theo một trình tự liên tiếp nhau.



Ngày 1	Ngày 2	Ngày 3	Ngày 4	.....	.....	.....	.....	Ngày N-1	Ngày N
--------	--------	--------	--------	-------	-------	-------	-------	----------	--------

Hình 2: Minh họa cấu trúc một cá thể

Tiếp theo, mỗi ngày trong cá thể sẽ bao gồm lần lượt giá trị của tập  $A_{i,j,k}, B_{i,j,k}, C_{i,j,k}$ . Đối với tập  $A_{i,j,k}$ , chúng ta sẽ đưa các giá trị này vào cá thể theo thứ tự lần lượt của k, j, i. Sau khi kết thúc duyệt ở tập  $A_{i,j,k}$ , chúng ta sẽ tiếp tục áp dụng quy trình này cho các tập giá trị của  $B_{i,j,k}, C_{i,j,k}$ .

$A_{0,0,0}$	$A_{1,0,0}$	$A_{2,0,0}$	.....	$A_{0,1,0}$	.....	$A_{ D_4-1 ,3,0}$	$B_{0,0,0}$	.....	$C_{ D_4-1 ,3,0}$
-------------	-------------	-------------	-------	-------------	-------	-------------------	-------------	-------	-------------------

Hình 3: Minh họa cấu trúc của một ngày trong một cá thể

## 2.4 Chọn lọc, lai tạo và đột biến

### 2.4.1 Chọn lọc

Sau khi đánh giá quần thể, những cá thể có khả năng sinh tồn tốt hơn sẽ có cơ hội sinh sản nhiều hơn so với các cá thể khác. Quá trình lựa chọn cá thể được thực hiện dựa trên chỉ số của hàm mục tiêu, từ đó ta đảm bảo rằng các cá thể ưu tú sẽ đóng góp gen của mình cho thế hệ tiếp theo.

### 2.4.2 Lai tạo

Trong giai đoạn sinh sản, các cá thể con sẽ kế thừa đặc tính từ cả bố và mẹ. Quá trình này được thực hiện bằng phương pháp lai tạo Single Point. Phương pháp này chọn một điểm cắt trong chuỗi gen của bố và mẹ, và điểm cắt này tương ứng với các chỉ số kết thúc của một ngày. Phần gen trước điểm cắt sẽ được lấy từ một phụ huynh, và phần gen sau điểm cắt sẽ được lấy từ phụ huynh còn lại. Kết quả là các cá thể con sẽ có sự kết hợp gen từ cả hai bố mẹ, mà vẫn thỏa mãn điều kiện ràng buộc của bài toán.

### 2.4.3 Đột biến

Tiếp theo, đối với mỗi cá thể, một số ngẫu nhiên sẽ được tạo ra và so sánh với tỉ lệ đột biến đã định trước. Nếu số ngẫu nhiên này nhỏ hơn tỉ lệ đột biến, cá thể đó sẽ trải qua một sự thay đổi. Sự thay đổi này diễn ra trong sự phân bố lịch trực của một ngày bất kỳ, nhằm mục đích tạo ra các biến thể mới và duy trì tính đa dạng trong quần thể. Ngược lại, nếu số ngẫu nhiên không nhỏ hơn tỉ lệ đột biến, gen của cá thể đó sẽ được giữ nguyên.

## 3 Thí nghiệm

### 3.1 Dữ liệu

Thí nghiệm được thực hiện trên dữ liệu về bệnh viện tỉnh Môn Hòa với mục tiêu là sắp xếp lịch trực chuyên môn cho các bác sĩ và điều dưỡng trong tháng 8 và tháng 9 của năm 2024. Bệnh viện bao gồm 4 khoa: Nội, Ngoại, Cấp cứu và Lâm sàng. Mỗi khoa có các bác sĩ được chia thành các cộc I và cộc II, cùng với các điều dưỡng hỗ trợ. Thông tin chi tiết các bác sĩ và điều dưỡng cho từng khoa của bệnh viện và số năm thâm niên của họ được cung cấp trong bảng 1.

