

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**
Thời gian thi: **90 phút**

GIẢI ĐỀ SỐ 1

Câu 1 (2 điểm). Danh sách kề:

$Ke(1) = \{4, 10\}$	$Ke(6) = \{5, 7, 8\}$
$Ke(2) = \{4\}$	$Ke(7) = \{3, 8, 9\}$
$Ke(3) = \{4, 8, 9\}$	$Ke(8) = \{5, 6, 7, 9\}$
$Ke(4) = \{2, 10\}$	$Ke(9) = \{5, 8\}$
$Ke(5) = \{6, 7\}$	$Ke(10) = \{1, 2\}$

a) Tìm bán bậc vào và bán bậc ra của mỗi đỉnh trên đồ thị.

Đỉnh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Deg^+(v)$	2	1	3	2	2	3	3	4	2	2
$Deg^-(v)$	1	2	1	3	3	2	3	4	3	2

b) Biểu diễn đồ thị G dưới dạng danh sách cạnh.

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	4	6	8
1	10	7	3
2	4	7	8
3	4	7	9
3	8	8	5
3	9	8	6
4	2	8	7
4	10	8	9
5	6	9	5
5	7	9	8
6	5	10	1
6	7	10	2

Câu 2 (2 điểm). Kết quả duyệt DFS:

$$DFS(1) = 1, 4, 2, 10$$

$$\text{DFS}(2) = 2, 4, 10, 1$$

$$\text{DFS}(3) = 3, 4, 2, 10, 1, 8, 5, 6, 7, 9$$

Vậy đồ thị đã cho liên thông yếu.

Câu 3 (2 điểm). Ma trận kề:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	1	0	0	0
4	1	1	0	0	1	1	1	1
5	0	1	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	1
7	1	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	1	0	1	0	0

a) Điều kiện cần và đủ để một đồ thị vô hướng là nửa Euler:

- Đồ thị liên thông.
- Có 0 hoặc 2 đỉnh bậc lẻ, các đỉnh còn lại bậc chẵn.

Áp dụng chứng minh:

- $\text{BFS}(1) = 1, 2, 4, 7, 3, 5, 6, 8 \Rightarrow$ Đồ thị liên thông.
- Đồ thị có $\deg(1) = 3, \deg(7) = 3$, các đỉnh còn lại bậc chẵn.

\Rightarrow Đồ thị đã cho là nửa Euler.

b) Đường đi Euler: 1 2 3 5 2 4 1 7 4 5 6 4 8 6 7

Câu 4 (2 điểm).

a) Chứng minh rằng nếu T là một rừng có n đỉnh và k thành phần liên thông thì T có $n - k$ cạnh.

GIẢI:

Gọi các thành phần liên thông của T lần lượt là $T_1, T_2, \dots, T_k, (k \geq 2) \Rightarrow$ Mỗi thành phần liên thông T_i là một cây.

Gọi số đỉnh của mỗi thành phần liên thông lần lượt là $n_1, n_2, \dots, n_k \Rightarrow$ Số cạnh của mỗi thành phần liên thông lần lượt là: $n_1 - 1, n_2 - 1, \dots, n_k - 1$.

Vậy số cạnh của rừng T là:

$$(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_k - 1) = (n_1 + n_2 + \dots + n_k) - k = n - k \quad (\text{đpcm})$$

b) Ma trận trọng số:

Cây bao trùm nhỏ nhất theo Krushkal $d(T) = 24$, với tập cạnh:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	6	∞	∞	8	8	∞	∞	∞	∞
2	6	0	2	∞	4	6	∞	∞	∞	∞
3	∞	2	0	2	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	2	0	4	∞	2	2	∞	2
5	8	4	4	4	0	4	4	∞	∞	∞
6	8	6	∞	∞	4	0	4	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	2	4	4	0	2	∞	∞
8	∞	∞	∞	2	∞	∞	2	0	1	1
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	0	1
10	∞	∞	∞	2	∞	∞	∞	1	1	0

8 9

8 10

2 3

3 4

4 7

4 8

2 5

5 6

1 2

Câu 5 (2 điểm). Ma trận trọng số:

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	∞	∞	∞	1	9
2	∞	0	8	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	4	1	∞	∞
4	∞	7	∞	∞	∞	∞	1
5	∞	10	∞	2	0	∞	∞
6	∞	14	2	∞	∞	0	∞
7	∞	2	∞	∞	∞	∞	0

b) Đường đi ngắn nhất theo Dijkstra:

- K/c 6 \rightarrow 1 = ∞

- K/c 6 $\rightarrow 2 = 8; 2 < -7 < -4 < -5 < -3 < -6$
- K/c 6 $\rightarrow 3 = 2; 3 < -6$
- K/c 6 $\rightarrow 4 = 5; 4 < -5 < -3 < -6$
- K/c 6 $\rightarrow 5 = 3; 5 < -3 < -6$

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm