



CHƯƠNG II.2: ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM-VẬT RẮN

Bài giảng môn Vật lý 2 và thí nghiệm

Giảng viên: Tô Thị Thảo

Ngày 18 tháng 3 năm 2023

1/32

❶ Khối tâm

- 1.1. Định nghĩa
- 1.2. Vận tốc của khối tâm
- 1.3. Phương trình chuyển động của khối tâm

❷ Định luật bảo toàn động lượng

- 2.1. Định luật bảo toàn động lượng
- 2.2. Bảo toàn động lượng theo một phương
- 2.3. Ứng dụng
 - a. Giải thích hiện tượng súng giật lùi
 - b. Chuyển động phản lực

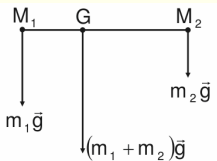
❸ Phương trình chuyển động quay của vật rắn

- 3.1. Chuyển động của vật rắn
 - 1. Chuyển động tịnh tiến
 - 2. Chuyển động quay
- 3.2. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh trục cố định
 - 1. Mômen lực tác dụng lên vật rắn quay
 - 2. Phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quanh một trục cố định
 - 3. Tính mômen quán tính của vật rắn

❹ Định luật bảo toàn mômen động lượng

- 4.1. Mômen động lượng của hệ chất điểm
 - 4.1.1. Mômen động lượng của hệ chất điểm -1. Định nghĩa
 - 2. Định lý về mômen động lượng của một hệ chất điểm
- 4.2. Định luật bảo toàn mômen động lượng
 - 1. Định luật
 - 2. Thí dụ về bảo toàn mômen động lượng

1.1. Định nghĩa I



- Hệ 2 chất điểm tại $M_1, M_2; m_1, m_2$
- Trọng lực tác dụng lên $m_1, m_2 : m_1\vec{g} // m_2\vec{g}$
- Tổng hợp lực tại $G \in \overline{M_1M_2}$:

$$\frac{\overline{M_1G}}{\overline{M_2G}} = -\frac{m_2g}{m_1g} = -\frac{m_2}{m_1} \Leftrightarrow m_1\overline{M_1G} + m_2\overline{M_2G} = 0$$

$$\Rightarrow m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} = 0 \quad (1)$$

- **G**: Khối tâm của hệ hai chất điểm



Định nghĩa:

Khối tâm của một hệ n chất điểm có khối lượng m_1, m_2, \dots, m_n là một điểm G được xác định bởi đẳng thức vectơ:

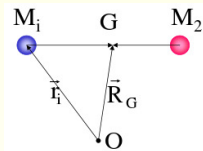
$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} + \dots + m_n\overrightarrow{M_nG} = 0$$

Tổng quát:

$$\sum_{i=1}^n m_i\overrightarrow{M_iG} = 0 \quad (2)$$

1.1. Định nghĩa II

Tọa độ của khối tâm đối với một gốc O :



- Ta có:
$$\vec{OG} = \vec{OM_i} + \vec{M_iG} \quad (3)$$

- $$m_i \vec{OG} = m_i \vec{OM_i} + m_i \vec{M_iG}$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{OG} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{OM_i} + \sum_{i=1}^n m_i \vec{M_iG}$$

$\vec{OM_i} = \vec{r_i}$; $\vec{OG} = \vec{R_G}$, với $M_i(x_i, y_i, z_i)$; $R_G(X_G, Y_G, Z_G)$ và theo (2) ta có

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{R_G} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r_i} \Rightarrow \vec{R_G} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r_i}}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (4)$$

Hay

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad Y_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad Z_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (5)$$

1.2. Vận tốc của khối tâm

$$\vec{V}_G = \frac{d\vec{R}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \Rightarrow \vec{V}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (6)$$

Tổng động lượng của cả hệ:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{p}$$

$$\Rightarrow \vec{p} = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{V}_G \quad (7)$$

Tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ, có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.

- Hệ chất điểm $M_1, M_2, \dots, M_n : m_1, m_2, \dots, m_n$
- Chịu tác dụng của lực $F_1, F_2, \dots, F_n : a_1, a_2, \dots, a_n$

Đối với chất điểm thứ i : $m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i$

Lấy tổng cho cả hệ:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}$$

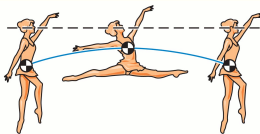
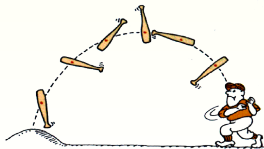
- Theo (6), vận tốc của khối tâm

$$\vec{V}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \Rightarrow \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\vec{A}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{A}_G = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Kết luận:

Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ.



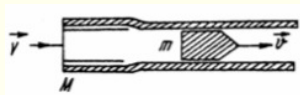
- Chất điểm không cô lập $\vec{F} \neq 0$
- Hình chiếu của \vec{F} lên phương x bằng 0
- Từ $\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}$
- Chiếu lên phương x

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} + \dots + m_nv_{nx} = \text{const}$$

Hình chiếu của tổng động lượng của hệ lên phương x là một đại lượng bảo toàn.

a. Giải thích hiện tượng súng giật lùi

- Súng khối lượng M , đạn khối lượng m
- Bỏ qua lực ma sát $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ngl} = 0$
 $\Rightarrow \sum \vec{K}_i$ được bảo toàn



Động lượng trước khi bắn = động lượng sau khi bắn

- Sau khi bắn, vận tốc của đạn \vec{v} , súng giật lại sau \vec{V} :

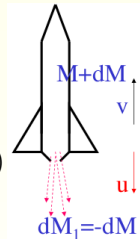
$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0 \Rightarrow \vec{V} = -\frac{m\vec{v}}{M}$$

- Dấu "-": \vec{V} ngược chiều với \vec{v}

b. Chuyển động phản lực

Định luật Newton III và định luật bảo toàn động lượng: cơ sở để giải thích các chuyển động phản lực

- Khối lượng ban đầu tên lửa M_0
- Tên lửa + khí: $\vec{p}_1 = M\vec{v}$
- Khí phụt: dM_1 , vận tốc \vec{u}
 $\Rightarrow \vec{p}_{\text{khí phụt ra}} = dM_1(\vec{u} + \vec{v}) = -dM(\vec{u} + \vec{v})$
- Tên lửa sau khi phụt dM khí: $\vec{p}_{\text{tên lửa}} = (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v})$
- Động lượng của hệ sau khi phụt khí:



$$\vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{khí phụt ra}} + \vec{p}_{\text{tên lửa}}$$

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1 \Leftrightarrow -dM(\vec{u} + \vec{v}) + (M + dM)(\vec{v} + d\vec{v}) = M\vec{v}$$

$$\Rightarrow M d\vec{v} = \vec{u} dM \Rightarrow M dv = -u dM$$

Công thức Xiêncôpxki: $v = u \ln \frac{M_0}{M}$

Bài 1: Một bệ súng có khối lượng 10 tấn có thể chuyển động không ma sát trên đường ray. Trên bệ súng có gắn một khẩu đại bác khối lượng 5 tấn. Giả sử khẩu đại bác nhả đạn theo phương đường ray. Viên đạn có khối lượng 100kg và có vận tốc đầu nòng 500m/s. Xác định vận tốc của bệ súng ngay sau khi bắn, biết rằng:

1. lúc đầu bệ súng đứng yên.
2. Trước khi bắn, bệ súng chuyển động với vận tốc 18km/h theo chiều bắn.
3. Trước khi bắn, bệ súng chuyển động với vận tốc 18km/h ngược chiều bắn.

1. Chuyển động tịnh tiến

Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động trong đó mọi chất điểm của vật rắn đều vạch ra những quỹ đạo giống nhau.

- Mọi chất điểm của vật rắn có cùng \vec{v}, \vec{a}
- Các chất điểm có m_1, m_2, \dots, m_i
- Chịu tác dụng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$
- Phương trình Newton:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{F}_1 \\ m_2 \vec{a} = \vec{F}_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ m_n \vec{a} = \vec{F}_n \end{cases}$$

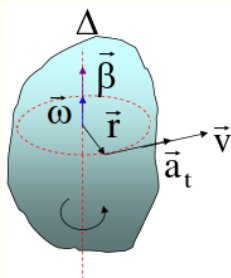
$$\left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (9)$$

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

Chỉ cần khảo sát chuyển động của khối tâm của vật rắn !!!

2. Chuyển động quay

Chuyển động quay của vật rắn quanh trục Δ là chuyển động mọi chất điểm đều vạch những quỹ đạo tròn trên các mặt phẳng $\perp \Delta$, tâm $\equiv \Delta$



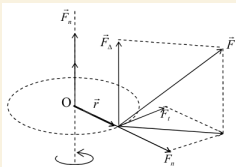
- Trong cùng khoảng thời gian mọi điểm **cùng** quay đi góc θ
- Mọi điểm có **cùng** vận tốc góc $\omega = d\theta/dt$, gia tốc góc $\beta = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$.
- Tại mọi thời điểm \vec{v} và \vec{a}_t của mọi điểm xác định

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}, \quad (10)$$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}. \quad (11)$$

1. Mômen lực tác dụng lên vật rắn quay

Tác dụng của lực:



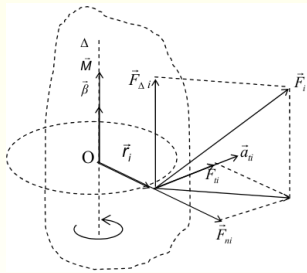
- $\vec{F} = \vec{F}_\Delta + \vec{F}_n + \vec{F}_t$
- \vec{F}_n và \vec{F}_Δ đồng phẳng với trục, không gây quay vì $\vec{F}_\Delta \parallel \Delta$
- Trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục, chỉ có thành phần \vec{F}_t tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng thực sự.

Mô men của lực đối với trục quay

- Tác dụng của $\vec{F} \in (|\vec{F}_t|, r = OM)$
- Mô men lực $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$; $\mathcal{M} = r \cdot F_t \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F}_t) = r \cdot F_t$
- $\vec{M} = 0$ khi $\vec{F} = 0$ hoặc \vec{F} đồng phẳng với $\Delta \Leftrightarrow \vec{F} \parallel \Delta$ ($F_t = 0$) hoặc \vec{F} cắt trục Δ ($r = 0$)
- Đơn vị đo của mô men lực là *Newton.met (N.m)*

2. Phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay một trục cố định

Xét vật chịu tác dụng của mômen lực \vec{M} , quay quanh Δ , gia tốc góc $\vec{\beta}$.



- Vật rắn = \sum các phần tử (chất điểm) khối lượng m_i , \vec{F}_{ti}
- Quỹ đạo tròn: $\vec{r}_i \in (P \perp \Delta)$
- Gia tốc tiếp tuyến \vec{a}_{ti} : $m_i \vec{a}_{ti} = \vec{F}_{ti}$
- $\Rightarrow m_i \vec{r}_i \wedge \vec{a}_{ti} = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_{ti}$
- Ta có: $\vec{r}_i \wedge \vec{a}_{ti} = \vec{r}_i \wedge (\vec{\beta} \wedge \vec{r}_i) = \vec{\beta}(\vec{r}_i \cdot \vec{r}_i) - \vec{r}_i(\vec{r}_i \cdot \vec{\beta})$

Do $\vec{r}_i(\vec{r}_i \cdot \vec{\beta}) = 0 \Rightarrow m_i r_i^2 \cdot \vec{\beta} = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_{ti} = \vec{\mathcal{M}}_i$

$$\sum_{i=1}^n (m_i r_i^2) \vec{\beta} = \sum_{i=1}^n \vec{\mathcal{M}}_i$$

$$I \vec{\beta} = \vec{\mathcal{M}}$$

$$\vec{\beta} = \frac{1}{I} \vec{\mathcal{M}} \quad (12)$$

2. Phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh một trục cố định

- Phương trình (12) là phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh một trục cố định.

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I} \quad (13)$$

- Gia tốc góc của vật rắn quay quanh một trục cố định Δ tỉ lệ với tổng hợp mômen các ngoại lực đối với trục Δ và tỉ lệ nghịch với mômen quán tính của vật rắn đối với cùng trục quay đó.
- Phương trình (12) có dạng giống $m\vec{a} = \vec{F}$:
 - Mômen \vec{M} ($\Leftrightarrow \vec{F}$): ngoại lực tác dụng lên vật rắn,
 - Gia tốc $\vec{\beta}$ ($\Leftrightarrow \vec{a}$): biến thiên trạng thái của vật rắn,
 - Mômen quán tính I ($\Leftrightarrow m$): quán tính của vật rắn chuyển động quay.