Khoa	Nhân viên		
	Bác sĩ Cọc I	Bác sĩ Cọc II	Điều Dưỡng
Nội	Hường (3), Thư (7), Sơn (8)	Hưng (4), Thắng (9)	Dũng (6), Tơ (7), Tiến (7), Dương (10), Huệ (8), Tuyển (16), Huyền (20), An (2), Linh (3)
Ngoại	Thương (2), Tuấn (4), Thanh Hà (6), Ngân Hà (10), Linh (13), Trang (15)	Thuận (8), Giang (10), Gắm (15), Phượng (1)	Công (5), Anh (4), Hoài (9), Huệ (12), Thông (12), Thu (15), Yên (16), Văn Đức (19), Nam (18), Tú (22), Chí Đức (1)
Cấp cứu	Quân (1), Long (5), Bắc (9), Thùy (11), Tâm (17), Xuân (18)	Hùng (2), Dũng (6), Vân Anh (11), Út (13)	Minh (4), Dung (5), Lương (8), Oanh (11), Len (9), Quỳnh (13), Ngọc (14), Khánh Linh (13), Sang (17), Long (18), Phi (17), Thảo (21), Chung (1)
Lâm sàng	Diệp (12), Giang (14), Bá Tuấn (16), Bằng (19)	Hà (3), Hương (5), Dung (7), Linh (12), Tâm (14), Minh Phượng (16), Xuân (17)	Hương (2), Chi (3), Kim Anh (6), Ngân (10), Đông (11), Thu (14), Hưng (15), Vượng (19), Thu Hằng (20), Huyền (21), Thành (22)

Bảng 1: Thông tin của các thành viên trong bệnh viện Môn Hòa

Trong bảng 1, Ví dụ, bác sĩ Hướng của khoa Nội có ba điểm thâm niên, điều dưỡng Dũng của khoa Nội có ba điểm thâm niên, v.v. Giá trị cụ thể của một số biến như sau.

- $K = 61$ : Tương ứng với 61 ngày trong hai tháng 8 và 9 của năm 2024.
- $J = 4$ : Bốn giá trị  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  của  $J$  tương ứng với bốn chỉ số của lần lượt các khoa Nội, Ngoại, Cấp cứu, Lâm sàng.
- $|D| = 19$ : Có tổng 19 bác sĩ cọc I.
- $|d| = 17$ : Có tổng 17 bác sĩ cọc II.
- $|N| = 44$ : Có tổng 44 điều dưỡng.

### 3.2 Thiết lập huấn luyện

Thuật toán được triển khai sử dụng thư viện **PyGAD**[3], một công cụ mạnh mẽ để tối ưu hóa các vấn đề bằng thuật toán di truyền (Genetic Algorithm).

Bộ tham số về tỉ lệ đột biến, kích thước quần thể, phương pháp chọn lọc và số lượng cha mẹ được tinh chỉnh sử dụng Optuna qua 100 thử nghiệm trên hàm mục tiêu được nói trên phương trình 11 với trọng số lần lượt là 0.5, 0.25, 0.5, 1 (Cách lựa chọn trọng số được trình bày rõ hơn ở phụ lục B). Kết quả bộ tham số nói trên được trình bày cụ thể ở bảng 2.

Tham số	Giá trị tối ưu
Tỉ lệ đột biến	7%
Phần trăm gene đột biến	10%
Kích thước quần thể	150
Phương pháp chọn lọc	Steady-State Selection (SSS) [4]
Số lượng cha mẹ	20

Bảng 2: Các tham số và giá trị tối ưu cho thuật toán di truyền.

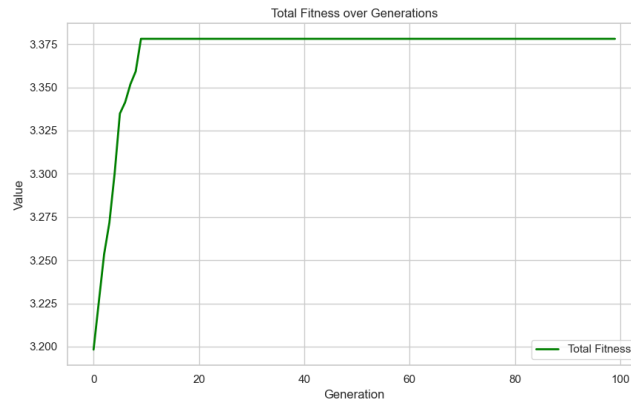
Bộ tham số tốt nhất được chọn qua quá trình tinh chỉnh đã được chạy lại trên 150 thế hệ để đảm bảo quá trình hội tụ của thuật toán.

