

Электродинамика и распространение радиоволн

Лекция 11

Русов Юрий Сергеевич

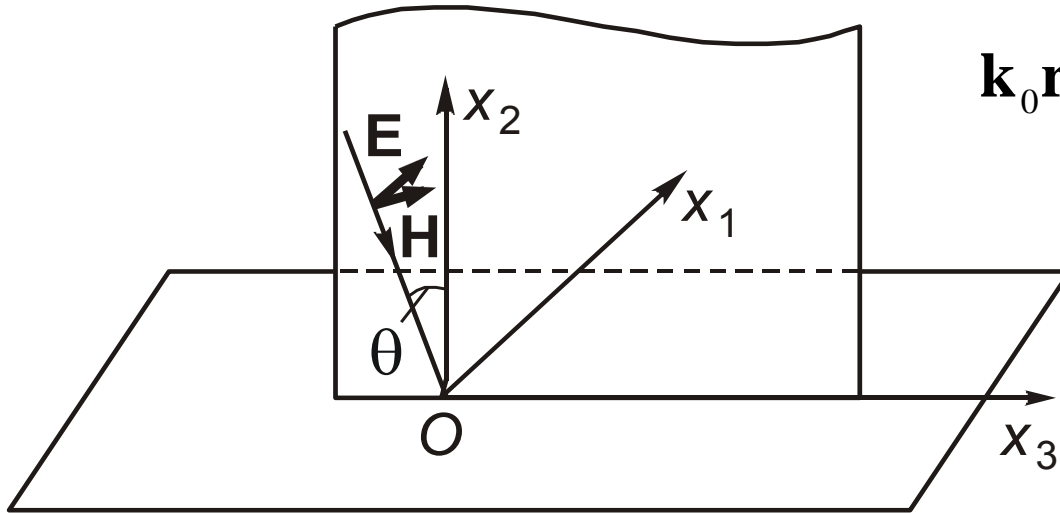
4.2 Электромагнитные волны между проводящими параллельными плоскостями

H_n -волна. Рассмотрим отражение наклонно-падающей волны от идеально проводящей плоскости. При выбранном направлении осей координат в случае горизонтальной поляризации составляющая электрического поля

$$\mathbf{E}_{m(1)} = \mathbf{e}_1 E_m e^{-i \mathbf{k} \mathbf{r}} + \mathbf{e}_1 E_{m0} e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}},$$

$$\mathbf{k} \mathbf{r} = (-k \cos \theta \cdot x_2 + k \sin \theta \cdot x_3),$$

$$\mathbf{k}_0 \mathbf{r} = (k \cos \theta \cdot x_2 + k \sin \theta \cdot x_3).$$



Волны между проводящими плоскостями

Коэффициент отражения от идеально проводящей плоскости

$$\dot{\Gamma}_E = -1.$$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} &= \mathbf{e}_1 E_m e^{-i k (-x_2 \cos \theta + x_3 \sin \theta)} - \\ &- \mathbf{e}_1 E_m e^{-i k (x_2 \cos \theta + x_3 \sin \theta)} = \\ &= i \mathbf{e}_1 2 E_m \sin(k x_2 \cos \theta) e^{-i k x_3 \sin \theta},\end{aligned}\tag{4.1}$$

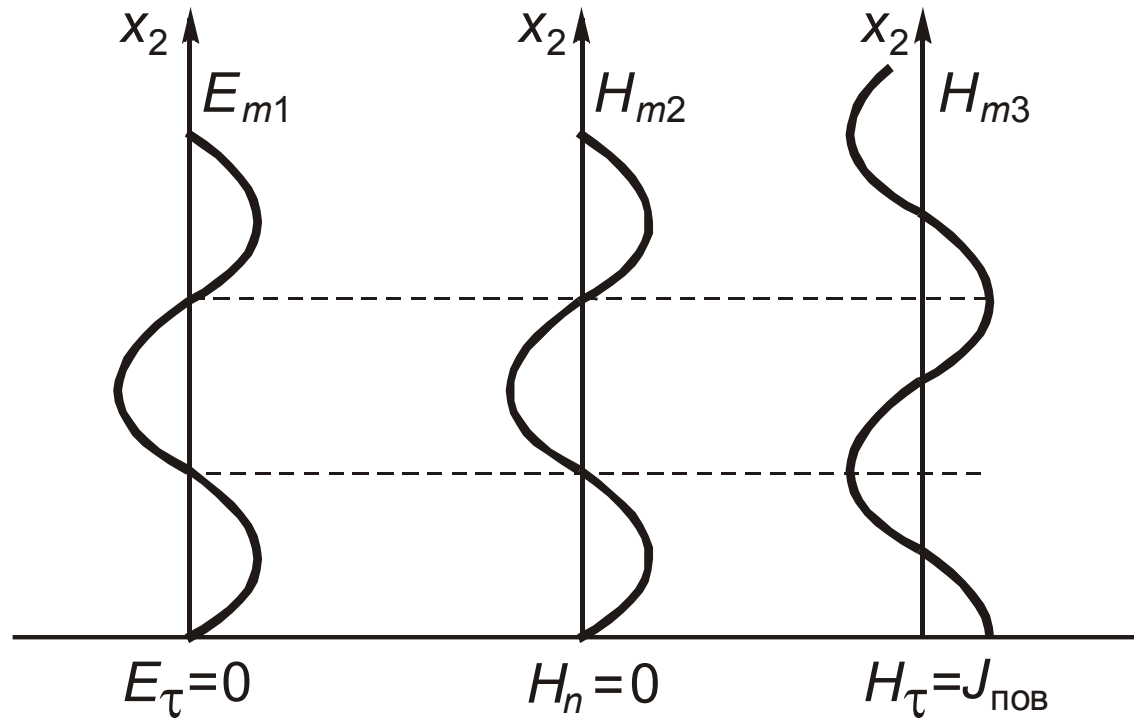
волна распространяется вдоль идеально проводящей плоскости в направлении оси x_3 с постоянной распространения

$$k_0 = k \sin \theta \tag{4.2}$$

и амплитуда ее изменяется в направлении, перпендикулярном проводящей плоскости, по закону синуса

Волны между проводящими плоскостями

Пространственная периодичность в направлении оси x_2



$$\lambda_{\perp} = \frac{2\pi}{k \cos \theta} = \frac{\lambda}{\cos \theta}. \quad (4.3)$$

Волны между проводящими плоскостями

Магнитная составляющая поля находится из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_m = -i \omega \mu_a \dot{\mathbf{H}}_m, \quad \dot{\mathbf{H}}_m = i \frac{\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_m}{\mu_a}.$$

$$E_m = Z_0 H_m,$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_{m(1)} &= \frac{i}{\omega \mu_a} \left(\frac{\partial \dot{E}_{m(1)}}{\partial x_3} \mathbf{e}_2 - \frac{\partial \dot{E}_{m(1)}}{\partial x_2} \mathbf{e}_3 \right) = \\ &= \left[i \mathbf{e}_2 2H_m \sin \theta \sin(k \cos \theta \cdot x_2) + \mathbf{e}_3 2H_m \cos \theta \cos(k \cos \theta \cdot x_2) \right] e^{-i k_0 x_3}. \end{aligned}$$

На проводящей поверхности выполняются граничные условия

$$E_\tau = E_1 = 0, \quad H_n = H_2 = 0, \quad H_\tau = H_3 \neq 0$$

Волны между проводящими плоскостями

На расстоянии

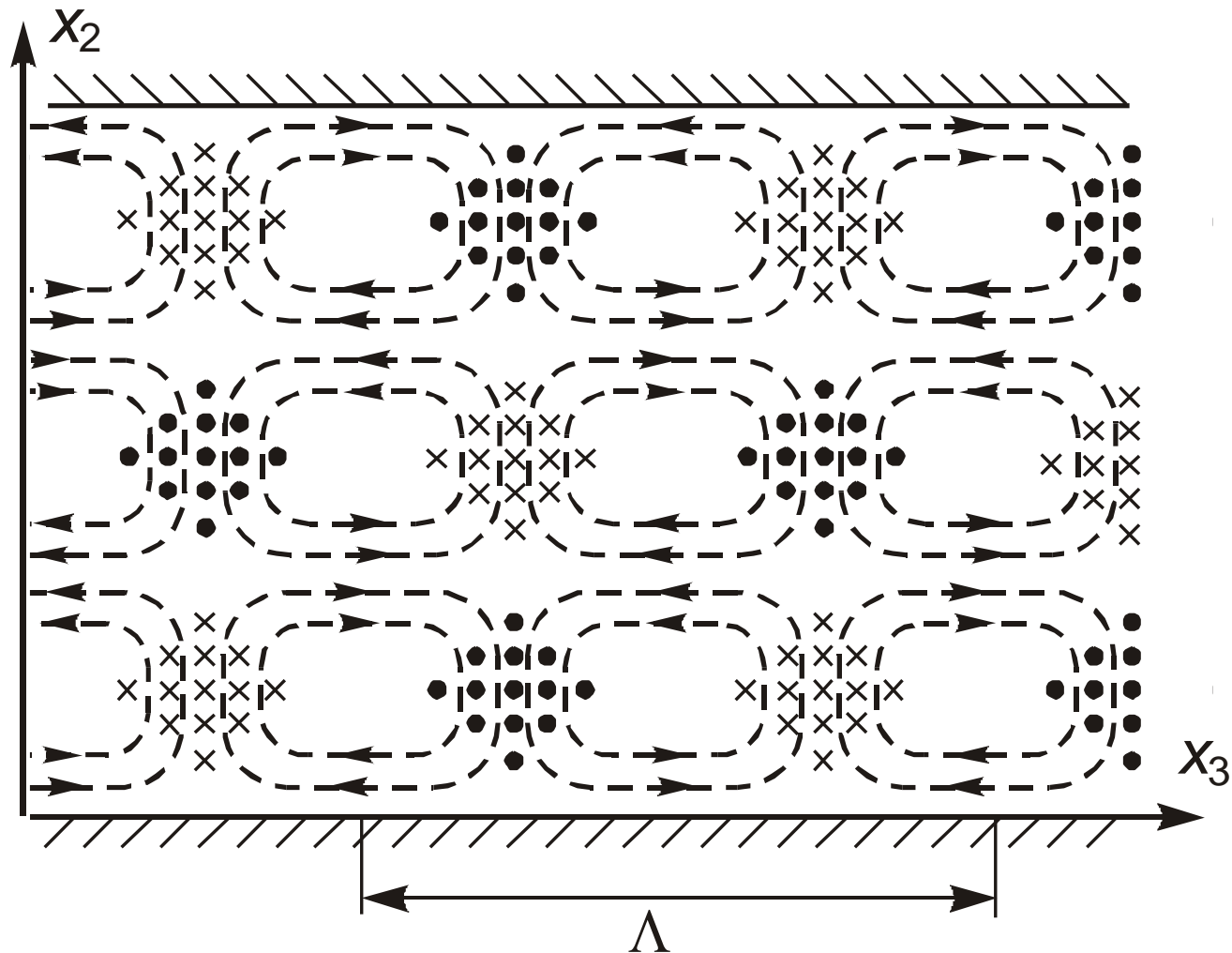
$$d_n = \frac{n\lambda_{\perp}}{2}$$

($n = 1, 2, 3, \dots$) от проводящей поверхности эти условия также выполняются, т. е. параллельно идеально проводящей плоскости на расстоянии d_n можно поместить другую идеально проводящую плоскость и при этом поле не изменит своей структуры.

Волны между проводящими плоскостями

Структура поля в момент $t = \text{const}$ для $n = 3$.

Магнитные силовые линии — пунктир,
электрические — сплошная линия.



Волны между проводящими плоскостями

На внутренней поверхности проводящих плоскостей наводятся поверхностные токи, направление и величина которых определяются из граничного условия

$$[\mathbf{n}_0 \mathbf{H}] = \mathbf{J}_{\text{пов}}, \quad H_{\tau} = J_{\text{пов}}$$

n_0 — орт нормали, направленный внутрь системы.

Распространяющееся поле имеет составляющую вектора \mathbf{H} , совпадающую с направлением распространения волны, и называется магнитной волной (H-волной).

Волны между проводящими плоскостями

Пространство между плоскостями заполнено средой без потерь с параметрами ϵ_a и μ_a , т. е. характеристическое сопротивление, фазовая скорость, постоянная распространения и длина волны в такой среде, если она не ограничена

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}},$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}},$$

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a},$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

λ_0 — длина волны в вакууме.

Волны между проводящими плоскостями

Число полуволновых вариаций, укладывающихся между параллельными плоскостями, характеризует тип волны

$$n = \frac{2d_n}{\lambda_{\perp}} = \frac{dk \cos \theta}{\pi} = \frac{2d \cos \theta}{\lambda},$$

$d = d_n$ — расстояние между плоскостями

Волны между проводящими плоскостями

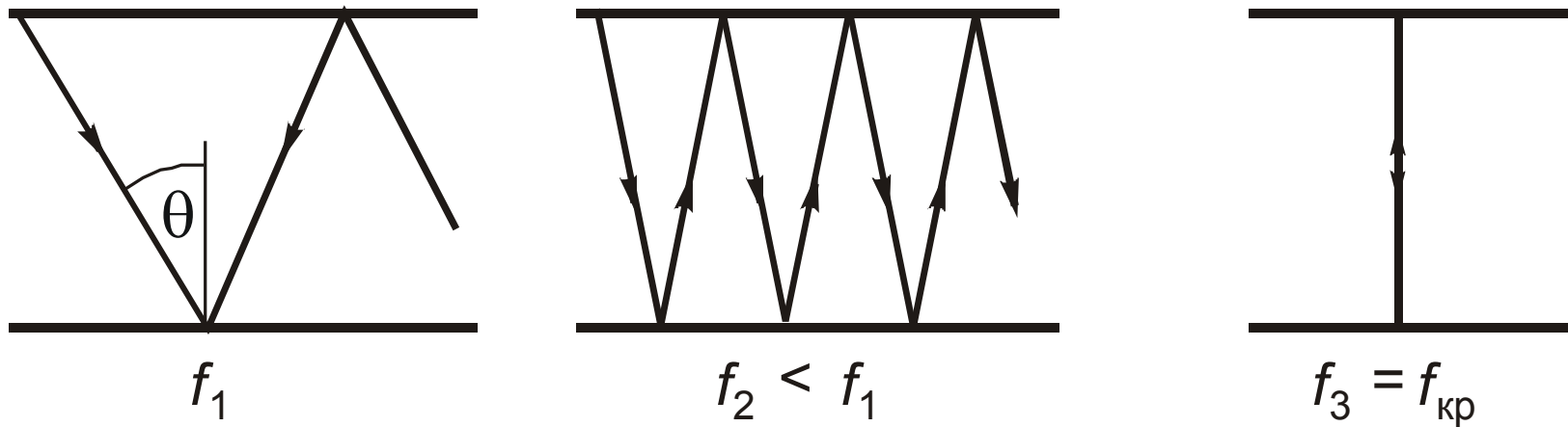
Угол θ представляет угол, под которым падает плоская однородная волна на идеально проводящую плоскость.

Распространение между двумя параллельными плоскостями можно рассматривать как суперпозицию двух однородных волн, многократно отражающихся от параллельных плоскостей под углом θ .

При заданном расстоянии между плоскостями d и типе волны H_n угол падения θ зависит от частоты

$$\cos \theta = \frac{n\lambda}{2d} = \frac{n}{2\sqrt{\epsilon_a \mu_a} f d}. \quad (4.5)$$

Волны между проводящими плоскостями



Эта зависимость определяется граничными условиями на проводящих плоскостях. С уменьшением частоты $\cos\theta$ стремится к единице и при некоторой частоте, называемой критической частотой $f_{\text{кр}}$,

$$\cos\theta = 1, \quad \theta = 0.$$

Волны между проводящими плоскостями

При $f < f_{\text{кр}}$

угол θ — будет мнимой величиной. Это значит, что распространение электромагнитной волны при условии

$$\frac{n\lambda}{2d} > 1 \quad \text{невозможно.}$$

$$\frac{n\lambda}{2d} = 1 \quad (4.6) \quad \text{— критическое условие}$$

Волны между проводящими плоскостями

Для распространения волны необходимо выполнение условий

$$\lambda < \lambda_{\text{кр}} \quad , \quad f > f_{\text{кр}} \cdot$$

Критическая длина волны и критическая частота

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2d}{n} \quad , \quad f_{\text{кр}} = \frac{n}{2d \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \cdot \quad (4.7)$$

Волны между проводящими плоскостями

Число распространяющихся типов волн ограничивается условием

$$n = \frac{2d}{\lambda}.$$

Волна с $n = 0$ существовать не может.

Коэффициент распространения направляемой волны

$$k_0 = k \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{\text{кр}})^2} = k \sqrt{1 - (f_{\text{кр}} / f)^2}. \quad (4.8)$$

Волны между проводящими плоскостями

При $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$

коэффициент распространения

$$k_0 = -ik \sqrt{\left(\frac{f_{\text{кр}}}{f}\right)^2 - 1} \quad - \text{ мнимая величина.}$$

В этом случае электромагнитное поле, сохраняя неизменной фазу, убывает в направлении оси x_3 по экспоненциальному закону. Электромагнитная волна в этом случае не распространяется.

Волны между проводящими плоскостями

$$k_0 = \frac{\omega}{v_\phi} = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

С учетом (4.8) фазовая и групповая скорости направляемой волны

$$v_\phi = \frac{v}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}. \quad (4.9)$$

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk_0} \quad v_{gp} = v \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (4.10)$$

Волны между проводящими плоскостями

Длина волны в направлении оси x_3

$$\Lambda = \frac{2\pi}{k_0} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (f_{\text{кр}}/f)^2}}.$$

(4.11)

Волны между проводящими плоскостями

Характеристическое сопротивление системы, которое определяется как отношение составляющей вектора **E** (находящейся в плоскости, перпендикулярной направлению распространения), к составляющей **H** (находящейся в той же плоскости).

$$Z_{0H} = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \frac{E_1}{H_2} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \frac{1}{\sin \theta} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}},$$

(4.12)

Волны между проводящими плоскостями

Постоянная распространения, фазовая и групповая скорости, длина направляемой волны и характеристическое сопротивление зависят от частоты, т. е. распространение направляемой волны сопровождается дисперсией. В данном случае дисперсия вызвана ограничением среды в геометрическом смысле, так как предполагается, что сама среда, в которой происходит распространение поля, не обладает ни потерями, ни дисперсией (параметры среды не зависят от частоты f).

Волны между проводящими плоскостями

Значения фазовой скорости, длины волны и характеристического сопротивления больше, чем соответствующие значения в неограниченном пространстве. При увеличении частоты эти величины стремятся к значениям, характерным для неограниченного пространства. При уменьшении частоты они увеличиваются и при частоте, равной критической, обращаются в бесконечность.

Значения $v_{гр}$ и k_0 при увеличении частоты f стремятся к значениям v и k в неограниченном пространстве, при уменьшении частоты значения $v_{гр}$ и k_0 уменьшаются и при частоте, равной критической, обращаются в нуль.

