

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**  
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**  
Thời gian thi: **90 phút**

**ĐỀ SỐ 3**

**Câu 1 (2 điểm).** Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	5	6	8
2	3	7	2
2	4	7	8
2	5	8	1
3	6	8	10
4	6	9	6
4	7	9	7
5	9	10	1
5	10	10	4

- a) Tìm bán bậc vào và bán bậc ra của mỗi đỉnh trên đồ thị.  
b) Biểu diễn đồ thị  $G$  dưới dạng danh sách kề.

**Câu 2 (2 điểm).**

- a) Viết hàm có tên BFS(int u) bằng C/C++ sử dụng hàng đợi thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh  $u$  trên đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng ma trận kề  $a[ ][ ]$ .  
b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng BFS vừa trình bày, tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 8 trên đồ thị  $G$  đã cho trong **Câu 1**. Chỉ rõ kết quả tại từng bước thực hiện thuật toán.

**Câu 3 (2 điểm).**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

$$\begin{array}{lll} \text{Ke}(1) = \{2, 7, 8\} & \text{Ke}(4) = \{3, 5, 6\} & \text{Ke}(7) = \{1, 6\} \\ \text{Ke}(2) = \{1, 3, 6, 8\} & \text{Ke}(5) = \{4, 6\} & \text{Ke}(8) = \{1, 2, 6\} \\ \text{Ke}(3) = \{2, 4\} & \text{Ke}(6) = \{2, 4, 5, 7, 8\} & \end{array}$$

- a) Trình bày thuật toán quay lui (đệ quy) tìm các chu trình Hamilton bắt đầu từ 1 đỉnh  $u$  của một đồ thị cho trước.

b) Áp dụng thuật toán vừa trình bày, xây dựng cây tìm kiếm các chu trình Hamilton và chỉ ra các chu trình Hamilton xuất phát từ đỉnh  $u = 1$  trên đồ thị  $G$  đã cho.

**Câu 4 (2 điểm).** a) Chứng minh rằng nếu  $T$  là một đồ thị vô hướng không chứa chu trình, có  $n$  đỉnh và  $n - 1$  cạnh, thì  $T$  liên thông.

b) Cho đơn đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	$\infty$	$\infty$	4	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	1	0	2	$\infty$	6	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	2	0	3	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	3	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$
5	4	6	5	$\infty$	0	$\infty$	1	$\infty$	3	2
6	5	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	4	$\infty$	$\infty$	3
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	4	0	5	$\infty$	3
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	5	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	3	3	$\infty$	$\infty$	0

Sử dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất tại đỉnh số 1 của đồ thị  $G$  đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán?

**Câu 5 (2 điểm).** Cho đơn đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	1	$\infty$
2	$\infty$	0	-1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$	2
4	-1	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	0	$\infty$	2	$\infty$
6	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	1
7	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	-1	0	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	2	$\infty$	$\infty$	0

a) Trình bày thuật toán Bellman-Ford tìm khoảng cách  $d[v]$  và đường đi ngắn nhất xuất phát từ 1 đỉnh  $u$  đến các đỉnh  $v$  của đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số  $a[ ][ ]$ .

b) Áp dụng thuật toán Bellman-Ford chỉ ra khoảng cách và đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u = 1$  đến các đỉnh của đồ thị  $G$ . Chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán.

HẾT

*Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*