

# Лабораторная работа 3.2.2\*

## Резонанс токов

Хомутов Андрей, группа Б06-903

21 сентября 2020 г.

## Цель работы

1. Изучение параллельной цепи переменного тока
2. Наблюдение резонанса токов

## В работе используются

Лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), разделительный понижающий трансформатор, ёмкость, дроссель с переменной индуктивностью, три амперметра, вольтметр, реостат, электронный осциллограф, омметр, мост переменного тока.

## 1 Теоретическая часть

Рассмотрим вынужденные колебания в параллельном контуре, одна из ветвей которого содержит индуктивность  $L$ , а другая — ёмкость  $C$ . Такой контур широко используется в радиотехнике — например, в качестве нагрузки широкополосного усилителя.

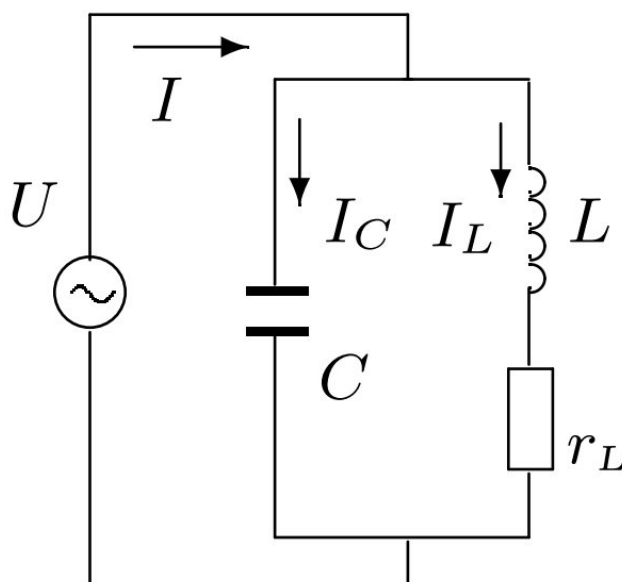


Рис. 1: Параллельный контур

Обозначим через  $r_L$  активное сопротивление катушки. Активным сопротивлением емкостной ветви контура обычно можно пренебречь. Рассмотрим установившиеся колебания в контуре, когда напряжение на нём меняется по гармоническому закону:  $U = U_0 \cos \Omega t$ .

Введём обозначения для комплексных сопротивлений (импедансов) индуктивной и емкостной ветвей контура:

$$Z_L = r_L + i\Omega L \quad \text{и} \quad Z_C = \frac{1}{i\Omega C}$$

Тогда полный импеданс контура может быть найден по правилу сложения параллельных сопротивлений:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1 - (\Omega/\omega_0)^2 + ir_L\Omega C}{r_L + i\Omega L}$$

где  $\omega_0$  — собственная частота колебательного контура ( $\omega_0^2 = 1/(LC)$ ). Сопротивление контура равно модулю импеданса  $Z$ :

$$R_{\text{рез}} = |Z|_{\text{рез}} = \frac{L}{Cr_L} \sqrt{1 + \left(\frac{r_L}{\omega_0 L}\right)^2}$$

В случае, когда активная часть импеданса индуктивной ветви много меньше реактивной ( $r_L \ll \omega_0 L$ ),

$$R_{\text{рез}} = \frac{L}{Cr_L}$$

Реактивные сопротивления обеих ветвей контура при резонансе равны, поэтому, введя обозначение

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1)$$

можно записать

$$R_{\text{рез}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{r_L} = \frac{1}{r_L \omega_0^2 C^2} = \frac{\rho^2}{r_L} \quad (2)$$

Учитывая, что добротность контура  $Q$  может быть выражена через активное и реактивное сопротивления:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r_L} = \frac{1}{r_L \omega_0 C} = \frac{\rho}{r_L} \quad (3)$$

