Электродинамика
и распространение радиоволн

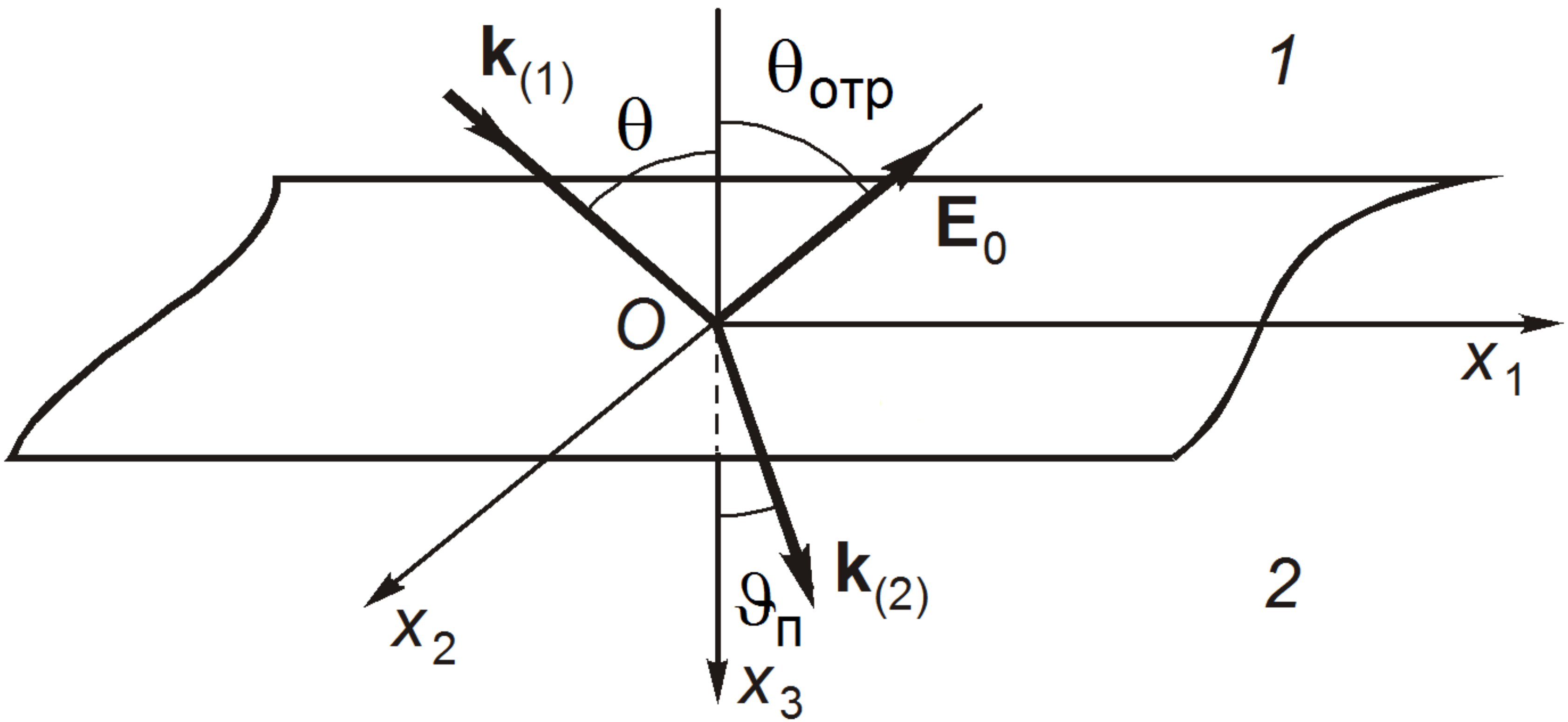
Лекция 9

Русов Юрий Сергеевич

3 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА В ОГРАНИЧЕННЫХ СРЕДАХ

3.1 Наклонное падение электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух сред. Формулы Френеля

Распространение волны можно характеризовать волновым комплексным вектором **β** – *i***α** .



Наклонное падение на границу раздела сред

Обе среды линейные и без потерь.

Пусть две однородных изотропных среды, из которых первая характеризуется параметрами ε_1, μ_1, а вторая ε_2, μ_2, разделены плоской границей, совпадающей с плоскостью Ox_1x_2

В первой среде под углом θ распространяется плоская однородная волна с постоянной распространения

$$k_{(1)} = \omega\sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}}.$$

Поле в первой среде $\mathbf{E}_{(1)}$, $\mathbf{H}_{(1)}$ определяется как сумма падающей **E**, **H** и отраженной $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$ волн.

Поле во второй среде $\mathbf{E}_{(2)}$, $\mathbf{H}_{(2)}$ определяется полем преломленной волны.

Наклонное падение на границу раздела сред

Если вектор **E** параллелен плоскости раздела, то поляризация называется ***горизонтальной***. При этом вектор **H** лежит в плоскости падения.

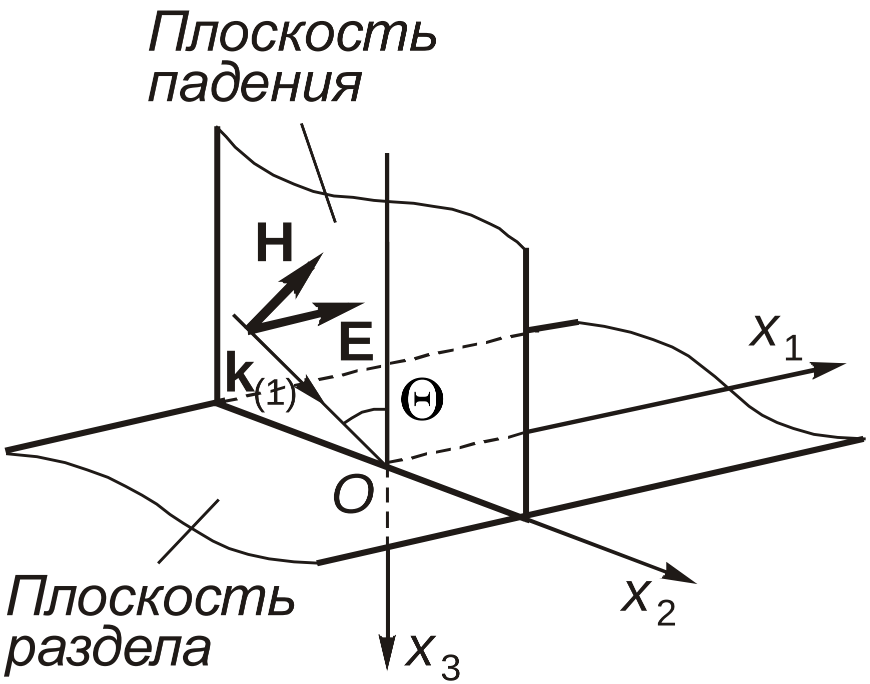
Если вектор **E** лежит в плоскости падения, а вектор **H** параллелен плоскости раздела, то поляризация называется ***вертикальной***.

