

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №1
«Принятие решений в неструктурированных задачах
на основе методов экспертного анализа»
Вариант № 3

Выполнил
студент группы 150503:
Ходосевич М.А.

Проверил:
Туровец Н.О.

Минск 2024

1. Цель работы:

- изучение методов экспертного анализа, включая процедуры сбора экспертных оценок, их проверки и обработки;
- изучение возможностей применения методов экспертного анализа для поддержки принятия управленческих решений.

2. Порядок выполнения работы

1 Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.

2 Получить задание на лабораторную работу.

3 На основе оценок **первого** эксперта найти веса вариантов решения, используя алгоритм Саати. Выполнить проверку экспертных оценок на непротиворечивость.

4 Выбрать рациональное решение, используя метод предпочтений. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины, т.е. указать, для каких альтернатив имеются существенные различия в указанных экспертами оценках, или какие эксперты указали оценки, существенно отличающиеся от оценок других экспертов.

5 Выбрать рациональное решение, используя метод ранга. Выполнить проверку экспертных оценок на согласованность. При выявлении несогласованности экспертных оценок указать ее причины (аналогично тому, как указано для метода предпочтений).

Для всех расчетов использовать табличный процессор Excel.

3. Исходные данные:

Вариант А.3

Требуется обеспечить связь с некоторой отдаленной территорией. Предлагаются следующие варианты: 1) запустить спутник связи (А1); 2) приобрести право на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником (А2); 3) построить сеть наземных ретрансляторов (А3); 4) проложить проводную линию связи (А4).

Выбор одного из вариантов производится с участием трех экспертов. Мнения экспертов следующие:

– первый эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, значительно хуже - запуск спутника, еще немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще хуже - прокладка проводной линии;

– второй эксперт: лучший вариант - запуск спутника, немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще немного хуже - приобретение каналов связи, самый худший вариант - прокладка проводной линии;

– третий эксперт: лучший вариант - приобретение каналов связи, немного хуже - строительство сети ретрансляторов, еще немного хуже - запуск спутника, значительно хуже - прокладка проводной линии.

4. Выполнение работы.

4.1 Метод Саати

Метод Саати основан на сравнении альтернатив, выполняемом одним экспертом. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, в какой степени одна из них предпочтительнее другой.

Требуется обеспечить связь с некоторой отдаленной территорией. Предлагаются следующие варианты: 1) запустить спутник связи (A1); 2) приобрести право на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником (A2); 3) построить сеть наземных ретрансляторов (A3); 4) проложить проводную линию связи (A4).

Решение на основе метода Саати принимается в следующем порядке.

1 Экспертом заполняется матрица парных сравнений размером $N \times N$, где N – количество альтернатив.

Таблица 4.1 – Матрица парных сравнений

	A1	A2	A3	A4
A1	1	1/5	3	5
A2	5	1	7	9
A3	1/3	1/7	1	3
A4	1/5	1/9	1/3	1

2 Находим цены альтернатив - средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N X_{ij}}, \quad i=1, \dots, N,$$

$$C_1 = \sqrt[4]{1 * \left(\frac{1}{5}\right) * 3 * 5} = 1,31$$

$$C_3 = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right) * \left(\frac{1}{7}\right) * 1 * 3} = 0,61$$

$$C_2 = \sqrt[4]{5 * 1 * 7 * 9} = 4,21$$

$$C_4 = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right) * \left(\frac{1}{9}\right) * \left(\frac{1}{3}\right) * 1} = 0,29$$

3 Находим сумму цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i$$

$$C = 1,31 + 4,21 + 0,61 + 0,29 = 6,42$$

4 Находим веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C, \quad i=1, \dots, N$$

$$V_1 = 1,31/6,42 = 0,213;$$

$$V_3 = 0,61/6,42 = 0,095;$$

$$V_2 = 4,21/6,42 = 0,655;$$

$$V_4 = 0,29/6,42 = 0,045.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению эксперта, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Таким образом, по мнению эксперта, наиболее эффективной является приобретение права на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником, следующая за ней - запустить спутник связи, менее эффективна построить сеть наземных ретрансляторов, наименее эффективна прокладка проводной линии связи.

Проверка экспертных оценок на непротиворечивость. Проверка позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений.