### 3.3 Kết quả và Phân tích

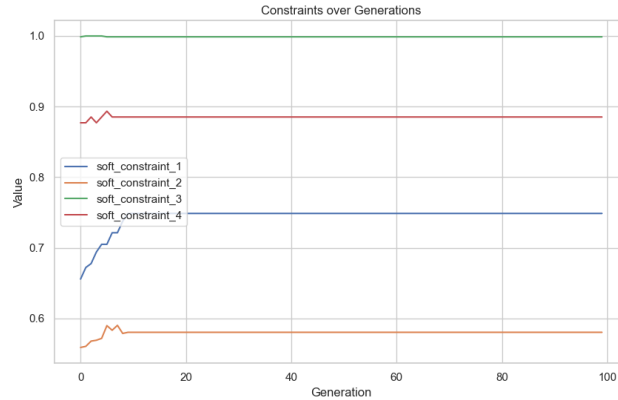
Mục tiêu của phần này là trình bày và phân tích kết quả từ mô hình tối ưu hóa ca trực dựa trên thuật toán di truyền. Các tiêu chí đánh giá bao gồm tổng giá trị các hàm fitness  $J_1, J_2, J_3, J_4$  và các giá trị của chúng cụ thể cho bốn tiêu chí: độ đa dạng của nhóm nhân viên, thâm niên, công bằng trong phân chia công việc, và tính hợp lý trong lịch xoay vòng. Chúng tôi cung cấp các biểu đồ và bảng biểu minh họa, cùng với lịch trực cụ thể, để hiểu rõ hơn về hiệu suất của mô hình và xác định các lĩnh vực cần cải thiện.

#### 3.3.1 Sự Tiến Triển của giá trị của hàm Fitness qua các thế hệ

Sự thay đổi của giá trị hàm mục tiêu của mô hình tốt nhất qua 100 thế hệ được thể hiện trong Hình 4a và Hình 4b. Giá trị của hàm mục tiêu cho thấy sự gia tăng nhanh chóng trong những thế hệ đầu tiên, sau đó đạt đến một giai đoạn ổn định, cho thấy mô hình có thể đã đạt đến điểm tối ưu cục bộ, nơi các cải tiến tiếp theo là không đáng kể.



(a) Giá trị hàm mục tiêu của mô hình qua các thế hệ



(b) Các Hàm fitness của mô hình qua các thế hệ

Hình 4: Minh họa hàm fitness  $J_1, J_2, J_3, J_4$

- **Giai đoạn Đầu (thế hệ 0-20):** Giá trị hàm mục tiêu và các ràng buộc tăng nhanh chóng, thể hiện sự cải thiện đáng kể trong việc đáp ứng các yêu cầu.
- **Giai đoạn Ổn định (sau thế hệ 20):** Giá trị của các hàm fitness  $J_1, J_2, J_3, J_4$  duy trì ổn định, cho thấy các cải tiến tiếp theo trở nên khó khăn hoặc không đáng kể.

Sự tiến triển của các giá trị fitness cho thấy mô hình đạt được sự cân bằng tương đối nhanh chóng. Các ràng buộc về tính hợp lý và công bằng trong lập lịch được đáp ứng ở mức khá cao. Ràng buộc 1

và 2, mặc dù chưa đạt mức tối đa, đã có sự tiến triển đáng kể nhờ vào trọng số lớn ( $\lambda_1 = \lambda_2 = 1.5$ ). Điều này chỉ ra rằng việc điều chỉnh trọng số có thể ảnh hưởng mạnh mẽ đến kết quả tối ưu hóa.

### 3.3.2 Kết quả bảng lịch trực

Phân tích này cung cấp cái nhìn sâu sắc về hiệu suất hiện tại của mô hình và đề xuất các cải tiến có thể giúp nâng cao hiệu quả và tính công bằng trong lập lịch trực.