В случае линейной поляризации для упрощения решения удобно совместить координатную плоскость Ox_2x_3 с плоскостью падения. Тогда в случае горизонтальной поляризации с осью x_1 совпадает направление вектора **E**, в случае вертикальной — направление вектора **H.**

$$\mathbf{k}_{(1)} = (0, k_{(1)} \sin\theta, k_{(1)} \cos\theta)$$

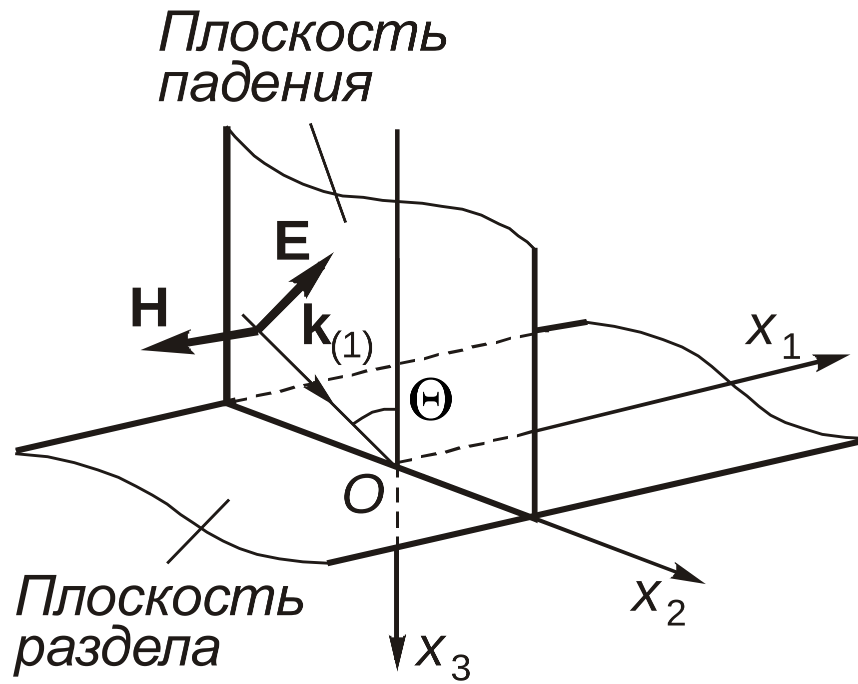
$$\mathbf{k}_{(1)}\mathbf{r} = k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta).$$

Наклонное падение на границу раздела сред



а

при горизонтальной поляризации



б

при вертикальной поляризации

Наклонное падение на границу раздела сред

Рассмотрим случай **горизонтальной поляризации**. Поле падающей волны

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{e}_1 E_m\, \mathrm{e}^{i\,[\omega t - k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)]}, \\ \dot{\mathbf{H}} &= H_m(\mathbf{e}_2 \cos\theta - \mathbf{e}_3 \sin\theta)\,\mathrm{e}^{i\,[\omega t - k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)]}. \end{aligned}\right\} \quad (3.1)$$

$$E_m = Z_{01} H_m, \qquad Z_{01} = \sqrt{\frac{\mu_{a1}}{\varepsilon_{a1}}}$$

Поле падающей волны не зависит от x_1.

Из условия симметрии очевидно, что вторичное поле не зависит от x_1, отраженная и преломленная волны также распространяются в плоскости падения.

Наклонное падение на границу раздела сред

Постоянная распространения отраженной волны

$$k_0 = \omega_0 \sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}},$$

поле отраженной волны

$$\dot{\boldsymbol{E}}_0 = \boldsymbol{e}_1 \dot{E}_{m0} e^{i[\omega_0 t - k_0 (x_2 sin\theta_{\text{отр}} - x_3 cos\theta_{\text{отр}})]},$$

$$\dot{\boldsymbol{H}}_0 = \dot{H}_{m0}\left(-\boldsymbol{e}_2 cos\theta_{\text{отр}} - \boldsymbol{e}_3\, sin\theta_{\text{отр}}\right) e^{i[\omega_0 t - k_0 (x_2 sin\theta_{\text{отр}} - x_3 cos\theta_{\text{отр}})]},$$

$$\dot{E}_{m0} = \dot{H}_{m0} Z_{01}. \qquad (3.2)$$

Поле прошедшей волны

$$\left.\begin{aligned}
& k_{(2)} = \omega_2 \sqrt{\varepsilon_{a2}\mu_{a2}}, \\
& \dot{\mathbf{E}}_{(2)} = \mathbf{e}_1 \dot{E}_{m(2)}\, \mathrm{e}^{i\,[\omega_2 t - k_{(2)}\,(x_2 \sin\vartheta_n + x_3 \cos\vartheta_n)]}, \\
& \dot{\mathbf{H}}_{(2)} = \dot{H}_{m(2)} (\mathbf{e}_2 \cos\vartheta_n - \mathbf{e}_3 \sin\vartheta_n)\, \mathrm{e}^{i\,[\omega_2 t - k_{(2)}\,(x_2 \sin\vartheta_n + x_3 \cos\vartheta_n)]}, \\
& \dot{E}_{m(2)} = Z_{02} \dot{H}_{m(2)}, \qquad Z_{02} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon_{a2}}}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

$$E_{\tau(1)} = E_{\tau(2)} \quad \text{при} \quad x_3 = 0,$$

с учетом (3.1), (3.2) и (3.3)

$$E_m \, \mathrm{e}^{i\,(\omega t - k_{(1)} x_2 \sin\theta)} + \dot{E}_{m0} \, \mathrm{e}^{i\,(\omega_0 t - k_0 x_2 \sin\theta_{omp})} =$$

$$= \dot{E}_{m(2)} \, \mathrm{e}^{i\,(\omega_2 t - k_{(2)} x_2 \sin\vartheta_n)} \,. \qquad (3.4)$$

Для выполнения граничного условия (3.4) в любой момент времени *t* в любой точке плоскости раздела необходимо

$$\omega = \omega_0 = \omega_2 , \qquad (3.5)$$

$$k_{(1)} \sin\theta = k_0 \sin\theta_{omp} = k_{(2)} \sin\vartheta_n . \qquad (3.6)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Из (3.6) следуют ***законы Снеллиуса***:

