

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**
Thời gian thi: **90 phút**

ĐỀ SỐ 6

Câu 1 (2 điểm). Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	5	5	9
1	8	5	10
1	10	6	7
2	3	6	10
2	4	7	8
2	6	7	9
4	6	7	10
4	8	8	9
5	6	9	10

- a) Tìm $\deg^+(u)$ và $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$.
b) Tìm số đường đi có độ dài 2 trên đồ thị G từ đỉnh 1 tới các đỉnh 3, 7 và 10?

Câu 2 (2 điểm).

- a) Viết hàm có tên DFS(int u) bằng C/C++ sử dụng ngăn xếp thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu bắt đầu từ một đỉnh u trên đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[][]$.
b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu DFS vừa trình bày, chứng minh rằng đồ thị G đã cho trong **Câu 1** là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?

Câu 3 (2 điểm). Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{aligned} \text{Ke}(1) &= \{2\} & \text{Ke}(5) &= \{3, 4, 6\} \\ \text{Ke}(2) &= \{1, 3, 4, 8\} & \text{Ke}(6) &= \{4, 5, 7\} \\ \text{Ke}(3) &= \{1, 2, 4, 5\} & \text{Ke}(7) &= \{4, 6, 8\} \\ \text{Ke}(4) &= \{2, 3, 5, 6\} & \text{Ke}(8) &= \{1, 2, 4, 7\} \end{aligned}$$

- a) Viết một hàm có tên `Hamilton(int a[][])` in C/C++ để tìm chu trình Hamilton của một đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn bởi ma trận trọng số $a[][]$ sử dụng thuật toán quay lui.
- b) Áp dụng thuật toán tìm chu trình Hamilton trên đồ thị vừa trình bày, chỉ ra các chu trình Hamilton xuất phát từ đỉnh 1 trên đồ thị G đã cho.

Câu 4 (2 điểm).

- a) Chứng minh rằng, nếu T là một cây có n ($n \geq 2$) đỉnh thì T có ít nhất hai đỉnh treo.
- b) Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	∞	∞	4	3	∞	∞	∞	∞
2	5	0	2	∞	1	3	∞	∞	∞	∞
3	∞	2	0	3	5	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	3	0	∞	∞	∞	2	∞	∞
5	4	1	5	∞	0	∞	1	∞	3	2
6	3	3	∞	∞	∞	0	4	∞	∞	3
7	∞	∞	∞	∞	1	4	0	5	∞	∞
8	∞	∞	∞	2	∞	∞	5	0	∞	∞
9	∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	0	∞
10	∞	∞	∞	∞	2	3	∞	∞	∞	0

Sử dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán?

Câu 5 (2 điểm). Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	3	1	∞	∞	∞	∞
2	∞	0	∞	2	5	∞	∞
3	∞	1	0	2	∞	4	∞
4	∞	∞	∞	0	2	1	∞
5	∞	∞	∞	∞	0	∞	1
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	3
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0

- a) Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- b) Áp dụng thuật toán Dijkstra vừa trình bày, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả của mỗi bước thực hiện thuật toán.

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm