

# Планирование и организация эксперимента в научных исследованиях

## РК1

1. Какой термин более широкий: феномен или явление? Объясните почему.

«Явление» шире, чем «феномен», потому что:

- **Явление** – любое наблюдаемое событие или процесс (дождь, гравитация).
- **Феномен** – необычное или исключительное явление (шаровые молнии, дежавю).

Все феномены – явления, но не наоборот.

2. Как называется квадрат?

обычным

3. Чем характеризуется точность оценок параметров математической модели?

Точность оценок параметров модели определяется

их **несмещённостью, дисперсией, состоятельностью и доверительными интервалами**. В классической статистике она также связана с **информацией Фишера** и **асимптотическими свойствами**.

4. Приведите выражение Дирака для любого натурального числа.

Кстати, Поль **Дирак** нашёл способ выразить любое натуральное число всего че-

рез три двойки и математические операции:  $z = -\log_2 \left( \log_2 \left( \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}} \right) \right)$ ,

где количество знаков квадратного корня равняется  $z$ .

5. Найдите числовой коэффициент собственного вектора  $x = (-1.5 \ 1)$  матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

Чтобы найти числовой коэффициент (собственное значение ( $\lambda$ )) собственного вектора ( $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1.5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ) матрицы

$$X = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix},$$

мы проверим, выполняется ли условие ( $X \mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$ ).

### Шаг 1: Умножим матрицу ( $X$ ) на вектор ( $\mathbf{x}$ )

$$X\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1.5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)(-1.5) + (-6)(1) \\ (2)(-1.5) + (6)(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 - 6 \\ -3 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

### Шаг 2: Проверим условие собственного вектора

Если ( $\mathbf{x}$ ) — собственный вектор, то должно существовать число ( $\lambda$ ), такое что:

$$X\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}.$$

Подставим вычисленные значения:

$$\begin{pmatrix} -4.5 \\ 3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -1.5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Это даёт систему уравнений:

$$\begin{cases} -4.5 = -1.5\lambda, \\ 3 = \lambda. \end{cases}$$

### Шаг 3: Найдём ( $\lambda$ )

Из первого уравнения:

$$-4.5 = -1.5\lambda \implies \lambda = \frac{-4.5}{-1.5} = 3.$$

Из второго уравнения:

$$3 = \lambda.$$

Оба уравнения дают одно и то же значение ( $\lambda = 3$ ), что означает, что ( $\mathbf{x}$ ) действительно является собственным вектором матрицы ( $X$ ), а соответствующий числовой коэффициент (собственное значение) равен **3**.

### Ответ

3

#### 6. Что такое затравочный эксперимент?

**Затравочный эксперимент** (или "**затравочный опыт**") — это предварительный эксперимент, который проводится перед основным исследованием для проверки работоспособности методики, оборудования или условий.

## РК2

1. Математическая модель задана полиномом третьей степени в одномерном пространстве. Найдите (поясните расчетами) транспонированную регрессионную матрицу плана.  
???
2. Каково число точек планов Кифера и Коно в семимерном пространстве? Объясните почему.  
???
3. Как производится кодирование качественного фактора?  
условно сопоставляет уровни фактора числам натурального ряда

#### 4. В каких случаях в планировании эксперимента участвуют сложные факторы?

##### 1. Взаимодействие факторов

Когда эффект одного фактора **зависит** от уровня другого.

- **Пример:**
    - Фактор А: Температура (низкая/высокая).
    - Фактор В: Давление (низкое/высокое).
    - **Сложный фактор:** Взаимодействие АхВ (например, комбинация "высокая температура + низкое давление" дает нелинейный эффект на выходной параметр).
  - **Как выявляют:**
    - В **полном факторном эксперименте** (например,  $2^2$ ) добавляют столбец для взаимодействия (АхВ).
    - Анализируют с помощью **ANOVA** или регрессионной модели.
- 

##### 2. Иерархические (вложенные) факторы

Когда уровни одного фактора **различаются** в зависимости от уровней другого.

- **Пример:**
    - Исследование эффективности лекарств (фактор А) в разных больницах (фактор В).
    - Уровни В (больницы) **вложены** в уровни А (лекарства), так как в каждой больнице свои условия.
  - **Как учитывают:**
    - Используют **смешанные модели** (Mixed Models), где вложенность задается случайным эффектом.
- 

##### 3. Динамические (многофазные) эксперименты

Когда факторы меняются **во времени** или по этапам.

- **Пример:**
  - Исследование роста растений с последовательным применением удобрений и полива.
  - Сложный фактор: **последовательность воздействий** (например, "удобрение → полив" vs "полив → удобрение").
- **Как анализируют:**
  - Применяют **многофакторные временные модели** или **кросс-валидацию по этапам**.

5. Оптимальна ли матрица планирования эксперимента (1), а, b, (1)? Поясните расчетами.

