

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Радиоэлектроника и лазерная техника(РЛ)»

Кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства(РЛ1)»

---

Домашняя задание №1

по дисциплине

«Электродинамика и распространение радиоволн»

Вариант № 12

Выполнил ст. группы РЛ-41

Филимонов С.В.

Доцент Русов Ю.С.

Оценка в баллах \_\_\_\_\_

Москва, 2022

## Задание №1

### ГОСТ 18238-72

1. **Линия передачи сверхвысоких частот (Линия передачи)** - Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток сверхвысокочастотной электромагнитной энергии в заданном направлении.
2. **Открытая линия передачи** - Линия передачи, поперечное сечение которой не имеет замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии.
3. **Гибридная волна** - Электромагнитная волна, векторы электрического и магнитного полей которой имеют отличные от нуля поперечные и продольные составляющие.
4. **Критическая частота** - Наименьшая частота, при которой возможно распространение данного типа волны в линии передачи
5. **Вносимое ослабление** - десятикратное значение десятичного или половина натурального логарифма отношения мощности падающей волны на выходе при выключении из тракта некоторой его части к мощности падающей волны на том же выходе при включении этой части

### ГОСТ 24375-80

1. **Радиосвязь** - электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн.
2. **Космическая радиосвязь** - радиосвязь, в которой используется одна или несколько космических радиостанций или один или несколько отражающих спутников, или другие космические объект.
3. **Активная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала, включающая его приём, преобразование, усиление и излучение.

4. **Пассивная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала путём отражения или преломления, или рассеяния радиоволн в устройствах, телах или искусственных средах с целью изменения направления распространения радиоволн.
5. **Область тени** - зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за пределами расстояния прямой видимости.

## Задание №2

### Условие.

Положительный заряд  $q$  равномерно распределен по объему шара радиуса  $a$ . Определить напряженность электрического поля, электрическую индукцию и скалярный потенциал внутри и вне шара. Диэлектрическая проницаемость материала  $\epsilon a1$ , окружающей среды  $\epsilon a2$ . Построить зависимости  $E(r)$ ,  $D(r)$ ,  $\varphi(r)$ , указать характерные особенности графиков и причину их появления. Провести проверку граничных условий на границе раздела сред. Исходные данные:  $a[\text{мм}] = 0,029$ ;  $q[\text{Кл}] = 0,6$ ;  $\epsilon a = \epsilon_0 * \epsilon r$ ;  $\epsilon r1 = 3,2$ ;  $\epsilon r2 = 1$ .

### Решение.

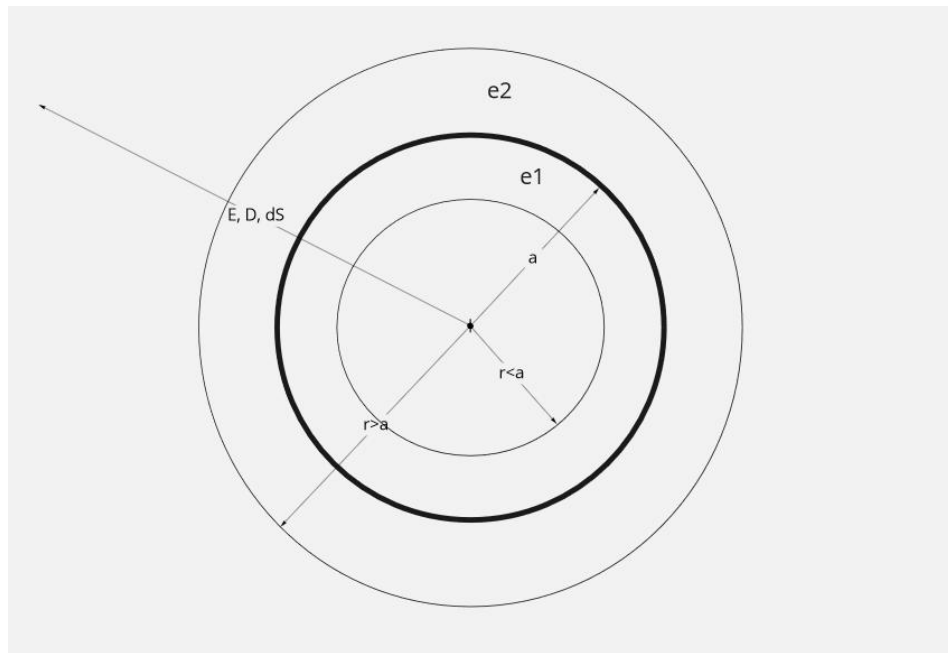


Рис. 1 Сфера

Для начала введём новую переменную  $R$  - радиус сферы, так чтобы  $R = a$ . Так как у нас есть две разные среды, то для начала обозначим  $k$  в зависимости от  $r$ ,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_2\epsilon_0} \text{ при } r > R, k = \frac{1}{4\pi\epsilon_1\epsilon_0} \text{ при } r < R.$$

Дальше в решении будем учитывать просто  $k$ , который при построении графиков надо будет учесть, по зависимости, которая обозначена выше.

Найдём для начала напряжённость электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара. Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутого шара радиуса  $r > R$  (рис.). Очевидно, что напряжённость на поверхности этого шара будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряжённости через него будет

$$E4\pi r^2.$$

Согласно теореме Гаусса

$$E4\pi r^2 = 4\pi kq,$$

откуда следует

$$E(r) = k \frac{q}{r^2}.$$

Чтобы найти напряжённость электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса  $r < R$  с центром в центре шара. Из симметрии ясно, что напряжённость поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует

$$E(r)4\pi r^2 = 4\pi kq(r),$$

где  $q(r)$  – заряд внутри выбранной поверхности. Введём плотность заряда шара  $\rho$ . Тогда

$$q(r) = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ и } E(r) = k \frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3}k\rho\pi r.$$

Плотность заряда равна полному заряду, делённому на объём шара

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}.$$

Для напряжённости поля внутри шара получим

$$E = k \frac{q}{R^3} r.$$

И так подведём итог по напряжённость электрического поля внутри и вне шара

$$E = k \frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = k \frac{q}{R^3} r \text{ при } r < R.$$

Теперь найдём электрическую индукцию

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \kappa \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 (1 + \kappa) E = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

Тогда

$$D = \varepsilon_0 E \text{ при } r > R, D = \varepsilon_0 \varepsilon E \text{ при } r < R.$$

Осталось определить только потенциал внутри и вне шара. Потенциал и напряжённость связаны следующим соотношением

$$E = - \operatorname{grad} \varphi.$$

В сферической системе координат составляющие

$$E_\theta \text{ и } E_\varphi \text{ равны нулю, тогда } E = E_r = -\frac{\partial}{\partial r} \varphi \Rightarrow \int \partial \varphi = \int E_r \partial r.$$

Тогда для начала найдём потенциал вне шара при  $r > R$  выразится в виде

$$\varphi(r) = - \int E = k \frac{q}{r^2} \partial r = k \frac{q}{r} + C_1,$$

Определим  $C_1$

$$r \Rightarrow \infty, \varphi \Rightarrow 0, \text{ тогда } kq \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow C_1 = 0.$$

Теперь найдём потенциал внутри шара  $r < R$

$$\varphi(r) = - \int k \frac{qr}{R^3} \partial r = - k \frac{qr^2}{R^3} + C_2,$$

Определим  $C_2$ , но для начала уточним  $k_1$  и  $k_2$

$$k_2 = \frac{1}{4\pi \varepsilon_2 \varepsilon_0} \text{ при } r > R, k_1 = \frac{1}{4\pi \varepsilon_1 \varepsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$r \Rightarrow R, \text{ тогда } - k_1 \frac{qR^2}{R^3} + C_2 = - k_1 \frac{q}{R} + C_2 = k_2 \frac{q}{R} \Rightarrow C_1 = \frac{q}{R} (k_2 + k_1) = 1,279 \cdot 10^{11}.$$

И так подведём итог по потенциалу внутри и вне шара

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r} \text{ при } r > R, \quad \varphi(r) = -k \frac{qr^2}{R^3} + 1,279 \cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

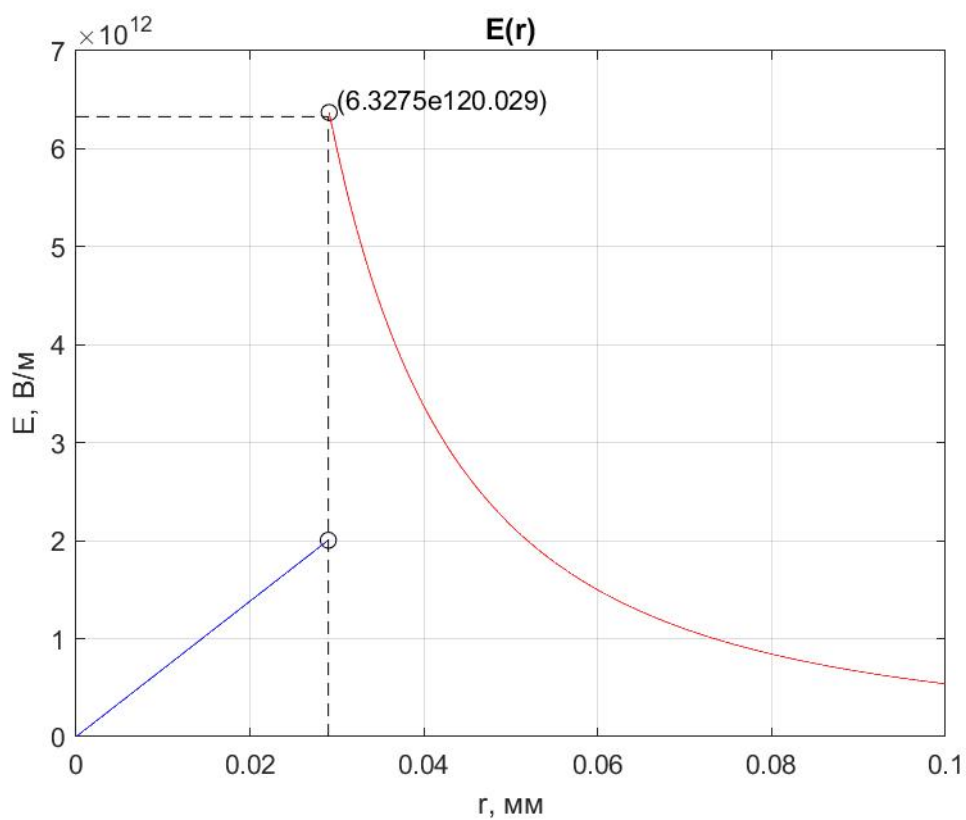


График 1. Напряжённости  $E(r)$

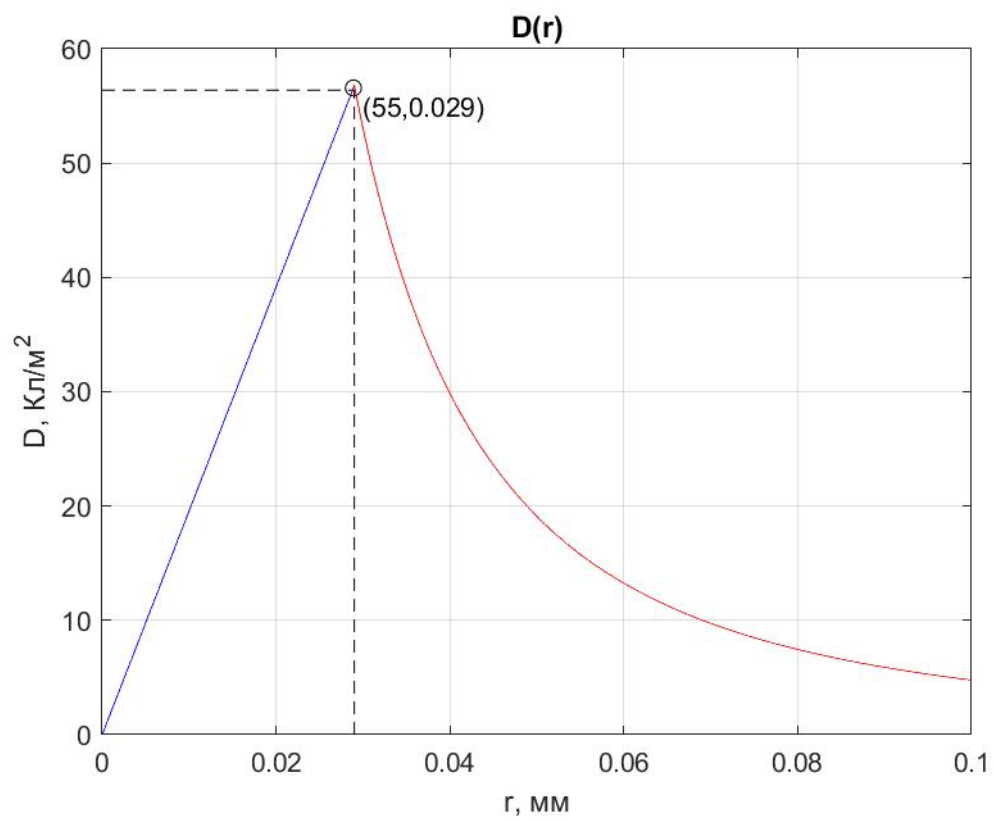


График 2.  $D(r)$

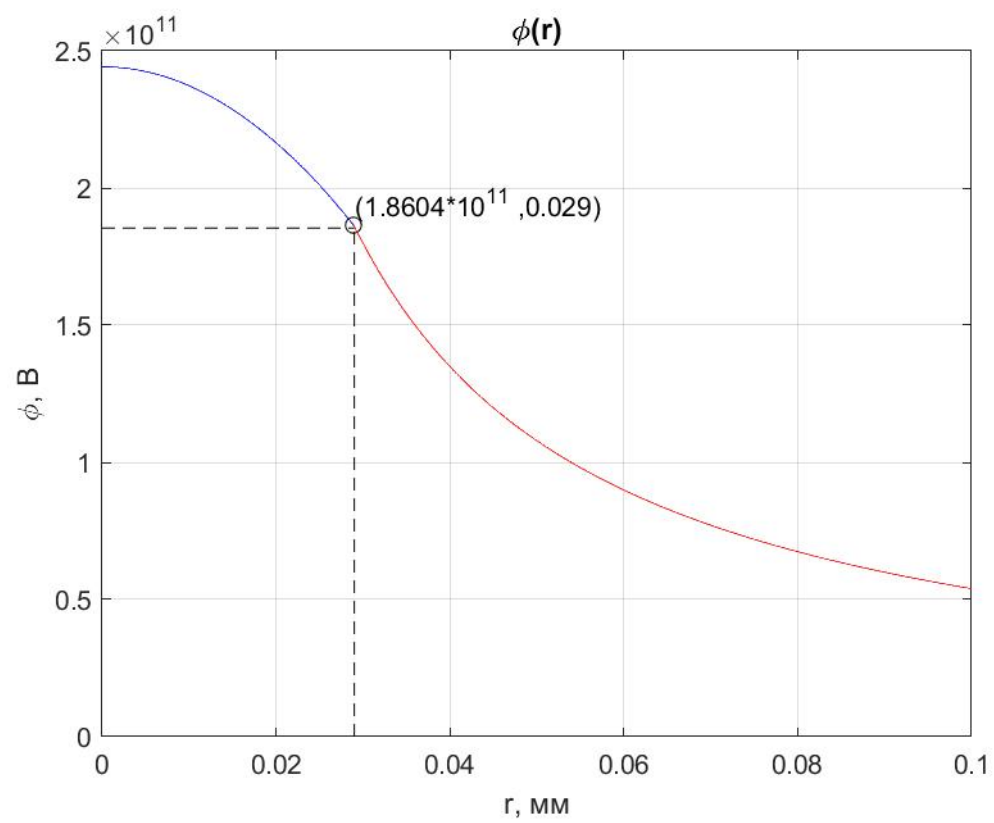


График 3.  $\phi(r)$



### Задание № 3

#### Условие.

По бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса  $a$  протекает постоянный ток  $I$ , равномерно распределенный по площади поперечного сечения. Построить зависимости напряженности и индукции магнитного поля  $H(r)$  и  $B(r)$ , создаваемого этим током в однородной среде с  $\mu_r = 1$ . Исходные данные:  $I[\text{A}] = 0,1 \cdot N + M$ ,  $a[\text{мм}] = 2 + 0,1 \cdot N$ .

