UE MU4RBI08/MU4MEA05 - Audio
Introduction au traitement du signal audio
Cahier de TP

H. Boutin, A. Dia, T. Risse

Version 4.0

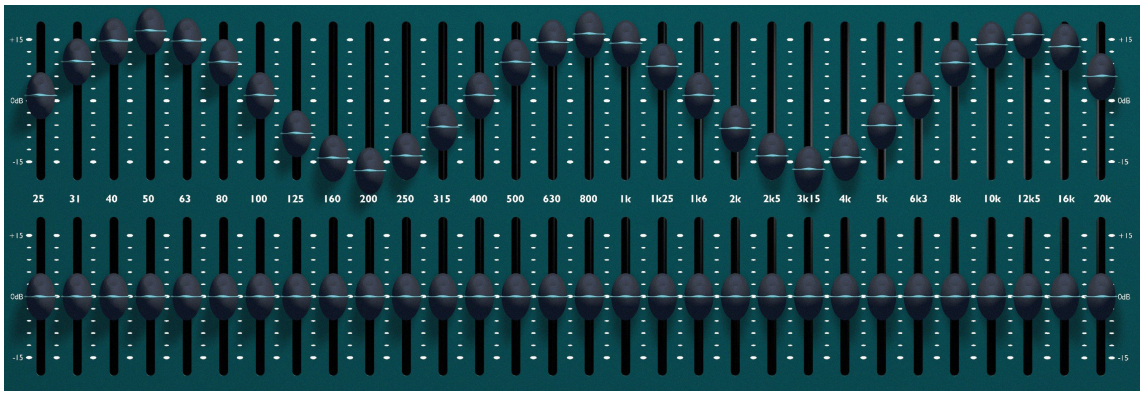
2024-2025

Contexte

L'audio occupe aujourd'hui une place croissante dans les technologies numériques pour améliorer l'expérience de l'utilisateur avec les machines ou simuler des environnements numériques réalistes. Les smartphones et les assistants personnels sont ainsi équipés de systèmes de reconnaissance et de synthèse de la parole ; la réalité virtuelle exploite l'écoute binaurale pour spatialiser au casque des sources sonores ; les plateformes de musique en ligne utilisent des algorithmes de compression pour streamer la musique le plus efficacement possible, et utilisent des informations extraites du contenu musical pour identifier ou recommander un morceau.

Dans le cas des systèmes intelligents, l'information doit pouvoir être extraite d'un signal audio capté dans un environnement bruité et réverbéré. C'est notamment le cas des plateformes robotiques modernes destinées à évoluer dans des environnements inconnus et produisant leur propre bruit de fond, lié par exemple à leur mouvement (moteurs) ou leur refroidissement (ventilateurs).

L'extraction, l'analyse et le traitement de l'information d'un signal audio numérique dans de telles conditions fait appel à diverses connaissances et techniques qui seront abordées au cours de quatre séances de travaux pratiques.



Ces travaux pratiques ont pour objectif de fournir les bases du traitement de l'information audio, depuis leurs fondements théoriques jusqu'à leur mise en œuvre pratique. Ils porteront sur des exemples réalistes d'acquisition, d'analyse et de codage de signaux sonores. Les quatre séances seront organisées de la façon suivante :

- **TP 1** : Acquisition d'un signal audio. Quantification, rééchantillonnage et repliement spectral.
- **TP 2** : Analyse temps-fréquence d'un signal audio. Transformée de Fourier à court-terme et principe d'incertitude.
- **TP 3** : Reconstruction du signal audio. Transformée de Fourier à court-terme inverse.
- **TP 4** : Compression d'un signal audio. Codage perceptif.

Les 4 séances de TP sont à effectuer en binôme (ou monôme pour un groupe impair) mais pas trinôme. Elles donnent lieu à une évaluation continue. Vous devrez remettre sur moodle 1 rapport pour chaque TP avant le dimanche soir (23h59) de la semaine où a lieu le TP. Une boîte de dépôt sera créée à cet effet pour chaque TP dans la partie TP AUDIO.
Chaque rapport pourra se présenter au choix sous l'une des 2 formes :

- **un Jupyter Notebook : 1 seul fichier `.ipynb` à créer par vous-même ;**
- **un rapport au format `.pdf` créé en latex + le fichier `.py` contenant le code python. Dans ce cas, vous utiliserez un template latex déposé sur moodle dans la partie TP AUDIO. Le rapport ne devra pas dépasser 12 pages.**

Quel que soit votre choix, vous serez évalué sur les réponses aux questions : toute réponse devra être justifiée et la qualité des illustrations et du code. Les 4 notes résultantes formeront votre notre de TP Audio qui comptera pour 40% de votre note d'audio, et donc 20% de votre note sur l'UE de Traitement de l'Image et du Son.

TP 1 : acquisition d'un signal audio

Préparation

Étude de la quantification

Soit une quantification uniforme sur N bits de coefficient de pleine échelle A, arrondissant au plus proche quantum.

1. Donner l'expression du quantum q.
2. Donner l'espérance du bruit de quantification et sa densité de probabilité.
3. Comment est défini le facteur de charge, noté F ?
4. Démontrer la relation exprimant le RSB de quantification en fonction de N et de F.

Rééchantillonnage et repliement spectral

Soit $x(t)$ un signal audio (réel) temps continu de transformée de Fourier $X(f)$, de support compact $[F_{min}, F_{max}]$. Soit $x_e(t)$ le signal échantillonné temps continu obtenu à partir de $x(t)$ avec une fréquence d'échantillonnage F_s.

5. Montrer que $F_{min} = -F_{max}$.
6. Quelle est l'expression de la TFSD de $x_e(t)$, notée $X_e(f)$? Illustrer le résultat à l'aide d'une figure obtenue en python ou bien tracée à la main.

En séance

NB : Avant chaque écoute, veillez à réduire le son du haut-parleur de votre ordinateur !

Étude de la quantification

La fonction de quantification `quantif` vous est donnée dans le fichier `quantize.py`. Elle réalise une quantification uniforme d'un signal x sur N bits pour une pleine échelle A. Les réponses reposeront sur des mesures expérimentales, réalisées à partir du fichier son donné. Elles seront comparées aux valeurs théoriques attendues.

1. Charger le signal audio x depuis le fichier `sine440.wav` : la fonction `wav.read('myfile')` de python importe les signaux `'wav'` codés au format 'PCM' compris entre -2^{N-1} et $+2^{N-1} - 1$, N étant le nombre de bits sur lequel sont codés les fichiers `.wav`, égal à 16. Pour être converti en 'float' entre -1 et $+1$, les signaux importés doivent donc être divisés par 2^{N-1}.

2. Pour $N = 4$ bits et $A = 1$, calculer le signal quantifié à l'aide de la fonction `quantif`, puis tracer le signal quantifié et le bruit de quantification en fonction du temps.
3. Etudier les propriétés statistiques du bruit de quantification (moyenne, variance, etc.) et caractériser sa densité de probabilité en affichant par exemple l'histogramme de ses valeurs à l'aide de la commande `plt.hist`. Comparer les résultats obtenus aux hypothèses posées en cours.

4. Calculer le RSB de quantification pour différentes valeurs du nombre de bits N, tracer le RSB de quantification obtenu en fonction de N. Comparer à la courbe théorique.
5. Pour $N = 8$ et pour différentes valeurs de A bien choisies, tracer le signal quantifié et le comparer à x.
6. (a) Fixer $N = 8$. Faire varier A sur un intervalle judicieusement choisi, et pour chaque valeur, calculer le RSB de quantification et le facteur de charge F. Tracer le RSB de quantification obtenu en fonction de A, puis en fonction du facteur de charge en dB : $10\log(F^2)$.
   (b) Modifier le nombre de bits N et tracer pour chaque valeur le RSB de quantification en fonction de $10\log(F^2)$. Interpréter les courbes obtenues et les comparer à celles données en cours.
   (c) Quelles sont les conséquences d'une pleine échelle trop faible par rapport à la variance du signal x ?
7. Enfin, écouter l'effet de la quantification sur le signal audio `voice.wav` fourni en fonction de N, cf. Aide Python p. 18. A partir de quelle valeur ne percevez-vous plus de différences avec le signal original ?

Rééchantillonnage et repliement spectral

Une rythmique a été enregistrée en studio, convertie en signal numérique et sauvegardée dans le fichier `rythmique.wav`. On souhaite étudier l'effet de la fréquence d'échantillonnage sur le contenu spectral du signal enregsitré et du son restitué.

Rythmique

1. Charger le signal audio stéréo `rythmique.wav`, et préciser sa fréquence d'échantillonnage. Il sera noté x^R dans la suite du TP.
2. Afficher l'une des 2 voix du signal en fonction du temps.
3. Calculer et afficher son spectre : module en dB et phase, avec un axe fréquentiel linéaire. Sur quel intervalle de fréquence se trouve l'information (musicale) ? En déduire la fréquence d'échantillonnage minimale pouvant être utilisée pour un tel enregistrement. Elle sera notée F_s^{min} dans la suite du TP.
4. Afin de simuler un échantillonnage à la fréquence F_s^{min}, on choisit de sous-échantillonner le signal x^R d'un facteur N. Cette opération consiste à prélever dans x^R : 1 échantillon tous les N échantillons et à le copier dans un nouveau signal noté x^R_{dec} : $\forall k \in \mathbb{Z}, x^R_{dec}[k] = x^R[1 + (k-1)N]$.
   Déterminer le facteur N simulant un échantillonnage à la fréquence la plus proche possible de F_s^{min}. Construire le signal sous-échantillonné x^R_{dec}.
5. Comparer les signaux x^R et x^R_{dec}.
6. Calculer le spectre de x^R_{dec} (module et phase) sur un nombre de points fréquentiels égal à celui de x^R. Quel est l'effet du sous-échantillonnage sur l'amplitude et la position des composantes fréquentielles ?
7. La fréquence F_s^{min} permettra-t-elle, comme souhaité, de restituer le signal musical sans perte d'information ? Pour vérification, exporter x^R_{dec} en `.wav` à la fréquence de reconstruction F_s^{min}. Ecouter et comparer le signal audio obtenu au signal initial `rythmique.wav`.

Piano

8. Charger maintenant le signal audio `piano.wav` (ce signal est noté x^P) et répéter les étapes précédentes.
9. Quelle est la fréquence F_s^{min} minimale pouvant être utilisée pour échantillonner ce signal audio ?

