

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**
Thời gian thi: **90 phút**

GIẢI ĐỀ SỐ 4

Câu 1 (2 điểm). a) Tìm bậc của mỗi đỉnh trên đồ thị.

Đỉnh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Deg(u)$	3	2	2	3	2	2	2	2	3	3

$$\text{Số cạnh} = \frac{\sum_{u \in V} deg(u)}{2} = 12.$$

b) Biểu diễn đồ thị G dưới dạng danh sách cạnh.

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	4	3	6	8	9
1	9	3	7	8	10
2	4	4	5	9	10
2	5	6	7	1	10

Câu 2 (2 điểm). b) Danh sách cạnh cần: (1, 4) và (1, 9).

Câu 3 (2 điểm). a) Đồ thị có hướng G cần thỏa mãn hai điều kiện sau đề là đồ thị Euler:

- Liên thông yếu;
- Tất cả các đỉnh đều có bán bậc ra bằng bán bậc vào.

Kiểm tra tính liên thông yếu:

$BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 6 = V$. Vậy đồ thị đã cho liên thông yếu.

Xác định bán bậc ra và bán bậc vào của các đỉnh

Đỉnh	1	2	3	4	5	6	7	8
$Deg^+(v)$	2	3	2	2	2	2	2	3
$Deg^-(v)$	2	3	2	2	2	2	2	3

\Rightarrow Đồ thị G là đồ thị Euler.

Chu trình Euler xuất phát từ đỉnh 1: 1-2-3-7-1-3-8-2-4-7-2-5-6-4-6-8-5-8-1.

Câu 4 (2 điểm).

a) Chứng minh giữa hai đỉnh bất kỳ của một cây T tồn tại đúng một đường đi đơn.

GIẢI:

Gọi u và v là hai đỉnh bất kỳ của cây T . Khi đó

- Nếu giữa u và v không tồn tại 1 đường đi đơn thì đồ thị T không liên thông \Rightarrow mâu thuẫn với định nghĩa cây.

- Nếu giữa u và v có nhiều hơn 1 đường đi đơn thì cây T tồn tại chu trình \Rightarrow Mâu thuẫn với định nghĩa cây.

Vậy giữa hai đỉnh bất kỳ của một cây T tồn tại đúng một đường đi đơn.

b) Cây bao trùm nhỏ nhất theo Krushkal: $d(T) = 18$, với tập cạnh:

$(6,7); (6,8); (8,9); (8, 10); (1,2); (1,9); (2,5); (1,3); (3,4)$

Câu 5 (2 điểm). b) Đường ngắn nhất theo Bellman-Ford:

Duyệt tu đỉnh: 1

khoang cách từ 1 đến 1 : 0, Path:1

khoang cách từ 1 đến 2 : 2, Path:1 7 2

khoang cách từ 1 đến 3 : 6, Path:1 7 2 3

khoang cách từ 1 đến 4 : 14, Path:1 7 2 3 6 4

khoang cách từ 1 đến 5 :

khoang cách từ 1 đến 6 : 10, Path:1 7 2 3 6

khoang cách từ 1 đến 7 : -1, Path:1 7

khoang cách từ 1 đến 8 : 2, Path:1 7 8 .

HẾT