



Bài tập chương 5

Đề 1

- a) T là một rừng có n đỉnh và k thành phần liên thông
 → mỗi thành phần liên thông là 1 cây
 → Đồ thị có k thành phần liên thông

Gọi số đỉnh của các cây lần lượt là $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$

$$\Rightarrow n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$$

Cây n đỉnh sẽ có $n-1$ cạnh

→ Các cạnh của k cây lần lượt là $n_1-1, n_2-1, \dots, n_k-1$

Tổng số cạnh của T là: $(n_1-1) + (n_2-1) + \dots + (n_k-1)$

$$= (n_1 + n_2 + \dots + n_k) - k$$

$$= n - k \quad (\text{đpcm})$$

- b) Ta có danh sách cạnh đã xếp theo trọng số

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Trọng số	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Trọng số
8	9	1	2	5	4
8	10	1	3	5	4
9	10	1	4	5	4
2	3	2	5	6	4
3	4	2	5	7	4
4	7	2	6	7	4
4	8	2	1	2	6
4	10	2	2	6	6
7	8	2	1	5	8
			1	6	8



Ứng dụng thuật toán Kruskal

STT	$E \setminus \{e\}$	T, d_H
0		$T = \emptyset, d_H = 0$
1	$E \setminus \{(8, 9)\}$	$T \cup \{(8, 9)\}, d_H = 1$
2	$E \setminus \{(8, 10)\}$	$T \cup \{(8, 10)\}, d_H = 2$
3	$E \setminus \{(9, 10)\}$	Tạo chu trình
4	$E \setminus \{(2, 3)\}$	$T \cup \{(2, 3)\}, d_H = 4$
5	$E \setminus \{(3, 4)\}$	$T \cup \{(3, 4)\}, d_H = 6$
6	$E \setminus \{(4, 7)\}$	$T \cup \{(4, 7)\}, d_H = 8$
7	$E \setminus \{(4, 8)\}$	$T \cup \{(4, 8)\}, d_H = 10$
8	$E \setminus \{(4, 10)\}$	Tạo chu trình
9	$E \setminus \{(7, 8)\}$	Tạo chu trình
10	$E \setminus \{(2, 5)\}$	$T \cup \{(2, 5)\}, d_H = 14$
11	$E \setminus \{(3, 5)\}$	Tạo chu trình
12	$E \setminus \{(4, 5)\}$	Tạo chu trình
13	$E \setminus \{(5, 6)\}$	$T \cup \{(5, 6)\}, d_H = 18$
14	$E \setminus \{(5, 7)\}$	Tạo Tạo chu trình
15	$E \setminus \{(6, 7)\}$	Tạo chu trình
16	$E \setminus \{(4, 2)\}$	$T \cup \{(4, 2)\}, d_H = 24$
	Kết thúc	$ T = n - 1 = 9$

Vây cây khung nhỏ nhất $T = \{(8, 9); (8, 10); (2, 3); (3, 4); (4, 7); (4, 8); (2, 5); (5, 6); (4, 2)\}$

Có độ dài $d_H = 24$



40 và Tổng khác - 322CCN468

Đề 2

a) Tổng số đỉnh của T_1, T_2, T_3 là $1000 - 1 = 999$
~~Vì T_1, T_2, T_3 là cây~~ Gọi $a, a+3, a+6$ lần lượt là số cạnh
 của T_1, T_2, T_3

$$\text{Vì } T_1, T_2, T_3 \text{ là cây} \Rightarrow a + a + 3 + a + 6 = 999 - 3 = 996$$

$$\Rightarrow a = 329$$

$$\Rightarrow \text{Số cạnh của } T_3 \text{ là } 329 + 6 = 335$$

b) Áp dụng + toán Prìm

STT	$e = (u, v)$ $u \in V_H, v \in V$	V_H	V	T, d_H
0		1	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T = \emptyset, d_H = 0$
1	(1, 2)	1, 2	3, 4, 5, 6, 8, 7, 9, 10	$T = T \cup \{(1, 2)\}, d_H = 2$
2	(2, 3)	1, 2, 3	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(2, 3)\}, d_H = 4$
3	(2, 6)	1, 2, 3, 6	4, 5, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(2, 6)\}, d_H = 7$
4	(3, 4)	1, 2, 3, 6, 4	5, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(3, 4)\}, d_H = 10$
5	(4, 8)	1, 2, 3, 6, 4, 8	5, 7, 9, 10	$T = T \cup \{(4, 8)\}, d_H = 12$
6	(6, 10)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10	5, 7, 9	$T = T \cup \{(6, 10)\}, d_H = 15$
7	(10, 7)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 7	5, 9	$T = T \cup \{(10, 7)\}, d_H = 18$
8	(7, 5)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 7, 5	\emptyset	$T = T \cup \{(7, 5)\}, d_H = 19$
9	(5, 9)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 7, 5, 9	\emptyset	$T = T \cup \{(5, 9)\}, d_H = 22$