1 Находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_1 = (1 + 5 + 1/3 + 1/5) = 6,53;$$

$$R_3 = (3 + 7 + 1 + 1/3) = 11,33;$$

$$R_2 = (1/5 + 1 + 1/7 + 1/9) = 1,45;$$

$$R_4 = (5 + 9 + 3 + 1) = 18.$$

2 Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = 6,53 \cdot 0,213 + 1,45 \cdot 0,655 + 11,33 \cdot 0,095 + 18 \cdot 0,045 = 4,23.$$

3 Находим величину, называемую индексом согласованности (*ИС*):

$$ИС = (\lambda - N)/(N-1) = (4,23-4) / (4-1) = 0,076.$$

4 В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). В данном примере (для $N = 4$) $СлС = 0,90$

5 Находится отношение согласованности:

$$ОС = ИС/СлС = 0,076 / 0,90 = 0,085$$

Если отношение согласованности превышает 0,2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере $ОС = 0,085$. Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется

4.2 Метод предпочтения

Метод основан на ранжировании альтернатив, выполняемом группой экспертов. Каждый из экспертов (независимо от других) выполняет ранжирование альтернатив, т.е. указывает, какая из альтернатив, по его мнению, является лучшей, какая - следующей за ней, и т.д.

В ходе разработки плана по обеспечению связи с некоторой отдаленной территорией возникает задача выбора варианта связи:

- запустить спутник связи (A1);
- приобрести право на использование каналов связи, обеспечиваемых уже имеющимся спутником (A2);
- построить сеть наземных ретрансляторов (A3);
- проложить проводную линию связи (A4).

Степень влияния факторов на производительность труда оценивается по методу предпочтений в следующем порядке.

1 Каждому эксперту предлагается выполнить ранжирование альтернатив по предпочтению. В данном примере каждый эксперт присваивает номер 1 фактору, который (по его мнению) оказывает наибольшее влияние на рост производительности труда; 2 - следующему по важности фактору, и т.д. Оценки, указанные экспертами, сводятся в таблицу (матрицу) размером $M \times N$, где M - количество экспертов, N - количество альтернатив (в данном примере - количество факторов роста производительности труда). Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1,...,M$, $j=1,...,N$.

Таблица 4.2 – Матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы			
	A1	A2	A3	A4
1	2	1	3	4
2	1	3	2	4
3	3	1	2	4

2 Производится преобразование матрицы оценок по формуле:

$$B_{ij} = N - X_{ij}, \quad i=1,...,M, j=1,...,N.$$

Таблица 4.3 – Преобразованная матрица экспертных оценок для метода предпочтений

Эксперты	Альтернативы			
	A1	A2	A3	A4
1	2	3	1	0
2	3	1	2	0
3	1	3	2	0

3 Находятся суммы преобразованных оценок по каждой из альтернатив:

$$C_j = \sum_{i=1}^M B_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

$$C_1 = 2 + 3 + 1 = 6;$$

$$C_3 = 1 + 2 + 2 = 5;$$

$$C_2 = 3 + 1 + 3 = 7;$$

$$C_4 = 0;$$

4 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j.$$

$$C = 6 + 7 + 5 + 0 = 18.$$

5 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j / C, \quad j=1, \dots, N.$$

$$V_1 = 6/18 = 0,33;$$

$$V_3 = 5/18 = 0,28;$$

$$V_2 = 7/18 = 0,39;$$

$$V_4 = 0/18 = 0;$$

Чем больше вес, тем более предпочтительной является альтернатива (по мнению экспертов).

В данном примере самой предпочтительной альтернативой является приобретение права на использование каналов связи; следующая по важности альтернатива – запуск спутника связи; еще менее важная - построить сеть наземных ретрансляторов; наименее важная альтернатива – прокладка проводной линии связи.

Проверка согласованности экспертных оценок. Проверка согласованности необходима, чтобы выяснить, не было ли резких различий в суждениях экспертов.

Для проверки согласованности мнений экспертов вычисляется величина, называемая коэффициентом конкордации (W). Ее расчет выполняется в следующем порядке.

1 Находятся суммы оценок, указанных экспертами для каждой из альтернатив:

$$S_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, j=1,...,N.$$

$$S_1 = 2+1+3 = 6;$$

$$S_3 = 3+2+2=7;$$

$$S_2 = 1+3+1 = 5;$$

$$S_4 = 4+4+4=12.$$

2 Находится вспомогательная величина A :

$$A = M(N+1)/2$$

$$A = 3(4+1)/2 = 7,5$$

3 Находится вспомогательная величина S :

$$S = \sum_{j=1}^N (S_j - A)^2.$$

Для рассматриваемого примера:

$$S = (6-7.5)^2 + (5-7.5)^2 + (7-7.5)^2 + (12-7.5)^2 = 29$$

4 Находится коэффициент конкордации:

$$W = \frac{12 \cdot S}{M^2 \cdot N \cdot (N^2 - 1)}$$

$$W = 12 \cdot 29 / (9 \cdot 4 \cdot 15) = 0,644$$

При $W \geq 0,5$ степень согласованности экспертных оценок может считаться достаточной. При $W < 0,5$ требуется уточнение и согласование экспертных оценок.