1. Угол падения равен углу отражения

$$\theta = \theta_{отр}. \qquad (3.7)$$

2. Углы падения и преломления связаны соотношением

$$\frac{\sin\vartheta_n}{\sin\theta} = \frac{k_{(1)}}{k_{(2)}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}, \qquad (3.8)$$

На основании (3.5) и (3.6) выражение (3.4)

$$E_m + \dot{E}_{m0} = \dot{E}_{m(2)}. \qquad (3.9)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

$$J_{\text{пов}} = 0,$$

$$H_{\tau(1)} = H_{\tau(2)} \quad \text{при} \quad x_3 = 0,$$

Учитывая (3.1)—(3.3), (3.5) и (3.6)

$$H_m \cos\theta - \dot{H}_{m0} \cos\theta_{\text{отр}} = \dot{H}_{m0} \cos\vartheta_{\text{п}}.$$

$\theta = \theta_{omp}$, тогда

$$(H_m - \dot{H}_{m0})\cos\theta = H_{m(2)} \cos\vartheta_n \tag{3.10}$$

$$(E_m - \dot{E}_{m0})\cos\theta = \frac{Z_{01}}{Z_{02}} \dot{E}_{m(2)} \cos\vartheta_n. \tag{3.11}$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Явления отражения и прохождения волны через границу раздела двух сред при горизонтальной поляризации можно характеризовать коэффициентами отражения и прохождения по электрическому полю

$$\dot{\Gamma}_E = \frac{\dot{E}_{m0}}{E_m}, \quad \dot{P}_E = \frac{\dot{E}_{m(2)}}{E_m}. \qquad (3.12)$$

Преобразуя (3.9) и (3.11) с помощью (3.12), получим систему

$$\left.\begin{aligned} &1+\dot{\Gamma}_E = \dot{P}_E, \\ &(1-\dot{\Gamma}_E)\cos\theta = \frac{Z_{01}}{Z_{02}}\dot{P}_E\cos\vartheta_n. \end{aligned}\right\}$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Решение системы - **формулы Френеля** для случая горизонтальной поляризации

$$\left.\begin{aligned} \dot{\Gamma}_E &= \frac{Z_{02}\cos\theta - Z_{01}\cos\vartheta_n}{Z_{02}\cos\theta + Z_{01}\cos\vartheta_n}, \\ \dot{P}_E &= \frac{2Z_{02}\cos\theta}{Z_{02}\cos\theta + Z_{01}\cos\vartheta_n}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

В случае **вертикальной поляризации** поле падающей волны

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}} &= E_m(\mathbf{e}_2\cos\theta-\mathbf{e}_3\sin\theta)\,\mathrm{e}^{i\,[\omega t-k_{(1)}\,(x_2\sin\theta+x_3\cos\theta)]},\\ \dot{\mathbf{H}} &= -\mathbf{e}_1 H_m\,\mathrm{e}^{i\,[\omega t-k_{(1)}\,(x_2\sin\theta+x_3\cos\theta)]}.\end{aligned}\right\}$$

(3.14)

При сравнении (3.14) и (3.1) видим, что уравнения, описывающие случай вертикальной поляризации, можно получить из уравнений для горизонтальной поляризации при замене E на H.

Наклонное падение на границу раздела сред

(3.9) и (3.10) при замене будут иметь вид

$$\left.\begin{aligned} & H_m + \dot{H}_{m0} = \dot{H}_{m(2)}, \\ & (E_m - \dot{E}_{m0})\cos\theta = \dot{E}_{m(2)}\cos\vartheta_n, \end{aligned}\right\} \qquad (3.15)$$

или

$$(H_m - \dot{H}_{m0})\cos\theta = \dot{H}_{m(2)}\frac{Z_{02}}{Z_{01}}\cos\vartheta_n. \qquad (3.16)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

В случае вертикальной поляризации явления на границе раздела можно характеризовать коэффициентом отражения и прохождения по магнитному полю

$$\dot{\Gamma}_H = \frac{\dot{H}_{m0}}{H_m}, \quad \dot{P}_H = \frac{\dot{H}_{m(2)}}{H_m}. \qquad (3.17)$$

Преобразуем (3.15) и (3.16) с помощью (3.17)

$$\left.\begin{aligned} &1+\dot{\Gamma}_H = \dot{P}_H, \\ &(1-\dot{\Gamma}_H)\cos\theta = \dot{P}_H \frac{Z_{02}}{Z_{01}} \cos\vartheta_n. \end{aligned}\right\}$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Решение системы - **формулы Френеля** для случая вертикальной поляризации

$$\left.\begin{aligned} \dot{\Gamma}_H &= \frac{Z_{01}\cos\theta - Z_{02}\cos\vartheta_n}{Z_{01}\cos\theta + Z_{02}\cos\vartheta_n}, \\ \dot{P}_H &= \frac{2Z_{01}\cos\theta}{Z_{01}\cos\theta + Z_{02}\cos\vartheta_n}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Горизонтальная поляризация. Поле в первой среде

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = \mathbf{E}_m + \dot{\mathbf{E}}_{m0}.$$

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = \mathbf{e}_1 E_m \, \mathrm{e}^{-i\,k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)} +$$

$$+\mathbf{e}_1 \Gamma_E E_m \, \mathrm{e}^{-i\,k_{(1)}(x_2 \sin\theta_{omp} - x_3 \cos\theta_{omp})}.$$

С учетом $\theta = \theta_{omp}$,

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = \mathbf{e}_1 E_m [\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)} +$$

$$+\Gamma_E \, \mathrm{e}^{-i\,k_{(1)}(x_2 \sin\theta - x_3 \cos\theta)}].$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Выражение преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = \mathbf{e}_1 E_m [(1-\Gamma_E)\mathrm{e}^{-i k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)} +$$

$$+2\Gamma_E \cos(k_{(1)} x_3 \cos\theta)\mathrm{e}^{-i k_{(1)} x_2 \sin\theta}].$$

Поле в первой среде можно представить как сумму двух волн, одна из которых распространяется вдоль направления падения, а вторая вдоль границы раздела в направлении оси x_2 с амплитудой, изменяющейся по закону косинуса вдоль оси x_3.

Поле в первой среде является неоднородным.
Поле во второй среде является однородным.