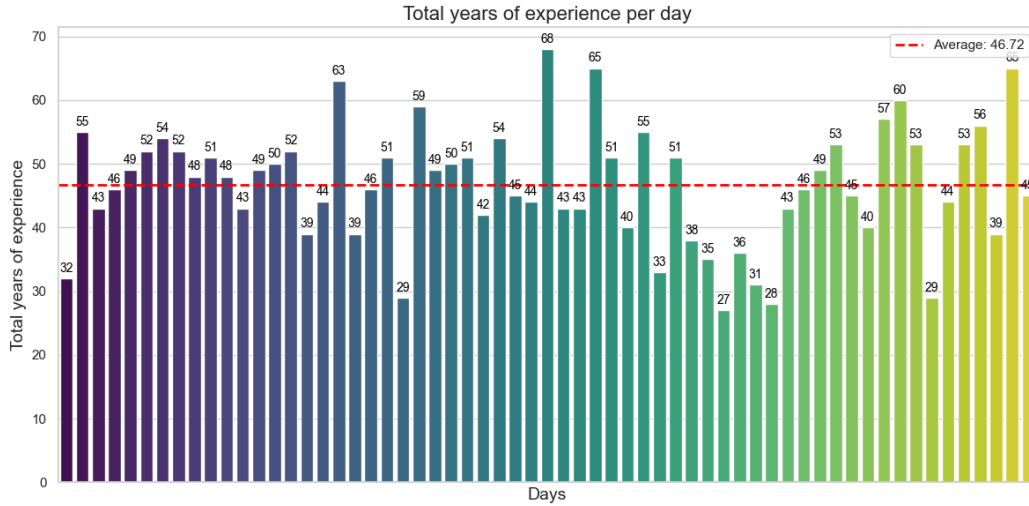
Ngày trực	Nhân viên		
	Bác sĩ Cọc I	Bác sĩ Cọc II	Điều Dưỡng
Ngày 1	Thư (7)	Hùng (2)	Anh(4), Vượng(19)
Ngày 2	Sơn (8)	Gấm (15)	Ngân (10), Thành (22)
Ngày 3	Long (5)	Út (13)	Thu (15), Ngân (10)
Ngày 4	Hường (3)	Thắng (9)	Quỳnh (13), Huyền (21)
Ngày 5	Ngân Hà (10)	Tâm (14)	Minh (14), Thảo (21)
Ngày 6	Sơn (8)	Giang (10)	Yên (16), Long (18)
Ngày 7	Trang (15)	Linh (12)	Lương (10), Vượng (19)
Ngày 8	Tâm (17)	Dũng (6)	Dương (10), Vượng (19)
Ngày 9	Linh (13)	Thắng (9)	Dung (5), Huyền (21)
Ngày 10	Bằng (19)	Hưng (4)	Thu (15), Quỳnh (13)
Ngày 11	Trang (15)	Minh Phương (16)	Huệ (8), Hoài (9)
Ngày 12	Trang (15)	Hưng (4)	Oanh (11), Quỳnh (13)
Ngày 13	Sơn (8)	Minh Phương (16)	Huyền (20), Dung (5)
Ngày 14	Thủy (11)	Giang (10)	Huyền (20), Len (9)
Ngày 15	Linh (13)	Hương (5)	Ngọc (14), Thu Hằng (20)
Ngày 16	Thủy (11)	Tâm (14)	Dương (10), Anh (4)
Ngày 17	Bắc (9)	Minh Phương (16)	Dương (10), Len (9)
Ngày 18	Thủy (11)	Xuân (17)	Huyền (20), Hưng (15)
Ngày 19	Thư (7)	Hương (5)	Văn Đức (19), Lương (10)
Ngày 20	Giang (14)	Dũng (6)	Kim Anh (6), Thu Hằng (20)
Ngày 21	Ngân Hà (10)	Tâm (14)	Dũng (6), Huyền (21)
Ngày 22	Ngân Hà (10)	Hùng (2)	Huệ (12), Dung (5)
Ngày 23	Xuân (18)	Xuân (17)	Huệ (8), Yên (16)
Ngày 24	Tuấn (4)	Út (13)	Đông (11), Huyền (21)
Ngày 25	Giang (14)	Linh (12)	Huệ (8), Yên (16)
Ngày 26	Xuân (18)	Giang (10)	An (2), Huyền (21)
Ngày 27	Ngân Hà (10)	Hưng (4)	Ngọc (14), Thu (14)
Ngày 28	Bằng (19)	Xuân (17)	Công (5), Quỳnh (13)
Ngày 29	Thư (7)	Vân Anh (11)	Tuyền (16), Đông (11)
Ngày 30	Sơn (8)	Linh (12)	Dung (5), Vượng (19)
Ngày 31	Xuân (18)	Tâm (14)	Nam (18), Long (18)

