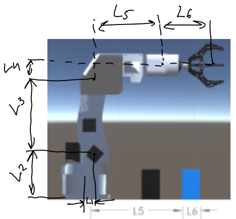
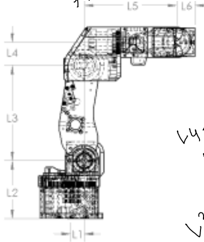
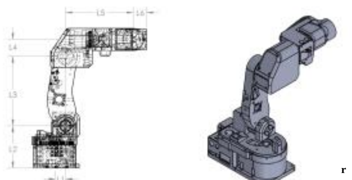
Parol6 - Kinematic Diagram

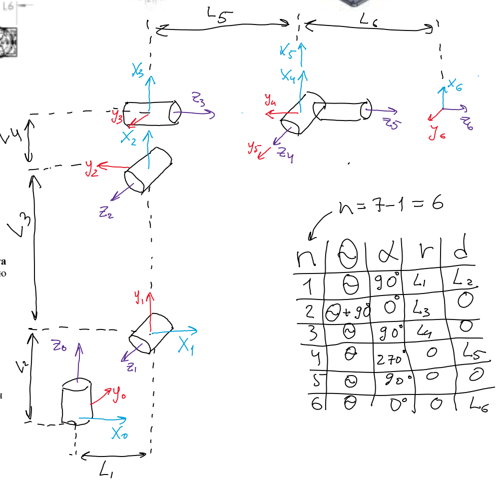
L1 = 123.3201
L2 = 577.3195
L3 = 949.0418
L4 = 227.7953
L5 = 918.0889
L6 = 740.3597

Кинематическая схема робота.
Представление Денавита-Хартенберга.









$n = 7 - 1 = 6$

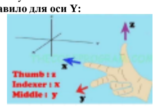
n	Θ	α	r	d
1	Θ	90°	L_1	L_2
2	Θ+90	0°	L_3	0
3	Θ	90°	L_4	0
4	Θ	270°	0	L_5
5	Θ	90°	0	0
6	Θ	0°	0	L_6

r

Поворот и смещение
Θ
Поворот вокруг z_{n-1} на Θ, который совместит x_{n-1} с x_n
α
Поворот вокруг x_n на α, который совместит z_{n-1} с z_n
d
Расстояние между началами координат n-1 и n, вдоль оси z_{n-1}
r
Расстояние между началами координат n-1 and n, вдоль оси x_n

Представление Денавита-Хартенберга
Правило 1: Ось Z должна являться осью поворота звена
Правило 2: Ось X должна быть перпендикулярна текущей оси Z и оси Z предыдущей системы координат
Правило 3: каждая ось X должна пересекать ось Z предыдущей системы координат
Если Правило 3 не выполняется:
- Необходимо переместить текущую систему координат, пока не выполнится данное условие

Правило для оси Y:



Прямая Задача Кинематики

$$\mathrm{Trans}_{z_{n-1}}(d_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_n \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ \\ \end{array}$$

$$\mathrm{Rot}_{z_{n-1}}(\theta_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_n & -\sin\theta_n & 0 & 0 \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\mathrm{Trans}_{x_n}(r_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & r_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ \\ \end{array}$$

$$\mathrm{Rot}_{x_n}(\alpha_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_n & -\sin\alpha_n & 0 \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

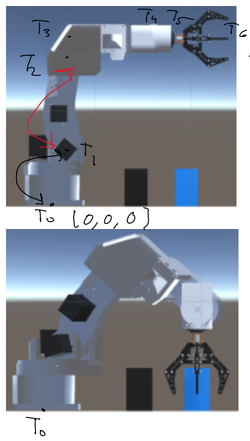
This gives:

$$^{n-1}T_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \overset{\cos(0)}{\cos\theta_n} & \overset{-\sin(0)\cos(90)}{-\sin\theta_n\cos\alpha_n} & \sin\theta_n\sin\alpha_n & \overset{L_1 \cdot \cos 0}{r_n\cos\theta_n} \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & \overset{L_1 \cdot \sin 0}{r_n\sin\theta_n} \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \; L_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} & R & & T \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$n = 7 - 1 = 6$

n	Θ	α	r	d
1	Θ	90°	L_1	L_2
2	Θ+90	0°	L_3	0
3	Θ	90°	L_4	0
4	Θ	270°	0	L_5
5	Θ	90°	0	0
6	Θ	0°	0	L_6

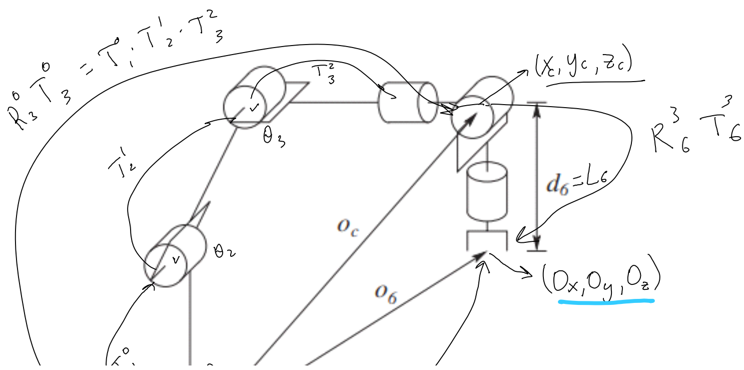
Поворот и смещение
Θ
Поворот вокруг z_{n-1} на Θ, который совместит x_{n-1} с x_n
α
Поворот вокруг x_n на α, который совместит z_{n-1} с z_n
d
Расстояние между началами координат n-1 и n, вдоль оси z_{n-1}
r
Расстояние между началами координат n-1 and n, вдоль оси x_n

