

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2**  
Hình thức đào tạo: **Chính quy**

Trình độ đào tạo: **Đại học**  
Thời gian thi: **90 phút**

**GIẢI ĐỀ SỐ 3**

**Câu 1 (2 điểm).** Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	5	6	8
2	3	7	2
2	4	7	8
2	5	8	1
3	6	8	10
4	6	9	6
4	7	9	7
5	9	10	1
5	10	10	4

a) Tìm bán bậc vào và bán bậc ra của mỗi đỉnh trên đồ thị:

Đỉnh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Deg^+(v)$	2	3	1	2	2	2	2	2	2	2
$Deg^-(v)$	2	2	1	2	2	3	3	2	1	2

b) Biểu diễn đồ thị  $G$  dưới dạng danh sách kề:

$$\begin{aligned} Ke(1) &= \{2, 5\} & Ke(6) &= \{7, 8\} \\ Ke(2) &= \{3, 4, 5\} & Ke(7) &= \{2, 8\} \\ Ke(3) &= \{6\} & Ke(8) &= \{1, 10\} \\ Ke(4) &= \{6, 7\} & Ke(9) &= \{6, 7\} \\ Ke(5) &= \{9, 10\} & Ke(10) &= \{1, 4\} \end{aligned}$$

**Câu 2 (2 điểm).** b) Đường đi từ 1  $\rightarrow$  8 theo BFS: 8  $\leftarrow$  6  $\leftarrow$  3  $\leftarrow$  2  $\leftarrow$  1

**Câu 3 (2 điểm).**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

$$\text{Ke}(1) = \{2, 7, 8\}$$

$$\text{Ke}(4) = \{3, 5, 6\}$$

$$\text{Ke}(7) = \{1, 6\}$$

$$\text{Ke}(2) = \{1, 3, 6, 8\}$$

$$\text{Ke}(5) = \{4, 6\}$$

$$\text{Ke}(8) = \{1, 2, 6\}$$

$$\text{Ke}(3) = \{2, 4\}$$

$$\text{Ke}(6) = \{2, 4, 5, 7, 8\}$$

b) Các chu trình Hamilton xuất phát từ đỉnh  $u = 1$ :

1 7 6 5 4 3 2 8 1

1 8 2 3 4 5 6 7 1

**Câu 4 (2 điểm).** a) Chứng minh rằng nếu  $T$  là một đồ thị vô hướng không chứa chu trình, có  $n$  đỉnh và  $n - 1$  cạnh, thì  $T$  liên thông.

**GIẢI:**

Giả sử  $T$  không liên thông. Khi đó, cây  $T$  có thể phân rã thành  $k$  ( $k \geq 2$ ) thành phần liên thông, ký hiệu là  $T_1, T_2, \dots, T_k$ .

Do  $T$  không chứa chu trình nên mỗi thành phần liên thông  $T_i$  cũng không chứa chu trình, vì thế mỗi  $T_i$  sẽ là một cây.

Gọi  $n_i$  và  $e_i$  là số đỉnh và số cạnh của cây  $T_i$ , ta có  $e_i = n_i - 1$ .

Suy ra:

$$\begin{aligned} n - 1 &= e \\ &= e_1 + e_2 + \dots + e_k \\ &= (n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_k - 1) \\ &= (n_1 + n_2 + \dots + n_k) - k < n - 1 \quad (\text{Mâu thuẫn}) \end{aligned}$$

Vậy chứng tỏ cây  $T$  là liên thông

b) Ma trận trọng số:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	$\infty$	$\infty$	4	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	1	0	2	$\infty$	6	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	2	0	3	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	3	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$
5	4	6	5	$\infty$	0	$\infty$	1	$\infty$	3	2
6	5	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	4	$\infty$	$\infty$	3
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	4	0	5	$\infty$	3
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	5	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	3	3	$\infty$	$\infty$	0

Cây bao trùm nhỏ nhất theo Prim bắt đầu từ đỉnh 1:  $d(T) = 20$ , với tập cạnh:

1 2

2 3

2 6

3 4

4 8

6 10

10 5

5 7

5 9

**Câu 5 (2 điểm).** Cho đơn đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	$\infty$	1	$\infty$
2	$\infty$	0	-1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$	2
4	-1	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	0	$\infty$	2	$\infty$
6	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	1
7	$\infty$	2	$\infty$	$\infty$	$\infty$	-1	0	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	2	$\infty$	$\infty$	0

b) Đường đi ngắn nhất theo Bellman-Ford:

- K/c 1  $\rightarrow$  2 = 2; 2  $\leftarrow$  6  $\leftarrow$  7  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  3 = 1; 3  $\leftarrow$  2  $\leftarrow$  6  $\leftarrow$  7  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  4 = 2; 4  $\leftarrow$  8  $\leftarrow$  6  $\leftarrow$  7  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  5 = 2; 5  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  6 = 0; 6  $\leftarrow$  7  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  7 = 1; 7  $\leftarrow$  1
- K/c 1  $\rightarrow$  8 = 1; 8  $\leftarrow$  6  $\leftarrow$  7  $\leftarrow$  1

---

HẾT

*Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*