Bảng 3: Bảng lịch trực trong tháng 8 của bệnh viện Môn Hòa

Ngày trực	Nhân viên		
	Bác sĩ Cọc I	Bác sĩ Cọc II	Điều Dưỡng
Ngày 1	Thanh Hà (6)	Hưng (4)	Văn Đức (19), Ngọc (14)
Ngày 2	Thủy (8)	Linh (12)	Tơ (7), Quỳnh (13)
Ngày 3	Bá Tuấn (16)	Gấm (15)	Yên (16), Long (18)
Ngày 4	Bắc (9)	Minh Phương (16)	Huệ (8), Nam (18)
Ngày 5	Thư (7)	Hương (5)	Nam (18), Ngân (10)
Ngày 6	Ngân Hà (10)	Gấm (15)	Huyền (20), Ngân (10)
Ngày 7	Thương (2)	Dung (7)	Tơ (7), Phi (17)
Ngày 8	Xuân (18)	Linh (12)	Huyền (20), Chung (1)
Ngày 9	Diệp (12)	Thắng (9)	Yên (16), Chung (1)
Ngày 10	Thương (2)	Dũng (6)	Dương (10), Sang (17)
Ngày 11	Thương (2)	Vân Anh (11)	Linh (3), Đông (11)
Ngày 12	Thủy (8)	Thuận (8)	Tiến (7), Ngân (10)
Ngày 13	Tuấn (4)	Minh Phương (16)	Dũng (6), Dung (5)
Ngày 14	Sơn (8)	Hà (3)	Yên (16), Chí Đức (1)
Ngày 15	Bằng (19)	Hưng (4)	Thu (15), Dung (5)
Ngày 16	Thư (7)	Vân Anh (11)	Tuyển (16), Huệ (12)
Ngày 17	Bằng (19)	Vân Anh (11)	Tiến (7), Huệ (12)
Ngày 18	Bá Tuấn (16)	Vân Anh (11)	Tơ (7), Văn Đức (19)
Ngày 19	Thanh Hà (6)	Xuân (17)	Len (9), Khánh Linh (13)
Ngày 20	Thư (7)	Thuận (8)	Anh (4), Thảo (21)
Ngày 21	Thương (2)	Xuân (17)	Yên (16), Thành (22)
Ngày 22	Bá Tuấn (16)	Gấm (15)	Huyền (20), Len (9)
Ngày 23	Giang (14)	Dung (7)	Văn Đức (19), Khánh Linh (13)
Ngày 24	Thư (7)	Hà (3)	An (2), Sang (17)
Ngày 25	Thủy (11)	Hương (5)	Tuyển (16), Huệ (12)
Ngày 26	Diệp (12)	Hà (3)	Huyền (20), Nam (18)
Ngày 27	Xuân (18)	Tâm (14)	Huệ (8), Tuyển (16)
Ngày 28	Bằng (19)	Hưng (4)	Tiến (7), Hoài (9)
Ngày 29	Bá Tuấn (16)	Linh (12)	Văn Đức (19), Nam (18)
Ngày 30	Trang (15)	Dũng (6)	An (2), Tú (22)

Bảng 4: Bảng lịch trực trong tháng 9 của bệnh viện Môn Hòa

### 3.3.3 Phân tích tổng quan về kết quả



Hình 5: Biểu đồ thể hiện tổng thâm niên của các thành viên của từng kíp trực

Biểu đồ cột này minh họa tổng số năm kinh nghiệm của các thành viên trong một kíp trực trong lịch đã được sắp xếp, với mỗi cột đại diện cho một ngày khác nhau.

Đường gạch đứt màu đỏ cho biết trung bình tổng số năm kinh nghiệm là 46.72 năm. Ta có thể thấy tổng số năm kinh nghiệm của các thành viên trong các kíp trực tương đối đồng đều, với phần lớn các giá trị dao động quanh mức trung bình. Điều này cho thấy mỗi kíp trực được sắp xếp nhằm đảm bảo sự phân bố đồng đều của các thành viên có nhiều thâm niên, giúp duy trì sự ổn định và hiệu quả trong công việc hàng ngày.

### 3.3.4 Những vấn đề cần cải thiện

Về hàm mục tiêu, ta có thể thấy ở hình 4b, dù chúng ta đã sử dụng hàm chuẩn hóa  $\text{Norm}(X)$  để đưa giá trị các hàm về khoảng  $[0, 1]$  nhưng giá trị của hàm  $J_3$  luôn ở khoảng  $[0.9, 1]$ . Nguyên nhân của hiện tượng này là do giá trị  $\max(J_m)$ ,  $\min(J_m)$  chưa đủ tối ưu, dẫn đến hàm mục tiêu không thực sự chính xác.

Ngoài ra, để cải thiện kết quả chúng tôi đề xuất một số cải thiện như sau:

- **Điều chỉnh Trọng số  $\lambda$ :** Cần xác định công thức điều chỉnh trọng số cho các ràng buộc dựa vào phân phối và độ ưu tiên của từng yếu tố, nhằm cải thiện sự cân bằng trong kết quả.
- **Kết hợp Kỹ thuật Tối ưu hóa Nâng cao:** Sử dụng các kỹ thuật như Simulated Annealing [5] để thoát khỏi các cực trị cục bộ và đạt được giải pháp tốt hơn.

## 4 Kết luận

Bản báo cáo đã đưa ra kết quả danh sách ca trực đêm cho hai tháng 8, 9 năm 2024, dựa vào thuật toán di truyền, đáp ứng đầy đủ các yêu cầu của bệnh viện Môn Hòa. Trong báo cáo này, chúng tôi đã chỉ ra ý tưởng của giải pháp, thang đo độ hiệu quả của mô hình đồng thời tính khái quát và khả thi của giải pháp. Về ưu điểm, mô hình được xây dựng có ý nghĩa thực tiễn, đảm bảo được tính chính xác, khách quan và mức độ đặc trưng. Tuy nhiên, mô hình còn cần phải khắc phục một vài nhược điểm, như khả năng mở rộng khi ứng dụng vào những bài toán thực tế có độ phức tạp cao hơn.

Các giải pháp được đề ra bao gồm cải thiện thuật toán, tăng cường khả năng học máy và áp dụng các phương pháp tối ưu tiên hơn. Nhóm chúng tôi đã sử dụng phương pháp tối ưu dựa trên các đại lượng toán học hiệu quả, và các kết quả thực nghiệm đã chứng tỏ tính khả thi của các thuật toán đã đề

xuất. Các thuật toán này hoàn toàn có thể ứng dụng để lập lịch biểu cho tất cả các bệnh viện, với số liệu đầu vào xuất phát từ thực tế. Kết quả nghiên cứu cũng có thể mở rộng để thiết kế các thuật toán xấp xỉ tìm nghiệm tối ưu cho các mô hình lập lịch biểu, với các hệ ràng buộc phức tạp hơn trong thực tế.

Để biết thêm chi tiết, mọi người có thể hãy truy cập vào KND2004 GitHub.

## Tài liệu

- [1] Goldberg, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, New York, 1989.
- [2] Tung, N. T. Giải thuật di truyền và ứng dụng, 2023.
- [3] Gad, A. F. Pygad: An intuitive genetic algorithm python library. *Multimedia Tools and Applications*, pages 1–14, 2023.
- [4] GeeksforGeeks. Steady state genetic algorithm (ssga), 2021.
- [5] Zhang, J., L. Tao. Improved adaptive genetic simulated annealing algorithm. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Mechatronics and Computer Technology Engineering (MCTE 2022)*. SPIE, 2022.

## A Phụ lục

### A.1 Chuẩn hóa đầu ra hàm mục tiêu

Hàm chuẩn hóa được sử dụng là hàm  $norm(X) = \frac{X - \min(X)}{\max(X) - \min(X)}$ . Trong đó  $\max(x)$  là giá trị lớn nhất của biến  $X$ ,  $\min(x)$  là giá trị nhỏ nhất của biến  $X$ . Trong bài toán,  $\max(X)$  và  $\min(X)$  tương ứng là các giá trị lớn nhất và bé nhất của các hàm  $J_1, J_2, J_3, J_4$ .

#### A.1.1 Chuẩn hóa hàm $J_1$

Hàm  $J_1$  biểu diễn tổng của số lượng khoa thiếu trong  $N$  kíp đang xét, trong đó khoa bị thiếu trong các kíp có thể trùng nhau.

##### a, Giá trị nhỏ nhất hàm $J_1$

Nhận xét:  $\min(J_1) = 0$ . Điều này xảy ra khi trong tất cả các kíp đều có thành viên của từng khoa.

##### b, Giá trị lớn nhất hàm $J_1$

Nhận xét:  $\max(J_1) = (J - 1) * N$ . Điều này xảy ra khi trong tất cả các kíp đều chỉ có thành viên của duy nhất một khoa.

#### A.1.2 Chuẩn hóa hàm $J_2$

Hàm  $J_2$  biểu diễn tổng thâm niên của các thành viên trong các kíp, trong đó các thành viên ở các kíp có thể trùng nhau.