10. Sous-échantillonner le signal à la fréquence F_s^{min}, puis à la fréquence 1024 Hz. Les signaux obtenus sont notés x_{dec}^{P1} et x_{dec}^{P2}. Comparer les spectres de x_{dec}^{P1} et x_{dec}^{P2} à celui de x^P.
11. Décrire le phénomène responsable des distorsions observées dans le spectre de x_{dec}^{P2}. Mesurer et justifier la position du pic de plus basse fréquence observé avec une échelle linéaire en ordonnée.
12. Exporter x_{dec}^{P1} et x_{dec}^{P2} en `.wav` aux fréquences de reconstruction correspondantes. Comparer les signaux audio au signal initial `piano.wav`.

BONUS

13. Reproduire la même démarche sur des enregistrements de violon `violon.wav`, d'orchestre symphonique `orchestre.wav` et de voix `voice.wav`. Visualiser et caractériser le contenu spectral des signaux audio étudiés.

TP 2 : Analyse temps-fréquence et principe d'incertitude

Préparation

Soit $x[n]_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal audio (réel) discret. On désire calculer sa matrice de transformée de Fourier à Court-Terme (TFCT), notée x_{mat}, à l'aide d'une fenêtre temporelle de taille N_{win}, d'un pas d'avancement de la fenêtre noté N_{hop} et pour chaque TFD d'un nombre de points fréquentiels noté N_{fft}.

1. Quelle condition imposer à N_{hop} et pourquoi ?
2. Quel(s) paramètre(s) modifier, et dans quel sens, pour améliorer la précision fréquentielle de la TFCT ? Justifier.
3. Quel(s) paramètre(s) modifier, et dans quel sens, pour améliorer la résolution fréquentielle de la TFCT ? Justifier.
4. Quel(s) paramètre(s) modifier, et dans quel sens, pour améliorer la résolution temporelle de la TFCT ? Justifier. Quel en sera l'impact sur la résolution fréquentielle ?
5. Déterminer le nombre de colonnes, noté L, de x_{mat}, correspondant au nombre de trames à extraire dans $x[n]$, en fonction des paramètres N_{win} et N_{hop}.
6. Montrer que la TFD, notée $X[k]$, de chaque trame fenêtrée de $x[n]$ vérifie : $X[N_{fft} - k] = X^*[k]$, $\forall k \in [1..N_{fft} - 1]$, où $X^*[k]$ désigne le conjugué de $X[k]$.
7. En déduire le nombre de lignes de x_{mat}, correspondant au nombre minimal de points fréquentiels utiles pour chaque TFD.

En séance

Transformée de Fourier à court-terme

La première partie sera dédiée à l'implémentation de la transformée de Fourier à Court-Terme (TFCT). La fonction, que l'on nommera `tfct.py`, aura pour paramètres d'entrée le chemin d'un fichier son, la taille de la fenêtre d'analyse N_{win}, le pas d'avancement de la fenêtre d'analyse N_{hop}, le nombre de points fréquentiels N_{fft} utilisés pour la TFD. On supposera dans toute la suite et par défaut que $N_{fft} = N_{win}$ et $N_{hop} = N_{win}/2$, et on travaillera avec une fenêtre de `Hamming`. Les paramètres de sortie seront la matrice TFCT du signal, notée x_{mat}, ainsi que les vecteurs fréquentiels et temporels utiles à l'affichage de la TFCT. Cette première partie vise à réimplémenter les différentes étapes de la TFCT.

1. Découpage du signal audio en trames de N_{win} échantillons avec un pas d'avancement de N_{hop} échantillons. Charger le signal audio `sound.wav` dans un vecteur qui sera noté x_{vect} dans la suite du TP. Isoler puis tracer l'allure temporelle d'une trame de x_{vect}, en fonction du temps en secondes. La comparer avec la même trame fenêtrée.
2. Transformée de Fourier Discrète (TFD) de la trame sur N_{fft} points fréquentiels. Tracer le spectre de la même trame de signal avant et après fenêtrage. On rappellera l'effet du fenêtrage sur la TFD.

3. Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT). On se propose de calculer les TFD de chaque trame et de les ranger dans les L colonnes de x_{mat}. Déclarer la matrice x_{mat} de TFCT initialement nulle, puis remplir ses colonnes.
4. Test et affichage. Tester l'algorithme `tfct.py` sur le fichier audio `sound.wav`. Tracer le spectrogramme obtenu après calcul de la TFCT, à l'aide de la fonction python `plt.pcolormesh`, en prenant soin de représenter l'axe des temps en secondes et l'axe des fréquences en Hertz.

Principe d'incertitude temps-fréquence

Nous allons maintenant étudier les propriétés temps-fréquence à partir de l'analyse de Fourier court-terme, donnant lieu au tracé d'un *spectrogramme*.

5. Après avoir chargé et écouté le fichier `diapason.wav`, analyser son contenu fréquentiel en dB avec la fonction `fft` de la librairie `numpy`. Que constatez-vous ? Quelle est la fréquence du son ? En déduire la note émise.
6. Même question avec le fichier `saxo.wav`. Que constatez-vous ? L'analyse précédente permet-elle de rendre compte de l'évolution du son (et de son contenu spectral) au cours du temps ? En quoi cela peut-il être pertinent ?

Dans la suite, nous appuierons notre analyse sur le fichier son `piano.wav`.

7. *Précision fréquentielle* : fixer $N_{win} = 1024$. Faire varier N_{fft}, de sorte que :
   - $N_{win} = 1024$,
   - $N_{fft} = X$,

   avec $X \in [1024, 2048, \ldots]$ la valeur numérique choisie. Tracer la fréquence fondamentale du son **d'une seule trame judicieusement choisie**, en fonction de N_{fft}. Pour cela, tracer le spectre d'amplitude de la trame pour chaque valeur de X. Discuter suivant la valeur de X l'effet de $Nfft$ sur la fréquence relevée.
8. *Résolution fréquentielle* : fixer $N_{win} = 128$ puis augmenter simultanément N_{win} et N_{fft}, de sorte que :
   - $N_{win} = X$,
   - $N_{fft} = X$,

   avec $X \in [128, 256, \ldots]$ la valeur numérique choisie. A partir de quelle valeur peut on distinguer la fréquence fondamentale des harmoniques du son ? Expliquer en analysant l'impact de la fenêtre sur le spectre, et justifier par le calcul.
9. *Précision ET résolution fréquentielles* : fixer $N_{win} = 128$ et faire varier N_{fft}, de sorte que :
   - $N_{win} = 128$,
   - $N_{hop} = N_{win}/2$,
   - $N_{fft} = X$,

   avec $X \in [128, 256, \ldots]$ la valeur numérique choisie. Commenter l'effet de X sur l'allure du spectrogramme. N_{fft} permet-il d'améliorer la lecture de la fréquence fondamentale ? Dans ce cas, comment améliorer le spectrogramme afin de pouvoir mesurer la fréquence fondamentale du son ? Justifier.
10. Conclure sur les conditions nécessaires et suffisantes pour mesurer la fréquence fondamentale du son.
11. Modifier les valeurs du paramètre N_{hop}, de sorte que :
    - $N_{win} = 1024$,
    - $N_{hop} = X$,
    - $N_{fft} = 2048$,

    avec $X \in [128, 256, \ldots]$ la valeur numérique choisie. Commenter l'effet de X sur l'allure du spectrogramme.

BONUS

12. En déterminant le bon jeu de paramètres $\{N_{win}, N_{hop}, N_{fft}\}$, utiliser le spectrogramme pour suivre la mélodie jouée au cours du temps du fichier son `saxo.wav`, en retrouvant les notes qui la compose (cf. Figure 1).

Note	**Octave**				
	1	2	3	4	5
Do	65,4064	130,813	261,626	523,251	1046,50
Do♯ Reb	69,2957	138,591	277,183	554,365	1108,73
Re	73,4162	**146,832**	293,665	587,330	1174,66
Re♯ Mib	77,7817	155,563	311,127	622,254	1244,51
Mi	**82,4069**	164,814	**329,628**	659,255	1318,51
Fa	87,3071	174,614	349,228	698,456	1396,91
Fa♯ Solb	92,4986	184,997	369,994	739,989	1479,98
Sol	97,9989	**195,998**	391,995	783,991	1567,98
Sol♯ Lab	103,026	207,652	415,305	830,609	1661,22
La	**110,000**	220,000	440,000	880,000	1760,00
La♯ Sib	116,541	233,082	466,164	932,328	1864,66
Si	123,471	**246,949**	493,883	987,767	1975,53

FIGURE 1 – Fréquences des différentes notes.

TP 3 : Reconstruction du signal audio : TFCT inverse

Préparation

TFCT inverse

Soit $x[n]$ un signal audio (réel) discret et x_{mat} sa matrice de TFCT, de dimensions $M \times L$ définies au TP2. x_{mat} est calculée à partir des paramètres N_{win}, N_{hop} et N_{fft} également définis au TP2.

1. N_{win} est typiquement choisi pair pour le calcul de x_{mat}. Quelle en est la raison ?
2. N_{win} est typiquement choisi égal à N_{fft} pour le calcul de x_{mat}. Pourquoi ne pas choisir $N_{fft} < N_{win}$? Pourquoi ne pas choisir $N_{fft} > N_{win}$?

On suppose dans la suite du TP que :

- $N_{fft} = N_{win}$ et que ce paramètre est pair ;
- $[X_l[0]..X_l[M-1]]^T$ est la $l^{\text{ème}}$ colonne de x_{mat}, avec $l \in [0..L-1]$, et M le nombre de points fréquentiels utile pour chaque TFD.

3. Montrer que la TFD correspondant à la $l^{\text{ème}}$ trame fenêtrée de $x[n]$ s'écrit :

$$X_l[0], X_l[1], .., X_l[M-1], X_l^*[M-2], .., X_l^*[1]$$

où $X_l^*[k]$ désigne le conjugué de $X_l[k]$.

4. Donner l'expression de la $l^{\text{ème}}$ trame du signal temporel, notée $(x_l[n])_{n\in[0..N_{win}-1]}$, en fonction de la $l^{\text{ème}}$ colonne de x_{mat}, $[X_l[0]..X_l[M-1]]^T$.
5. A quelle(s) condition(s) sur la $l^{\text{ème}}$ colonne de x_{mat}, $[X_l[0]..X_l[M-1]]^T$, cette trame est-elle réelle ?

Débruitage par soustraction spectrale

La deuxième partie du TP porte sur la suppression de bruit stationnaire dans un signal audio par soustraction spectrale. Lire l'article suivant dans lequel est décrit l'algorithme à utiliser :

Steven F. Boll (1979). *Suppression of Acoustic Noise in Speech Using Spectral Subtraction.* IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol.27(2), p.113-120.

En séance

Implémentation de la TFCT inverse par Overlap-Add (OLA)

La première partie du TP consiste à implémenter l'algorithme de Transformée de Fourier à Court-Terme Inverse (ITFCT). La fonction, que l'on nommera `itfct.py`, aura pour paramètres d'entrée la matrice de TFCT d'un signal, le pas d'avancement de la fenêtre d'analyse N_{hop},

ainsi que le nombre de points fréquentiels utilisés dans l'algorithme TFCT N_{fft} et la fréquence d'échantillonnage F_s du signal initial.
La matrice de TFCT, notée x_{mat}, de dimensions $M \times L$ sera obtenue à partir de l'algorithme `tfct.py` codé au TP2. **Dans le cas où cet algorithme n'est pas fonctionnel, vous utiliserez la matrice de TFCT `xmat.npy` fournie sur Moodle, avec le matériel de TP3, et vous la chargerez avec l'instruction `np.load('xmat.npy')`.** Les étapes de l'algorithme OLA sont résumées ci-dessous, et décrites dans la figure 2.

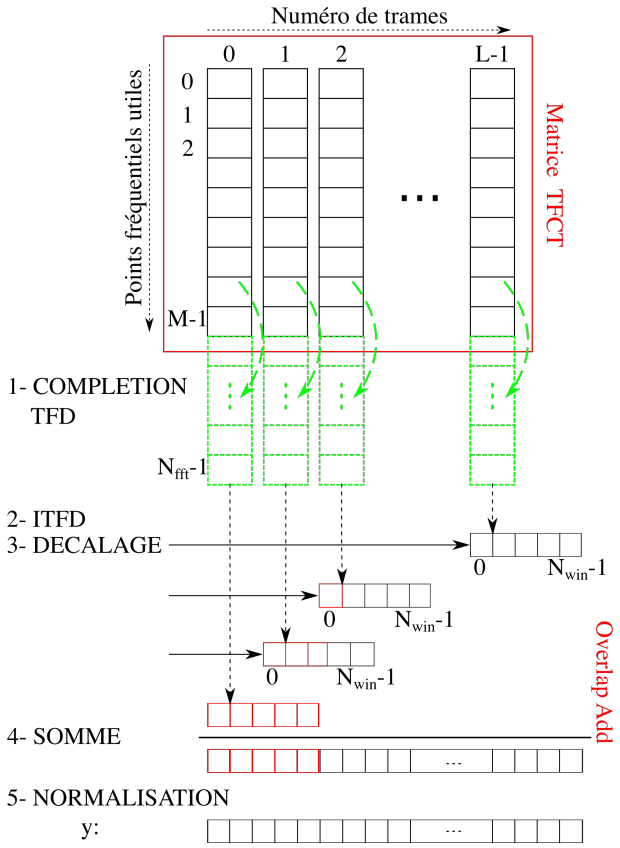


FIGURE 2 – Principe de l'algorithme OLA de la transformée de Fourier à court-terme inverse (ITFCT) pour la synthèse d'un signal sonore.

Etape 1 : reconstruire la TFD de chaque trame à partir des colonnes de la matrice x_{mat} de TFCT, dans des vecteurs de taille N_{fft}.

Etape 2 : reconstruire chaque trame fenêtrée en effectuant la TFD inverse (ITFD) des vecteurs de TFD : $\Rightarrow L$ trames fenêtrées $y_l, l \in [0, L-1]$:

$$
\begin{aligned}
y_1[n] &= x[n]w[n] \\
y_2[n] &= x[n + N_{hop}]w[n] \\
&.. \\
y_L[n] &= x[n + (L-1)N_{hop}]w[n]
\end{aligned}
$$

La TFD inverse reconstruit des trames de longueur N_{fft}. Cette longueur est supposée égale à la longueur des trames découpées lors de l'algorithme TFCT (c'est le cas si la TFD a été effectuée sur un nombre correct de points).

Etape 3 : décaler la $l^{\text{è}}$ trame y_l, de $(l-1)$ trames $\Rightarrow$ synchronisation des y_l, $l \in [1, L]$:

$$\begin{aligned}
y_1[n] \Rightarrow \quad & y_1[n] = x[n]w[n] \\
y_2[n] \Rightarrow \quad & y_2[n - N_{hop}] = x[n]w[n - N_{hop}] \\
& .. \\
y_L[n] \Rightarrow & y_L[n - (L-1)N_{hop}] = x[n]w[n - (L-1)N_{hop}]
\end{aligned}$$

Etape 4 : sommer les trames décalées $y_l[n - (l-1)N_{hop}]$

$$\sum_{l=1}^{L} y_l[n - (l-1)N_{hop}] = x[n] \sum_{l=1}^{L} w[n - (l-1)N_{hop}]$$

Etape 5 : normaliser le signal temporel. Les fenêtres usuelles sont choisies de sorte que la somme $K = \sum_{l=1}^{L} w[n - (l-1)N_{hop}]$ soit indépendante de n. Dans ce cas (cf. Cours4bis) : $K \approx \sum_{n=0}^{N_{win}-1} w[n]/N_{hop}$ (égalité lorsque N_{win} est un multiple de N_{hop}). Alors

$$\frac{1}{K} \sum_{l=1}^{L} y_l[n - (l-1)N_{hop}] \approx x[n]$$

Les paramètres de sortie de la fonction `itfct.py` seront le signal temporel reconstruit, noté y_{vect} et le vecteur temporel utile à son affichage. Cette première partie vise à réimplémenter les différentes étapes l'algorithme.

1. Préallocation de mémoire pour le signal reconstruit y : déterminer sa taille en fonction des paramètres d'entrée, puis déclarer le vecteur y initialement rempli de 0.
2. Reconstruction de chaque trame y_l à partir de sa TFD (colonne de x_{mat}).
3. Somme des trames reconstruites y_l à la bonne position de y.
4. Normalisation de y : division par $\sum_{n=0}^{N_{win}-1} w[n]/N_{hop}$. La fenêtre, correspondant à celle utilisée lors de l'algorithme `tftct`, est supposée être une fenêtre de Hamming de longueur $Nfft$.
5. Test de l'algorithme sur la matrice x_{mat} calculée par l'algorithme `tfct.py`, appliqué au fichier audio `sound.wav`. Préciser et discuter la valeur des paramètres utilisés pour la TFCT. Afin de comparer le résultat au fichier initial, calculer l'erreur quadratique entre ces deux signaux. Commenter.

Application au débruitage pour soustraction spectrale

Cette deuxième partie vise à implémenter un algorithme de suppression de bruit stationnaire par soustraction spectrale. Les détails de cette méthode, décrits dans l'article mentionné dans la partie **Préparation** sont à lire **avant le TP**.
Au cours de cette partie, on illustrera et commentera chacune des étapes du traitement réalisé, et on joindra les signaux audio débruités réalisés.

6. Charger le signal audio bruité `mix.wav`. Calculer et afficher sous forme de spectrogramme la TFCT x_{mat} du signal bruité x à l'aide de l'algorithme implémenté au TP2, en précisant les paramètres N_{win} et N_{hop} choisis.
7. Après avoir identifié une région de silence dans le spectrogramme du mélange $|x_{mat}|$ (qui ne contient donc que le bruit de fond, supposé stationnaire), créer le spectre d'amplitude du bruit $|X_{noise}|$. Tracer et commenter le spectre du bruit obtenu.

8. Estimer et tracer le spectrogramme du signal débruité $|x_{mat}^{clean}|$ par soustraction de la signature spectrale du bruit à chaque colonne k du module de la TFCT du signal bruité :

$$|x_{mat}^{clean}[:,k]| = |x_{mat}[:,k]| - |X_{noise}|$$

On veillera particulièrement à effectuer le redressement des valeurs négatives à 0 après soustraction. Pourquoi est-ce important ?

On comparera le spectrogramme avant et après soustraction du spectre de bruit.

9. Reconstruire le signal audio débruité, avec la fonction `tfct_inv` implémentée dans la partie précédente. Peut-on reconstuire le signal à partir de $|x_{mat}^{clean}|$? Que constatez-vous ? Expliquer.

10. Reconstruire le signal audio débruité à partir du spectre complexe :

$$x_{mat}^{clean} = |x_{mat}^{clean}| \, e^{\,\mathrm{j}\,\arg(x_{mat})}$$

Que constatez-vous ? Expliquer.

11. Juger à l'écoute et commenter la qualité du signal audio débruité. Le débruitage est-il parfait ? Pourquoi ?

BONUS

12. En utilisant le signal non-bruité donné `sound.wav`, mesurer et comparer les RSB des signaux avant et après suppression du bruit. Comment améliorer la méthode de débruitage proposée ?

TP 4 : Compression d'un Signal Audio

Préparation

Soit $x[n]$ un signal audio (réel) discret échantillonné à la fréquence d'échantillonnage F_s. Afin de le compresser, x est segmenté en trames fenêtrées de N_{win} échantillons. Le pas d'avancement temporel des fenêtres est noté N_{hop}. Le débit de compression est noté D (en bits/s).

1. Soit N_{tr} le nombre (fractionnaire) de trames dans 1s du signal x. Donner le nombre de bits maximal $N_{b_{max}}$ pouvant être alloué à chaque trame en fonction de D et N_{tr}.

Afin d'évaluer D, on se propose de déterminer le nombre de trames par seconde N_{tr}. Pour cela, on considère une portion x_1 de signal x de durée d'1s.

2. Montrer que le nombre de trames complètes dans x_1 est égal à $L = floor[\frac{F_s - N_{win}}{N_{hop}} + 1]$.
3. Combien de trames incomplètes commencent avant le début de x_1 et se terminent dans x_1 ? En déduire que le nombre fractionnaire de trames correspondant est égal à :

$$\frac{(N_{win}-1)K_1}{N_{win}} - \frac{N_{hop}K_1(K_1+1)}{2N_{win}} \text{ avec } K_1 = floor[\frac{N_{win}-1}{N_{hop}}]$$

4. Combien de trames incomplètes commencent dans x_1 et se terminent après la fin de x_1 ? En déduire que le nombre fractionnaire de trames correspondant est égal à :

$$\frac{K_2(F_s-(L-1)N_{hop})}{N_{win}} - \frac{N_{hop}K_2(K_2+1)}{2N_{win}} \text{ avec } K_2 = floor[\frac{F_s-1}{N_{hop}} - L + 1]$$

5. En déduire le nombre total (fractionnaire) N_{tr} de trames dans 1s de signal x
6. En déduire le nombre de bits maximal $N_{b_{max}}$ pouvant être alloué à chaque trame de x en fonction du débit D et des paramètres de compression N_{win}, N_{hop} et F_s.