Наклонное падение на границу раздела сред

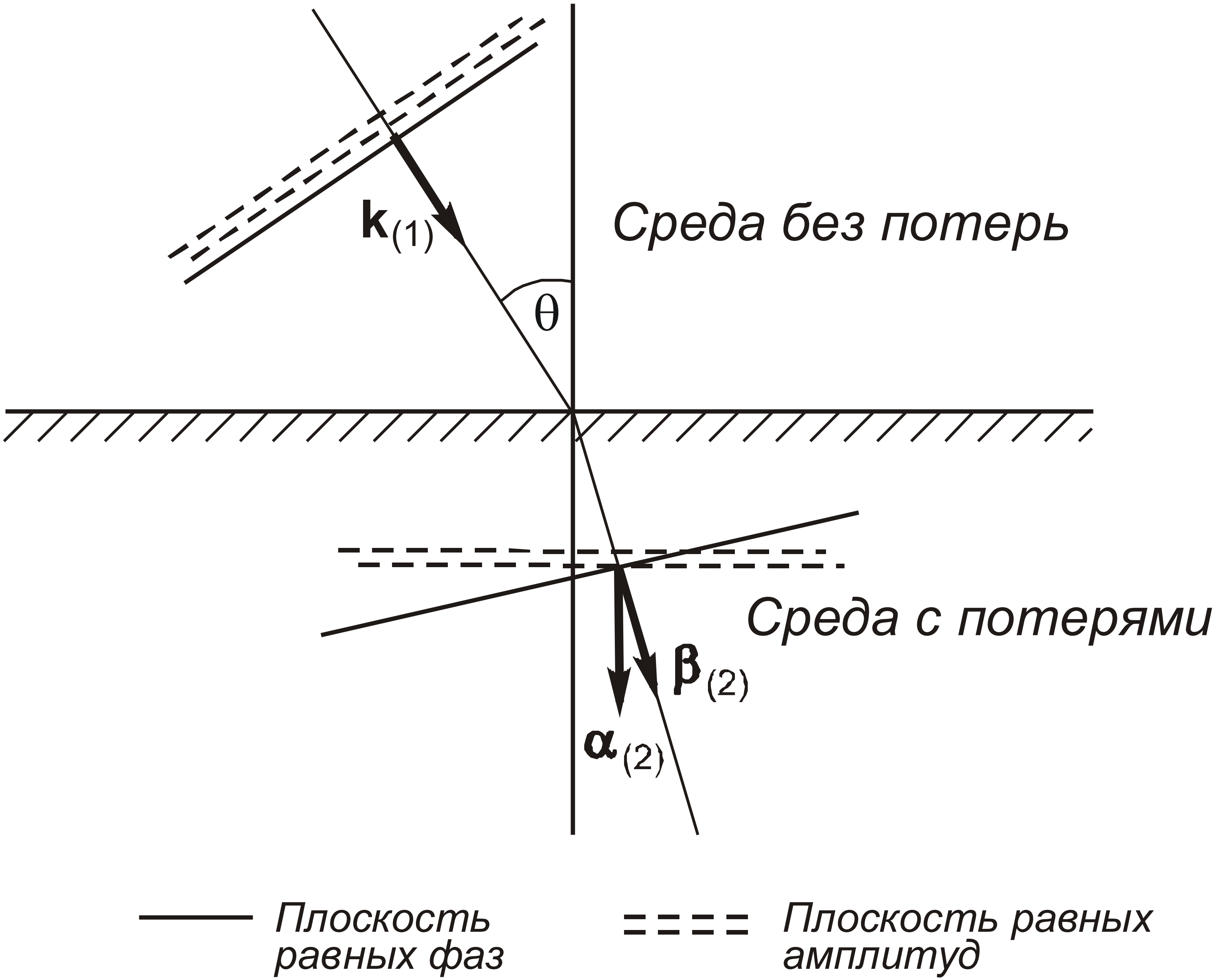
Обе среды линейные, но вторая – с потерями.

Рассмотрим прохождение плоской волны через поверхность раздела из среды без потерь в среду с потерями. Распространение преломленной волны характеризуется множителем распространения

$$e^{-i\,\mathbf{k}_{(2)}\mathbf{r}},$$

где $\dot{\mathbf{k}}_{(2)} = \boldsymbol{\beta}_{(2)} - i\boldsymbol{\alpha}_{(2)}$ и в общем случае векторы $\boldsymbol{\beta}_{(2)}$ и $\boldsymbol{\alpha}_{(2)}$ не параллельны, но вследствие симметрии возбуждения волны лежат в плоскости падения.

Наклонное падение на границу раздела сред



Наклонное падение на границу раздела сред

Если плоскость падения совпадает с плоскостью x_2Ox_3, то скалярное произведение

$$\dot{\boldsymbol{k}}_{(2)}\boldsymbol{r} = \dot{k}_{(2)}\left[\frac{\left(\beta_{(2)}\sin\vartheta_\beta - i\alpha_{(2)}\sin\vartheta_\alpha\right)}{\dot{k}_{(2)}}x_2 + \frac{\left(\beta_{(2)}\cos\vartheta_\beta - i\alpha_{(2)}\cos\vartheta_\alpha\right)}{\dot{k}_{(2)}}x_3\right]$$

Вводим комплексные углы

$$\cos\dot{\vartheta}_n = \frac{\beta_{(2)}\cos\vartheta_\beta - i\,\alpha_{(2)}\cos\vartheta_\alpha}{\dot{k}_{(2)}},$$

$$\sin\dot{\vartheta}_n = \frac{\beta_{(2)}\sin\vartheta_\beta - i\,\alpha_{(2)}\sin\vartheta_\alpha}{\dot{k}_{(2)}}.$$

Наклонное падение на границу раздела сред

ϑ_{β} – угол между нормалью к поверхности и вектором $\boldsymbol{\beta}_{(2)}$;

ϑ_{α} – угол между нормалью к поверхности и вектором $\boldsymbol{\alpha}_{(2)}$.

Закон Снеллиуса

$$k_{(1)} \sin\theta = \dot{k}_{(2)} \sin\dot{\vartheta}_{n}.$$

Отсюда

$$k_{(1)} \sin\theta = \beta_{(2)} \sin\vartheta_{\beta} - i\,\alpha_{(2)} \sin\vartheta_{\alpha},$$

$$\sin\vartheta_{\alpha} = 0$$

$$\vartheta_{\alpha} = 0^{\circ},$$

$$\sin\vartheta_{\beta} = \frac{k_{(1)} \sin\theta}{\beta_{(2)}}.$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Если потери во второй среде малы, то

$$k_{(2)} \approx \beta_{(2)}$$

$$\vartheta_{\beta} \approx \vartheta_{n}.$$

В этом случае положение плоскости равных фаз в пространстве определяется выражением

$$x_2 \sin\vartheta + x_3 \cos\vartheta_n = \text{const},$$

а положение плоскости равных амплитуд выражением

$$x_3 = \text{const}.$$

Наклонное падение на границу раздела сред

Среда с потерями характеризуется комплексным характеристическим сопротивлением и, следовательно, коэффициенты отражения и преломления являются комплексными.