**Пример.** Дана матрица  $b, a, b, a$ . Выполняются ли свойства?

Запишем матрицу в привычном виде 
$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Если четыре строки, число опытов  $N = 4$ . Если два столбца, два фактора  $x_1, x_2$ .

Проверим симметричность,  $x_1: -1 + 1 - 1 + 1 = 0$ ,  $x_2: 1 - 1 + 1 - 1 = 0 \Rightarrow$  да.

Проверим нормировку,  $x_1: 1 + 1 + 1 + 1 = 4 = N$ ,  $x_2: 1 + 1 + 1 + 1 = 4 = N \Rightarrow$  да.

Проверим ортогональность,  $x_1 x_2: -1 - 1 - 1 - 1 = -4 \neq 0 \Rightarrow$  нет.

Вывод: матрица планирования эксперимента составлена неоптимально.

6. Найдите (поясните расчетами) стандартную ошибку среднеквартильного размаха ряда

### Метод 3. Другие измерители среднего уровня

```
import numpy as np

x = [
    2, 2, 4, 7, 7, 10, 14, 14, 18, 20,
    20, 22, 25, 25, 27, 27, 29, 31, 31, 32,
    34, 35, 35, 35, 37, 37, 37, 38, 39, 40,
    40, 42, 45, 45, 47, 50, 53, 55, 58, 58
]
...
x = [
    2, 2, 6, 9, 9, 10, 15, 18, 20, 20, 21, 21, 23, 23, 26, 27, 27, 27, 28, 28, 29,
    29, 30, 33, 34, 34, 34, 34, 34, 35, 35, 37, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39,
    39, 40, 42, 44, 44, 45, 47, 51, 58
]
...
N = len(x)
T = sum(x)
sum2 = sum([it**2 for it in x])
print(f'T = {T}; sum^2 = {sum2}')
sigma = np.sqrt((1 / (N - 1)) * (sum2 - T**2 / N))
k = 1 + 1 / (4 * (N - 1))
sigman = sigma / k
s = sigma / np.sqrt(2 * (N - 0.75))
print(f'sigma = {sigma:.2f}, k = {k:.3f}, sigma_нечм = {sigman:.2f}, s = {s:.2f}')
s_razm = 1.1 * sigma / np.sqrt(N)
print(f'sigma_размах = {s_razm:.2f}')
```

## РК3

1. Можно ли сократить стандартную анкету для сбора априорной информации? Если да, объясните почему.

Нет

2. Какой термин более широкий: область интереса или область определения? Объясните почему.

**Область интереса** — более широкий термин, чем **область определения**. Почему:

- **Область определения** относится к конкретным значениям, для которых определена функция или математический объект.
- **Область интереса** может включать любые аспекты, связанные с исследованием, включая смежные темы, контекст или приложения, выходящие за рамки строгого определения.

Таким образом, **область интереса** охватывает более широкий спектр вопросов.

3. Что входит в постоянные издержки?

текущие расходы на материалы, заработную плату исполнителей, электроэнергию, отопление

4. **Какая ошибка опыта является наиболее распространенной? Объясните почему.**

Наиболее распространённая ошибка в научных экспериментах — **систематическая ошибка (systematic error / bias).**

**Почему именно систематическая ошибка?**

**1. Трудно обнаружить**

- В отличие от случайных ошибок (которые варьируются от измерения к измерению), систематические ошибки влияют на результаты **постоянно и в одном направлении.**
- Например, если весы показывают на 5 г больше истинного веса, все измерения будут завышены, но это сложно заметить без калибровки.

**2. Источники многочисленны**

- **Оборудование:** неверная калибровка, износ приборов.
- **Методика:** неправильный протокол эксперимента (например, измерение температуры термометром, который реагирует с веществом).
- **Человеческий фактор:** предвзятость экспериментатора (например, подсознательное округление данных в ожидаемую сторону).

**3. Не устраняется повторными измерениями**

- Случайные ошибки можно уменьшить увеличением числа испытаний, но систематические останутся.

**Примеры**

- **Медицина:** Если тонометр завышает давление, все пациенты окажутся "гипертониками".
- **Физика:** Измерение времени реакции с задержкой в электронной системе даст постоянно заниженные результаты.

**Как избежать?**

- Калибровка оборудования.
- Слепая или двойная слепая методика.
- Контрольные эксперименты с известными параметрами.
- Статистический анализ на наличие смещения.

**Вывод:** Систематическая ошибка опаснее случайной, потому что искажает сам вывод исследования, а не просто увеличивает разброс данных.

5. **Опыты дали значения 1,63 1,69 1,94 2,37. Проверьте (поясните расчетами) по критерию  $r$ -распределения, является ли последний результат бракованным.**

6. **Найдите (поясните расчетами) стандартное отклонение по 1/6 измерений ряда**

**Метод 8. Оценка стандартного отклонения по 1/6 измерений**