#### Решение.

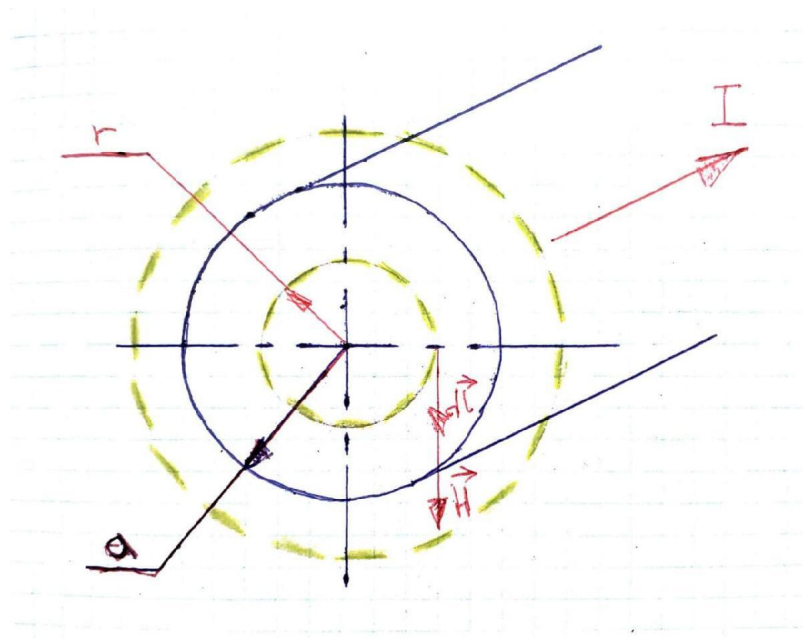


Рис.1 общая схема

Учтем первое уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

Пусть по бесконечно длинному цилиндрическому проводу радиуса  $R$  протекает постоянный ток  $I$ . Возьмем окружность за контур  $L$  т.к. она обладает осевой симметрией (поле по модулю будет одинаковым). А так же центр совпадает с центром поперечного сечения в результате

$$H = \text{const.}$$

Так как  $\vec{H}$  направлен по касательной, то при выборе такого контура  $\vec{H} \parallel \vec{D}$ .

Тогда из первого уравнения Максвелла следует, что  $\vec{H} d\vec{l} = Hdl$  и

$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl$ , тогда

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl = H(r) \oint_L dl = H(r) 2\pi r,$$

где  $H(r)$  - не зависит от  $L$ . И так теперь мы имеем два случая:

1.  $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$ , так как ток постоянный и поле соответственно тоже постоянно.

2.  $\int_S \vec{J} d\vec{S} = JS$ , т.к.  $\vec{J} \parallel d\vec{S}$ , то плотность тока считается постоянной, так как ток постоянный и распределенно равномерно, то ток протекает  $\perp$  поперечному сечению провода. Тогда

$$J = \frac{I}{S(a)} = \frac{I}{\pi a^2}.$$

Для случая 1  $r \leq a$ , тогда

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = J \int_S dS * \frac{I}{\pi a^2} \Rightarrow \pi r^2 = \frac{I}{a^2} r^2,$$

тогда из первого уравнения Максвелла следует, что

$$H(r) 2\pi r = \frac{I}{a^2} r^2 \Rightarrow H(r) = \frac{Ir}{2\pi a^2},$$

а так же, так как  $\vec{B} = \mu(r) \vec{H}$ , то

$$B(r) = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}.$$

Тогда для случая 2  $r \geq a$ , будет

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = I,$$

тогда

$$H(r)2\pi r = I \Rightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r},$$

а так же, так как  $\vec{B} = \mu(r)\vec{H}$ , то

$$B(r) = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}.$$

Итак подведем итог

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ при } r > R, \quad H = \frac{Ir}{2\pi a^2} \text{ при } r < R, \text{ и}$$

$$B = \frac{I\mu(r)}{2\pi r} \text{ при } r > R, \quad B = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

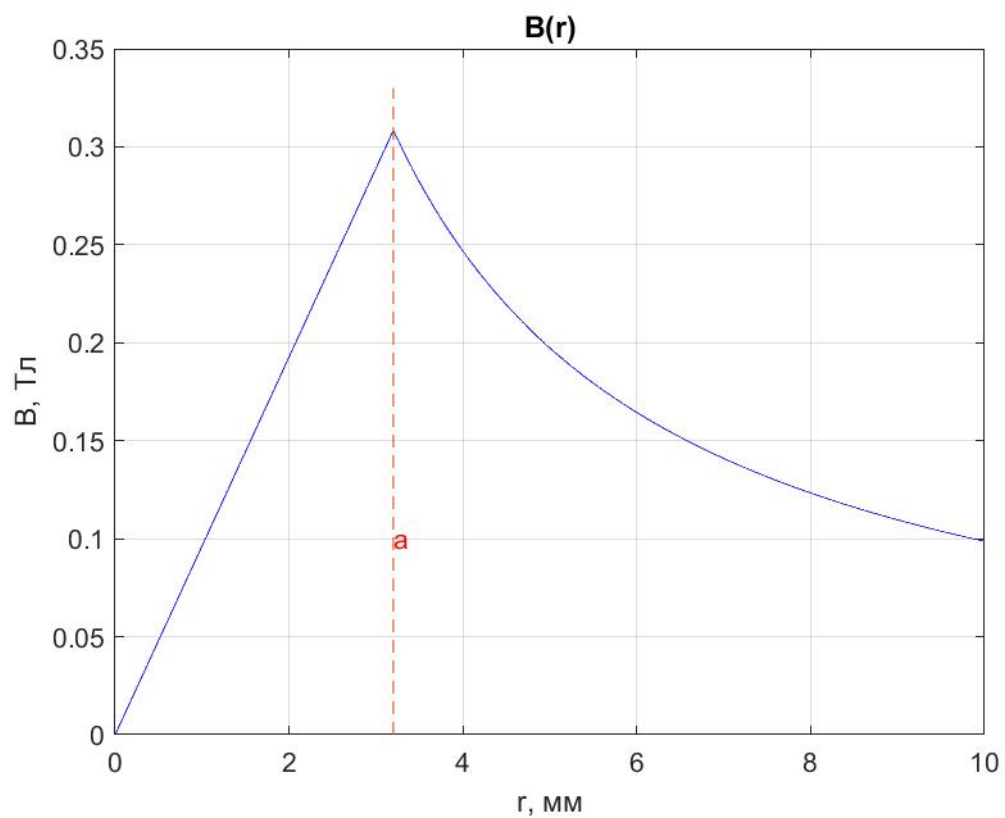


График 1.  $H(r)$

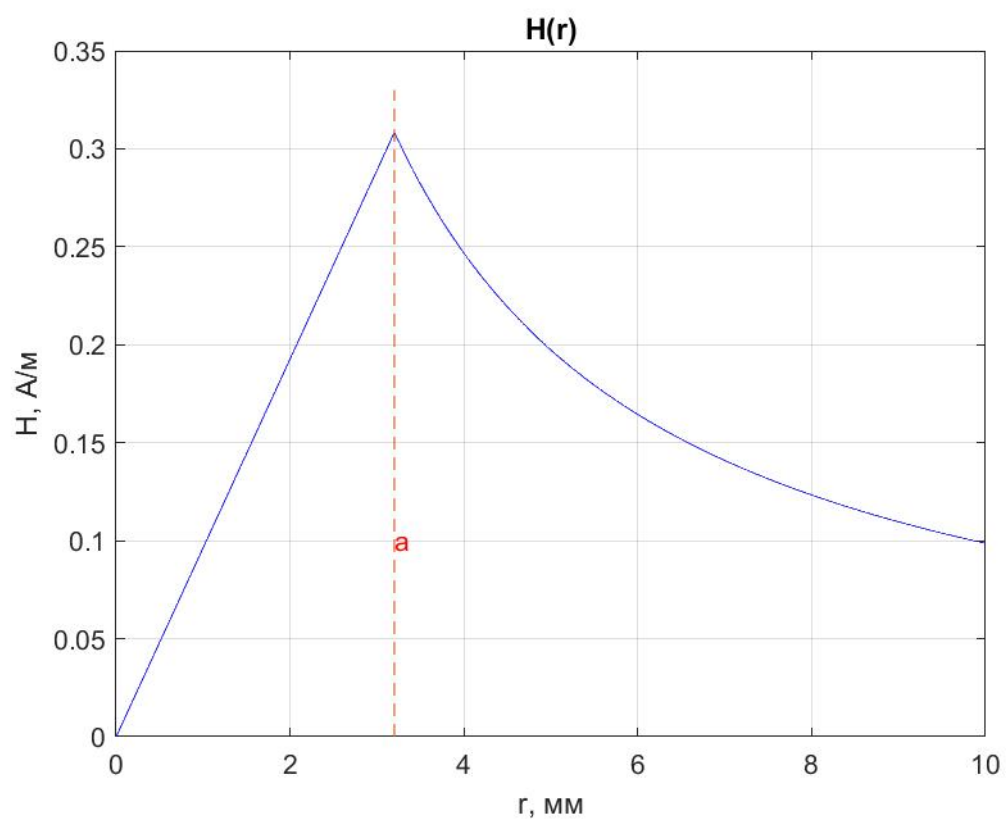


График 2. В( r)

#### Задание № 4

##### Условие.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве без потерь. Диэлектрическая проницаемость среды –  $\epsilon_a$ , магнитная проницаемость среды –  $\mu_a$ , амплитуда напряженности электрического поля –  $E_m$ , частота –  $f$ . Записать выражения для мгновенных значений напряженностей электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны. Определить основные параметры волны. Исходные данные:  $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\epsilon_r = 2 + N/10$ ;  $\mu_a = \mu_0 \mu_r$ ;  $\mu_r = 1 + N/10$ ;  $E_m [\text{мВ/м}] = 50 + N$ ;  $f [\text{Гц}] = (M + N/20) \cdot 10^9$ .

##### Решение.

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в бесконечной и однородной среде. В этом случае из общего уравнения для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\begin{cases} E_x(z, t) = E_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x(z, t) = H_m \cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

Средой без потерь называют среду, в которой отсутствуют потери энергии при распространении электромагнитной волны. Для такой среды

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}.$$

В таком случае изобразим на рис. 1 мгновенную картину полей плоской электромагнитной волны в среде без потерь.

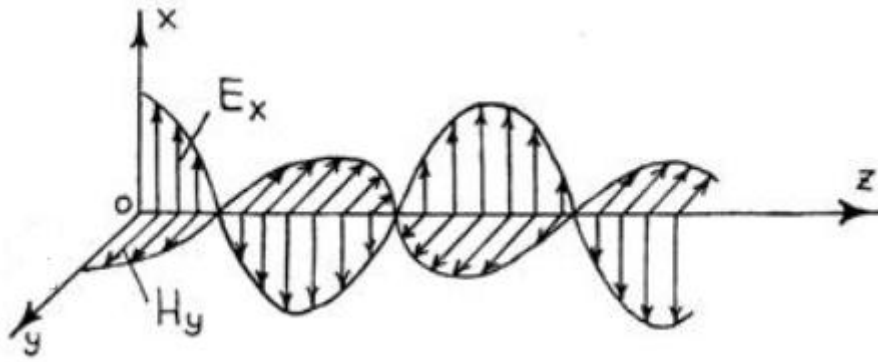


Рис.1 – Плоская электромагнитная волна в среде без потерь

Коэффициент  $E_m$  нам известен, найдем  $H_m$

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где  $Z_c$  - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \frac{\omega \mu_a}{k} = \frac{\omega \mu_a}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}},$$

тогда  $Z_c = 311,616$ . Теперь найдем  $H_m$ , оно будет равно  $H_m = 0,199$  мА/м.

Определим  $\omega$  и  $k$ ,

$$\omega = 2\pi\nu,$$

тогда  $\omega = 3,52 * 10^{10}$  рад/с, а  $k = 310,51$  м<sup>-1</sup>. Так же найдем другие характеристики волны: период, длину волны и фазовой скоростью. Период находится из формулы

$$T = \frac{1}{\nu},$$

где  $T \approx 1,8 * 10^{-10}$  с. Длина волны следует из

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

$\lambda = 0,02$  м. Рассмотрим основные характеристики плоской электромагнитной волны на примере составляющей электрического поля волны:

$$E_x(z, t) = E_m \cos(\omega t - kz),$$

в нем  $(\omega t - kz)$  – есть фаза волны, которая зависит от времени  $t$  и от пространственной координаты  $z$ . Геометрическое место точек, в которых электромагнитное поле имеет одинаковую фазу ( $(\omega t - kz) = \text{const}$ ), называется фазовым или волновым фронтом волны. Для плоской электромагнитной волны фронт волны представляет собой плоскость  $z = \text{const}$ . Скорость перемещения фазового фронта называется фазовой скоростью  $V_\phi$  волны. Определим  $V_\phi$  плоской электромагнитной волны, для чего зафиксируем фазу поля  $(\omega t - kz) = \text{const}$  и продифференцировав ее по времени, получим

$$\omega - k \frac{d}{dt} z = 0$$

Тогда отсюда можно получить

$$V_\phi = \frac{d}{dt} z = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}},$$

где  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 * 10^8$  м/с - скорость света. А  $V_\phi \approx 1,1331 * 10^8$  м/с. Дисперсией называется зависимость фазовой скорости от частоты. Как следует из уравнения для  $V_\phi$  плоская электромагнитная волна в среде без потерь не обладает дисперсией.

## Задание № 5