Электродинамика
и распространение радиоволн

Лекции

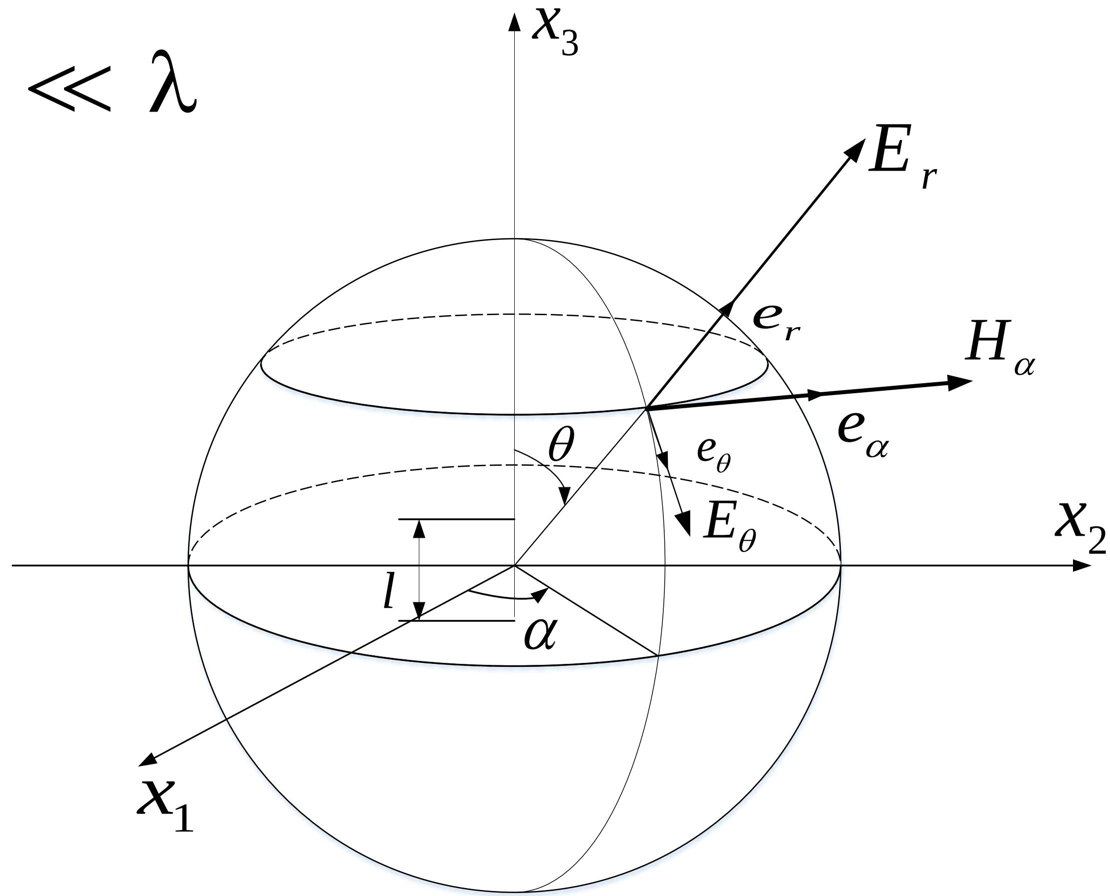
Русов Юрий Сергеевич

2.3 Излучение электромагнитных волн. Электрический диполь Герца.

Диполь Герца представляет собой линейный проводник длиной *l*, по которому протекает ток, изменяющийся по гармоническому закону. Распределение тока по длине провода можно считать однородным, если

$$l \ll \lambda$$

Применяется сферическая система координат r, θ, α.



Электрический диполь Герца

Участок провода с однородным распределением тока можно рассматривать как электрический диполь с изменяющимися во времени зарядами. Применяя к любому объему проводника уравнение непрерывности:

$$\oint_S \mathbf{J}^{\text{ст}}\, d\mathbf{S} = -\frac{\partial q^{\text{ст}}}{\partial t},$$

и считая, что он окружен непроводящей средой, получим

$$\Delta I^{\text{ст}} = -\frac{\partial q^{\text{ст}}}{\partial t},$$

$\Delta I^{\text{ст}}$ – изменение тока по длине рассматриваемого проводника.

В символической форме $\Delta \dot{I}_m^{\text{ст}} = -i\,\omega\,\dot{q}_m^{\text{ст}}.$ (2.33)

Электрический диполь Герца

Изменение тока наблюдается лишь на концах проводника от значения $I_m^{\text{ст}}$ до нуля. Везде, кроме концов проводника, заряд отсутствует и лишь на его концах имеются заряды, равные по величине, но противоположные по знаку.

Имеем дело с диполем, электрический момент которого

$$\mathbf{p}_{\text{э}} = q^{\text{ст}}\mathbf{l}, \qquad q^{\text{ст}} = q_m^{\text{ст}} \sin \omega t.$$

В этом случае вектор Герца равен

$$\dot{\mathbf{Z}}_m = \frac{\dot{q}_m^{\text{ст}}\, \mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{4\pi\varepsilon_a r}\mathbf{l} = \frac{i\,\dot{I}_m^{\text{ст}}\, \mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{4\pi\varepsilon_a \omega r}\mathbf{l}.$$

Электрический диполь Герца

Напряженность магнитного поля $\dot{\mathbf{H}} = i\,\omega\,\varepsilon_a\,\mathrm{rot}\,\dot{\mathbf{Z}}.$