En séance

La compression de données est un domaine clef dans l'ère du numérique : pouvoir stocker, partager, et lire des données avec le minimum d'espace de stockage, le minimum de mémoire vive, et dans un minimum de temps. La compression audio avec perte (MPEG-1 layer I-II-III) repose sur une idée simple : on ne code pas ce qui ne s'entend pas. Ainsi, l'audio compressé est sensé être identique perceptivement à l'audio original. L'objectif de cette partie est d'étudier un algorithme de compression audio inspiré de la norme MPEG-1 layer III, avec un focus sur l'effet de l'allocation de bits sur la qualité de l'enregistrement audio.

Nous allons nous restreindre dans ce TP à étudier l'effet de l'allocation de bits en fréquence sur la qualité perceptive du codage réalisé à partir d'une simple analyse temps-fréquence par TFCT. (Vous pourrez utiliser pour cela la fonction `TFCT` disponible dans le fichier `FourierCT.py`)

Compression et codage audio perceptif

Nous allons commencer par encoder le signal audio d'entrée à partir d'un débit d'encodage souhaité.

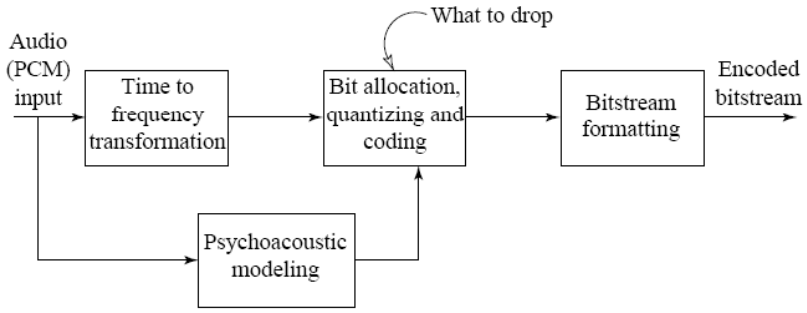


FIGURE 3 – Schéma d'encodage de la norme MPEG-1

1. Calculer la TFCT X du signal audio `x.wav` de votre choix, avec une taille de fenêtre et un pas d'avancement judicieusement choisis en fonction de la fréquence d'échantillonage du signal audio, et tracer le spectrogramme correspondant en fonction du temps en secondes et des fréquences en Hertz.
2. Pour chaque trame temporelle n, calculer le facteur de gain A_n permettant la normalisation unitaire du spectre d'amplitude [1].
3. En utilisant le travail préparatoire, calculer, à partir d'un débit souhaité de 392 kbits/s, le nombre de bits alloué à chaque trame du module noté $|X^{norm}|$ de la TFCT, en fonction des paramètres d'analyse utilisés et de la fréquence d'échantillonage. En déduire le nombre de bits alloués en moyenne à chaque point fréquentiel.
4. Calculer la répartition des bits en fréquence pour chaque trame, en utilisant l'algorithme d'allocation de bits perceptif qui minimise la différence entre le rapport signal à masque SMR calculé à partir d'un modèle psycho-acoustique et le rapport SNR calculé en fonction du nombre de bits utilisés pour la quantification. Pour rappel :

$$NMR(dB) = SMR(dB) - SNR(dB)$$

   Pour simplifier, le SMR sera calculé avec un niveau de masque égal à -96 dB (16 bits maximum pour chaque point fréquentiel), et on utilisera l'hypothèse que l'allocation d'1 bit entraîne une augmentation du SNR de 6 dB (et donc une diminution du NMR de 6 dB). On en déduira une matrice d'allocation Q.
5. Expliciter les conditions d'arrêts à utiliser pour l'arrêt de l'allocation.
6. La fonction `Fuquant`, donnée dans le fichier `QuantCod.py` du matériel de TP4, calcule à partir d'un vecteur d'entrée x un vecteur y quantifié et codé. Tracer la caractéristique $y = \texttt{Fuquant}(x)$ de cette fonction et décrire son fonctionnement.
7. A l'aide de la fonction `Fuquant` calculer le spectrogramme $|X_q^{norm}|$ du signal quantifié avec le nombre de bits donné par les éléments de la matrice Q, et codé. Tracer le spectrogramme et comparer avec le spectrogramme original en fonction du nombre de bits alloués. Quelles fréquences disparaissent majoritairement ? Expliquer.

Décodage et décompression

Maintenant que nous avons notre signal compressé et codé, nous souhaitons reconstruire le signal sonore correspondant pour pouvoir l'écouter.

8. La fonction `Fuquant_inv` donnée dans le fichier `Cod_inv.py` du matériel de TP4 permet de décoder les vecteurs quantifiés et codés par la fonction `Fuquant`. Tracer la loi caractéristique (sortie = f(entrée)) de la fonction composée $\texttt{Fuquant\_inv}(\texttt{Fuquant}(x))$. Quel est le rôle de cette fonction composée ?

1. La normalisation unitaire consiste à normaliser à 1 la valeur maximale de chaque colonne de la TFCT.

9. A partir de la matrice quantifiée et codée $|X_q^{norm}|$, du nombre de bits alloués donné dans la matrice Q et de la fonction `Fuquant_inv`, restituer la valeur de chaque point fréquentiel. On pensera également à remettre à l'échelle les spectres d'amplitude des trames avec les facteurs de gains A_n. Stocker le résultat dans une matrice décodée et dénormalisée notée $|X_{uq}|$.
10. A partir de la matrice $|X_{uq}|$ reconstruire le signal audio compressé y à partir de sa TFCT en utilisant la fonction `tfct_inv` (disponible dans le fichier `FourierCT.py`). On pensera pour cela à récupérer l'information de phase du signal initial, avant compression.
11. Comparer les signaux audio restitués après compression et décompression avec différents débits. Commenter l'impact du débit sur la compression.
12. A partir de quel débit d'encodage, la compression devient-elle transparente - c'est-à-dire que la différence entre le signal non-compressé et le signal compressé est inaudible ?
13. Conclure sur l'intérêt de l'allocation perceptive de bits par rapport à une allocation uniforme. Que faudrait-il faire pour rendre le codage plus efficace ?

