HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
BỘ MÔN KHOA HỌC MÁY TÍNH
———o0o———

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
(Hình thức thi: Viết)

Kỳ thi hết môn, Học kỳ 2, năm học 2022-2023

Học phần: **Toán rời rạc 2** | Trình độ đào tạo: **Đại học**
Hình thức đào tạo: **Chính quy** | Thời gian thi: **90 phút**

GIẢI ĐỀ SỐ 5

Câu 1 (2 điểm). Danh sách kề:

Ke(1) = {4, 9, 10}
Ke(2) = {4, 5}
Ke(3) = {6}
Ke(4) = {1, 2, 5}
Ke(5) = {2, 4}
Ke(6) = {3, 7}
Ke(7) = {6, 8}
Ke(8) = {7, 9, 10}
Ke(9) = {1, 8, 10}
Ke(10) = {1, 8, 9}

a) Tìm bậc của mỗi đỉnh trên đề thị.

Đỉnh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Deg(v)$	3	2	1	3	2	2	2	3	3	3

b) Ma trận liên thuộc (Ví dụ):

1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Câu 2 (2 điểm).
b) Cây bao trùm của đồ thị bắt đầu từ đỉnh $u = 2$, sử dụng thuật toán BFS:

2 4

2 5

4 1

1 9

1 10

9 8

8 7

7 6

6 3

Câu 3 (2 điểm). Cho đơn đồ thị có hướng $G =< V, E >$ gồm 8 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề kề như sau:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0	1	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	1	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	1	0	1	0
7	1	0	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0

a) Điều kiện cần và đủ để một đồ thị có hướng là nửa Euler:

- Đồ thị liên thông.
- Tồn tại hai đỉnh u, v : $deg^+(u) - deg^-(u) = deg^-(v) - deg^+(v) = 1$. Các đỉnh còn lại có $deg^+(t) = deg^-(t),\ \forall t \in V \neq \{u, v\}$.

Áp dụng chứng minh:

- BFS(1) = 1, 2, 5, 3, 4, 6, 8, 7 => Đồ thị liên thông.
- Tồn tại hai đỉnh $2, 8$: $deg^+(2) - deg^-(2) = deg^-(8) - deg^+(8) = 1, \forall v \neq \{2, 8\}$: $deg^+(v) = deg^-(v)$

  => Đồ thị đã cho là nửa Euler.

b) Đường đi Euler: 2 4 7 1 2 3 4 6 5 2 6 7 8 1 5 8

Câu 4 (2 điểm). a) Cho $T =< V, E >$ là một cây có n đỉnh. Chứng minh rằng cây T có $n - 1$ cạnh.

GIẢI:

Vì T là cây nên T không chứa chu trình.

Rõ ràng, khẳng định đúng với $n = 1$. Cần chứng minh quy nạp với $n > 1$.
Nhận thấy rằng, trong mọi cây T có n đỉnh đều tìm được ít nhất một đỉnh treo. Gọi $v_1, v_2, \ldots, v_k$ là đường đi dài nhất trong cây T. Khi đó rõ ràng v_1 và v_k là các đỉnh treo (do đồ thị không có chu trình và đường đi đang xét là dài nhất).
Loại bỏ đỉnh v_1 (và cạnh (v_1, v_2) khỏi cây T thì sẽ thu được cây T_1 với $n - 1$ đỉnh. Mà theo giả thiết quy nạp, cây T_1 có $n - 2$ cạnh.
=> Do đó, cây T sẽ có $n - 2 + 1 = n - 1$ cạnh. (đpcm)
b) Ma trận trọng số:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	0	4	1	1	2	9	∞	5	4	7
2	4	0	2	∞	9	1	5	∞	6	∞
3	1	2	0	7	∞	6	6	1	1	9
4	1	∞	7	0	1	7	∞	6	∞	∞
5	2	9	∞	1	0	3	4	3	1	2
6	9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
7	∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
8	5	∞	1	6	3	1	4	0	4	2
9	4	6	1	∞	1	1	5	4	0	4
10	7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Cây bao trùm nhỏ nhất theo Prim bắt đầu từ đỉnh 2: $d(T) = 12$, với tập cạnh:

2 6

6 8

6 9

8 3

9 5

3 1

5 4

8 10

6 7

Câu 5 (2 điểm). Ma trận trọng số:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0	4	∞	∞	∞	∞	1	∞
2	∞	0	5	∞	∞	1	∞	∞
3	∞	∞	0	2	1	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞
5	∞	∞	∞	1	0	∞	∞	2
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	3	∞
7	∞	2	∞	∞	∞	5	0	∞
8	∞	∞	2	∞	∞	∞	∞	0

Đường đi ngắn nhất theo Dijkstra:

- K/c 1 -> 2 = 3; 2 <- 7 <- 1
- K/c 1 -> 3 = 8; 3 <- 2 <- 7 <- 1
- K/c 1 -> 4 = 10; 4 <- 3 <- 2 <- 7 <- 1
- K/c 1 -> 5 = 9; 5 <- 3 <- 2 <- 7 <- 1
- K/c 1 -> 6 = 4; 6 <- 2<- 7 <- 1
- K/c 1-> 7 = 1; 7 <- 1
- K/c 1 -> 8 = 11; 8 <- 5 <- 3 <- 2 <- 7 <- 1

———————————HẾT———————————

Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm