

40 - Vũ Trọng Khôn - B22DCCN468

## BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Đề 1 - Bài 3

a) \* Điều kiện cần và đủ để  $G$  đồ thị vô hướng là nửa Euler:

- Đồ thị liên thông

- Đồ thị có 0 hoặc 2 đỉnh bậc lẻ

\* Chứng minh:

Áp dụng DFS cho đồ thị  $G = (V, E)$

$DFS(1) = \{1, 2, 3, 5, 4, 6, 7, 8\} = V \Rightarrow$  Đồ thị  $G$  liên thông ①

Tạo bảng xác định bậc

u	1	2	3	4	5	6	7	8
deg(u)	3	4	2	6	4	4	3	2

$\rightarrow$  Đồ thị có 2 đỉnh bậc lẻ là 1 và 7 ②

Từ ① và ②  $\Rightarrow$  Đồ thị  $G$  là nửa Euler

b) Áp dụng thuật toán tìm đường đi Euler.

Bước	Trạng thái Stack	CE
1	1	$\emptyset$
2	1, 2	$\emptyset$
3	1, 2, 3	$\emptyset$
4	1, 2, 3, 5	$\emptyset$
5	1, 2, 3, 5, 2	$\emptyset$
6	1, 2, 3, 5, 2, 4	$\emptyset$



Thứ ngày

40. Vũ Trọng Khôi B22.DCC.N468

7	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1	$\emptyset$
8	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7	$\emptyset$
9	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4	$\emptyset$
10	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5	$\emptyset$
11	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5, 6	$\emptyset$
12	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5, 6, 4	$\emptyset$
13	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5, 6, 4, 8	$\emptyset$
14	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5, 6, 4, 8, 1	$\emptyset$
15	1, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 7, 4, 5, 6, 4, 8, 6, 7	$\emptyset$

Đưa lần lượt các đỉnh trong stack vào CE ta  
~~thực hiện được đi Euler~~

20 16

CE = 7, 8, 8, 4, 6, 5, 4, 7, 1, 4, 2, 5, 3, 2, 1

Lần ngược CE ta thu được đi Euler

1-2-3-5-2-4-1-7-4-5-6-4-8-6-7

Đề 2 - Bài 3

a. Điều kiện cần và đủ để đồ thị vô hướng là Euler

→ Đồ thị liên thông

→ mọi đỉnh đều bậc chẵn

\* Chứng minh:

→ Áp dụng + kiểm tra DFS cho đồ thị  $G = (V, E)$

$DFS(1) = \{1, 2, 3, 7, 6, 4, 5, 8\} = V$

→ Đồ thị  $G$  liên thông



40. Vũ Trọng Khos - B22.DCCN.468

Thứ

ngày

→ Lập bảng xác định bậc của đỉnh  $u \in V$

$u$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\deg(u)$	4	4	2	4	2	2	2	2

Ta thấy  $\forall u \in V$  thì  $\deg(u)$  chẵn ②

Từ ① và ②  $\Rightarrow$  Đồ thị  $G$  là Euler

b) Áp dụng thuật toán tìm chu trình Euler

Bước	Trạng thái Stack	CE
1	1	$\emptyset$
2	1, 2	$\emptyset$
3	1, 2, 3	$\emptyset$
4	1, 2, 3, 7	$\emptyset$
5	1, 2, 3, 7, 6	$\emptyset$
6	1, 2, 3, 7, 6, 1	$\emptyset$
7	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4	$\emptyset$
8	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4, 2	$\emptyset$
9	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4, 2, 5	$\emptyset$
10	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4, 2, 5, 4	$\emptyset$
11	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4, 2, 5, 4, 8	$\emptyset$
12	1, 2, 3, 7, 6, 1, 4, 2, 5, 4, 8, 1	$\emptyset$
...	...	...

Đưa lần lượt các đỉnh trong Stack vào CE

CE = 1, 8, 4, 5, 2, 4, 1, 6, 7, 3, 2, 1

Lật ngược CE ta thu được chu trình Euler

1 - 2 - 3 - 7 - 6 - 1 - 4 - 2 - 5 - 4 - 8 - 1





Thứ

ngày

40. Vũ Trọng Khôn - B22 DCCN468

Đề 3 - Bài 3

a) Thuật toán quay lui tìm các chu trình Hamilton bắt đầu từ đỉnh  $u$ .

// ~~Lưu~~ hàm kiểm tra chu trình Hamilton từ đỉnh thứ  $k$

Hamilton1 (int  $k$ )

{

for (  $y \in ke[x[k-1]]$  )

{

if (  $k == n+1$  &&  $y == u$  )

    Inhan (  $x[1], x[2], \dots, x[n], u$  );

else if ( chuaxet [ $y$ ] = true )

{

$x[k] = y$ ;

    chuaxet [ $y$ ] = false;

    Hamilton1 (  $k+1$  );

    chuaxet [ $y$ ] = true;

}

}

}

Hamilton2 (int  $u$ )

{

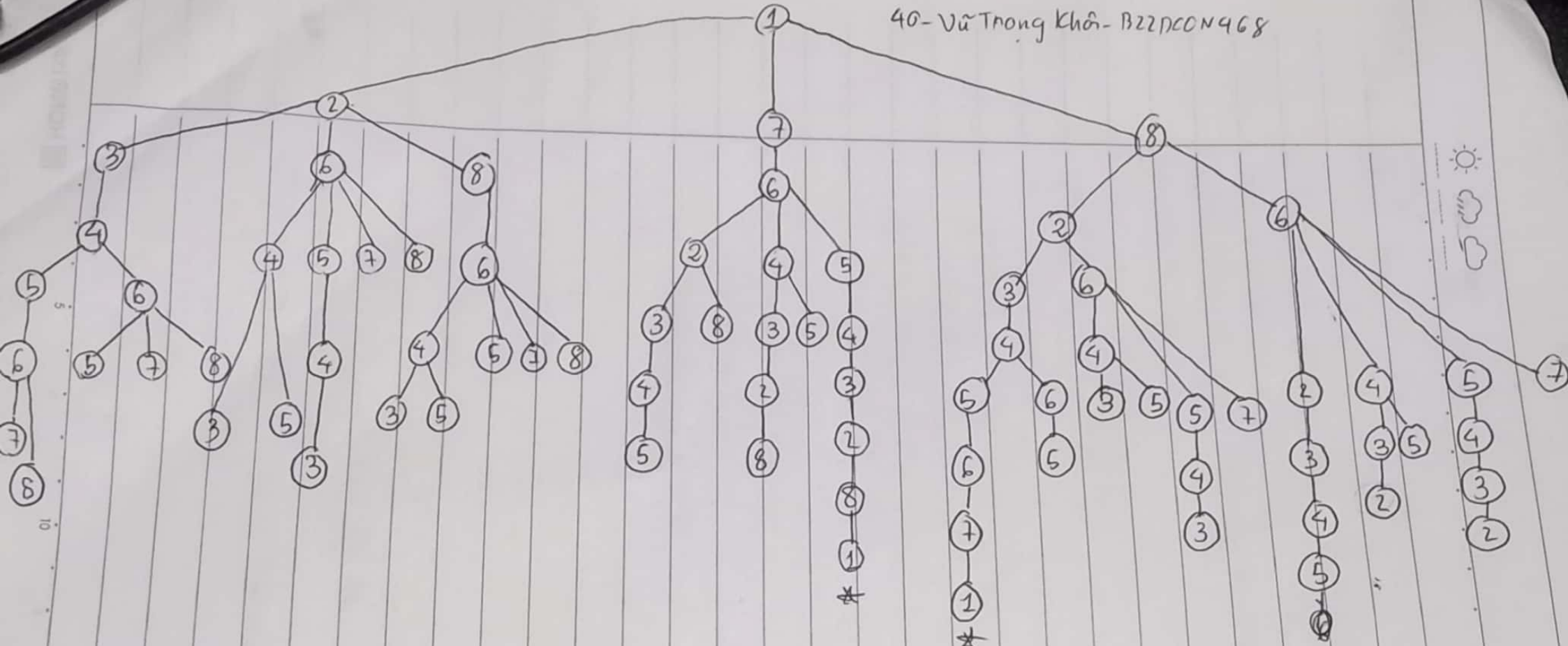
$x[1] = u$ ; //  $u$  là đỉnh đầu tiên

    chuaxet [ $u$ ] = false;

    Hamilton1 (  $2$  ); // xét từ đỉnh thứ 2.

}

40- Vũ Trọng Khôn- B22DCN468



⇒ Chu trình hamilton: 1-8-2-3-4-5-6-7-1  
1-7-6-5-4-3-2-8-1

Thứ ngày

Đề 4 - Câu 3

a) \* Kiểm tra cần và đủ để đồ thị có hướng là Euler

1) Đồ thị liên thông yếu

2)  $\forall u \in V$  thì  $\deg^+(u) = \deg^-(u)$

\* Chứng minh:

\* Áp dụng DFS cho đồ thị ~~hướng~~ tương ứng ở  $G$

DFS(1) = {1, 2, 3, 7, 4, 6, 5, 8} = V

$\Rightarrow G$  liên thông yếu. ①

$\Rightarrow$  Lập bảng xác định bậc

u	1	2	3	4	5	6	7	8
$\deg^+(u)$	2	3	2	2	2	2	2	3
$\deg^-(u)$	2	3	2	2	2	2	2	3

$\Rightarrow \forall u \in V$  thì  $\deg^+(u) = \deg^-(u)$  ②

Từ ① và ②  $\Rightarrow G$  có là Euler

b) Áp dụng thuật toán tìm chu trình Euler

Bước	<del>Trạng thái</del> Trạng thái Stack	CE
1	1	$\emptyset$
2	1, 2	$\emptyset$
3	1, 2, 3	$\emptyset$
4	1, 2, 3, 7	$\emptyset$
5	1, 2, 3, 7, 1	$\emptyset$
6	1, 2, 3, 7, 1, 3	$\emptyset$
7	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8	$\emptyset$
8	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8, 1	1
9	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8, 1	1
10	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8, 2, 1	1
11	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8, 2, 4, 1	1
12	1, 2, 3, 7, 1, 3, 8, 2, 4, 6	





40. Vật lý - 322DCEN 968

13	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4	1
14	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7	1
15	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2	1
15	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5	1
17	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5, 6	1
18	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5, 6, 8	1
19	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5, 6, 8, 5	1
20	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5, 6, 8, 5, 8	1
21	1, 2, 3, 7, 1, 2, 8, 2, 4, 6, 4, 7, 2, 5, 6, 8, 5	1, 8

Đưa lần lượt các đỉnh của Stack sang CE  
cho đến khi Stack =  $\emptyset$

22

CE = 1, 8, 5, 8, 6, 5, 2, 7, 4, 6, 4, 2, 8, 2, 1, 7, 3, 2, 1

Lật ngược CE ta thu được chu trình Euler

1-2-3-7-1-2-8-2-4-6-4-7-2-5-6-8-5-8-1

### Đề 5 - Câu 3

a) Điều kiện để đồ thị có hướng là nửa Euler

- Đồ thị liên thông yếu

- Tồn tại 2 đỉnh u, v thỏa mãn:

$$\deg^+(u) - \deg^-(u) = \deg^-(v) - \deg^+(v) = 1$$

- Các đỉnh còn lại có  $\deg^+ = \deg^-$

\* Chứng minh.

+ Áp dụng toán DFS cho đồ thị có hướng tương ứng với G ta có

$$DFS(1) = \{1, 2, 3, 4, 6, 5, 7\} = V$$

→ G là đồ thị liên thông yếu (1)

+ Lập bảng:

5

10

15



40. Kiểm Trọng Khôn - B22.DCCN.9.68

Thứ ngày

$u$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\deg^+(u)$	2	3	1	2	2	2	2	1
$\deg^-(u)$	2	2	1	2	2	2	2	2

Ta thấy  $\begin{cases} \deg^+(2) - \deg^-(2) = \deg^-(8) - \deg^+(8) = 1 \\ \forall s \in V \setminus \{2, 8\} \text{ thì } \deg^+(s) = \deg^-(s) \end{cases} \quad (2)$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow G$  là đồ thị nửa Euler

b) Áp dụng thuật toán tìm đường đi Euler

Bước	Trạng thái Stack	CE
1	2	
2	2, 3	
3	2, 3, 4	
4	2, 3, 4, 6	
5	2, 3, 4, 6, 5	
6	2, 3, 4, 6, 5, 2	
7	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4	
8	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7	
9	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1	
10	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2	
11	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6	
12	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7	
13	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7, 8	
14	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7, 8, 1	
15	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7, 8, 1, 5	
16	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7, 8, 1, 5, 8	
17	2, 3, 4, 6, 5, 2, 4, 7, 1, 2, 6, 7, 8, 1, 5, 8	8

Lần lượt đưa các đỉnh của Stack sang CE  
cho đến khi Stack =  $\emptyset$





40. Vũ Trọng Khôn - B22DCCV468

18

CE = 2, 5, 1, 8, 7, 6, 2, 4, 7, 4, 2, 5, 6, 4, 3, 2

Lật ngược các đỉnh của CE thu ta được đường đi Euler:  
2 - 3 - 4 - 6 - 5 - 2 - 4 - 7 - 1 - 2 - 6 - 7 - 8 - 1 - 5 - 8Đề 6

a)