3. Tính mômen quán tính của vật rắn

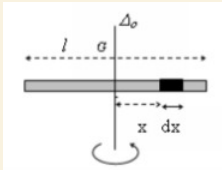
- Mômen quán tính I_o của vật rắn quay quanh trục cố định Δ_o :

$$I_o = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

- Khối lượng vật rắn phân bố liên tục:

$$I_o = \int r^2 dm$$

Mômen quán tính của thanh đồng chất: l, m đối với Δ_o đi qua trung điểm G



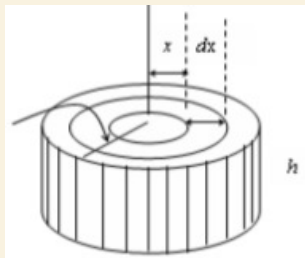
- Xét phần tử dm, x . Mômen quán tính của dm :

$$dI_o = x^2 dm = \frac{m}{l} x^2 dx$$

$$I_o = \int dI_o = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{m}{l} x^2 dx$$

$$I_o = \frac{ml^2}{12}$$

Mômen quán tính của khối trụ đặc, đồng chất: ρ, m, R, Δ_0

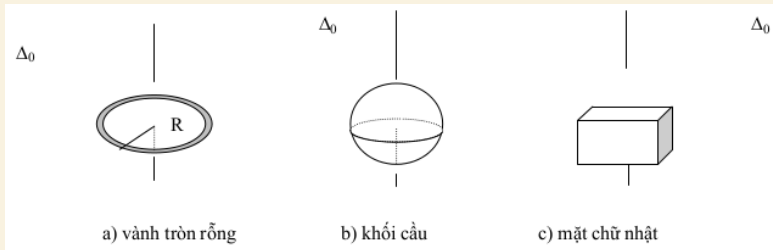


- Chia khối trụ đặc thành nhiều phần tử hình vành khăn $dS : x, dx, h$
- Khối lượng của mỗi phần tử:
 $dm = \rho dV = \rho \cdot h \cdot 2\pi x \cdot dx$
- Mômen quán tính khối trụ đặc:

$$I_o = \int_0^R \rho \cdot h \cdot 2\pi x^3 \cdot dx = \rho \cdot h \cdot \frac{\pi R^4}{2} = \frac{mR^2}{2}$$

- Mômen quán tính của khối trụ đặc không phụ thuộc vào h
- Có thể áp dụng cho cả đĩa tròn đồng chất.

Mômen quán tính cho một số trường hợp khác:



- Vành tròn rỗng, trụ rỗng: $I_o = mR^2$ (hình a)
- Khối cầu: $I_o = \frac{2}{5}mR^2$ (hình b)
- Bản phẳng chữ nhật: $I_o = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$ (hình c)

Mômen quán tính của vật rắn có trục quay $\Delta //$ trục đối xứng Δ_0 :

Định lý Steiner-Huyghens

Mômen quán tính I của vật rắn đối với một trục Δ bất kì bằng mômen quán tính của vật đối với trục $\Delta_0 //$ với Δ đi qua khối tâm G của vật cộng với tích của khối lượng M của vật với khoảng cách d giữa hai trục

$$I = I_0 + md^2$$

1. Định nghĩa

- Hệ chất điểm $M_1, M_2, \dots, M_n : (m_1, m_2, \dots, m_n; \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n)$ đối với O
- Tại $t : (\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n)$
- Mômen động lượng đối với O :

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$

- Trường hợp riêng:
 - Hệ chất điểm quay quanh một trục cố định Δ , mômen động lượng:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i; \vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i$$

- Vật rắn quay quanh một trục cố định Δ , mômen động lượng: mọi chất điểm quay với cùng vận tốc góc $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \dots = \vec{\omega}_i = \dots = \vec{\omega}$

$$\vec{L} = \left(\sum_{i=1}^n I_i \right) \vec{\omega} = I \vec{\omega}; I = \sum_i I_i = \sum m_i r_i^2$$

2. Định lý về mômen động lượng của một hệ chất điểm



- Định lý về mômen của chất điểm m_i :

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{/O(\vec{F}_i)} \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^n \frac{d\vec{L}_i}{dt} \right) = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{/O(\vec{F}_i)}$$

- $\left(\sum_{i=1}^n \frac{d\vec{L}_i}{dt} \right) = \frac{d\vec{L}}{dt}$: đạo hàm theo thời gian của tổng mômen động lượng.
- $\sum_{i=1}^n \vec{M}_{/O(\vec{F}_i)} = \vec{M}$: tổng mômen đ/v điểm O của các ngoại lực tác dụng lên hệ.

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (14)$$

Định lý:

Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng của một hệ bằng tổng mômen ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với điểm O).

2. Định lý về mômen động lượng của một hệ chất điểm

- Hệ chất điểm là vật rắn quay xung quanh trục cố định $\Delta : \vec{L} = I\vec{\omega}$
- Định lý về mômen động lượng có thể viết

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \vec{M} \quad (15)$$

- Biến thiên mômen động lượng $\Delta\vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$ trong khoảng $t_2 - t_1$:

$$\Delta\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt \quad (16)$$

Định lý:

Độ biến thiên vectơ mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ bằng xung lượng của vectơ mômen động lượng tổng hợp của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn trong cùng khoảng thời gian đó.

- Nếu $\vec{M} = \overrightarrow{const}$:

$$\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$$

- Hệ không chịu tác dụng của ngoại lực, hoặc $\sum \vec{M}_{\text{ngoại lực}} = 0$:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0 \Leftrightarrow \vec{L} = \overrightarrow{\text{const}}$$

Định luật

Tổng mômen động lượng của hệ chất điểm được bảo toàn khi:

- Hệ cô lập,
- Hệ chịu tác dụng của ngoại lực sao cho tổng mômen ngoại lực đối với điểm O bằng không.

Hệ quay quanh một trục cố định

- Định lý về mômen đối với hệ:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + \dots + I_i\vec{\omega}_i + \dots) = \vec{M}$$

- Véc tơ vận tốc góc và véc tơ mômen lực đều nằm trên trục quay khi $\vec{M} = 0$:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + \dots + I_i\vec{\omega}_i + \dots = \overrightarrow{\text{const}}$$

Hệ quay quanh một trục với vận tốc góc ω , nếu tổng hợp mômen ngoại lực tác dụng bằng không thì mômen động lượng của hệ bảo toàn:

$$I.\omega = \text{const}$$

- $I \uparrow \rightarrow \omega \downarrow$: hệ quay chậm lại.
- $I \downarrow \rightarrow \omega \uparrow$: hệ quay nhanh lên.

Ví dụ1: Người múa quay tròn

- $\vec{F}_{ms} = 0 \Rightarrow \vec{P}$ và \vec{N} có phương hoặc cắt hoặc trùng với trục quay đi qua G
- \Rightarrow mômen tổng hợp đối với trục quay $= 0 \Rightarrow$ mômen động lượng của người được bảo toàn.



Ví dụ 2: Thí nghiệm với ghế Guicôpxki

- Nếu người đó hạ tay xuống ($I \downarrow$), ghế quay nhanh lên ($\omega \uparrow$)
- Nếu người đó giang ngang tay ra ($I \uparrow$), ghế sẽ quay chậm lại ($\omega \downarrow$).



Hệ 2 vật quay $I_1, I_2; \omega_1, \omega_2$

- Mômen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không.

$$\vec{L} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = \overrightarrow{const}$$

- Ban đầu $\vec{L}_0 = 0$

$$\vec{L} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2} \vec{\omega}_1$$

- Bánh xe quay với $\vec{\omega}_1 \Rightarrow$ ghế quay với $\vec{\omega}_2$ ngược chiều



Tóm tắt chương 2 (I)



❶ Khối tâm G : $\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{M_i G} = 0$

❷ Tọa độ khối tâm (X_G, Y_G, Z_G) :

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad Y_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad Z_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

❸ Vận tốc khối tâm \vec{V}_G :

$$\vec{V}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{k}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\vec{K}}{m}$$