Отраженная и преломленная волны сдвинуты по фазе относительно падающей.

Этот сдвиг для случая горизонтальной и вертикальной поляризаций будет различным, и при падении на границу среды с потерями волны произвольной линейной поляризации отраженная и преломленная волны будут поляризованы эллиптически.

3.2 Полное прохождение электромагнитного поля при наклонном падении на границу линейных сред без потерь. Угол Брюстера

В случае горизонтальной поляризации отраженная волна отсутствует, если

$$\Gamma_E = 0$$

Согласно формулам Френеля

$$Z_{02} \cos\theta - Z_{01} \cos\vartheta_n = 0.$$

Учитывая закон Снеллиуса,

$$Z_{02} \cos\theta - Z_{01} \sqrt{1 - \frac{k_{(1)}^2}{k_{(2)}^2} \sin^2 \theta} = 0$$

Угол Брюстера

$$\sin^2\theta = \frac{\varepsilon_2/\varepsilon_1 - \mu_2/\mu_1}{\mu_1/\mu_2 - \mu_2/\mu_1}. \qquad (3.19)$$

Для обычных диэлектриков $\mu_1 = \mu_2 = 1,$

и выражение (3.19) не имеет смысла, горизонтально-поляризованная часть поля отражается при любом угле падения.

Угол Брюстера

В случае вертикальной поляризации условие полного прохождения волны

$$\Gamma_H = 0.$$

Согласно формулам Френеля

$$Z_{02} \cos \vartheta_n - Z_{01} \cos \theta = 0.$$

Учитывая закон преломления Снеллиуса,

$$Z_{02} \sqrt{1 - \frac{k_{(1)}^2}{k_{(2)}^2} \sin^2 \theta} - Z_{01} \cos \theta = 0,$$

Угол Брюстера

$$\sin^2\theta = \frac{\mu_2/\mu_1 - \varepsilon_2/\varepsilon_1}{\varepsilon_1/\varepsilon_2 - \varepsilon_2/\varepsilon_1}.$$

Для обычного диэлектрика $\mu_1 = \mu_2 = 1$

тогда

$$\sin^2\theta = \frac{1}{\varepsilon_1/\varepsilon_2 + 1}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \qquad (3.20)$$

Угол Брюстера

Вертикально поляризованная волна не отражается при падении на границу раздела идеальных диэлектриков под углом, определяемым выражением (3.20) и называемым **углом Брюстера**.

При падении под углом Брюстера волны любой линейной, круговой или эллиптической поляризации отраженная волна имеет горизонтальную поляризацию.

Угол преломления
$$\sin\vartheta_n = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sin\theta.$$

С учетом (3.20)
$$\sin\vartheta_n = \cos\theta$$

$$\sin\vartheta_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).$$

$$\vartheta_n + \theta = \frac{\pi}{2}.$$

3.3 Полное отражение электромагнитного поля от границы раздела двух линейных сред без потерь

$$\varepsilon_1\mu_1 > \varepsilon_2\mu_2, \qquad n_{12} > 1,$$

Согласно закону преломления

$$n_{12}\sin\theta_{\text{кр}} = 1 \qquad \theta_{\text{кр}} = \arcsin\frac{1}{n_{12}}. \qquad (3.21)$$

При $\theta > \theta_{\text{кр}}$

$$\sin\vartheta_n = n_{12}\sin\theta > 1,$$

$$\cos\dot{\vartheta}_n = \pm\sqrt{1 - n_{12}^2\sin^2\theta} = \pm i\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|$$

Полное отражение

Коэффициенты отражения и преломления даже в случае сред без потерь являются комплексными.

В случае горизонтальной поляризации

$$\left.\begin{aligned} \dot{\Gamma}_E &= \frac{Z_{02}\cos\theta + i\,Z_{01}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}{Z_{02}\cos\theta - i\,Z_{01}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}, \\ \dot{P}_E &= \frac{2Z_{02}\cos\theta}{Z_{02}\cos\theta - i\,Z_{01}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}, \end{aligned}\right\}$$

в случае вертикальной поляризации

$$\left.\begin{aligned} \dot{\Gamma}_H &= \frac{Z_{01}\cos\theta + i\,Z_{02}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}{Z_{01}\cos\theta - i\,Z_{02}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}, \\ \dot{P}_H &= \frac{2Z_{01}\cos\theta}{Z_{01}\cos\theta - i\,Z_{02}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}, \end{aligned}\right\}$$

Полное отражение

$$\dot{\Gamma}_E = e^{i\,\psi_E}, \qquad \dot{P}_E = P_E\, e^{i\,\frac{\psi_E}{2}},$$

$$\dot{\Gamma}_H = e^{i\,\psi_H}, \qquad \dot{P}_H = P_H\, e^{i\,\frac{\psi_H}{2}},$$

$$\psi_E = 2\,\mathrm{arctg}\left[\frac{Z_{01}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}{Z_{02}\cos\theta}\right], \qquad P_E = \frac{2\cos\theta}{\sqrt{\cos^2\theta + (Z_{01}/Z_{02})^2\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|^2}},$$

$$\psi_H = 2\,\mathrm{arctg}\left[\frac{Z_{02}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|}{Z_{01}\cos\theta}\right], \qquad P_E = \frac{2\cos\theta}{\sqrt{\cos^2\theta + (Z_{01}/Z_{02})^2\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|^2}}.$$

Полное отражение

При горизонтальной поляризации поле в первой среде

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = \mathbf{e}_1 E_m\, \mathrm{e}^{-i\, k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)} + \mathbf{e}_1 E_m\, \mathrm{e}^{-i\,[k_{(1)}(x_2 \sin\theta - x_3 \cos\theta - \psi_E)]} =$$

$$= \mathbf{e}_1 2E_m \cos\left(k_{(1)} x_3 \cos\theta + \frac{\psi_E}{2}\right) \mathrm{e}^{-i\left(k_{(1)} x_2 \sin\theta - \frac{\psi_E}{2}\right)}, \qquad (3.22)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{m(1)} = H_m(\mathbf{e}_2 \cos\theta - \mathbf{e}_3 \sin\theta)\, \mathrm{e}^{-i\, k_{(1)}(x_2 \sin\theta + x_3 \cos\theta)} +$$

$$+ H_m(-\mathbf{e}_2 \cos\theta - \mathbf{e}_3 \sin\theta)\, \mathrm{e}^{-i\,[k_{(1)}(x_2 \sin\theta - x_3 \cos\theta) - \psi_E]} =$$

$$= \left[-i\, \mathbf{e}_2 2H_m \cos\theta \sin\left(k_{(1)} x_3 \cos\theta + \frac{\psi_E}{2}\right) - \right. \qquad (3.23)$$

$$\left. - \mathbf{e}_3 2H_m \sin\theta \cos\left(k_{(1)} x_3 \cos\theta + \frac{\psi_E}{2}\right)\right] \mathrm{e}^{-i\left(k_{(1)} x_2 \sin\theta - \frac{\psi_E}{2}\right)}.$$

Полное отражение

Поле во второй среде

$$
\left.
\begin{aligned}
&\mathbf{E}_{m(2)} = \mathbf{e}_1 P_E E_m \, e^{-k_{(2)}\left|\cos\dot{\vartheta}_n\right| x_3} e^{-i\left(k_{(2)} x_2 \sin\dot{\vartheta}_n - \frac{\psi_E}{2}\right)}, \\
&\mathbf{H}_{m(2)} = P_E H_m \left(-i\,\mathbf{e}_2 \left|\cos\dot{\vartheta}_n\right| - \mathbf{e}_3 \sin\dot{\vartheta}_n\right) \times \\
&\times e^{-k_{(2)} x_3 \left|\cos\dot{\vartheta}_n\right|} e^{-i\left(k_{(2)} x_2 \sin\dot{\vartheta}_n - \frac{\psi_E}{2}\right)}.
\end{aligned}
\right\}
$$

(3.24)

Полное отражение

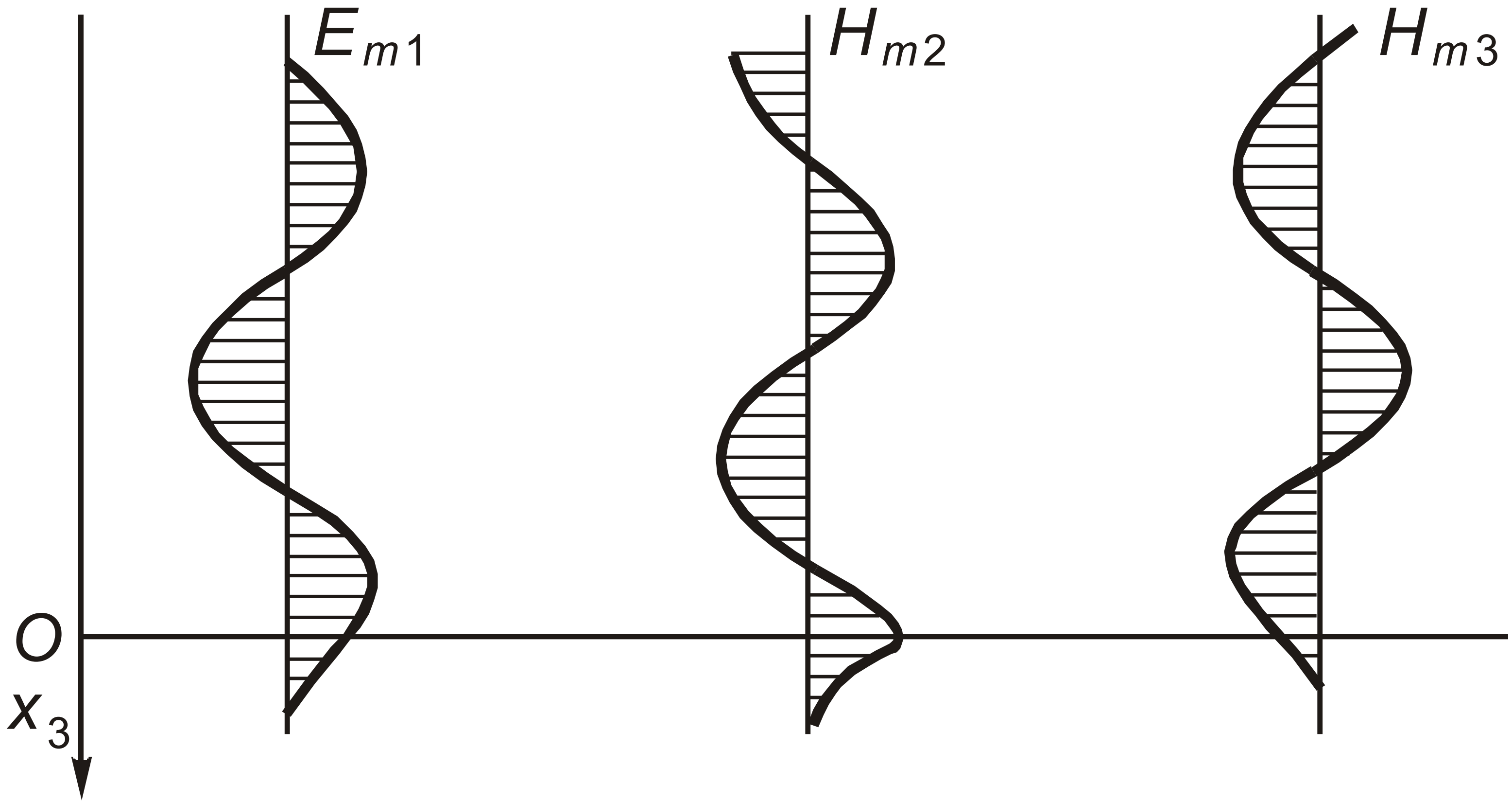
Длина «стоячей» волны

$$\lambda_{\perp} = \frac{2\pi}{k_{(1)}\cos\theta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}}\cos\theta},$$

Волна, распространяющаяся во второй среде, называется *поверхностной*, она распространяется вдоль поверхности