В сферической системе координат, в центре которой расположен диполь,

$$\dot{\mathbf{Z}}_m = i\,\frac{I_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}\,l}{4\pi\,\varepsilon_a\omega\,r}\mathbf{e}_{з} = i\,\frac{I_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}\,l}{4\pi\,\varepsilon_a\omega\,r}(\mathbf{e}_r\cos\theta - \mathbf{e}_\theta\sin\theta).$$

С учетом этого

$$H_{mr} = 0,\qquad \dot{H}_{m\alpha} = \frac{i\,\omega\,\varepsilon_a}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\dot{Z}_{m\theta}) - \frac{\partial}{\partial\theta}\dot{Z}_{mr}\right] =$$

$$H_{m\theta} = 0,\qquad = \frac{I_m^{\text{ст}}\,l\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{4\pi r}\left(\frac{1}{r} + ik\right)\sin\theta. \qquad (2.34)$$

Электрический диполь Герца

Электрическое поле диполя можно определить из первого уравнения Максвелла для монохроматического поля

$$\dot{\mathbf{E}}_m = -i\,\frac{1}{\omega\varepsilon_a}\,\mathrm{rot}\,\dot{\mathbf{H}}_m .$$

Отсюда

$$\left.\begin{aligned}
\dot{E}_{mr} &= -i\,\frac{I_m^{\text{ст}}\,l\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{2\pi\,\omega\,\varepsilon_a\,r^2}\left(\frac{1}{r}+ik\right)\cos\theta,\\
\dot{E}_{m\theta} &= -i\,\frac{I_m^{\text{ст}}\,l\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{4\pi\,\omega\,\varepsilon_a r}\left(\frac{1}{r^2}+i\,\frac{k}{r}-k^2\right)\sin\theta,\\
\dot{E}_{m\alpha} &= 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.35)$$

Электрический диполь Герца

Переходим от символической записи (2.34) и (2.35) к векторам поля

$$\left.\begin{aligned}
&H_r = H_\theta = E_a = 0,\\
&H_a = \frac{k\,l\,I_m^{\text{ст}}}{4\pi r}\left[\frac{1}{kr}\cos(\omega t - \mathbf{kr}) - \sin(\omega t - \mathbf{kr})\right]\sin\theta,\\
&E_r = \frac{k\,l\,I_m^{\text{ст}}}{2\pi\,\omega\,\varepsilon_a\,r^2}\left[\frac{1}{kr}\sin(\omega t - \mathbf{kr}) + \cos(\omega t - \mathbf{kr})\right]\cos\theta,\\
&E_\theta = \frac{k^2 l\,I_m^{\text{ст}}}{4\pi\,\omega\,\varepsilon_a\,r}\left[\left(\frac{1}{k^2 r^2} - 1\right)\sin(\omega t - \mathbf{kr}) + \frac{1}{kr}\cos(\omega t - \mathbf{kr})\right]\sin\theta,
\end{aligned}\right\}$$

(2.36)

Электрический диполь Герца

В **ближней зоне** $r \ll \lambda$ $kr \ll 1$

Можно пренебречь составляющими 1 и 1/kr по сравнению с $\frac{1}{k^2 r^2}$ и фазовым сдвигом kr,

тогда выражения (2.36) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} H_\alpha &\approx \frac{l\, I_m^{\text{ст}}}{4\pi r^2} \sin\theta \cos\omega t, \\ E_r &\approx \frac{l\, I_m^{\text{ст}}}{2\pi \omega \varepsilon_a r^3} \cos\theta \sin\omega t, \\ E_\theta &\approx \frac{l\, I_m^{\text{ст}}}{4\pi \omega \varepsilon_a r^3} \sin\theta \sin\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (2.37)$$

Электрический диполь Герца

Среднее значение вектора Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi}_0 = \mathrm{Re}\,\dot{\mathbf{\Pi}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*] = 0,$$

так как согласно (2.37) **E** и **H** сдвинуты по фазе во времени на π/2 и $\dot{\mathbf{\Pi}}$ является чисто мнимой величиной.

Электрический диполь Герца

В **дальней зоне** $r \gg \lambda \qquad kr \gg 1$

Можно пренебречь составляющими порядка

$$\frac{1}{k^2 r^2}, \qquad \frac{1}{kr},$$

тогда выражения (2.36) примут вид:

$$\left.\begin{aligned}
H_\alpha &\approx -\frac{k\,l\,I_m^{\text{ст}}}{4\pi\,r}\sin\theta\sin(\omega t-\mathbf{kr}),\\
E_r &\approx 0,\\
E_\theta &\approx -\frac{k^2 l\,I_m^{\text{ст}}}{4\pi\,\omega\,\varepsilon_a\,r}\sin\theta\sin(\omega t-\mathbf{kr}).
\end{aligned}\right\} \qquad (2.38)$$

Электрический диполь Герца

Средняя плотность потока мощности, переносимая волной,

$$\mathbf{\Pi}_0 = \mathrm{Re}\,\dot{\mathbf{\Pi}} = \frac{{I_m^{\text{ст}}}^2 k^3 l^2}{32\pi^2 \omega \varepsilon_a r^2} \sin^2\theta\, \mathbf{e}_r .$$

Усредненный вектор Пойнтинга направлен по радиусу и обратно пропорционален квадрату расстояния. Он характеризует энергию, распространяющуюся от диполя.

Электрический диполь Герца

Полное представление о характере поля излучения дает диаграмма направленности, представляющая в произвольной меридиональной плоскости зависимость амплитуды E_m или H_m от угла θ для фиксированного расстояния r