Таким образом, уточнение экспертных оценок не требуется. Мнения экспертов в отношении влияния рассматриваемых факторов на производительность труда достаточно близки друг к другу.

4.4 Метод ранга

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно - 10-балльной). Чем более предпочтительной (по мнению эксперта) является альтернатива, тем более высокий балл для нее указывается.

1 Каждый эксперт указывает оценки альтернатив по 10-балльной шкале. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером $M \times N$, где M -

число экспертов, N - число альтернатив. Обозначим эти оценки как X_{ij} , $i=1,...,M, j=1,...,N$.

Таблица 4.4 – Матрица экспертных оценок для метода ранга

Эксперты	Альтернативы			
	A1	A2	A3	A4
1	9	10	8	7
2	10	8	9	1
3	8	10	9	7

2 Находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j=1,...,N.$$

$$C_1=9+10+8 = 27;$$

$$C_3=8+9+9 = 26;$$

$$C_2=10+8+10 = 28;$$

$$C_4=7+1+7 = 15.$$

3 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^N C_j. \quad C = 27+28+26+15 = 96$$

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_j = C_j/C, \quad j=1,...,N.$$

$$V_1 = 27/96 = 0,28;$$

$$V_3 = 27/96 = 0,27;$$

$$V_2 = 28/96 = 0,29;$$

$$V_4 = 15/96 = 0,15.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению экспертов, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Таким образом, в данном примере самой предпочтительной альтернативой является приобретение права на использование каналов связи; следующая по важности альтернатива – запуск спутника связи; еще менее важная - построить сеть наземных ретрансляторов; наименее важная альтернатива – прокладка проводной линии связи.

Проверка согласованности экспертных оценок. Как и для метода предпочтений, проверка согласованности экспертных оценок требуется для выявления существенных различий в мнениях экспертов и определения причин таких различий.

1 Находятся средние оценки каждой альтернативы:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_{ij}, \quad j=1, \dots, N.$$

$$\bar{X}_1 = 27/3 = 9;$$

$$\bar{X}_3 = 26/3 = 8,66;$$

$$\bar{X}_2 = 28/3 = 9,33;$$

$$\bar{X}_4 = 15/3 = 5.$$

2 Находятся дисперсии оценок каждого эксперта:

$$D_{\alpha i} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \quad i=1, \dots, M.$$

Эта величина показывает отклонение оценок, указанных i -м экспертом для альтернатив, от средних оценок этих альтернатив. Чем больше эта величина, тем больше *отличие мнения i -го эксперта от остальных экспертов*.

$$D_{\alpha 1} = \frac{1}{3} ((9-9)^2 + (10-9,33)^2 + (8-8,66)^2 + (7-5)^2) = 1,62.$$

$$D_{\alpha 2} = \frac{1}{3} ((10-9)^2 + (8-9,33)^2 + (9-8,66)^2 + (1-5)^2) = 6,29.$$

$$D_{\alpha 3} = \frac{1}{3} ((8-9)^2 + (10-9,33)^2 + (9-8,66)^2 + (7-5)^2) = 1,85.$$

3 Находятся дисперсии оценок каждой альтернативы:

$$D_{\alpha j} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (X_{ij} - \bar{X}_j)^2, \quad j=1, \dots, N.$$

Эта величина показывает различие оценок, указанных экспертами для j -й альтернативы. Чем больше эта величина, тем больше *расхождение мнений экспертов в отношении данной альтернативы*.

В данном примере:

$$D_{\alpha 1} = \frac{1}{2} ((9-9)^2 + (10-9)^2 + (8-9)^2) = 1.$$

$$D_{\alpha 2} = \frac{1}{2} ((10-9,33)^2 + (8-9,33)^2 + (10-9,33)^2) = 1,33.$$

$$D_{\alpha 3} = \frac{1}{2} ((8-8,66)^2 + (9-8,66)^2 + (9-8,66)^2) = 0,33.$$

$$D_{\alpha 4} = \frac{1}{2} ((7-5)^2 + (1-5)^2 + (7-5)^2) = 12.$$

Если величина $D_{\alpha i}$ оказывается большой (оценки i -го эксперта сильно отличаются от оценок, указанных другими экспертами), то i -му эксперту предлагается обосновать свои оценки. Если большой оказывается величина $D_{\alpha j}$ (оценки j -й альтернативы у экспертов сильно отличаются), то следует проанализировать причины таких расхождений.

Такими образом, возможно, следует предложить обосновать свои оценки второму эксперту. Кроме того, следует обратить внимание на разброс оценок четвертой альтернативы.

5. Вывод

В рамках лабораторной работы были применены методы Саати, предпочтений и метод ранга для выбора наиболее оптимального способа обеспечения связи с отдаленной территорией. Были проведены анализы оценок экспертов, проверка их согласованности.