~~void Hamilton(int a[])~~

void Try(int k)

{

for(int i = 1; i &lt;= n; i++)

{

if(a[x[k-1]][i] == 1)

{

if(k == n+1 &amp;&amp; i == x[1])

{

for(int j = 1; j &lt;= n; j++)

cout &lt;&lt; x[j] &lt;&lt; " ";

cout &lt;&lt; x[1] &lt;&lt; endl;

}

else if(chuaxet[i] == true)

{

x[k] = i;

chuaxet[i] = false;

Try(k+1);

chuaxet[i] = true;

}

}

}

}



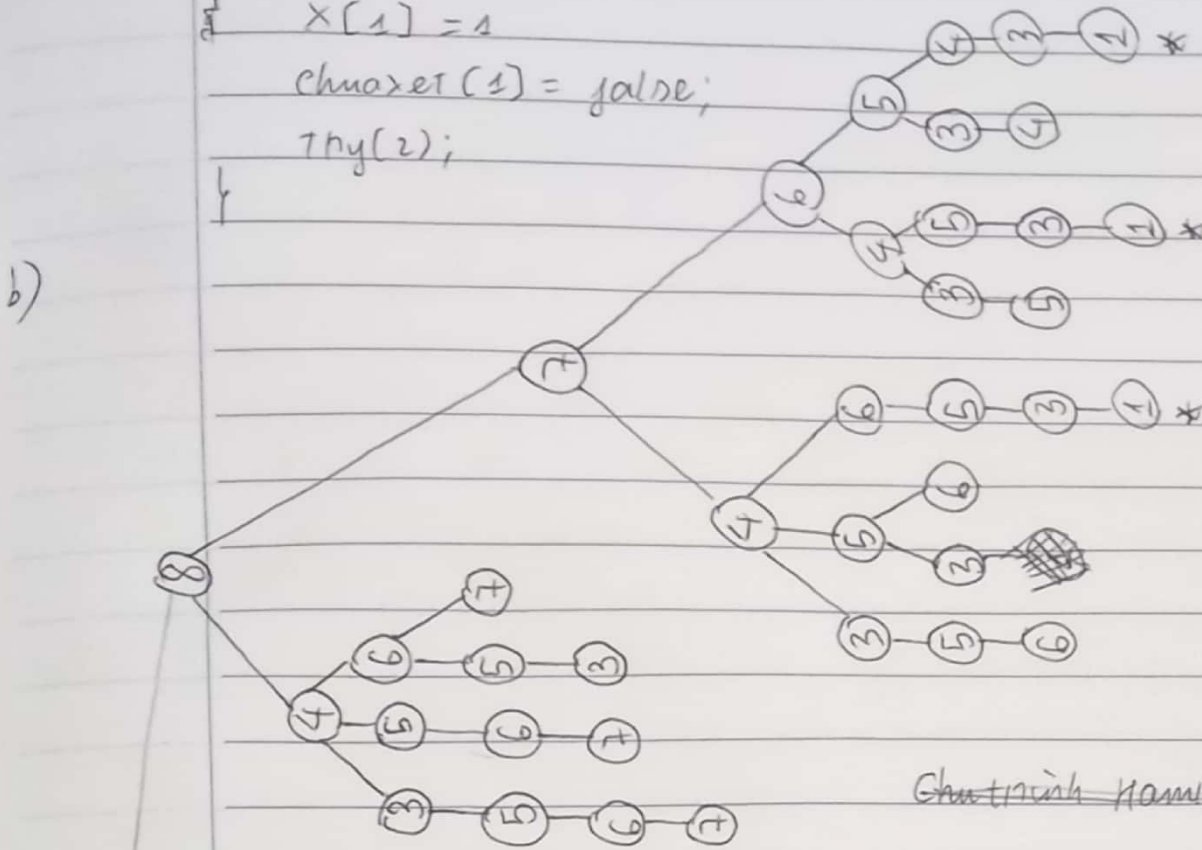
void Hamilton (int a[][ ])

X[1] = 1

check(1) = false;

try(2);

b)



Chu trình Hamilton x phat tu 1

Chu trình Hamilton xuất phát từ 1 là:

1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1  
1-2-3-4-5-6-7-8-1