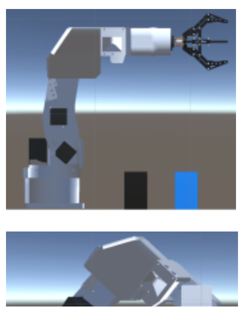


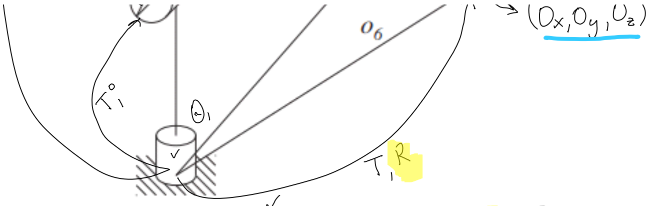
$T_1 \cdot T_2 \cdot \ldots \cdot T_6 = [R \mid T]$

Обратная Задача Кинематики

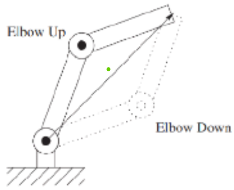
Inverse kinematics calculation

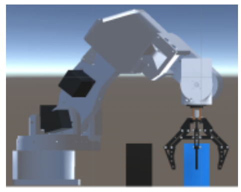


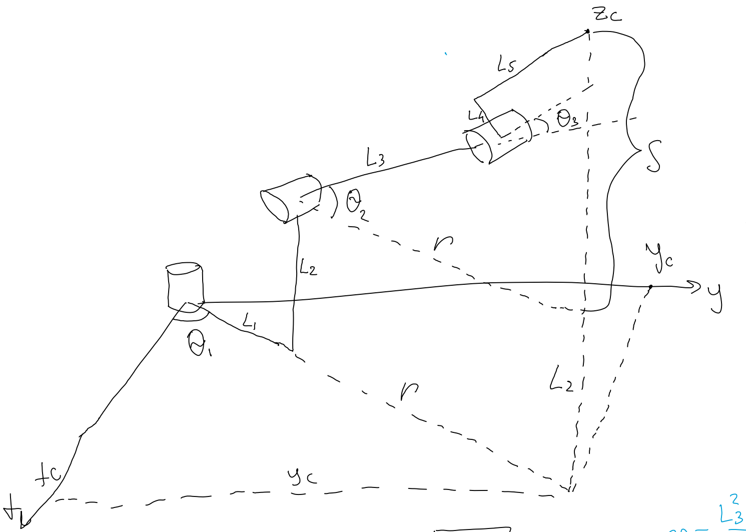




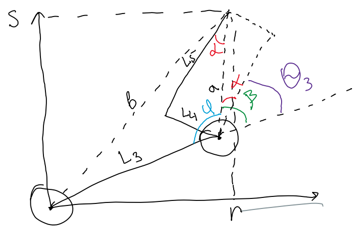
$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_x - L_6 \cdot r_{13} \\ O_y - L_6 \cdot r_{23} \\ O_z - L_6 \cdot r_{33} \end{bmatrix}$$







$$\boxed{\theta_1 = atan\left(\frac{y_c}{x_c}\right)}$$



$a = \sqrt{L_4^2 + L_5^2}$

$r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} - L_1$

$S = z_c - L_2$

$b = \sqrt{r^2 + s^2}$

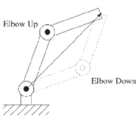
$\cos\varphi = \dfrac{L_3^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot L_3 \cdot a} := D$

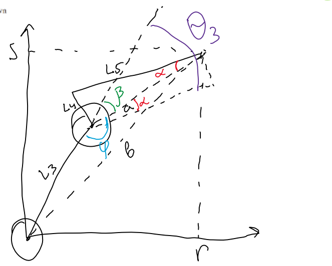
$\varphi = acos(D)$

$\beta = 180 - \varphi$

$\alpha = atan\left(\frac{L_4}{L_5}\right)$

$$\boxed{\theta_3 = \beta - \alpha + 90^0}$$





$a = \sqrt{L_4^2 + L_5^2}$

$r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} - L_1$

$S = z_c - L_2$

$b = \sqrt{r^2 + s^2}$

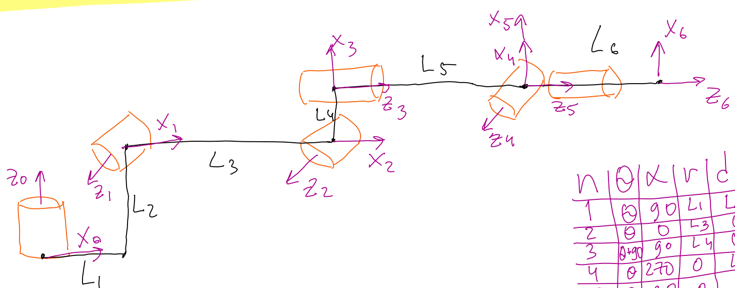
$\cos\varphi = \dfrac{L_3^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot L_3 \cdot a} := D$

$\varphi = acos(D)$

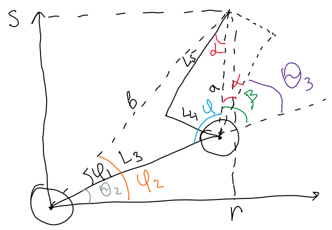
$\beta = 180 - \varphi$

$\alpha = atan\left(\frac{L_4}{L_5}\right)$

$$\boxed{\theta_3 = -(\beta + \alpha) + 90^0}$$



n	θ	α	r	d
1	θ	90	L_1	L_2
2	θ	0	L_3	0
3	$\theta+90$	90	L_4	0
4	θ	270	0	L_5
5	θ	90	0	0
6	θ	0	0	L_6

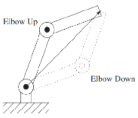


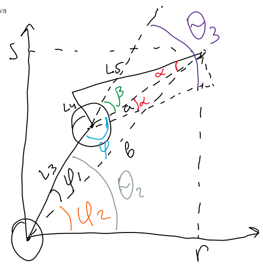
$$\varphi_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{s}{r}\right)$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{L_3^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot L_3 \cdot b} := D1$$

$$\varphi_1 = \operatorname{acos}(D1)$$

$$\boxed{\Theta_2 = \varphi_2 - \varphi_1}$$





$$\varphi_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{s}{r}\right)$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{L_3^2 + b^2 - a^2}{2 \cdot L_3 \cdot b} := D1$$

$$\varphi_1 = \operatorname{acos}(D1)$$

$$\boxed{\Theta_2 = \varphi_2 + \varphi_1}$$

$\Theta_4, \Theta_5, \Theta_6$ – ?

$$\operatorname{Trans}_{z_{n-1}}(d_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_n \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] - z$$

$$\operatorname{Rot}_{z_{n-1}}(\theta_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_n & -\sin\theta_n & 0 & 0 \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

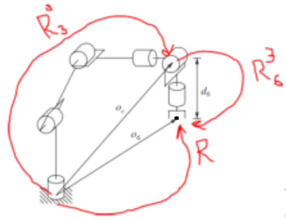
$$\operatorname{Trans}_{x_n}(r_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & r_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] - x$$

$$\operatorname{Rot}_{x_n}(\alpha_n) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_n & -\sin\alpha_n & 0 \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

поворот   смещение

n	Θ	α	r	d
1	Θ	90	L_1	L_2
2	Θ	0	L_3	0
3	Θ+90	90	L_4	0
4	Θ	270	0	L_5
5	Θ	90	0	0
6	Θ	0	0	L_6

${}^0T_1$ ${}^1T_2$



This gives:

$${}^{n-1}T_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_n & -\sin\theta_n\cos\alpha_n & \sin\theta_n\sin\alpha_n & r_n\cos\theta_n \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n\cos\alpha_n & -\cos\theta_n\sin\alpha_n & r_n\sin\theta_n \\ 0 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & d_n \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & R & & T \\ & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$\Theta_4, \Theta_5, \Theta_6$ – ?

$$\overset{\checkmark}{R} = \overset{\checkmark}{R_3^0} \cdot \overset{?}{R_6^3}$$

3x3

$$R_6^3 = (R_3^0)^{-1} \cdot R = (R_3^0)^T \cdot R = \begin{bmatrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) \end{bmatrix}$$

```
[ cos(thetha4)*cos(thetha5)*cos(thetha6) - sin(thetha4)*sin(thetha6), - cos(thetha6)*sin(thetha4) - cos(thetha4)*cos(thetha5)*sin(thetha6), cos(thetha4)*sin(thetha5)]
[ cos(thetha4)*sin(thetha6) + cos(thetha5)*cos(thetha6)*sin(thetha4),   cos(thetha4)*cos(thetha6) - cos(thetha5)*sin(thetha4)*sin(thetha6), sin(thetha4)*sin(thetha5)]
[                                          -cos(thetha6)*sin(thetha5),                                             sin(thetha5)*sin(thetha6),              cos(thetha5)]
```

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & \boxed{C_4S_5} \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & \boxed{S_4S_5} \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & \boxed{C_5} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_5 = \operatorname{acos}\left(R_6^3(3,3)\right)$$

$$\Theta_4 = \operatorname{atan}\left(\frac{R_6^3(2,3)}{R_6^3(1,3)}\right)$$

$$\theta_4 = \operatorname{atan}\left(\frac{R_6^3(2,3)}{R_6^3(1,3)}\right)$$

$$\theta_6 = \operatorname{atan}\left(-\frac{R_6^3(3,2)}{R_6^3(3,1)}\right)$$