❹ Phương trình chuyển động của khối tâm: $(\sum_{i=1}^n m_i) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$

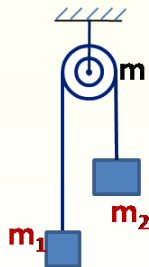
Bài 2: Một trụ đặc đồng chất, khối lượng $m = 100\text{kg}$, bán kính $R = 0,5\text{ m}$ đang quay quanh trục của nó. Tác dụng lên trụ một lực hãm tiếp tuyến với mặt trụ và vuông góc với trục quay $F_h = 243,3\text{ N}$. Sau thời gian $31,4$ giây trụ dừng lại. Tính vận tốc góc của trụ lúc bắt đầu tác dụng lực hãm.

Bài 3: Hai vật khối lượng lần lượt $m_1, m_2 (m_1 > m_2)$ được nối với nhau bằng một sợi dây không dẫn, khối lượng không đáng kể, vắt qua ròng rọc, ròng rọc khối lượng m .

Tìm:

1. Gia tốc chuyển động của các vật.
2. Sức căng của các dây treo. Coi ròng rọc là một đĩa tròn, ma sát không đáng kể.

Áp dụng bằng số: $m_1 = 2\text{ kg}$, $m_2 = 1\text{ kg}$, $m = 1\text{ kg}$. Cho $g = 10\text{ m/s}^2$.



5 Định luật bảo toàn động lượng:

- Động lượng tổng hợp của một hệ cô lập luôn bảo toàn:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \overrightarrow{const}$$

- Khối tâm của một hệ chất điểm cô lập đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

6 Chuyển động của vật rắn:

- Chuyển động tịnh tiến: $(\sum_{i=1}^n m_i) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$
- Chuyển động quay quanh một trục cố định Δ : mọi chất điểm quay được $\Delta\theta$ như nhau, vạch nên những đường tròn nằm trong $(P \perp \Delta)$ và có tâm nằm trên trục đó. Tại mỗi thời điểm t , mọi chất điểm của vật rắn đều có cùng vận tốc góc $\vec{\omega}$ và gia tốc góc $\vec{\beta}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}; \quad \vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$

- 7 Vật rắn chịu tác dụng một ngoại lực \vec{F}
 - \vec{F}_t tiếp tuyến với quỹ đạo $\perp \Delta_0$, nằm trong mặt phẳng quỹ đạo này là có tác dụng làm cho vật rắn quay quanh Δ_0 .
 - Phụ thuộc vào điểm đặt của $\vec{F}_t \Leftrightarrow$ phụ thuộc vào bán kính r của quỹ đạo của điểm đặt lực \vec{F}_t .
 - Vectơ mômen lực đối với trục quay: $\vec{\mathcal{M}} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$
 - phương: vuông góc với \vec{r} và \vec{F}_t
 - chiều: $\vec{r}, \vec{F}_t, \vec{\mathcal{M}}$ theo thứ tự đó hợp thành tam diện thuận,
 - độ lớn: $|\vec{\mathcal{M}}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}_t| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F}_t)$
- 8 Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục quay cố định : $\vec{\mathcal{M}} = I\vec{\beta}$
 - $\vec{\beta}$: gia tốc góc, I : mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay
 - có dạng giống như phương trình $\vec{F} = m\vec{a}$ đối với chuyển động của chất điểm.
- 9 Mômen quán tính vật rắn:
 - phần tử phân bố rời rạc: $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$
 - phần tử phân bố liên tục: $I = \int_{\text{toàn vật}} r^2 dm$

❶ Định lý Steiner-Huyghens: Mômen quán tính của vật rắn đối với một trục Δ // trục đối xứng Δ_0 : $I = I_0 + md^2$

❷ Mômen động lượng của hệ chất điểm:

- Mômen động lượng đối với điểm O :
$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$

- Mômen động lượng đối với trục Δ :
$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i$$

- Định lý 1:
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

- Định lý 2:
$$\Delta \vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt$$

❸ Định luật bảo toàn mômen động lượng: Vật rắn quay cô lập hoặc không cô lập nhưng tổng hợp các mômen ngoại lực tác dụng lên vật rắn bằng không, thì mômen động lượng của vật rắn được bảo toàn.