Волны между проводящими плоскостями

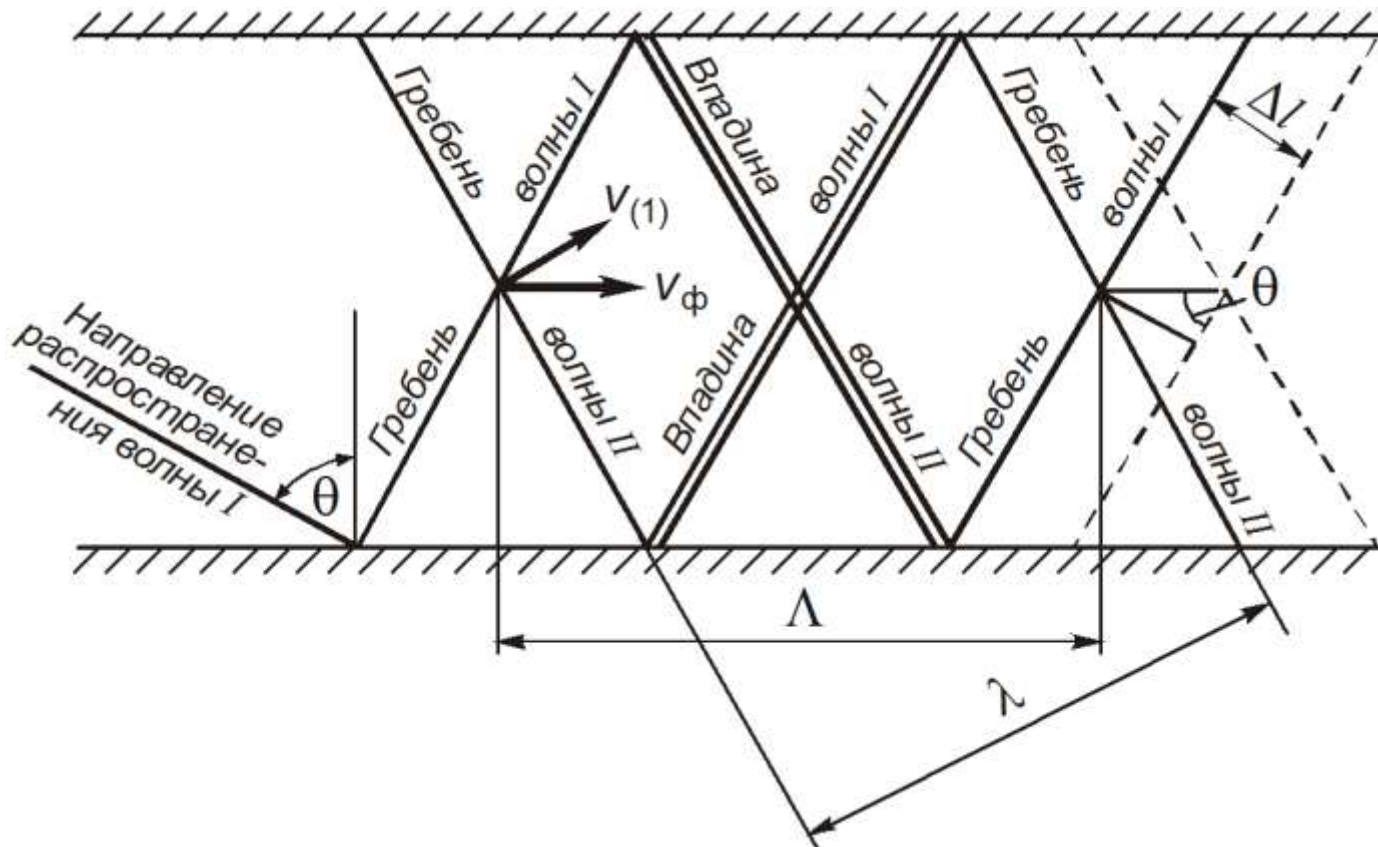
Если среда между плоскостями представляет воздух, то фазовая скорость направленной волны больше скорости света. Это не противоречит теории относительности, согласно которой скорость распространения электромагнитного поля не может быть больше скорости света, так как в данном случае v_{ϕ} не скорость распространения электромагнитного поля, а скорость распространения фазы направленной волны в установившемся режиме. Скорость распространения электромагнитного поля определяется как скорость распространения электромагнитной энергии и в установившемся режиме совпадает с групповой скоростью v_{gr} , которая меньше скорости света.

Волны между проводящими плоскостями

Интерпретация неоднородной волны, распространяющейся между параллельными плоскостями в виде суммы двух однородных плоских волн, позволяет объяснить отличие длины направленной волны Λ от длины волны в неограниченной среде λ (**концепция парциальных волн**).

Волны между проводящими плоскостями

Гребни плоских однородных волн представлены одной сплошной линией, впадины — двумя. Там, где встречаются гребни или впадины обеих волн, образуются соответственно гребни и впадины результирующей волны. Расстояние между соседними гребнями или впадинами определяет длину результирующей волны.



$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin \theta}.$$

Волны между проводящими плоскостями

E_n -волны. В случае вертикальной поляризации между пластинами распространяется неоднородная волна с продольной электрической составляющей. Зависимость k_0 , v_ϕ , v_{gr} и Λ от частоты определяется как для **H**-волны формулами (4.8)—(4.11), а характеристическое сопротивление системы определяется выражением

$$Z_{0E} = \frac{E_\perp}{H_\perp} = \frac{E_2}{H_1} = Z_c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}.$$

Волны между проводящими плоскостями

Т-волна. Между параллельными плоскостями может распространяться и однородная плоская волна.

Если плоская однородная волна распространяется в свободном пространстве в направлении оси x_3 , то

$$\dot{\mathbf{H}}_m = \mathbf{e}_1 H_m e^{-i k x_3},$$

$$\dot{\mathbf{E}}_m = \mathbf{e}_2 E_m e^{-i k x_3}.$$

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}, \quad v_\phi = v_{\text{гр}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}.$$

Т-волна представляет волну, коэффициент распространения которой и ее фазовая скорость не зависят от геометрии направляющей системы, т. е. от расстояния d между параллельными плоскостями.

Волны между проводящими плоскостями

Между параллельными плоскостями могут распространяться следующие типы волн:

1. Продольная составляющая **E** отсутствует, существует продольная составляющая **H**, электрическая составляющая находится в плоскости, перпендикулярной направлению распространения (H-волна).

2. Продольная составляющая **H** отсутствует, существует продольная составляющая **E**, магнитная составляющая **H** находится в плоскости, перпендикулярной направлению распространения (E-волна).

3. Продольные составляющие **H** и **E** отсутствуют, составляющие **H** и **E** находятся в плоскости, перпендикулярной направлению распространения (T-волна).

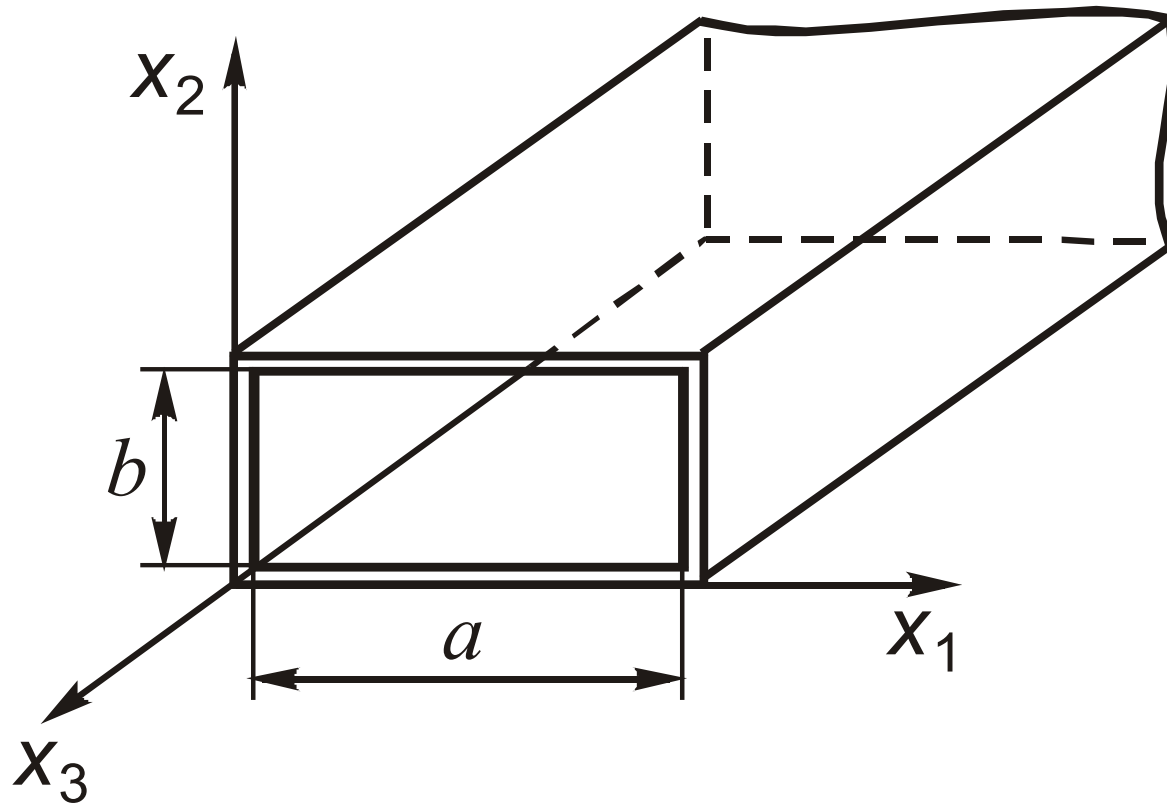
4.3 Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Систему, состоящую из двух параллельных идеально проводящих плоскостей, между которыми распространяется Н-волна, можно дополнить двумя другими параллельными идеально проводящими плоскостями, перпендикулярными первым двум и параллельными плоскости x_2Ox_3 . При этом вектор \mathbf{E} будет перпендикулярен этим дополнительным плоскостям, и граничное условие $E_T = 0$ будет удовлетворено при любом расстоянии между дополнительными плоскостями.