##### a, Giá trị nhỏ nhất hàm $J_2$

Nhận xét:  $\min(J_2) = N * (\min(S(D_j)) + \min(S(d_j)) + 2 * \min(S(N_j)))$ .

Trong đó,  $\min(S(D_j))$ ,  $\min(S(d_j))$ ,  $\min(S(N_j))$  là giá trị nhỏ nhất của thâm niên của thành viên ở lần lượt các nhóm Bác sĩ cộc I, Bác sĩ cộc II và Điều dưỡng. Điều này xảy ra khi trong tất cả các kíp, tất cả các thành viên đều có thâm niên nhất trong nhóm thành viên của mình. .

##### b, Giá trị lớn nhất hàm $J_2$

Nhận xét:  $\max(J_2) = N * (\max(S(D_j)) + \max(S(d_j)) + 2 * \max(S(N_j)))$ .

Trong đó,  $\max(S(D_j))$ ,  $\max(S(d_j))$ ,  $\max(S(N_j))$  là giá trị lớn nhất của thâm niên của thành viên ở lần lượt các nhóm Bác sĩ cộc I, Bác sĩ cộc II và Điều dưỡng. Điều này xảy ra khi trong tất cả các kíp, tất cả các thành viên đều có nhiều thâm niên nhất trong nhóm thành viên của mình.

### A.1.3 Chuẩn hóa hàm $J_3$

Hàm  $J_3$  biểu diễn tổng số lần của các thành viên phải làm việc các kíp liên tiếp.

#### a, Giá trị nhỏ nhất hàm $J_3$

Nhận xét:  $\min(J_3) = 0$ . Điều này xảy ra khi trong lịch, không có thành viên nào phải làm việc hai ngày liên tiếp.

#### b, Giá trị lớn nhất hàm $J_3$

Nhận xét:  $\max(J_3) = N/3 * (|D| + |d| + |N|)$ . Trong đó,  $|D| + |d| + |N|$  là tổng số các bác sĩ và điều dưỡng của bệnh viện.

### A.1.4 Chuẩn hóa hàm $J_4$

Hàm  $J_4$  biểu diễn tổng sai khác giữa số kíp trực giữa các bác sĩ và các điều dưỡng của một lịch làm việc.

#### a, Giá trị nhỏ nhất hàm $J_4$

Nhận xét:  $\min(J_4) = 0$ . Điều này xảy ra khi lịch trực được phân chia đồng đều cho tất cả các bác sĩ và điều dưỡng.

#### b, Giá trị lớn nhất hàm $J_4$

Nhận xét:  $\max(J_4) = 2 * N$ . Điều này xảy ra khi lịch trực có ít nhất một bác sĩ và điều dưỡng làm hết tất cả các ngày trong lịch trực.

## A.2 Cách lựa chọn $\lambda_m$

Chúng tôi lựa chọn các giá trị trọng số  $\lambda$  dựa trên các tiêu chí bao gồm tầm quan trọng của các ràng buộc, khả năng cải thiện, và phân phối của giá trị fitness của từng ràng buộc.

Trong các thử nghiệm ban đầu, chúng tôi gán trọng số bằng nhau cho tất cả bốn ràng buộc ( $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$ ). Qua quá trình thử nghiệm, chúng tôi quan sát thấy một số mẫu hình và đã điều chỉnh trọng số như sau:

- **Ràng buộc 1 và 2:** Giá trị fitness của hai ràng buộc này có trung bình (mean) khá thấp, cho thấy khả năng cải thiện cao. Do đó, trọng số được tăng lên 1.5 để tăng cường ưu tiên trong quá trình tối ưu hóa.
- **Ràng buộc 3:** Giá trị fitness liên quan đến lịch trực có tính xoay vòng đạt mức cao ngay từ khi khởi tạo ngẫu nhiên (xấp xỉ 1), và ít có khả năng cải thiện thêm. Vì vậy, trọng số của ràng buộc này được giảm xuống còn 0.5.

Quá trình điều chỉnh các trọng số hiện tại chủ yếu dựa trên quan sát cảm tính, do đó có thể chưa tối ưu cho bài toán. Việc nghiên cứu và phát triển một công thức cụ thể cho các giá trị  $\lambda$  dựa trên các yếu tố nêu trên cần được tiến hành chi tiết hơn trong tương lai.