BONUS

14. Recommencer et comparer avec une allocation uniforme de bits.
15. Réaliser une allocation de bits uniforme par bande de fréquences (par exemple par bande de 32 points fréquentiels).
16. Comparer la compression avec différents enregistrements audio.
17. Participer à l'expérience sur la perception de la musique compressée disponible à l'adresse : `https://tinyurl.com/qembtrt`, et rapporter le score et les impressions.

Aide Python

`import numpy as np`	bibliothèque standard d'outils mathématiques
`import matplotlib.pyplot as plt`	bibliothèque standard d'outils graphiques
`print(C)`	affiche dans la console la valeur de la variable C
`a=np.array([[1, 2, 3]])`	Vecteur ligne $[1, 2, 3]$
`a.T`	Vecteur colonne $[1, 2, 3]^T$
`A = np.array([[1, 2, 3],[4, 5, 6]])`	Matrice de taille 2×3
`A.T`	Transpose la matrice
`np.linspace(0, 10, 1000)`	Crée un vecteur de 1000 éléments espacés linéairement entre 0 et 10
`np.zeros((12, 5))`	Crée une matrice de taille 12×5 remplie de zéros
`np.ones((12, 5))`	Crée une matrice de taille 12×5 remplie de uns
`np.eye(5)`	Crée une matrice identité de taille 5×5
`x[1]`	Récupère le $2^{\text{ème}}$ élément de x
`x[1:11]`	Récupère un vecteur composé du $2^{\text{ème}}$ au $12^{\text{ème}}$ élément de x
`x[1:]`	Récupère un vecteur composé du $2^{\text{ème}}$ au dernier élément de x
`x[::3]`	Récupère un élément sur 3 de x, en partant du premier jusqu'au dernier élément de x
`A[1,0]`	Récupère $A_{2,1}$
`A[4,:]`	Récupère la $5^{\text{ème}}$ ligne de A
`A[:,4]`	Récupère la $5^{\text{ème}}$ colonne de A
`A[2, 1:4]`	Récupère du deuxième au $4^{\text{ème}}$ élément de A dans la $3^{\text{ème}}$ ligne **Attention : dans A[2, 1 :4], la variable 4 est exclusive càd que les éléments retenus seront dans les colonnes 1,2,3)**
`A.dot(y)`	Produit matriciel d'une matrice par un vecteur
`A.dot(B)`	Produit matriciel d'une matrice par une autre matrice
`A * B`	Produit élément-par-élément de deux matrices
`np.linalg.matrix_power(A,3)`	Matrice A au cube (produit matriciel)
`A**3`	Mise au cube élément-par-élément de A
`np.linalg.inv(A)`	Matrice inverse de A
`A.shape`	Taille de A
`3**7`	Calcule 3^7
`np.sqrt(5)`	Calcule $\sqrt{5}$
`np.log(3)`	Calcule $\ln(3)$
`np.log10(100)`	Calcule $\log_{10}(100)$
`np.abs(-5)`	Calcule $\lvert -5 \rvert$
`np.sin(5*pi/3)`	Calcule $\sin(5\pi/3)$
`np.floor(3.8)`	Calcule la partie entière de 3.8
`fig=plt.figure()`	création d'un environnement figure
`fig.plot(x,y)`	Représente y en fonction de x (doivent être de la même taille)
`fig.title('Un titre')`	Ajoute un titre à la figure
`fig.xlabel('Grandeur x')`	Ajoute une description à l'axe des abscisses
`fig.legend('toto')`	Ajoute une légende pour les courbes
`fig.grid()`	Ajoute une grille à la figure
`plt.xlim((xmin, xmax))`	Choisit la limite pour l'axes des abscisses
`plt.show()`	Affiche les graphes
`np.hamming(L)`	Retourne une fenêtre de Hamming de L points
`np.pi`	$\pi = 3.141592653589793$
`np.NaN`	*Not a number*, par exemple le résultat de $0/0$
`np.inf`	Infinie
`plt.hist`	Affiche l'histogramme d'un vecteur pour étudier ses propriétés statistiques
`plt.pcolormesh(vecteur_temps, vecteur_freq, matrice tfct)`	Affiche un spectrogramme

Outils de traitement du son

Lire un fichier

`import scipy.io.wavfile as wav`	bibliothèque standard d'outils de traitement du son
`wav.read('myfile')`	Retourne le signal audio contenu dans `fichier` ainsi que sa fréquence d'échantillonnage

Jouer un son

— Option 1 :

`import sounddevice as sd`	importe `sounddevice`
`sd.play(data, Rate)`	lit le vecteur `data` à la fréquence d'échantillonnage `Rate`

— Option 2 :

`import scipy.io.wavfile as wav`	enregistre le vecteur au format `.wav`
`wav.write('myfile.wav', Fs, x_vect)`	le lire ensuite avec votre *player* préféré !

— Option 3, dans `Jupyter Notebook` :

`from IPython.display import Audio`	importe l'instruction `Audio`
`Audio(data, Rate)`	puis affiche le player dans le code.