В прямоугольном волноводе распространяются волны типов Н и Е.

Т-волна распространяться не может из-за невыполнимости граничного условия $E_T = 0$.

4.3 Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны



Волна распространяется в направлении оси x_3 .
Для волны типа H продольные составляющие полей
 $H_3 \neq 0$, $E_3 = 0$.

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Волновое уравнение для продольной составляющей напряженности магнитного поля H_{m3}

$$\Delta \dot{H}_{m3} + k^2 \dot{H}_{m3} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{m3}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_{m3}}{\partial x_2^2} + (k^2 - k_0^2) \dot{H}_{m3} = 0. \quad (4.13)$$

Решение уравнения

$$\dot{H}_{m3} = H_{m3}(x_1, x_2) e^{-i k_0 x_3}.$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Согласно методу Фурье — методу разделения переменных, представим это решение в виде произведения функций, каждая из которых зависит от одной переменной

$$\dot{H}_{m3} = X_1(x_1)X_2(x_2)e^{-ik_0x_3}.$$

Подставляем это выражение в (4.13) и делим на

$$X_1X_2e^{-ik_0x_3},$$

$$\frac{1}{X_1} \frac{d^2 X_1}{dx_1^2} + \frac{1}{X_2} \frac{d^2 X_2}{dx_2^2} = -(k^2 - k_0^2) = -\chi^2,$$

χ^2 не зависит от x_1, x_2 .

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Равенство возможно, если

$$\frac{1}{X_1} \frac{d^2 X_1}{dx_1^2} = -\chi_1^2, \quad \frac{1}{X_2} \frac{d^2 X_2}{dx_2^2} = -\chi_2^2,$$

где

$$\chi_1^2 + \chi_2^2 = \chi^2.$$

Решения

$$X_1 = A \cos \chi_1 x_1 + B \sin \chi_1 x_1,$$

$$X_2 = C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2,$$

$$\dot{H}_{m3} = (A \cos \chi_1 x_1 + B \sin \chi_1 x_1)(C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-i k_0 x_3}$$

(4.14)

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

$A, B, C, D, \chi_1, \chi_2$ — постоянные интегрирования, которые необходимо определить.

Остальные составляющие поля найдем из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \dot{\mathbf{H}}_m = i \omega \varepsilon_a \dot{\mathbf{E}}_m,$$

$$\text{rot } \dot{\mathbf{E}}_m = -i \omega \mu_a \dot{\mathbf{H}}_m.$$

Учитывая, что $\frac{\partial}{\partial x_3} = -i k_0$ и $E_{m3} = 0,$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

$$\frac{\partial \dot{H}_{m3}}{\partial x_2} + ik_0 \dot{H}_{m2} = i\omega \varepsilon_a \dot{E}_{m1}, \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{m3}}{\partial x_1} + ik_0 \dot{H}_{m1} = -i\omega \varepsilon_a \dot{E}_{m2}, \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{m2}}{\partial x_1} - \frac{\partial \dot{H}_{m1}}{\partial x_2} = 0,$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

$$\dot{E}_{m2} = -\frac{\omega\mu_a}{k_0} \dot{H}_{m1}, \quad (4.17)$$

$$\dot{E}_{m1} = \frac{\omega\mu_a}{k_0} H_{m2}, \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{m2}}{\partial x_1} - \frac{\partial \dot{E}_{m1}}{\partial x_2} = -i\omega\mu_a \dot{H}_{m3}.$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Подставляя (4.17) в (4.16), а (4.18) в (4.15), получим

$$\dot{H}_{m1} = -\frac{ik_0}{\chi^2} \frac{\partial \dot{H}_{m3}}{\partial x_1}. \quad (4.19)$$

$$\dot{H}_{m2} = -\frac{ik_0}{\chi^2} \frac{\partial \dot{H}_{m3}}{\partial x_2}. \quad (4.20)$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

На границе диэлектрик–проводник $E_\tau = 0$.

1) $E_{m2} = 0$ при $x_1 = 0$ и $x_1 = a$,

2) $E_{m1} = 0$ при $x_2 = 0$ и $x_2 = b$.

Согласно (4.17), (4.19) и (4.14)

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m2} &= \\ &= \frac{i\omega\mu_a\chi_1}{\chi^2} (-A \sin \chi_1 x_1 + B \cos \chi_1 x_1) (C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-ik_0 x_3}\end{aligned}$$

При $x_1 = 0$

$$B(C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-ik_0 x_3} = 0.$$

Выражение в скобках, в котором x_2 произвольно, не равно нулю, следовательно, $B=0$.

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

При $x_1 = a$

$$-A \sin \chi_1 a (C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-ik_0 x_3} = 0.$$

$A \neq 0$, так как в противном случае не было бы изменения поля вдоль оси x_1 , а это невозможно при наличии боковых металлических стенок. Поэтому

$$\sin \chi_1 a = 0$$

$$\chi_1 a = m\pi,$$

где m — целое число. Отсюда

$$\chi_1 = \frac{m\pi}{a}.$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Согласно (4.18), (4.20) и (4.14)

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m1} &= \\ &= -\frac{i\omega\mu_a\chi_2}{\chi^2} A \cos \chi_1 x_1 (-C \sin \chi_2 x_2 + D \cos \chi_2 x_2) e^{-ik_0 x_3}.\end{aligned}$$

$$\text{При } x_2 = 0 \quad A \cos \chi_1 x_1 D = 0.$$

$$D = 0, \quad C \neq 0.$$

$$x_2 = b \quad A \cos \chi_1 x_1 C \sin \chi_2 b = 0.$$

$$\sin \chi_2 b = 0$$

$$\chi_2 = \frac{n\pi}{b}, \quad \text{где } n — \text{целое число.}$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Окончательно

$$AC = H$$

$$\dot{H}_{m3} = H \cos \chi_1 x_1 \cos \chi_2 x_2 e^{-ik_0 x_3},$$

$$\dot{H}_{m1} = \frac{ik_0 \chi_1}{\chi^2} H \sin \chi_1 x_1 \cos \chi_2 x_2 e^{-ik_0 x_3},$$

$$\dot{H}_{m2} = \frac{ik_0 \chi_2}{\chi^2} H \cos \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-ik_0 x_3},$$

$$\dot{E}_{m1} = \frac{i\omega\mu_a \chi_2}{\chi^2} H \cos \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-ik_0 x_3},$$

$$\dot{E}_{m2} = -\frac{i\omega\mu_a \chi_1}{\chi^2} H \sin \chi_1 x_1 \cos \chi_2 x_2 e^{-ik_0 x_3}.$$

(4.21)

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Здесь

$$\chi^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2,$$

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

Решения (4.21) возможны лишь для определенных значений χ_1 и χ_2 , при которых удовлетворяются граничные условия. Эти значения называются собственными значениями, а соответствующие решения — собственными функциями.

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

$$k_0 = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2} = \sqrt{k^2 - \chi^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2}.$$

$$\frac{\chi}{k} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}$$

Критическая длина волны

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2}}. \quad (4.22)$$

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Критическая частота

$$f_{\text{кр}} = \frac{v}{\lambda_{\text{кр}}} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}, \quad (4.23)$$

где v — скорость в среде, заполняющей волновод.

Числа m и n в (4.21) определяют число полуволновых вариаций поля по осям x_1 и x_2 и служат для обозначения типа волны.

Прямоугольный волновод. H_{mn} -волны

Для H_{mn} -волн

Фазовая и групповая скорости

$$v_{\phi} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}, \quad v_{\text{гр}} = v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2},$$

длина волны в волноводе и характеристическое сопротивление

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}, \quad Z_{0H} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}.$$

4.4 Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

H_{10} – основной тип волны в прямоугольном волноводе.

$$a > b \quad \lambda_{\text{кр}10} = 2a.$$

Следующим типом является волна H_{01} , критическая длина волны которой

$$\lambda_{\text{кр}01} = 2b.$$

Чтобы волновод работал только на основном типе, необходимо соблюдать условие

$$\lambda_{\text{кр}01} < \lambda < \lambda_{\text{кр}10}.$$

4.4 Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Составляющие поля волны типа H_{10} (комплексные амплитуды)

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{m3} &= H \cos \frac{\pi}{a} x_1 e^{-ik_0 x_3}, \\ \dot{H}_{m1} &= i \frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} H \sin \frac{\pi}{a} x_1 e^{-ik_0 x_3}, \\ \dot{E}_{m2} &= -i \frac{2a}{\lambda} Z_c H \sin \frac{\pi}{a} x_1 e^{-ik_0 x_3}, \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$
$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}},$$