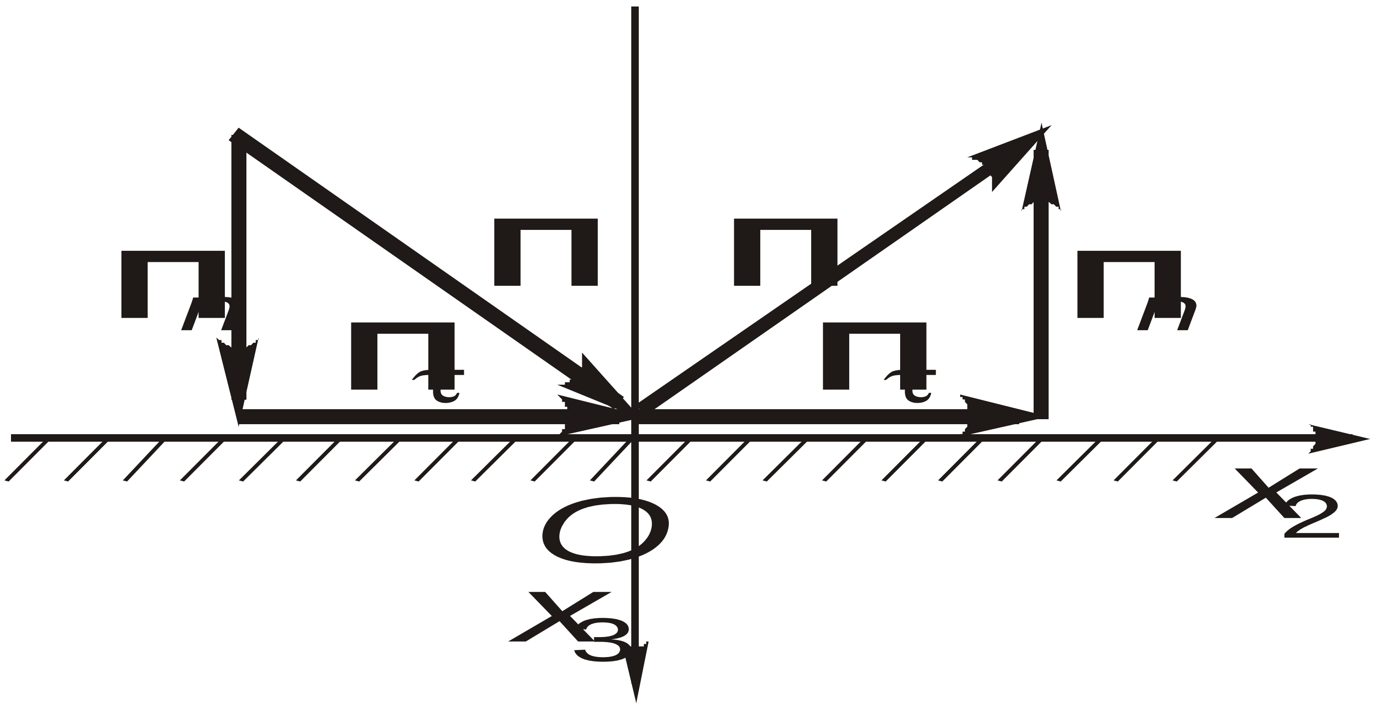
Полное отражение

Распределение поля при полном отражении и горизонтальной поляризации падающей волны



Полное отражение

Разложение вектора Пойнтинга, иллюстрирующее отсутствие потока энергии в направлении оси x_3



Полное отражение

Распространение волны в первой среде характеризуется постоянной распространения и фазовой скоростью, бóльшей, чем скорость распространения волны в неограниченной среде

$$k_0 = k_{(1)} \sin\theta$$

$$\mathrm{v}_{\phi(1)} = \frac{\omega}{k_{(1)} \sin\theta} > \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}}}$$

Полное отражение

Распространение поверхностной волны во второй среде характеризуется постоянной распространения и фазовой скоростью, меньшей, чем скорость распространения волны в неограниченной среде

$$k_0 = k_{(2)} \sin \dot{\vartheta}_n$$

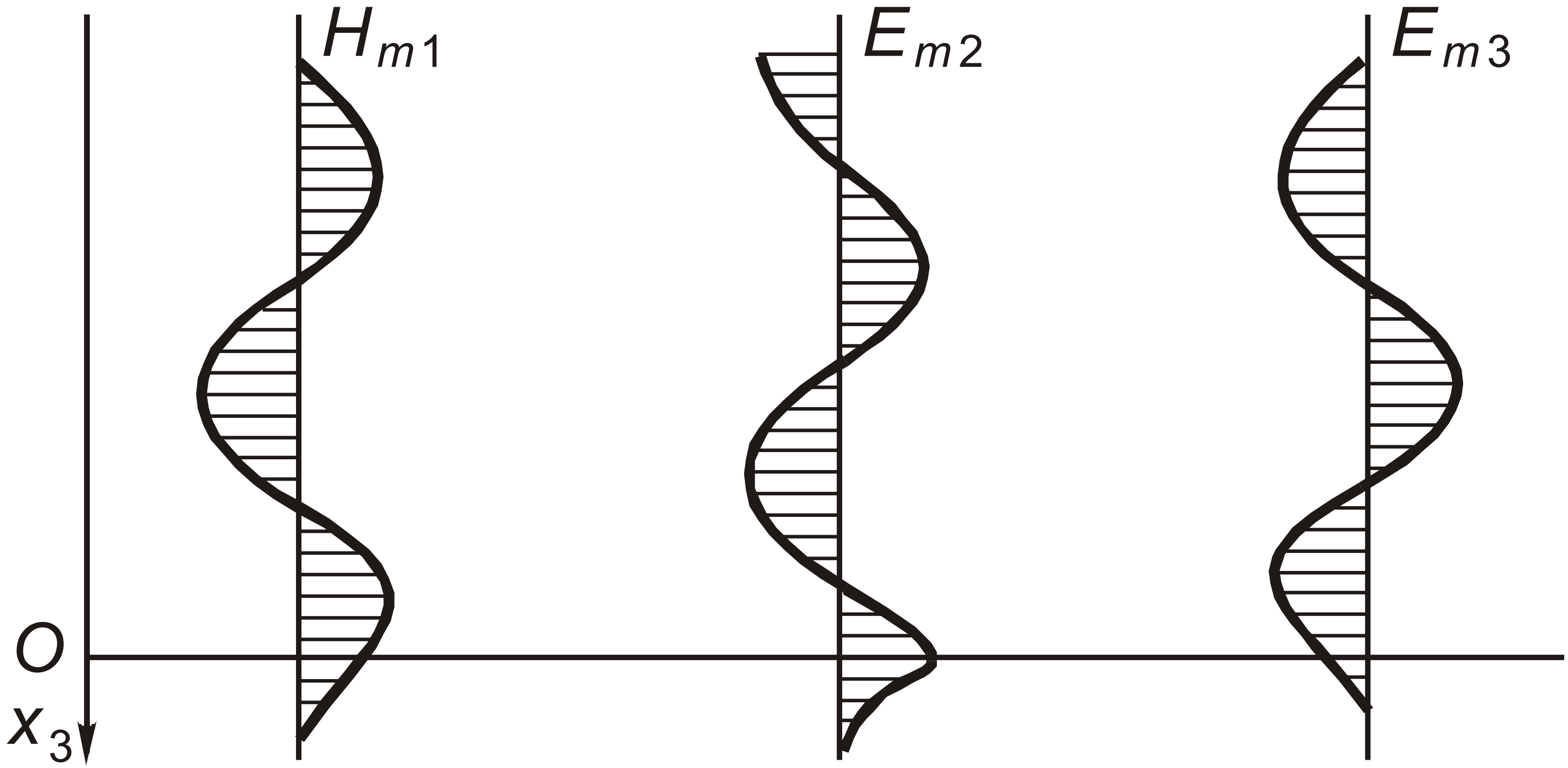
$$\mathrm{v}_{\phi(2)} = \frac{\omega}{k_{(2)} \sin \dot{\vartheta}_n} < \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{a2}\mu_{a2}}}$$

