

Лекция «Неопределённость измерений»

1. Основные положения концепции неопределённости измерений*

Концепция оценки точности измерений официально оформлена более 30 лет назад в виде «Руководства по выражению неопределённости измерения (GUM)».

Опыт и применения этой концепции в разных странах и организациях показал, что её использование способствует обеспечению достоверности количественного представления результатов измерений и обеспечению их единства.

Указанное «Руководство» и разработанные на его основе нормативные документы устанавливают общие правила для оценивания и выражения неопределённости для широкого спектра измерений, а также в них отмечается различие между неопределённостью и погрешностью. Как известно, фундаментальное понятие классической теории измерений «погрешности» представляет собой отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины, а понятие «неопределённость измерения» в широком смысле обозначает сомнение относительно обоснованности и верности результата.

Под неопределённостью измерения понимается *«Параметр, связанный с результатом измерения и характеризующий разброс значений, которые с достаточным основанием могут быть приписаны измеряемой величине»*. Таким параметром, например, может быть стандартное отклонение (или кратное ему число) или ширина доверительного интервала. Таким образом определение неопределённости сосредотачивает внимание на интервале значений, а не на величине отклонения от истинного значения.

Очевидно, что как определение погрешности, так, и определение неопределённости не являются исчерпывающими. Действительно для корректной оценки погрешности необходимо знать значение измеряемой величины, которое в большинстве случаев не только неизвестно, но и принципиально не может быть определено, а главное, если бы было известно истинное значение, то тогда для чего проводить измерение вообще.

*В основе лежит публикация - лекция «Неопределённость измерения» проф. МИФИ Пронкина Н. С.

Поэтому использование концепции «погрешности» для оценки точности измерения целесообразно в случаях существенной малости погрешности по отношению к оцениваемой величине.

Концепция неопределённости базируется на резком сокращении интервала возможных значений оцениваемых физических величин в процессе измерения. Например, при количественной оценке линейного размера крышки стола до измерения, неопределённость этого размера составляет несколько см. После его измерения с помощью портняжного «сантиметра» диапазон сокращается до нескольких мм, а при измерении точной рулеткой он будет около 1 мм. Следовательно в этом случае под степенью повышения точности понимается сужение интервала, в котором может находиться действительное значение измеряемой величины. Минимальная величина этого интервала с одной стороны ограничивается точностью значений физических const и квантово-механическими эффектами (неопределённости Гейзенберга и Шрёдингера), а с другой стороны определяется в виде суммы неопределённостей всех этапов выполнения измерений с учётом всевозможных влияющих величин и технологических особенностей процедуры получения измерительной информации, выяснение которых, как правило, затруднено отсутствием полной модели процесса измерений. Поэтому оценка величины неопределённости может быть большой просто потому, что тот, кто интерпретирует результаты измерений, весьма не уверен в том, насколько результат близок к значению измеряемой величины. Вместе с тем в большинстве международных и ряде отечественных нормативных документов требуется обязательное применение оценки неопределённости измерений. Такое положение связано с тем, что в рассматриваемой концепции при оценивании точности основной акцент сосредоточен не на «мифическом» «истинном» значении величины и погрешности его определения, а на результате измерения и оценивании его неопределённости. Приняв за рабочую гипотезу, что результат измерения является просто значением, приписанным измеряемой величине и, что неопределённость результата измерения есть характеристика разброса значений, которые могут быть обоснованно приписаны измеряемой величине, то это, по существу, устраняет необходимость определение связи между неопределённостью и «истинным» значением.

К основным причинам, которые способствуют интенсивному внедрению в отечественную метрологическую практику концепции «неопределённости» можно отнести следующие:

- в отсутствие систематических погрешностей, при использовании понятия «погрешность», определение доверительного интервала ведётся от \bar{O} - среднего значения результатов измерения, а не от математического ожидания, как это должно быть. Поэтому понятие «неопределённость» более логично, так как в этом случае при определении всех рассчитываемых параметров фигурируют только наблюдаемые величины;

- в документах, использующих понятие «неопределённость» способы оценки интервала, в которой может находиться действительная величина, более разнообразны и детально прописаны. В частности, учитываются реально имеющие место, но зачастую игнорируемые в отечественных нормативных документах, скрытые или невыявленные систематические ошибки;

- использование понятие «неопределённости» для наглядного и надёжного решения вопроса о соответствии (несоответствии) измеренной величины (характеристики) установленным нормам позволяет снизить требования, к качеству исходной информации, необходимой для проведения соответствующих расчётов;

- понятие «погрешность» в большинстве промышленно развитых стран не являлось настолько же привычным, как в России. Поэтому большинство зарубежных специалистов для оценивания интервала, в котором может находиться «истинное» значение измеряемой величины «выбрали «неопределённость»;

- концепция «неопределённости» создала предпосылки для правового обеспечения ряда групп измерений, которые давно применяются на практике, но не соответствуют в полной мере основным положениям классической метрологии. В частности, это дало возможность резко расширить «узаконенное» применение квазиэталонов (стандартных образцов, «опорных значений», референтных методик и т. п.), что нашло отражение в законодательных и нормативных документах (например, Федеральный закон РФ от 21.07.2014 №254 ФЗ «О внесении изменений в ФЗ «Об обеспечении единства измерений» и ГОСТ Р ИСО 5725-2002 «Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений» в 6 частях);

- «неопределённость» из понятия , которым оперировал узкий круг метрологов, превратилось в понятие, неотъемлемое от результата любого измерения. Поэтому, чтобы говорить на одном языке с остальным миром, неопределённость должна оцениваться при всех измерениях, за исключением оговоренных в нормативных документах случаев.

Кроме изложенного отличия погрешности от неопределённости заключается в том, что деление погрешностей на систематические и случайные обусловлено природой их возникновения и проявления в ходе измерительного эксперимента, а деление неопределённостей на типы – методами их расчёта.

Неопределённость по способу оценивания делится на два типа:

- неопределённость типа А (неопределённость, оценивания по типу А), которую определяют основываясь на статистических методах, т. е. используя известные статистические оценки среднеарифметического и среднеквадратического отклонения значений, получаемых на основе результатов измерений и, в основном, опираясь на нормальный закон распределения полученных величин;

- неопределённость типа В (неопределённость, оценивания по типу В), которую оценивают нестатистическими методами, т. е. используя априорную нестатистическую информацию, опираясь, в основном, на равномерный закон распределения возможных значений величин в определённых границах.

При оценивании точности измерений на основе концепции неопределённостей используется следующая терминология.

Стандартная неопределённость – неопределённость, выраженная в виде стандартного отклонения.

Расширенная неопределённость – величина, задающая интервал вокруг результат измерения, в пределах которого, как ожидается, находится большая часть распределения значений, которые с достаточным основанием могут быть приписаны измеряемой величине. Расширенная неопределённость является аналогом доверительных границ погрешностей измерений. Причем, каждому значению расширенной неопределённости соответствует определенная вероятность охвата «Р».

Вероятность охвата – вероятность, которой, по мнению оператора, соответствует расширенная неопределённость результата

измерений. Вероятность охвата определяется с учетом вероятностного закона распределения неопределенности, а аналогом ее в классической теории является доверительная вероятность.

Коэффициент охвата – коэффициент, зависящий от вида распределения неопределенности результата измерений и вероятности охвата, численно равный отношению расширенной неопределенности, соответствующей заданной вероятности охвата, к стандартной неопределенности.

Число степеней свободы – параметр, статистического распределения, равный числу независимых связей оцениваемой статистической выборки.

В таблице 1, даны соответствия между терминами, а в таблице 2 – между расчетными соотношениями используемыми в классической теории погрешностей и концепции неопределенности.

Таблица 1

Классическая теория погрешности	Концепция неопределенности
Погрешность результата измерения	Неопределенность результата измерения
Случайная погрешность	Неопределенность, оцениваемая по типу А
Неисключенная систематическая погрешность	Неопределенность, оцениваемая по типу В
Среднеквадратическое отклонение погрешности результата измерений	Стандартная неопределенность результата измерения
Доверительные границы результата измерения	Расширенная неопределенность результата измерения
Доверительная вероятность	Вероятность охвата (покрытия)
Коэффициент (квантиль) распределения погрешности	Коэффициент охвата (покрытия)

Таблица 2

Характеристика	Описание результатов измерений с использованием:	
	Погрешности	Неопределенности
Результат измерения (точечная оценка)	Среднее значение $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$	Среднее значение $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$
Разброс результатов измерений	Стандартное отклонение результатов измерений* $s_r = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}$	Стандартная неопределенность $u(X) = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}$
Разброс, характеризующий все виды ошибок вместе	Стандартное отклонение полной (суммарной) погрешности $s_{сумм} = +\sqrt{S_r^2 + \frac{\Delta^2}{3}}$	Суммарная стандартная неопределенность** $u_c(X) = +\sqrt{u^2(X) + u^2(\hat{\delta}) + \sum_{j=1}^J c_j^2 u^2(z_j)}$
Интервал, в котором лежит измеряемая величина, при единичном измерении	Доверительный интервал $\{ \bar{X} \pm k s_{сумм} \}$	Среднее значение \pm расширенная неопределенность*** $\{ \bar{X} \pm U \} = \{ \bar{X} \pm k u_c(X) \}$

*Стандартное отклонение погрешности $S_{(X-\mu)}$ совпадает со стандартным отклонением результатов измерений $s_{\bar{X}}$.

**Величина $u^2(\hat{\delta})$, учитывающая неточность аттестации стандартных образцов, равна $\frac{\Delta^2}{3}$, где Δ -

полуширина интервала, в котором лежит принятое опорное значение. Член $\sum_{j=1}^J c_j^2 u^2(z_j)$,

описывающий вклад неопределенности, обусловленной матричными эффектами, в отечественной литературе обычно не рассматривается (полагают, что эти эффекты малы) и их целесообразно учитывать только для некоторых типов стандартных образцов.

*** Коэффициент $k = u(\bar{P})$, где \bar{P} - доверительная вероятность, для расширенной неопределенности выбирают равным 2 или 3 («коэффициент охвата»), что соответствует $\bar{P} \cong 0.954$ и $\bar{P} \cong 0.997$. При расчете доверительных интервалов иногда, хотя и редко, используют и другие значения k .

2. Методика оценивания результата измерений и его неопределенности включает

Оценивание результата измерений и его неопределенности проводится в следующей последовательности:

- составление уравнения измерений;
- оценка входных величин и их стандартных отклонений (неопределенностей);
- оценка измеряемой (выходной) величины и ее неопределенности;
- составление бюджета неопределенности;
- оценка расширенной неопределенности результата измерений;
- представление результата измерений.

В качестве основы для составления уравнения измерения используется *уравнение связи* (в классическом понимании), т.е. зависимость $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$. Далее в результате анализа условий измерений и используемых СИ, устанавливаются другие факторы, влияющие на результат измерений. При этом величины $X_{k+1}, X_{k+2}, \dots, X_m$, описывающие эти факторы включают в уравнение, даже если они незначительно могут повлиять на результат Y . Задача – по возможности наиболее полно учесть все факторы, влияющие на результат измерения.

Стандартную неопределенность типа А определяют как среднеквадратическое отклонение по формуле:

$$u_A(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$$

Для вычисления стандартной неопределенности по типу В используют:

- данные о предыдущих измерениях величин, входящих в уравнение измерения;
- сведения, имеющиеся в метрологических документах по поверки, калибровке и сведения изготовителя о приборе;
- сведения о предполагаемом вероятностном распределении значений величин, имеющихся в научно-технических отчетах и литературных источниках;
- данные, основанные на опыте исследователя или общих знаниях о поведении и свойствах соответствующих (подобных) СИ и материалов;

- неопределенность используемых констант и справочных данных;
- нормы точности измерений, указанные в технической документации на методы и СИ;
- другие сведения об источниках неопределенностей, влияющих на результат измерения.

Неопределенности этих данных обычно представляют в виде границ отклонения значения величины от ее оценки. При этом стандартную неопределенность по типу В определяют по известной формуле для среднеквадратического отклонения результатов измерений, имеющих равномерный закон распределения:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}, \quad (4)$$

а для симметричных границ $|b_{i+}| = |b_{i-}| = b_i$, по формуле

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

В случае других законов распределений формулы для вычисления неопределенности по типу В будут другие.

Сравнение результатов измерений определённых с помощью классического подхода и концепции неопределённости, как показано на многочисленных примерах дают одни и те же окончательные результаты. Однако результат полученный в концепции неопределённости трактуется иначе, чем результат, полученный при применении классического подхода.

Расширенная неопределённость не играет той роли, которая отводится в концепции погрешности. Считается, что основным результатом оценки является суммарная неопределённость, а расширенная неопределённость отличается от неё на постоянный коэффициент, который необходим в ряде специальных случаев для показа надёжности оценки. Этот коэффициент обычно принимает значение от 2 до 3, при уровне доверия от 0,95 до 0,99.

Наше незнание об измеряемой величине определяется неопределённостью и группируется около результата измерения.

3. Замечания о численных подходах оценивания неопределённости измерений.

Практическое применение выше описанной структуры оценивания неопределённости может вызывать определённые затруднения в случаях, когда:

- составляющие неопределённости имеют существенно различающиеся по величине значения;
- преобразования измеряемых величин описывается сложными моделями, определение коэффициентов чувствительности (частных производных) для которых затруднено или неудобно;
- линеаризация уравнения измерения не обеспечивает адекватного представления о модели получения измерительной информации. В этом случае оценки выходной величины и соответствующей стандартной неопределённости могут оказаться недостоверными;
- функция плотности вероятности выходной величины например вследствие своей асимметрии, не может быть описано нормальным распределением или масштабированным смещённым – распределением Стюдента. В этом случае при оценке неопределённости могут быть получены недостоверные интервалы охвата, т. е. значения расширенной неопределённости;
- оценка выходной величины и соответствующая стандартная неопределённость соизмеримы, т. е. имеют приблизительно равные значения.

В перечисленных случаях целесообразно пользоваться численными методами, которые реализуются с помощью современных вычислительных средств. Стандартным вариантом применения численных методов является применение метода Монте-Карло (ГОСТ Р 54500.3.1) с целью получения оценки неопределённости измерений. Метод Монте-Карло является практической альтернативой способу оценки неопределённости по GUM. Метод применим к моделям с произвольным числом входных величин и единственной выходной величиной и устанавливает общую методологию оценивания неопределённости, базирующуюся на использовании трансформирования неопределённости. Метод основан на использовании плотностей распределения вероятностей входных величин для последующего расчета плотности распределения вероятностей выходной величины.

4. Пример оценивания неопределенности измерений.

Измерение электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта.

Этот простой пример демонстрирует порядок реализации необходимых операций для оценки значения неопределённости измерений.

- Исходные данные: в результате измерений напряжения при температуре $(23,00 \pm 0,05)^\circ\text{C}$ получен ряд из $N=10$ значений U_i в мВ.

- 100,68; 100,83; 100,79; 100,64; 100,63; 100,94; 100,60; 100,68; 100,76; 100,65.

- Сопротивление R шунта равно 0,01 Ом

- Границы, внутри которых лежит значение сопротивления шунта, определены при калибровке и равны $7 \cdot 10^{-4} \cdot R$

- Уравнение измерений имеет вид $I = U/R$

- Оценка значения входной величины

$$\bar{U} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} U_i = \frac{1}{10} (100,68 + \dots + 100,65) = 100,72 \text{ мВ}$$

- Погрешность вольтметра $\pm(3 \cdot 10^{-4} \cdot U + 0,02) \text{ мВ}$

Оценка значения $R = 0,01$ Ом (из сертификата)

- а) Оценка стандартной неопределённости по типу А, обусловленную источниками неопределённости, имеющими случайный характер:

$$S_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{k=1}^{10} (U_i - \bar{U})^2} = 0,034 \text{ мВ}$$

б) Оценка стандартной неопределённости измерений тока по типу А

$$S_A(I) = \frac{\partial f}{\partial U} S_A(\bar{U}) = 0,034 \text{ А}$$

в) оценка стандартной неопределённости по типу В, обусловленную источниками неопределённости, имеющими систематический характер:

1) Так как границы погрешности вольтметра $\pm(3 \cdot 10^{-4} \cdot U + 0,02) \text{ мВ}$, то в предположении равномерного закона распределения внутри границ стандартная неопределённость

$$S_B(U) = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot U + 0,02}{\sqrt{3}} = 0,029 \text{ мВ}$$

2) Так как границы погрешности шунта $\pm 7 \cdot 10^{-4} \cdot R$, то в предположении равномерного закона неопределённость

$$S_B(R) = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot R}{\sqrt{3}} = 4 \cdot 10^{-6} \hat{R}$$

3) Так как границы изменения сопротивления шунта, обусловленного изменением температуры, равны $\pm \alpha \cdot \Delta \Theta \cdot R$, то в предположении равномерного закона распределения внутри границ стандартная неопределённость

$$S_B(\Theta) = \frac{\alpha \cdot \Delta \Theta \cdot R}{\sqrt{3}} = 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \approx 0$$

$$\alpha = 10^{-7}$$

• Так как $S_B(\Theta)$ пренебрежимо мала, то оценка стандартной неопределённости по типу B

$$S_B(I) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 S_B^2(U) + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 S_B^2(R)} = 0,005 \text{ А}$$

• Результат измерения

$$I = \frac{100,72 \hat{\text{А}}}{0,01 \hat{\text{В}}} = 10,072 \hat{\text{А}}$$

• Суммарная стандартная неопределённость

$$S(I) = \sqrt{S_A^2(I) + S_B^2(I)} = 0,006 \text{ А}$$

- Коэффициент охвата $k=1,96$ при доверительной вероятности 0,95
- расширенная неопределённость

$$k_{s_A}(I) = 1,96 \cdot 0,006 = 0,012 \text{ A}$$

- Результат измерения

$$I = (10,072 \pm 0,012) \text{ A}$$