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

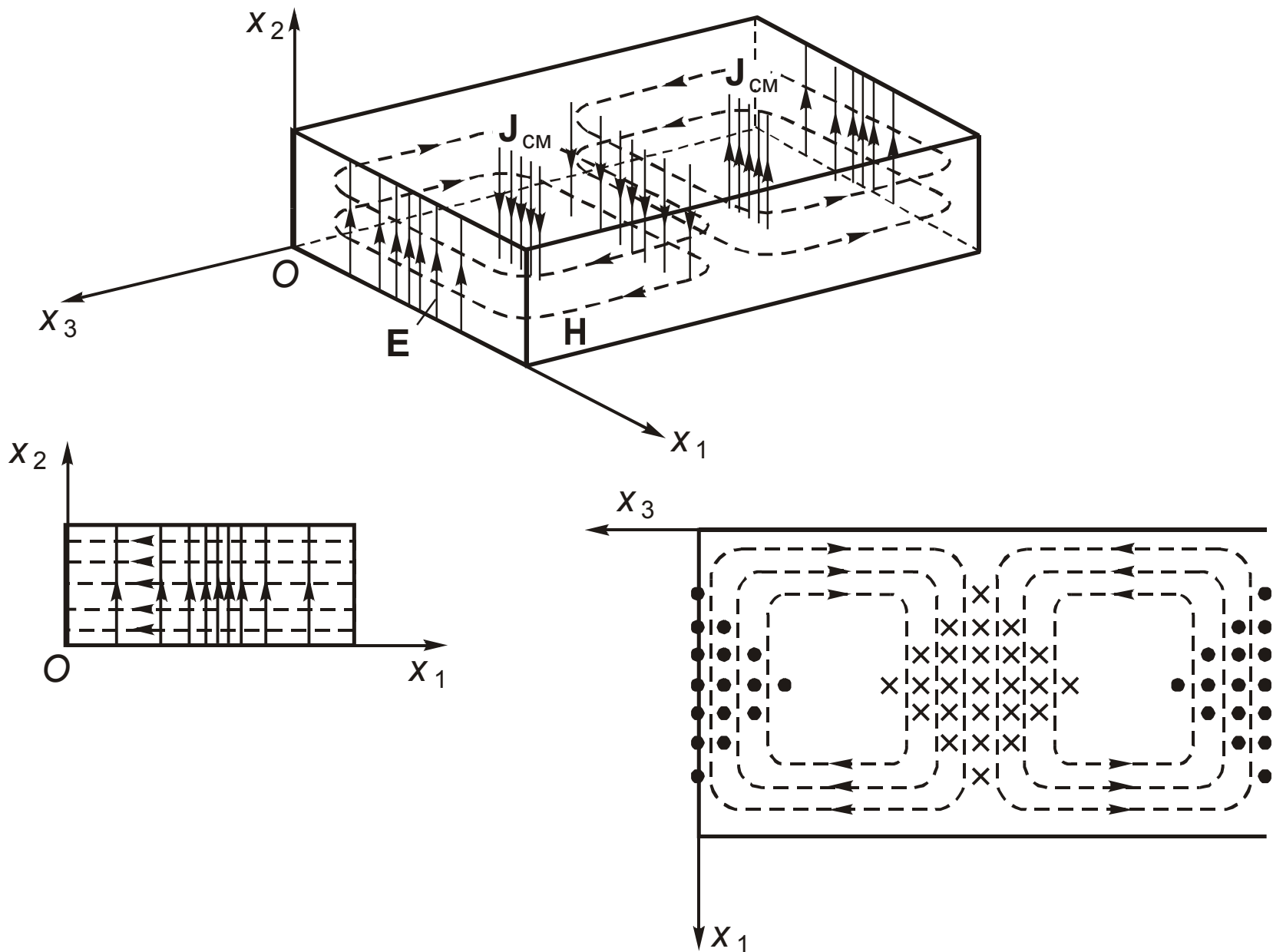
Мгновенные значения составляющих поля

$$\left. \begin{aligned} H_3 &= H \cos \frac{\pi}{a} x_1 \cos(\omega t - k_0 x_3), \\ H_1 &= -\frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} H \sin \frac{\pi}{a} x_1 \sin(\omega t - k_0 x_3), \\ E_2 &= \frac{2a}{\lambda} Z_c H \sin \frac{\pi}{a} x_1 \sin(\omega t - k_0 x_3). \end{aligned} \right\}$$

(4.25)

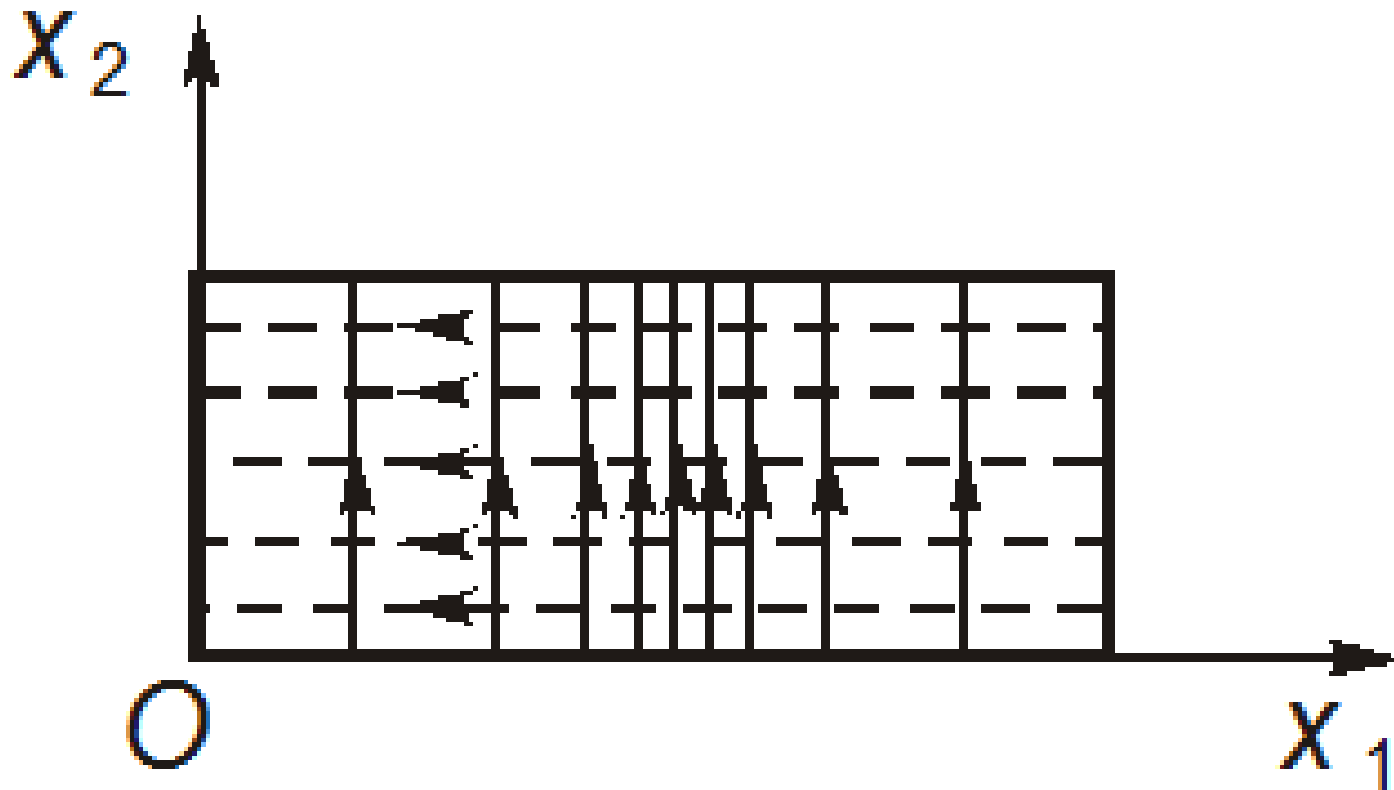
Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Структура поля волны H_{10}



Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Структура поля волны H_{10} в поперечном сечении волновода



Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Длина волны в волноводе

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}.$$

Характеристическое сопротивление

$$Z_{0H} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}.$$

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Магнитное поле имеет эллиптическую поляризацию, которая вырождается в линейную в точках плоскости, соответствующих

$$x_1 = 0, \quad x_1 = \frac{a}{2}, \quad x_1 = a.$$

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Магнитное поле имеет круговую поляризацию в тех точках, где амплитуды составляющих H_1 и H_3 равны. Эти точки лежат в плоскостях, называемых плоскостями круговой поляризации. Таких плоскостей две. Они параллельны боковым стенкам волновода и находятся на одинаковом расстоянии от этих стенок. Координаты плоскостей находятся из условия равенства амплитуд составляющих магнитного поля

$$H \cos \frac{\pi}{a} x_1 = \frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} H \sin \frac{\pi}{a} x_1$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{a} x_1 = \frac{\lambda}{2a \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}},$$

где x_1 — расстояние от плоскости круговой поляризации до соответствующей боковой стенки.

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Плотность тока смещения

$$\mathbf{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

$$\mathbf{J}_{\text{см}} = \mathbf{e}_2 \varepsilon_a \frac{2a\omega}{\lambda} Z_c H \sin \frac{\pi}{a} x_1 \cos(\omega t - k_0 x_3).$$

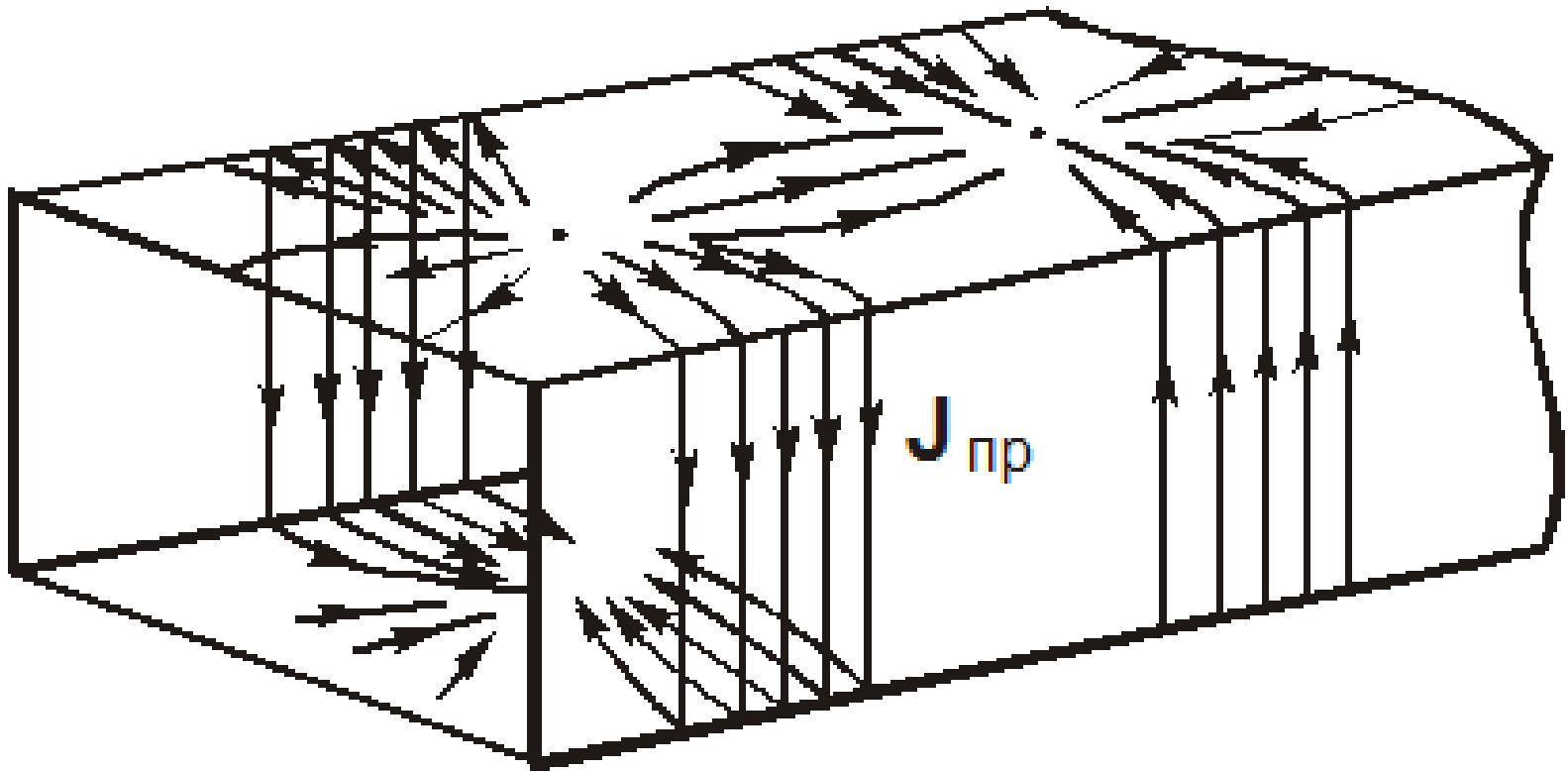
В стенках волновода наводится поверхностный ток

$$\mathbf{J}_{\text{пов}} = [\mathbf{n}_0 \mathbf{H}],$$

где \mathbf{n}_0 — орт нормали к поверхности, направленный внутрь волновода.

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Поверхностные токи замыкаются через токи смещения, образуя замкнутые кольца полного тока.



Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Мощность, переносимая волной любого типа в волноводе, может быть определена путем интегрирования вектора Пойнтинга по поперечному сечению волновода и усреднения его во времени

$$P_0 = \frac{1}{2} \int_s \operatorname{Re} \left\{ \vec{z}_0 \left[\vec{E}, \vec{H}^* \right] \right\} ds,$$

где \vec{z}_0 — орт оси, вдоль которой распространяется волна.

Для волны H_{10} в прямоугольном волноводе

$$\Pi_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{E}_2 \dot{H}_1 = \frac{2a^2}{\lambda^2} Z_c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} H^2 \sin^2 \frac{\pi}{a} x_1,$$

$$P_0 = \int_0^a \int_0^b \Pi_0 dx_1 dx_2 = \frac{a^3 b}{\lambda^2} Z_c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} H^2 = \frac{a^3 b}{\lambda^2 Z_{0H}} Z_c^2 H^2 = \frac{E_{2 \text{ макс}}^2}{4 Z_{0H}} ab$$

$E_{2 \text{ макс}}$ — максимальная амплитуда электрического поля волны H_{10} при $x_1 = \frac{a}{2}$

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Предельной мощностью называется наибольшая мощность, которую можно передать по волноводу без электрического пробоя. Эта мощность определяется действующим значением предельной напряженности электрического поля $E_{\text{пред}}$ в точке $x_1 = \frac{a}{2}$.

Для воздуха при нормальном атмосферном давлении и нормальной ионизации предельная напряженность электрического поля равна 30 кВ/см.

В режиме бегущей волны

$$P_{\text{пред.б.в}} = \frac{E_{\text{пред}}^2}{4Z_c} ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}.$$

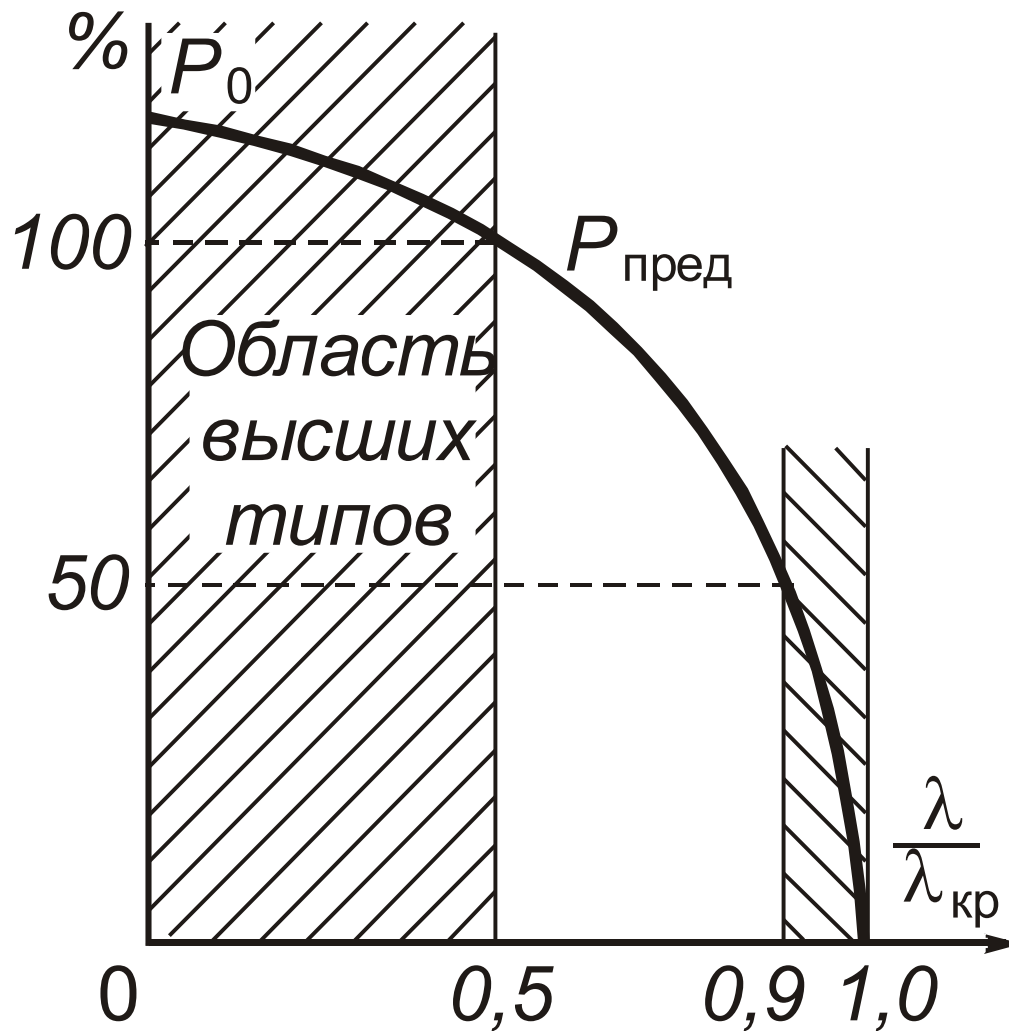
Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Допустимая рабочая мощность рассчитывается с учетом наличия отраженной волны (допустимое значение $K_{\text{СВН}} \leq 1,5$), запаса электрической прочности и неоднородностей, которые концентрируют электрическое поле

$$P_{\text{доп}} = \left(\frac{1}{3} \cdots \frac{1}{5} \right) P_{\text{пред.б.в}}$$

Волна H_{10} в прямоугольном волноводе

Зависимость предельной мощности от длины волны



4.5 Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

В этом случае $H_3 = 0$.

$$\Delta \dot{E}_{m3} + k^2 \dot{E}_{m3} = 0.$$

Решение

$$\dot{E}_{m3} = (A \cos \chi_1 x_1 + B \sin \chi_1 x_1)(C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-i k_0 x_3},$$

(4.26)

$$\chi_1^2 + \chi_2^2 = \chi^2, \quad k^2 - k_0^2 = \chi^2.$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

Постоянные интегрирования определяются из граничного условия $E_\tau = 0$

1) $E_{m3} = 0$ при $x_1 = 0$ и $x_1 = a$;

2) $E_{m3} = 0$ при $x_2 = 0$ и $x_2 = b$.

При $x_1 = 0$

$$A(C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-i k_0 x_3} = 0,$$

$$A = 0, \quad B \neq 0.$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

При $x_1 = a$

$$B \sin \chi_1 a (C \cos \chi_2 x_2 + D \sin \chi_2 x_2) e^{-i k_0 x_3} = 0,$$

$$\sin \chi_1 a = 0$$

$$\chi_1 = \frac{m\pi}{a},$$

где m — целые числа.