получим ещё одну удобную для расчётов резонансного сопротивления формулу:

$$R_{\text{рез}} = Q \cdot \rho \quad (4)$$

При резонансе значения токов в ветвях контура  $I_L$ , рез,  $I_C$ , рез и полного тока в контуре  $I_{\text{рез}}$  связаны с напряжением на контуре простыми соотношениями:

$$I_{L,\text{рез}} = \frac{U}{\omega_0 L} = \frac{U}{\rho} \quad (5)$$

$$I_{C,\text{рез}} = U \omega_0 C = \frac{U}{\rho} \quad (6)$$

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{Q \rho} \quad (7)$$

Из этих выражений видно, что при резонансе токи в индуктивной и емкостной ветвях контура одинаковы и в  $Q$  раз больше тока в общей цепи:

$$Q = \frac{I_{C,\text{рез}}}{I_{\text{рез}}} = \frac{I_{L,\text{рез}}}{I_{\text{рез}}} \quad (8)$$

## 1.1 Экспериментальная установка

В работе изучается параллельный контур, одна из ветвей которого содержит индуктивность  $L$ , другая емкость  $C$ . Через  $r_L$  обозначено активное сопротивление катушки, которое включает в себя как чисто омическое сопротивление витков катушки, так и сопротивление, связанное с потерями энергии при перемагничивании сердечника катушки. Активным сопротивлением емкостной ветви контура можно пренебречь, т. к. используемый в работе конденсатор обладает малыми потерями.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Напряжение от сети (220 В, 50 Гц) с помощью ЛАТРа через понижающий трансформатор Тр подается на параллельный контур, содержащий конденсатор ( $C = 120$  мкФ) и катушку, индуктивность которой зависит от глубины погружения сердечника. Полный ток в цепи измеряется с помощью многопредельного амперметра  $A_1$ ; для измерения токов в  $L$ - и  $C$ -ветвях используются два одинаковых амперметра  $A_2$  и  $A_3$ ; напряжение на контуре контролируется электронным вольтметром  $V$ . Последовательно с контуром включен резистор  $r$  - реостат с полным сопротивлением  $\simeq 100$  Ом.

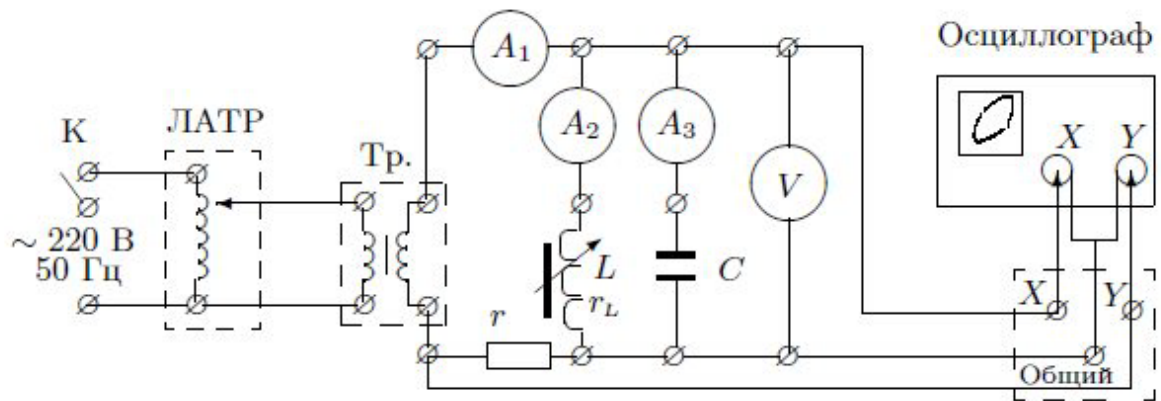


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

Для наблюдения за сдвигом фаз между полным током и напряжением на контуре используется осциллограф. Сигнал, пропорциональный току, снимается с резистора  $r$  и подается на вход  $Y$  осциллографа. На вход  $X$  подается напряжение непосредственно с контура. При наличии сдвига фаз между этими напряжениями на экране виден эллипс, а при нулевом сдвиге фаз эллипс вырождается в прямую.

## 2 Практическая часть

### 2.1 Снятие показаний приборов

Во время выполнения лабораторной работы были выполнены следующие действия:

- Были сняты показания сил тока в целом в цепи, на катушке индуктивности и на конденсаторе (на амперметрах  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  соответственно). Соответствующие результаты занесены в таблицу 1. Последней строчкой указаны значения для резонансных токов (ток на катушке был измерен на более точном пределе измерений). У всех трех амперметров класс точности составлял 0,5 единиц (следовательно, погрешностью измерения тока можно считать половину цены деления прибора).
- Далее на месте была оценена добротность контура  $Q$  по формуле (8).

- Были измерены сопротивление витков катушки с помощью омметра. Также с помощью моста Е7-8 были измерены сопротивление катушки  $r_L$  и резонансное значение индуктивности  $L$ . Соответствующие значения занесены в Таблицу 2.

Таблица 1: Измерение токов

L, mm	$I$ , A	$I_L$ , A	$I_C$ , A
10	0,43	0,01	0,44
15	0,34	0,10	0,44
20	0,29	0,20	0,44
25	0,26	0,22	0,44
30	0,24	0,24	0,44
35	0,21	0,27	0,44
40	0,19	0,30	0,44
45	0,16	0,33	0,44
50	0,13	0,36	0,44
55	0,11	0,38	0,44
60	0,05	0,42	0,43
65	0,05	0,45	0,44
70	0,08	0,50	0,44
75	0,13	0,54	0,44
80	0,17	0,59	0,44
85	0,22	0,65	0,44
90	0,29	0,71	0,44
95	0,36	0,78	0,44
100	0,42	0,84	0,44
62	0,06	0,43	0,43

Таблица 2: Характеристики цепи

f, кГц	L, мГн	R, Ом
1	66,56	38,2
50	75.69	3,53
R, Ом	4,05	
Q	$7,48 \pm 0,24$	

## 2.2 Обработка результатов измерений

На рисунке 3 проиллюстрирована зависимость токов через амперметры от глубины погружения сердечника катушки (за нуль принято положение в котором сердечник полностью опущен, полностью вынут он при  $x = 15\text{см}$ ). Естественно что в момент резонанса токи через конденсатор и катушку сравниваются, а общий ток в цепи достигает своего минимума. Резонансные значения на графике отмечены пустым ромбом.

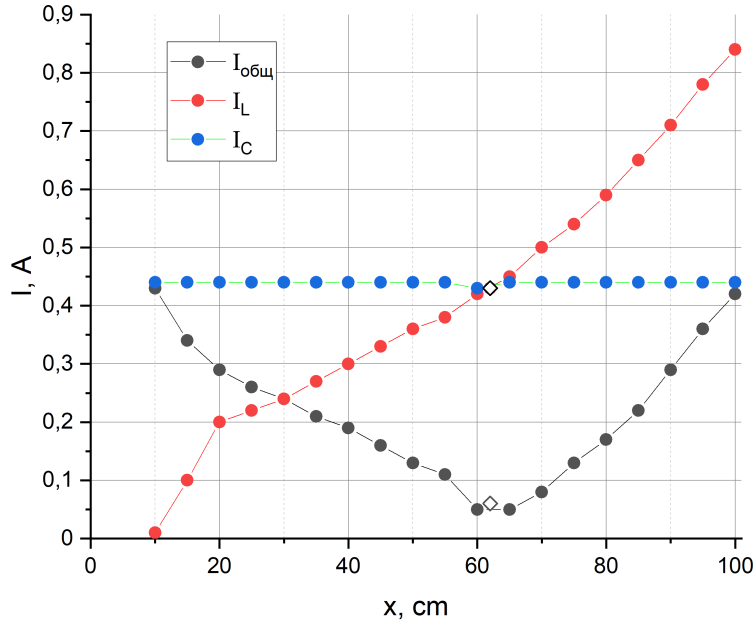


Рис. 3: Зависимость токов от глубины погружения сердечника катушки

1. Зная добротность цепи можно по формулам (4) и (7) рассчитать:

$$R_{\text{рез}} = \frac{U}{I_{\text{рез}}} = 174 \pm 10 \Omega$$

Из формулы (3):

$$L_{\text{рез}} = \frac{1}{4\pi^2\nu_0^2 C} = 84,4 \text{ мГн}, \quad r_L = \frac{1}{2\pi\nu_0 Q C} = 3,55 \pm 0,11 \Omega$$

2. Резонансная индуктивность из (5):

$$L_{\text{рез}} = \frac{U}{\omega_0 I_{L,\text{рез}}} = 74 \pm 5 \text{ мГн}$$

3. Построенная в масштабе векторная диаграмма для токов и напряжений приведена на рисунках 4 и 5. Из нее мы можем рассчитать значения сопротивления индуктивности катушки, значения занесены в таблицу 3.

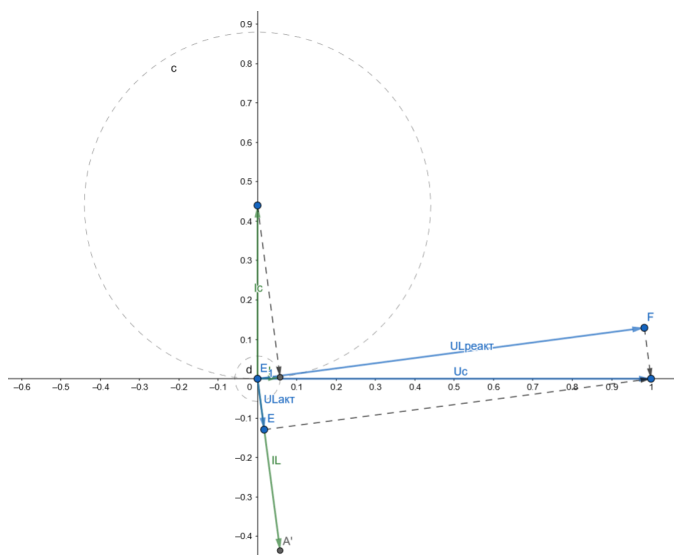


Рис. 4: Общий план

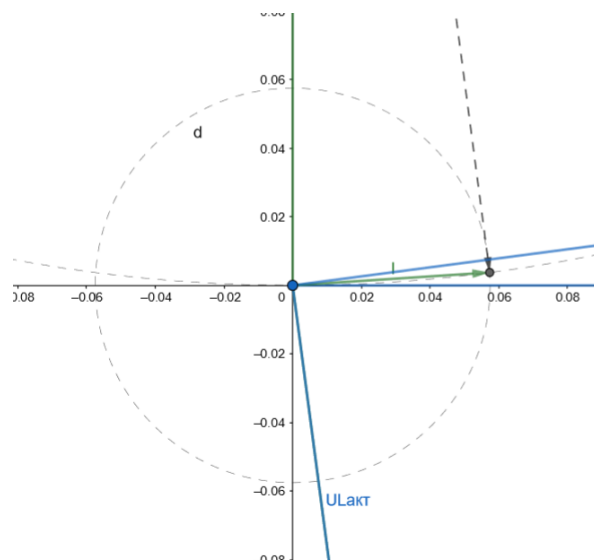


Рис. 5: Приближенный план

Таблица 3: Сравнение методов

	Омметр	Мост Е7-8	$f(U_{res}, I_{L,res})$	$f(Q)$	Вект. диаг.
$r_L, \Omega$	4,05	3,53	—	$3,55 \pm 0,11$	3,02
$L, \text{мГн}$	—	75,69	$74 \pm 5$	84,4	73,2

### 3 Выводы

Как видно из таблицы 3, в эксперименте имелась возможность рассчитать сопротивление и индуктивность катушки различными способами. Трудно поддается объяснению тот факт, что сопротивление измеренное с помощью омметра меньше сопротивления измеренного на мосту. Теоретически наиболее точное значение для  $L$  можно было получить из формулы (2), так как оно было выведено лишь из того факта, что реактивные сопротивления обоих элементов в резонансе равны. Однако как раз оно наиболее отлично от остальных, что, возможно(?), объясняется падением емкости конденсатора со временем. расчет же через резонансные значения напряжения и тока и через векторные диаграммы для индуктивности дал значения близкие к измеренным на мосту