$$k_{(1)} \sin \theta = k_{(2)} \sin \dot{\vartheta}_n, \quad \mathrm{v}_{\phi(1)} = \mathrm{v}_{\phi(2)}.$$

Полное отражение

При вертикальной поляризации распределение поля имеет вид

$$E_{m1} \to H_{m1}, \quad H_{m2} \to E_{m2}, \quad H_{m3} \to E_{m3}$$



Полное отражение

При полном отражении от границы двух диэлектрических сред, одна из которых является более плотной в электромагнитном смысле

($\varepsilon_1\mu_1 > \varepsilon_2\mu_2$)

поле существует только в первой среде и распространяется вдоль плоскости раздела, во вторую среду поле проникает слабо в виде поверхностной волны, амплитуда которой быстро затухает при удалении от границ раздела.

Этот эффект используется в диэлектрических волноводах.

Полное отражение

Вторая среда идеально проводящая

$$\sigma \to \infty$$

$$Z_{02} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a2}}} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon'_{a2} - i\dfrac{\sigma}{\omega}}} = 0,$$

$$\Gamma_E = -1, \quad \Gamma_H = 1.$$

От идеально проводящей поверхности волна полностью отражается при любом угле падения.

Полное отражение

При горизонтальной поляризации поле в первой среде

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = -i\,\mathbf{e}_1 2E_m \sin(k_{(1)} x_3 \cos\theta)\,\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_2 \sin\theta},$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{m1} = [\mathbf{e}_2 2H_m \cos\theta \cos(k_{(1)} x_3 \cos\theta) +$$

$$+ i\,\mathbf{e}_3 2H_m \sin\theta \sin(k_{(1)} x_3 \cos\theta)]\,\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_2 \sin\theta}.$$

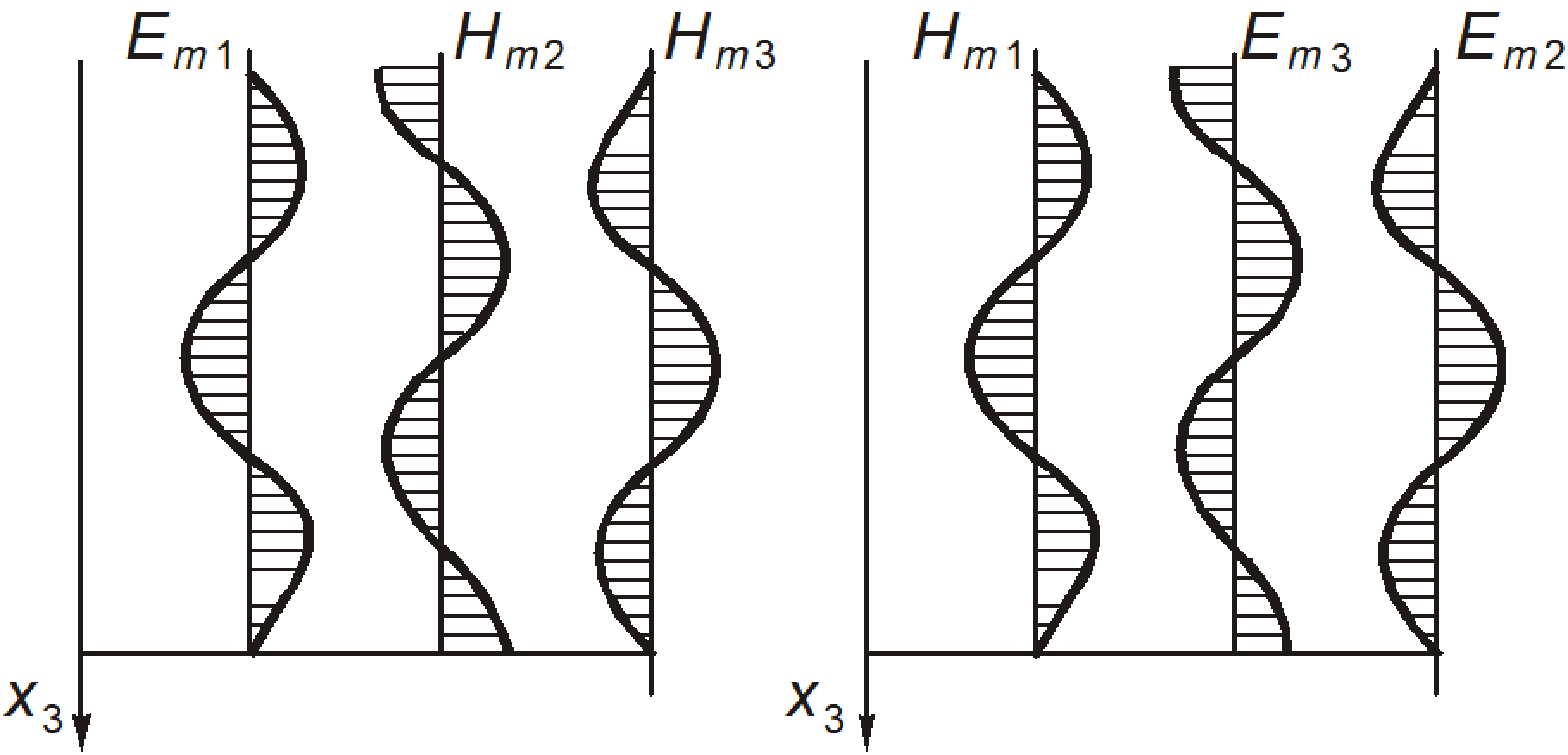
Поле во второй среде

$$E_{(2)} = H_{(2)} = 0.$$

Полное отражение

Распределение поля при отражении от идеально проводящей поверхности при

а — горизонтальной и *б* — вертикальной поляризации



а *б*