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

При $x_2 = 0$ $B \sin \chi_1 x_1 C e^{-i k_0 x_3} = 0,$

$$C = 0, \quad D \neq 0.$$

$x_2 = b$ $B \sin \chi_1 x_1 D \sin \chi_2 b e^{-i k_0 x_3} = 0,$

$$\sin \chi_2 b = 0$$

$$\chi_2 = \frac{n\pi}{b}, \quad \text{где } n \text{ — целые числа.}$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

(4.26) принимает вид

$$\dot{E}_{m3} = E \sin \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}$$

$$BD = E. \quad (4.27)$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

Остальные составляющие определяются из уравнений Максвелла.

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{m3} &= E \sin \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}, \\ \dot{E}_{m1} &= -\frac{i k_0 \chi_1}{\chi^2} E \cos \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}, \\ \dot{E}_{m2} &= -\frac{i k_0 \chi_2}{\chi^2} E \sin \chi_1 x_1 \cos \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}, \\ \dot{H}_{m1} &= \frac{i \omega \varepsilon_a \chi_2}{\chi^2} E \sin \chi_1 x_1 \cos \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}, \\ \dot{H}_{m2} &= -\frac{i \omega \varepsilon_a \chi_1}{\chi^2} E \cos \chi_1 x_1 \sin \chi_2 x_2 e^{-i k_0 x_3}. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(4.28) \\ &m = 1, 2, 3, \dots, \\ &n = 1, 2, 3, \dots, \\ &\chi^2 = \chi_1^2 + \chi_2^2. \end{aligned}$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

Ни m , ни n не могут равняться нулю

Критическая длина волны

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad (4.29)$$

длина волны в волноводе

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}},$$

Прямоугольный волновод. E_{mn} -волны

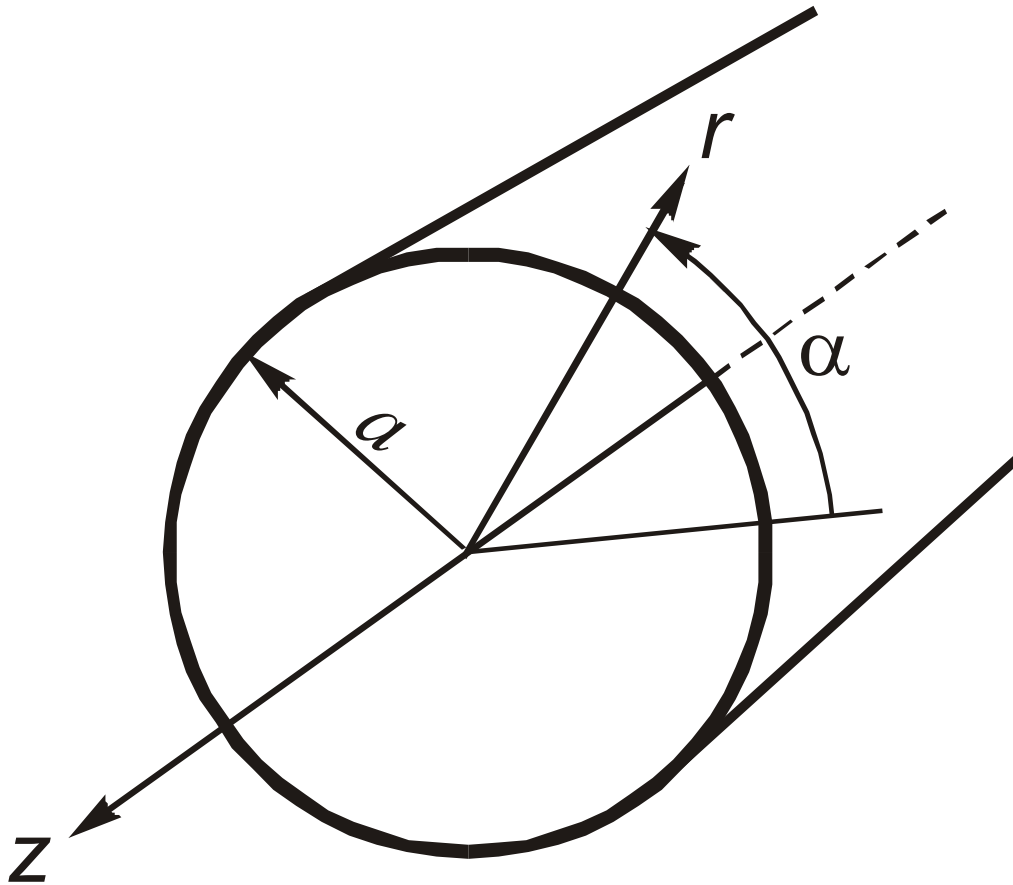
Фазовая и групповая скорости

$$V_{\phi} = \frac{V}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}}, \quad V_{\text{гр}} = V \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2},$$

Характеристическое сопротивление

$$Z_{0E} = Z_c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}.$$

4.6 Волновод круглого сечения. H_{nm} -волны



a — радиус волновода

При исследовании волн в волноводе круглого сечения используется цилиндрическая система координат. Ось z совпадает с осью волновода и направлением распространения волн, т. е. множитель распространения

$$e^{-ik_0 z}.$$

Продольные составляющие поля $H_z \neq 0$, $E_z = 0$.
Волна распространяется в направлении оси z .

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Волновое уравнение

$$\Delta \dot{\mathbf{H}} + k^2 \dot{\mathbf{H}} = 0$$

В цилиндрической системе координат

$$\Delta \mathbf{H} = \left(\Delta H_r - \frac{H_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial H_\alpha}{\partial \alpha} \right) \mathbf{e}_r + \left(\Delta H_\alpha - \frac{H_\alpha}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial H_r}{\partial \alpha} \right) \mathbf{e}_\alpha + \Delta H_z \mathbf{e}_z,$$

Только проекция векторного лапласиана на ось z (прямолинейную ось) зависит от одной составляющей вектора \mathbf{H} . Для этой составляющей скалярное волновое уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} + k^2 \dot{H}_z = 0$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k_0^2$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_{mz}}{\partial \alpha^2} + \chi^2 \dot{H}_{mz} = 0,$$

(4.30)

$$\chi^2 = k^2 - k_0^2.$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Решение этого уравнения

$$\dot{H}_{mz} = \dot{H}_m(r, \alpha) e^{-i k_0 z}. \quad (4.31)$$

Зависимость амплитуды от координат r и α обусловлена граничными условиями на стенках волновода.

Применим метод Фурье

$$\dot{H}_{mz} = R(r)\Phi(\alpha) e^{-i k_0 z} = R\Phi e^{-i k_0 z}. \quad (4.32)$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Подставляя это выражение в уравнение (4.30) и разделив его на произведение

$$R\Phi e^{-ik_0 z},$$

получаем уравнение

$$\frac{1}{Rr} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2} = -\chi^2, \quad (4.33)$$

где χ^2 — величина, не зависящая от r и α .

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Величина α входит только во второе слагаемое. Если r постоянно, а α изменяется, то сумма этих слагаемых не изменяется. Это возможно лишь в том случае, когда

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2}$$

не зависит от α . Поле должно иметь периодическую зависимости от α и при изменении угла α на 2π иметь то же значение.

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\alpha^2} = -n^2, \quad (4.34)$$

где n — целое число.

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Решение этого уравнения

$$\Phi = A \cos n\alpha + B \sin n\alpha$$

можно представить в виде

$$\Phi = \left. \begin{array}{l} \cos n\alpha \\ \sin n\alpha \end{array} \right\}.$$

Дифференцируя (4.33) с учетом (4.34), получим

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{Rr} \frac{\partial R}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} + \chi^2 = 0.$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Обозначим

$$\chi r = x,$$

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{Rx} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) = 0$$

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) R = 0. \quad (4.35)$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Это уравнение Бесселя.

Решение его представляет сумму

$$R = CJ_n(x) + DN_n(x),$$

$J_n(x)$ — функция Бесселя n -го порядка;

$N_n(x)$ — функция Неймана n -го порядка.

$$\dot{H}_{mz} = HJ_n(\chi r) \begin{Bmatrix} \cos n\alpha \\ \sin n\alpha \end{Bmatrix} e^{-ik_0 z}.$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

При $\chi = 0$, т. е. при $r = 0$ $N_n(0) = -\infty$,

и второе слагаемое физического смысла не имеет, так как электромагнитное поле в центре волновода имеет конечное значение. Таким образом, решение уравнения (4.30) имеет вид

$$\dot{H}_{mz} = H J_n(\chi r) \left. \begin{array}{l} \cos n\alpha \\ \sin n\alpha \end{array} \right\} e^{-ik_0 z}.$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Остальные составляющие находятся из уравнений Максвелла.

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{mz} &= H J_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{H}_{mr} &= -\frac{ik_0}{\chi} H J'_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{H}_{m\alpha} &= -\frac{ink_0}{\chi^2 r} H J_n(\chi r) \frac{-\sin n\alpha}{\cos n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{E}_{mr} &= -\frac{i\omega\mu_a n}{\chi^2 r} H J_n(\chi r) \frac{-\sin n\alpha}{\cos n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{E}_{m\alpha} &= \frac{i\omega\mu_a}{\chi} H J'_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}. \end{aligned} \right\}$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Согласно граничным условиям $E_\tau = 0$ при $r = a$, т. е. на стенке волновода. Это условие соответствует $E_\alpha = 0$ при $r = a$, т. е. $J'_n(\chi a) = 0$.

График функций Бесселя имеет вид затухающих синусоид. Все $J_n(x)$ при $n \neq 0$ и $x = 0$ обращаются в нуль, $J_0(0) = 1$. Корни уравнения $J_n(x) = 0$ представляют значения, соответствующие точкам пересечения функции $J_n(x)$ с осью x . Это значения A_{nm} , где n — порядок функций Бесселя; m — номер корня. B_{nm} — корни уравнения $J'_n(x) = 0$, т. е. точки пересечения функции $J'_n(x)$ с осью x .

Таким образом, $\chi = \frac{B_{nm}}{a}$.

Критическая длина волны $\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2\pi a}{B_{nm}}$.

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Числа n определяют число вариаций по углу, m — по радиусу.

Коэффициент распространения

$$k_0 = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2},$$

$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ — коэффициент распространения в неограниченной среде, заполняющей волновод; λ — длина волны в неограниченной среде, заполняющей волновод.

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Фазовая скорость волны в волноводе

$$v_{\phi} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}},$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$$

— скорость распространения в неограниченной среде, заполняющей волновод.

Групповая скорость волны в волноводе

$$v_{гр} = v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}.$$

Круглый волновод. H_{nm} -волны

Длина волны в волноводе

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}}.$$

Характеристическое сопротивление

$$Z_{0H} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}}.$$

Круглый волновод. E_{nm} -волны

Аналогичным образом определяется структура поля E_{nm}

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{mz} &= EJ_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{E}_{mr} &= -\frac{ik_0}{\chi} EJ'_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{E}_{m\alpha} &= -\frac{ink_0}{\chi^2 r} EJ_n(\chi r) \frac{-\sin n\alpha}{\cos n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{H}_{mr} &= \frac{i\omega\varepsilon_a n}{\chi^2 r} EJ_n(\chi r) \frac{-\sin n\alpha}{\cos n\alpha} e^{-ik_0 z}, \\ \dot{H}_{m\alpha} &= -\frac{i\omega\varepsilon_a}{\chi} EJ'_n(\chi r) \frac{\cos n\alpha}{\sin n\alpha} e^{-ik_0 z}. \end{aligned} \right\}$$

Круглый волновод. E_{nm} -волны

Согласно граничным условиям $E_\tau = 0$ при $r = a$,
или $E_{mz} = 0$ при $r = a$.

Отсюда

$$\chi a = A_{nm}.$$

Критическая длина волны в этом случае

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\chi} = \frac{2\pi a}{A_{nm}},$$

Круглый волновод. E_{nm} -волны

Зависимость k_0 , $v_{\text{ф}}$, $v_{\text{гр}}$ и Λ от частоты определяется как для **H**-волны, а характеристическое сопротивление определяется выражением

$$Z_{0E} = Z_c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}.$$

Круглый волновод. E_{nm} -волны

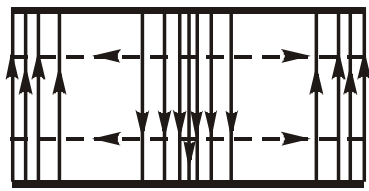
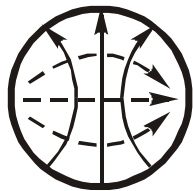
Низшими типами волн в круглых волноводах являются волны H_{11} и E_{01} .

Основным типом волны в круглом волноводе является волна H_{11} , для которой критическая длина волны максимальна и равна $\lambda_{кр} = 3,41a$.

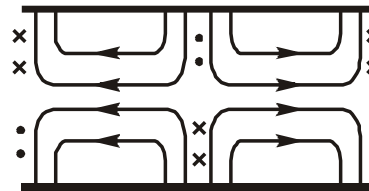
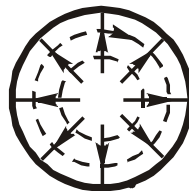
Ближайшим к основному высшим типом является волна E_{01} , для которой $\lambda_{кр} = 2,61a$.

Следующими высшими типами волн являются:
волна типа H_{21} , $\lambda_{кр} = 2,06a$,
волна типа H_{01} , $\lambda_{кр} = 1,64a$,
волна типа E_{11} , $\lambda_{кр} = 1,64a$.

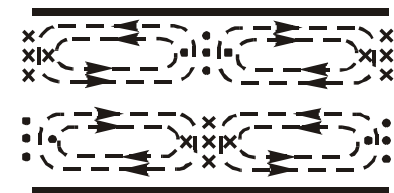
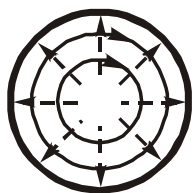
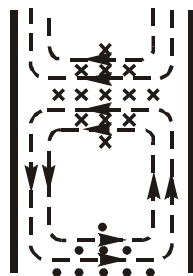
Круглый волновод



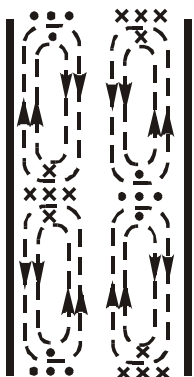
H_{11}



E_{01}



H_{01}



Структуры полей волн
различных типов

Круглый волновод

Структура поля H_{11} имеет вид, аналогичный структуре поля H_{10} в прямоугольном волноводе; структура E_{01} аналогична E_{11} в прямоугольном волноводе. При плавном переходе от прямоугольного волновода к круглому H_{10} переходит в H_{11} , E_{11} — в E_{01} . Вследствие осевой симметрии волну E_{01} применяют во вращающихся соединениях. Волна H_{01} имеет структуру поля, получаемую из структуры E_{01} , если поменять местами электрические и магнитные составляющие.

При всех типах волн за исключением H_{01} в круглом волноводе потери в стенках волновода при увеличении частоты увеличиваются. При H_{01} они уменьшаются, так как тангенциальная составляющая вектора \mathbf{H} , определяющая энергию, поглощаемую стенками, уменьшается по сравнению с поперечной составляющей, определяющей передаваемую волноводом мощность. Однако в круглом волноводе волна H_{01} неустойчива и даже при небольшой эллиптичности сечения она превращается в волну E_{11} , обладающую той же критической частотой, но большими потерями. Для устойчивого существования волны H_{01} , волновод делают из изолированных колец или из изолированного провода.

Круглый волновод

Мощность, переносимая волной основного типа H_{11} в круглом волноводе

$$P_{H11} = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}{4,28Z_c} E_{\text{макс}}^2.$$

Круглый волновод

Итак, в волноводах могут распространяться волны различных типов. Каждый тип волны может распространяться при выполнении для него условия распространения

$$\lambda < \lambda_{\text{кр}} \quad \text{или} \quad f > f_{\text{кр}}.$$

λ – длина волны в неограниченной среде, заполняющей волновод.

Волна, для которой критическая длина волны наибольшая (соответственно, критическая частота наименьшая), называется основной (волной основного типа).

Круглый волновод

На частоте ниже критической для основного типа волны ни один тип волны не может распространяться.

С ростом частоты начинают распространяться сначала основной тип волны, далее ближайший к нему высший тип, далее остальные высшие типы волн.

Диапазон частот от критической частоты для волны основного типа до критической частоты ближайшего к основному высшего типа волны является диапазоном одноволнового режима работы волновода, когда распространяется только волна основного типа. Это основной режим работы волновода, поскольку кроме случаев обоснованного применения волн высших типов их распространение в волноводе нежелательно, т.к. часть энергии волны основного типа переходит в волны высших типов, что увеличивает потери энергии электромагнитного поля в волноводе.

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Затухание волн в волноводах зависит от потерь в металлических стенках и в материале, заполняющем волновод. Коэффициент ослабления волны в волноводе складывается из двух составляющих, вызванных потерями в металлических стенках и в диэлектрике

$$\alpha_{\text{общ}} = \alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{д}}.$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Коэффициент ослабления за счет потерь в металлических стенках для любого типа волны в волноводе произвольного поперечного сечения площадью S

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{1}{2} \frac{R_s \int_L |\dot{H}_\tau|^2 dl}{\int_S \text{Re} [\vec{\dot{E}}, \vec{\dot{H}}^*] ds}.$$

Здесь $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}}$ – поверхностное сопротивление металла.

Для волны основного типа H_{10} в прямоугольном волноводе

$$\alpha_{\text{м}} = \frac{R_s \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \frac{2b}{a} \right]}{Z_c b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2}}.$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Для волн типа H_{mn} в прямоугольном волноводе при $n \geq 1$

$$\begin{aligned} \alpha_M &= \\ &= \frac{2R_s}{Z_c b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \left\{ \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2\right] \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} n^2 + m^2\right)}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2} \right\}. \end{aligned}$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Для волн типа E_{mn} в прямоугольном волноводе

$$\alpha_m = \frac{2R_s}{Z_c b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^3 n^2 + m^2}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2}.$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Для волн типа H_{nm} в круглом волноводе

$$\alpha_m = \frac{R_s}{Z_c a \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{kp}}\right)^2}} \left[\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{kp}}\right)^2 + \frac{m^2}{B_{nm}^2 - m^2} \right].$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Для волн типа E_{nm} в круглом волноводе

$$\alpha_M = \frac{R_s}{Z_c a \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} .$$

Формулы для α_M получены в предположении, что волновод заполнен вакуумом или воздухом. Если волновод заполнен диэлектриком, то в формулах для α_M длина волны λ_0 заменяется на

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} .$$

Потери в прямоугольном и круглом волноводах

Коэффициент ослабления для волн типов Е и Н за счет потерь в диэлектрике для немагнитных диэлектриков с малыми потерями (при $\mu=1$ и $\operatorname{tg}\delta_{\text{Э}} \ll 1$) может быть рассчитан по формуле

$$\alpha_{\text{д}} \approx \frac{\pi \varepsilon_r \operatorname{tg} \delta_{\text{Э}}}{\lambda_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}} .$$