kết thúc vì $|T| = 9 = n - 1$

Vây tập hợp nhỏ nhất $T = \{(1, 2), (2, 3), (2, 6), (3, 4), (4, 8), (6, 10),$
 $(10, 7), (7, 5), (5, 9)\}$

có độ dài $d_H = 22$

Đề 3

- a) T là đồ thị vô hướng không chu trình
 \rightarrow tất cả cạnh của T đều là cầu
 Đồ thị nối n đỉnh thì cần $n-1$ cạnh để tạo chu trình
 $\rightarrow T$ liên thông

b) Áp dụng toán Prun

STT	$e = (u, v)$ $u \in V_n, v \in V$	V_n	V	T, d_H
0		1	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T = \emptyset, d_H = 0$
1	(1, 2)	1, 2	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(1, 2)\}, d_H = 1$
2	(2, 3)	1, 2, 3	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(2, 3)\}, d_H = 2$
3	(2, 6)	1, 2, 3, 6	4, 5, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(2, 6)\}, d_H = 3$
4	(3, 4)	1, 2, 3, 6, 4	5, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup \{(3, 4)\}, d_H = 4$
5	(4, 8)	1, 2, 3, 6, 4, 8	5, 7, 9, 10	$T = T \cup \{(4, 8)\}, d_H = 5$
6	(6, 10)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10	5, 7, 9	$T = T \cup \{(6, 10)\}, d_H = 6$
7	(10, 5)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 5	7, 9	$T = T \cup \{(10, 5)\}, d_H = 7$
8	(5, 7)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 5, 7	9	$T = T \cup \{(5, 7)\}, d_H = 8$
9	(5, 9)	1, 2, 3, 6, 4, 8, 10, 5, 7, 9	\emptyset	$T = T \cup \{(5, 9)\}, d_H = 9$

$$|E| + |V| - 1 = 9 + 10 - 1 = 18$$

Vậy cần ít nhất $T = \{(1, 2), (2, 3), (2, 6), (3, 4), (4, 8), (6, 10), (10, 5), (5, 7), (5, 9)\}$

Có độ dài $d_H = 9$



Thứ ngày
40 Vũ Trọng Khoa - B22 DCC N4 6 8

Đề 4

giữa

- a) Giả sử 2 đỉnh $u, v \in T$ có nhiều hơn 1 đường đi đơn
 \rightarrow 2 đỉnh $u, v \in T$ chu trình $\rightarrow T$ tồn tại chu trình
 $\rightarrow T$ không phải là 1 cây
 \Rightarrow 2 đỉnh \in cây T chỉ có đúng 1 đường đi đơn
b) Sắp xếp các cạnh theo thứ tự trọng số tăng dần

Đầu	Đỉnh cuối	Trọng số	Đầu	Đỉnh cuối	Trọng số
6	7	1	2	6	2
6	8	4	2	8	2
7	8	1	2	9	2
8	9	1	5	6	2
8	10	1	7	10	3
9	10	1	1	3	4
1	2	2	2	3	4
1	9	2	3	4	4
2	5	2	3	5	4
			4	5	

b) Áp dụng thuật toán Kruskal

STT	$E \setminus e$	T, d_H	STT	$E \setminus e$	T, d_H
0		$T = \emptyset, d_H = 0$	10	$E \setminus \{(2, 6)\}$	Tạo chu trình
1	$E \setminus \{(6, 7)\}$	$T = \{(6, 7)\}, d_H = 1$	Tạo chu trình
2	$E \setminus \{(6, 8)\}$	$T = \{(6, 8)\}, d_H = 2$	15	$E \setminus \{(1, 3)\}$	$T = \{(1, 3)\}, d_H = 19$
3	$E \setminus \{(7, 8)\}$	Tạo chu trình	16	$E \setminus \{(2, 3)\}$	Tạo chu trình
4	$E \setminus \{(2, 9)\}$	$T = \{(8, 9)\}, d_H = 3$	17	$E \setminus \{(3, 4)\}$	$T = \{(3, 4)\}, d_H = 18$
5	$E \setminus \{(8, 10)\}$	$T = \{(8, 10)\}, d_H = 4$			$ T = 9 \rightarrow k + 1$ mức
6	$E \setminus \{(9, 10)\}$	Tạo chu trình			Vậy $T = \{(6, 7), (6, 8), (8, 9), (8, 10), (1, 2), (1, 9), (2, 5), (1, 3), (3, 4)\}$
7	$E \setminus \{(1, 2)\}$	$T = \{(1, 2)\}, d_H = 6$			Độ dài cây khung nhỏ nhất $d_H = 18$
8	$E \setminus \{(1, 9)\}$	$T = \{(1, 9)\}, d_H = 8$			
9	$E \setminus \{(2, 5)\}$	$T = \{(2, 5)\}, d_H = 10$			



40, và Tổng cộng B2 L DCC N 96 8

Đề 5

a) Nếu T có $< n-1$ cạnh $\rightarrow T$ không liên thông
vì cần tối thiểu $n-1$ cạnh để nối n đỉnh

Nếu T có $> n-1$ cạnh $\rightarrow T$ sẽ có chu trình

\rightarrow Cây T nhất định có $n-1$ cạnh

b) Áp dụng thuật Prim

STT	$e=(u,v)$ $u \in V_T, v \in V$	V_T	V	$T, d_n=0$
0		2	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$T=\emptyset, d_n=0$
1	(2,6)	2, 6	1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10	$T=T \cup \{(2,6)\}, d_n=1$
2	(6,8)	2, 6, 8	1, 3, 4, 5, 7, 9, 10	$T=T \cup \{(6,8)\}, d_n=2$
3	(6,9)	2, 6, 8, 9	1, 3, 4, 5, 7, 10	$T=T \cup \{(6,9)\}, d_n=3$
4	(2,3)	2, 6, 8, 9, 3	1, 4, 5, 7, 10	$T=T \cup \{(2,3)\}, d_n=4$
5	(3,1)	2, 6, 8, 9, 3, 1	4, 5, 7, 10	$T=T \cup \{(3,1)\}, d_n=5$
6	(1,4)	2, 6, 8, 9, 3, 1, 4	5, 7, 10	$T=T \cup \{(1,4)\}, d_n=6$
7	(4,5)	2, 6, 8, 9, 3, 1, 4, 5	7, 10	$T=T \cup \{(4,5)\}, d_n=7$
8	(5,10)	2, 6, 8, 9, 3, 1, 4, 5, 10	7	$T=T \cup \{(5,10)\}, d_n=8$
9	(6,7)	2, 6, 8, 9, 3, 1, 4, 5, 10, 7	\emptyset	$T=T \cup \{(6,7)\}, d_n=9$

Kết thúc vì $|T|=n-1=9$

Vậy cây đống nhỏ nhất $T = \{(2,6), (6,8), (6,9), (2,3), (3,1), (1,4), (4,5), (5,10), (6,7)\}$

Có độ dài $d_n=12$



Đề 6

a)

* Với cây T có $n=2 \rightarrow$ luôn có 2 đỉnh treo

* Xét cây T có n đỉnh ($n \geq 3$) có ít nhất 2 đỉnh treo

Để tạo cây T' có $n+1$ đỉnh ta có 2 cách:

C1: thêm 1 đỉnh u và nối nó với 1 trong các đỉnh treo

\rightarrow lúc này u trở thành đỉnh treo

\rightarrow số đỉnh treo không đổi

C2: thêm 1 đỉnh u và nối nó với 1 trong các đỉnh không phải đỉnh treo

\rightarrow u trở thành đỉnh treo

1 số các đỉnh treo cũ không đổi

2) Số đỉnh treo tăng lên 1

T có $n=2$ có 2 đỉnh treo nên ta có thể tạo liên tiếp các T' có 3, 4, ... đỉnh theo 1 trong 2 cách trên

khí cây T' luôn có ít nhất 2 đỉnh treo

b) ~~Áp dụng trên DCCN~~

5.10.10.10.10

b) Bảng các đã xếp

Đầu	Đuôi	Tổ	Đầu	Đuôi	Tổ
2	5	1	5	9	3
5	7	1	1	5	4
2	3	2	6	7	4
4	8	2	1	2	5
5	10	2	3	5	5
1	6	3	7	8	5
2	6	3			
3	5	3			



Thứ ngày
40 - Vũ Trọng. I chơ - B.22 DCO N96

Áp dụng toán Knuth

STT	$E \setminus d$	T, d_n
0	0	$T = \emptyset, d_n = 0$
1	$E \setminus d(2, 5)$	$T = \{(2, 5)\}, d_n = 1$
2	$E \setminus d(5, 7)$	$T = \{(2, 5), (5, 7)\}, d_n = 2$
3	$E \setminus d(2, 3)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3)\}, d_n = 3$
4	$E \setminus d(4, 8)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8)\}, d_n = 4$
5	$E \setminus d(5, 10)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10)\}, d_n = 5$
6	$E \setminus d(1, 6)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10), (1, 6)\}, d_n = 6$
7	$E \setminus d(2, 6)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10), (1, 6), (2, 6)\}, d_n = 7$
8	$E \setminus d(3, 9)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10), (1, 6), (2, 6), (3, 9)\}, d_n = 8$
9	$E \setminus d(5, 9)$	$T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10), (1, 6), (2, 6), (3, 9), (5, 9)\}, d_n = 9$

Kiểm tra vì $|T| = n - 1 = 9$

Và đây cũng như nhất $T = \{(2, 5), (5, 7), (2, 3), (4, 8), (5, 10), (1, 6), (2, 6), (3, 9), (5, 9)\}$

có độ dài $d_n = 20$