

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**
Thời gian thi: **90 phút**

ĐỀ SỐ 1

Câu 1 (2 điểm). Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = \{4, 10\}$	$Ke(6) = \{5, 7, 8\}$
$Ke(2) = \{4\}$	$Ke(7) = \{3, 8, 9\}$
$Ke(3) = \{4, 8, 9\}$	$Ke(8) = \{5, 6, 7, 9\}$
$Ke(4) = \{2, 10\}$	$Ke(9) = \{5, 8\}$
$Ke(5) = \{6, 7\}$	$Ke(10) = \{1, 2\}$

- a) Tìm bán bậc vào và bán bậc ra của mỗi đỉnh trên đồ thị.
b) Biểu diễn đồ thị G dưới dạng danh sách cạnh.

Câu 2 (2 điểm).

- a) Viết hàm có tên DFS(int u) bằng C/C++ sử dụng ngăn xếp thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u trên đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[][]$.
b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu DFS vừa trình bày, chứng minh rằng đồ thị G đã cho trong **Câu 1** là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh.

Câu 3 (2 điểm). Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	1	0	0	0
4	1	1	0	0	1	1	1	1
5	0	1	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	1
7	1	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	1	0	1	0	0

- a) Trình bày điều kiện cần và đủ để một đồ thị vô hướng là nửa Euler. Áp dụng chứng minh đồ thị vô hướng G đã cho là nửa Euler.

b) Áp dụng thuật toán tìm đường đi Euler trên đồ thị, chỉ ra đường đi Euler trên đồ thị G đã cho. Chỉ rõ kết quả sau mỗi bước thực hiện thuật toán.

Câu 4 (2 điểm).

a) Chứng minh rằng nếu T là một rừng có n đỉnh và k thành phần liên thông thì T có $n - k$ cạnh.

b) Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	6	∞	∞	8	8	∞	∞	∞	∞
2	6	0	2	∞	4	6	∞	∞	∞	∞
3	∞	2	0	2	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	2	0	4	∞	2	2	∞	2
5	8	4	4	4	0	4	4	∞	∞	∞
6	8	6	∞	∞	4	0	4	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	2	4	4	0	2	∞	∞
8	∞	∞	∞	2	∞	∞	2	0	1	1
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	0	1
10	∞	∞	∞	2	∞	∞	∞	1	1	0

Sử dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán?

Câu 5 (2 điểm). Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	15	∞	∞	∞	1	9
2	∞	0	8	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	0	4	1	∞	∞
4	∞	7	∞	∞	∞	∞	1
5	∞	10	∞	2	0	∞	∞
6	∞	14	2	∞	∞	0	∞
7	∞	2	∞	∞	∞	∞	0

a) Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?

b) Áp dụng thuật toán Dijkstra vừa trình bày, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 6 đến các đỉnh còn lại của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán.

HẾT

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm