

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Радиоэлектроника и лазерная техника(РЛ)»

Кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства(РЛ1)»

---

Домашняя задание №1

по дисциплине

«Электродинамика и распространение радиоволн»

Вариант № 12

Выполнил ст. группы РЛ-41

Филимонов С.В.

Проверил Русов Ю.С.

Оценка в баллах \_\_\_\_\_

Москва, 2022

## Задание №1

### ГОСТ 18238-72

1. **Линия передачи сверхвысоких частот (Линия передачи)** - Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток сверхвысокочастотной электромагнитной энергии в заданном направлении.
2. **Открытая линия передачи** - Линия передачи, поперечное сечение которой не имеет замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии.
3. **Гибридная волна** - Электромагнитная волна, векторы электрического и магнитного полей которой имеют отличные от нуля поперечные и продольные составляющие.
4. **Критическая частота** - Наименьшая частота, при которой возможно распространение данного типа волны в линии передачи
5. **Вносимое ослабление** - десятикратного значение десятичного или половина натурального логарифма отношения мощности падающей волны на выходе при выключении из тракта некоторой его части к мощности падающей волны на том же выходе при включении этой части

### ГОСТ 24375-80

1. **Радиосвязь** - электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн.
2. **Космическая радиосвязь** - радиосвязь, в которой используется одна или несколько космических радиостанций или один или несколько отражающих спутников, или другие космические объект.
3. **Активная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала, включающая его приём, преобразование, усиление и излучение.

4. **Пассивная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала путём отражения или преломления, или рассеяния радиоволн в устройствах, телах или искусственных средах с целью изменения направления распространения радиоволн.
5. **Область тени** - зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за пределами расстояния прямой видимости.

## Задание №2

### Условие.

Положительный заряд  $q$  равномерно распределён по объёму шара радиуса  $a$ . Определить напряжённость электрического поля, электрическую индукцию и скалярный потенциал внутри и вне шара. Диэлектрическая проницаемость материала  $\epsilon_1$ , окружающей среды  $\epsilon_2$ . Построить зависимости  $E(r)$ ,  $D(r)$ ,  $\phi(r)$ , указать характерные особенности графиков и причину их появления. Провести проверку граничных условий на границе раздела сред. Исходные данные:  $a[\text{мм}] = 0,029$ ;  $q[\text{Кл}] = 0,6$ ;  $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\epsilon_{r1} = 3,2$ ;  $\epsilon_{r2} = 1$ .

### Решение.

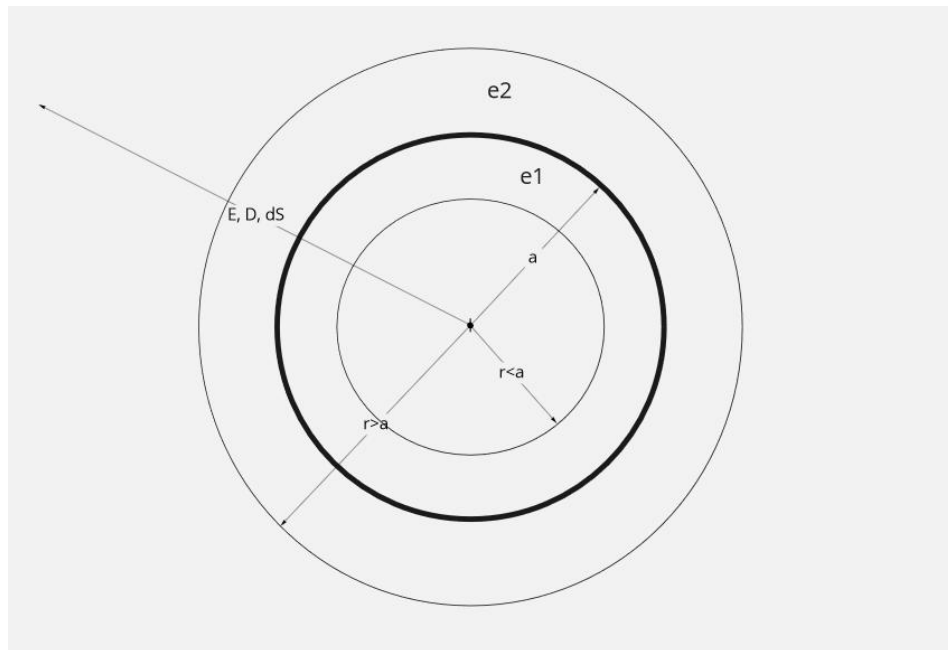


Рис. 1 Сфера

Для начала введём новую переменную  $R$  - радиус сферы, так чтобы  $R = a$ . Так как у нас есть две разные среды, то для начала обозначим  $k$  в зависимости от  $r$ ,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_2\epsilon_0} \text{ при } r > R, k = \frac{1}{4\pi\epsilon_1\epsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$k = 8,9918 \cdot 10^9 \text{ при } r > R, k = 2,8099 \cdot 10^9 \text{ при } r < R.$$

Дальше в решении будем учитывать просто  $k$ , который при построении графиков надо будет учесть, по зависимости, которая обозначена выше. Найдём для начала напряжённость электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара. Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутой шар радиуса  $r > R$  (рис.). Очевидно, что напряжённость на поверхности этого шара будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряжённости через него будет

$$E4\pi r^2.$$

Согласно теореме Гаусса

$$E4\pi r^2 = 4\pi kq,$$

откуда следует

$$E(r) = k \frac{q}{r^2}.$$

Чтобы найти напряжённость электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса  $r < R$  с центром в центре шара. Из симметрии ясно, что напряжённость поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует

$$E(r)4\pi r^2 = 4\pi kq(r),$$

где  $q(r)$  – заряд внутри выбранной поверхности. Введём плотность заряда шара  $\rho$ . Тогда

$$q(r) = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ и } E(r) = k \frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3}k\rho\pi r.$$

Плотность заряда равна полному заряду, делённому на объём шара

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}.$$

Для напряжённости поля внутри шара получим

$$E = k \frac{q}{R^3} r.$$

И так подведём итог по напряжённость электрического поля внутри и вне шара

$$E = k \frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = k \frac{q}{R^3} r \text{ при } r < R.$$

$$E = 8,9918 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{r^2} \text{ при } r > R, E = 2,8099 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{0,029^3} r \text{ при } r < R.$$

Теперь найдём электрическую индукцию

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \kappa \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 (1 + \kappa) E = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

Тогда

$$D = \varepsilon_0 E \text{ при } r > R, D = \varepsilon_0 \varepsilon E \text{ при } r < R.$$

$$D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot E \text{ при } r > R, D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot 3,2 \cdot E \text{ при } r < R.$$

Осталось определить только потенциал внутри и вне шара. Потенциал и напряжённость связаны следующим соотношением

$$E = - \operatorname{grad} \varphi.$$

В сферической системе координат составляющие

$$E_\theta \text{ и } E_\varphi \text{ равны нулю, тогда } E = E_r = -\frac{\partial}{\partial r} \varphi \implies \int \partial \varphi = \int E_r \partial r.$$

Тогда для начала найдём потенциал вне шара при  $r > R$  выразится в виде

$$\varphi(r) = - \int E = k \frac{q}{r^2} \partial r = k \frac{q}{r} + C_1,$$

Определим  $C_1$

$$r \implies \infty, \varphi \implies 0, \text{ тогда } kq \frac{1}{\infty} = 0 \implies C_1 = 0.$$

Теперь найдём потенциал внутри шара  $r < R$

$$\varphi(r) = - \int k \frac{qr}{R^3} \partial r = - k \frac{qr^2}{R^3} + C_2,$$

Определим  $C_2$ , но для начала уточним  $k_1$  и  $k_2$

$$k_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_2\epsilon_0} \text{ при } r > R, k_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_1\epsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$r \Rightarrow R, \text{ тогда } -k_1 \frac{qR^2}{R^3} + C_2 = -k_1 \frac{q}{R} + C_2 = k_2 \frac{q}{R} \Rightarrow C_1 = \frac{q}{R} (k_2 + k_1).$$

$$C_1 = \frac{0,6}{0,029} (2,8099 + 8,9918) \cdot 10^9 = 1,279 \cdot 10^{11}.$$

И так подведём итог по потенциалу внутри и вне шара

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r} \text{ при } r > R, \varphi(r) = -k \frac{qr^2}{R^3} + 1,279 \cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

$$\varphi(r) = 8,9918 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{r} \text{ при } r > R, \varphi(r) = -2,8099 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6 \cdot r^2}{0,029^3} + 1,279 \cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

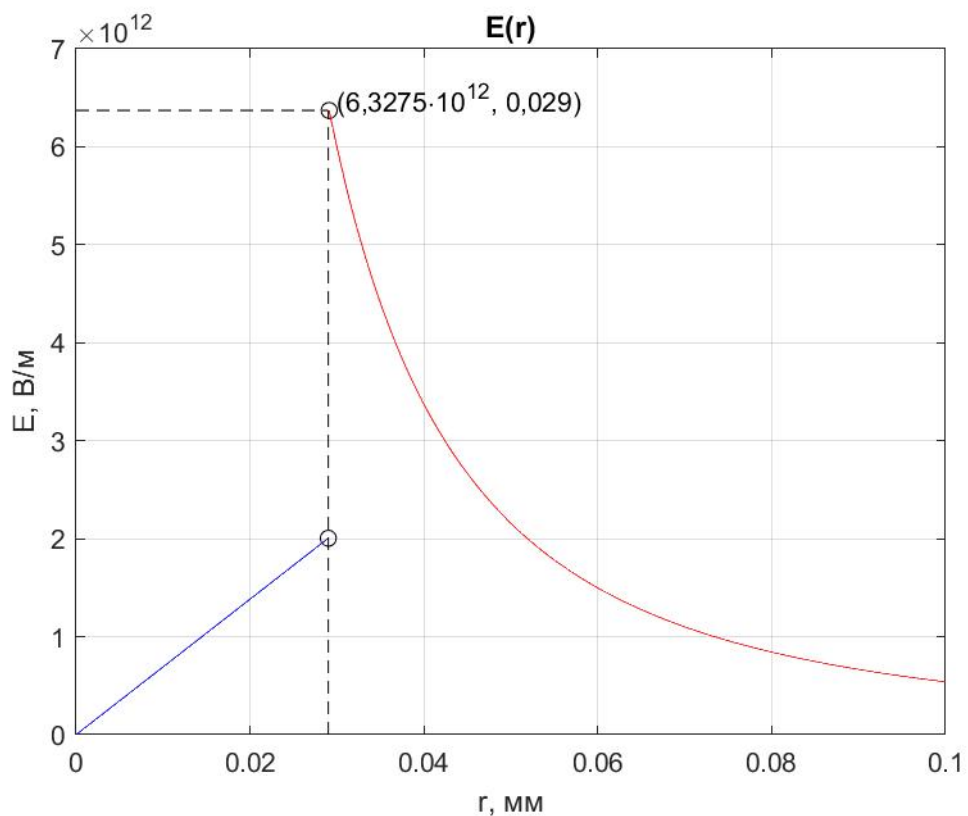


График 1. Напряжённости  $E(r)$

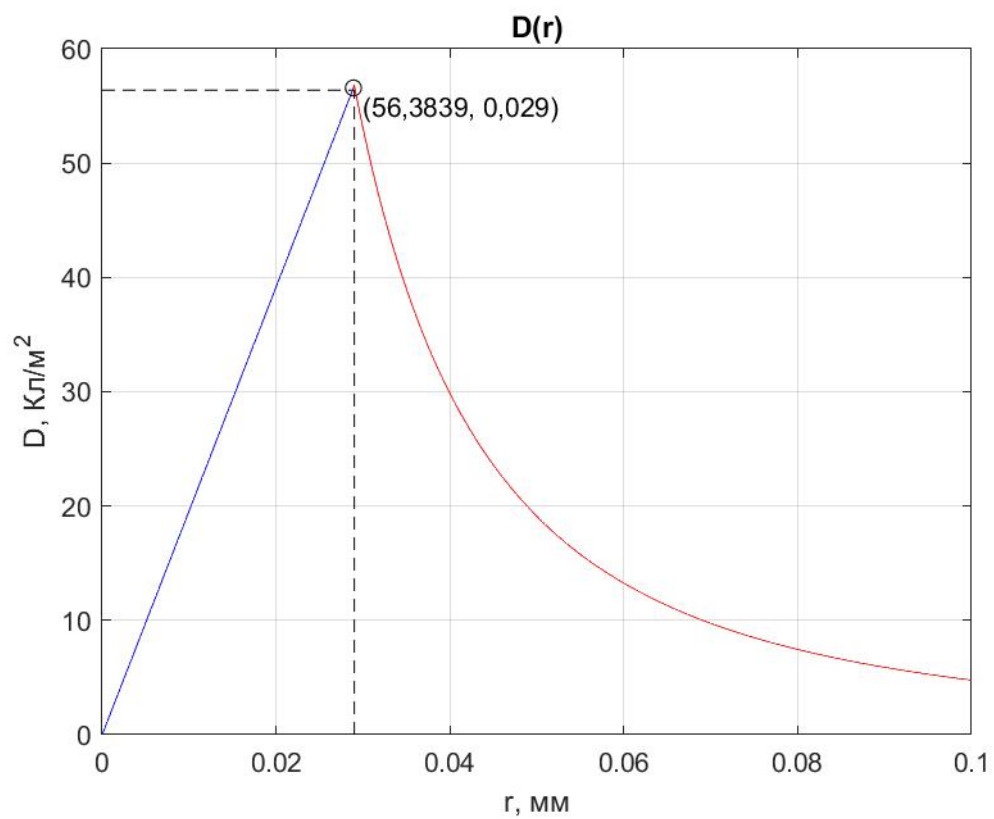


График 2. Электрическая индукция  $D(r)$

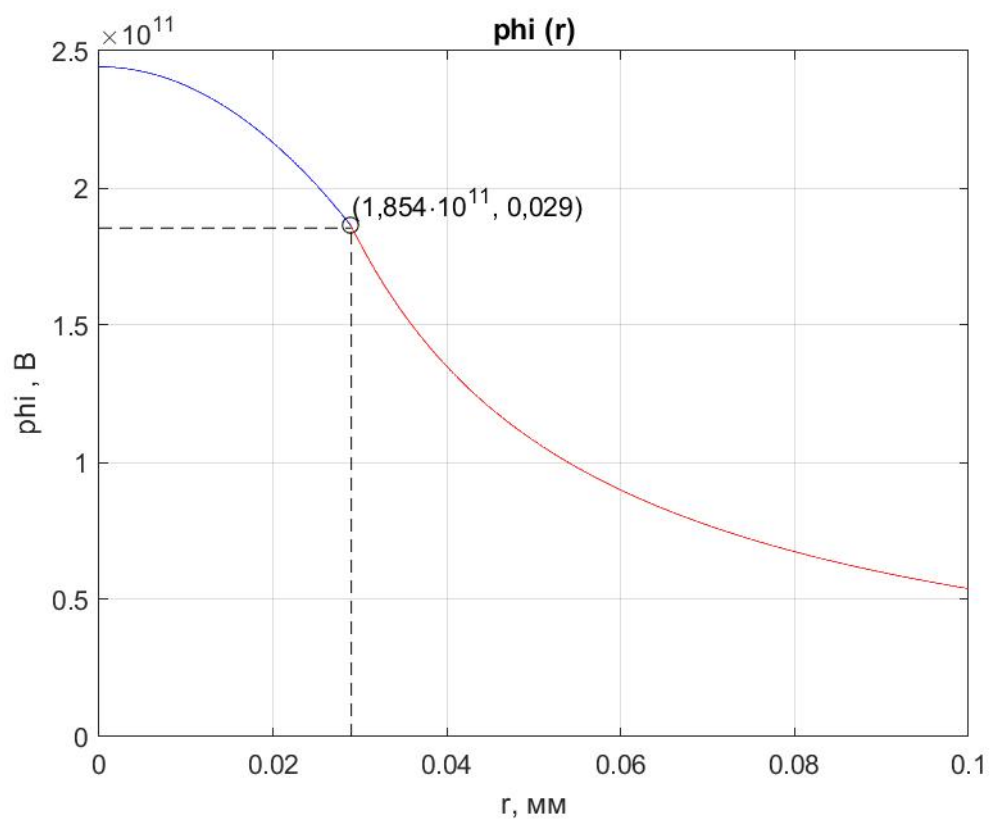


График 3. Скалярный потенциал  $\phi(r)$



### Задание № 3

#### Условие.

По бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса  $a$  протекает постоянный ток  $I$ , равномерно распределенный по площади поперечного сечения. Построить зависимости напряжённости и индукции магнитного поля  $H(r)$  и  $B(r)$ , создаваемого этим током в однородной среде с  $\mu_r = 1$ . Исходные данные:  $I[A] = 0,1 \cdot N + M$ ,  $a[мм] = 2 + 0,1 \cdot N$ .

#### Решение.

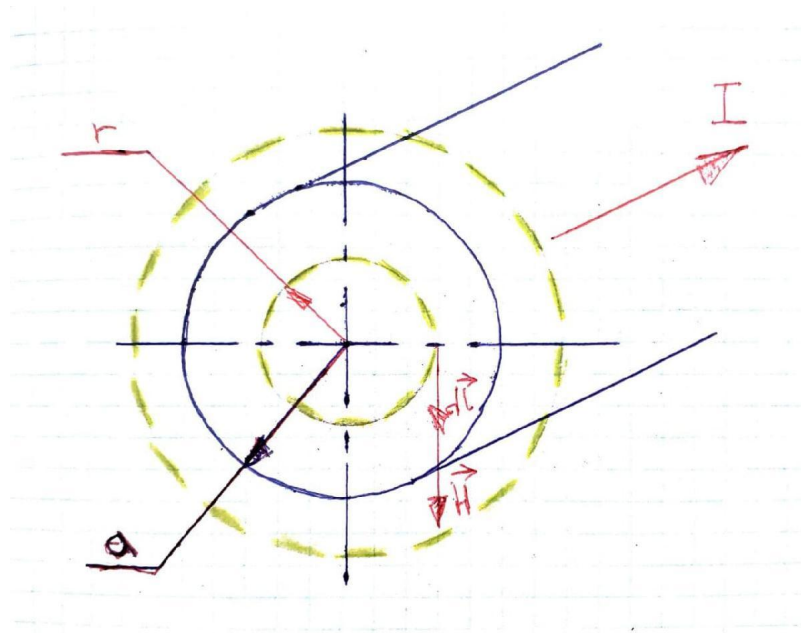


Рис.1 общая схема

Учтём первое уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

Пусть по бесконечно длинному цилиндрическому проводу радиуса  $R$  протекает постоянный ток  $I$ . Возьмём окружность за контур  $L$  т.к. она обладает осевой симметрией (поле по модулю будет одинаковым). А так же центр совпадает с центром поперечного сечения в результате

$$H = const.$$

Так как  $\vec{H}$  направлен по касательной, то при выборе такого контура вектор  $\vec{H}$  и  $d\vec{l}$  параллельны. Тогда из первого уравнения Максвелла следует,

$$\text{что } \vec{H} d\vec{l} = H dl \text{ и } \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H dl, \text{ тогда}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H dl = H(r) \oint_L dl = H(r) 2\pi r,$$

где  $H(r)$  - не зависит от  $L$ . И так теперь мы имеем два случая:

$$\frac{\partial}{\partial t} D = 0$$

так как ток постоянный и поле соответственно тоже постоянно.

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = J dS, \text{ т. к. } \vec{J} \parallel d\vec{S}$$

то плотность тока считается постоянной, так как ток постоянный и распределен равномерно, то ток протекает перпендикулярно поперечному сечению провода. Тогда

$$J = \frac{I}{S(a)} = \frac{I}{\pi a^2}.$$

Для случая  $1 \leq r \leq a$ , тогда

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = J \int_S dS \frac{I}{\pi a^2} \Rightarrow \pi r^2 = \frac{I}{a^2} r^2,$$

тогда из первого уравнения Максвелла следует, что

$$H(r) 2\pi r = \frac{I}{a^2} r^2 \Rightarrow H(r) = \frac{I r}{2\pi a^2},$$

а так же, так как

$$\vec{B} = \mu(r) \vec{H},$$

то

$$B(r) = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}.$$

Тогда для случая  $2r \geq a$ , будет

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = I,$$

тогда

$$H(r)2\pi r = I \implies H(r) = \frac{I}{2\pi r},$$

а так же, так как

$$\vec{B} = \mu(r)\vec{H}, \text{ то}$$

$$B(r) = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}.$$

Итак подведём итог:

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ при } r > R, H = \frac{Ir}{2\pi a^2} \text{ при } r < R,$$

$$H = \frac{6,2}{2\pi r} \text{ при } r > R, H = \frac{6,2 \cdot r}{2\pi \cdot 3,2^2} \text{ при } r < R.$$

И

$$B = \frac{I\mu(r)}{2\pi r} \text{ при } r > R, B = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2} \text{ при } r < R,$$

$$B = \frac{6,2 \cdot 1}{2\pi r} \text{ при } r > R, B = \frac{6,2 \cdot r \cdot I}{2\pi \cdot 3,2^2} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

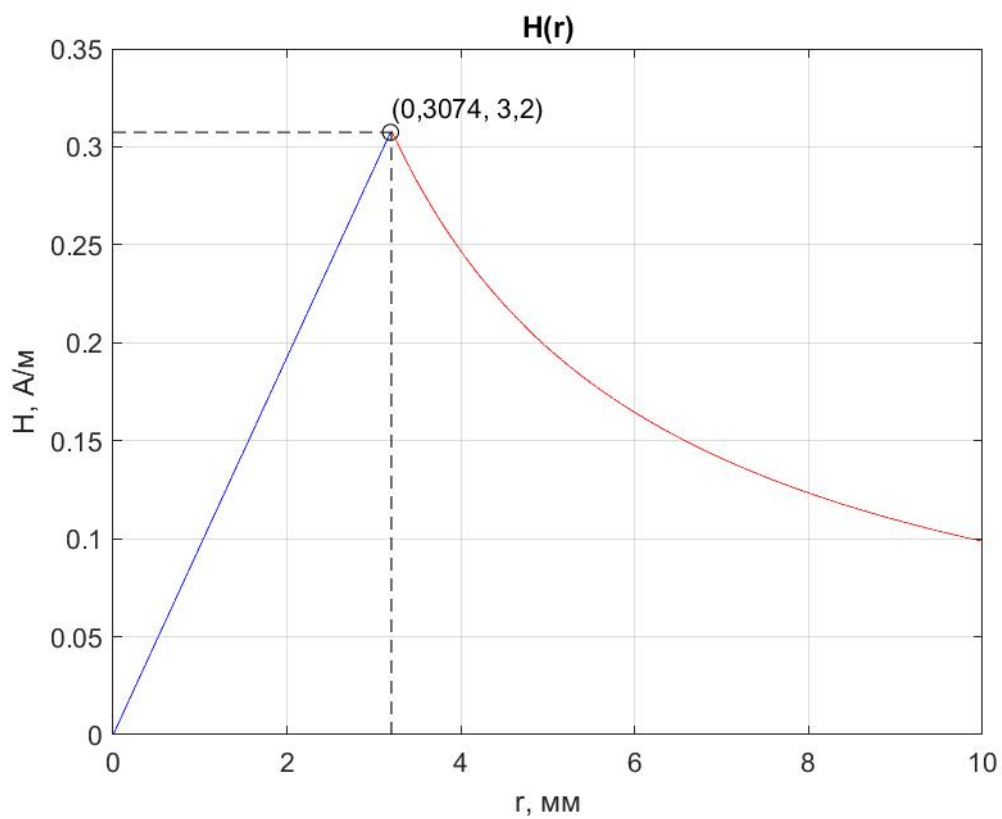


График 1. Напряжённость магнитного поля  $H(r)$

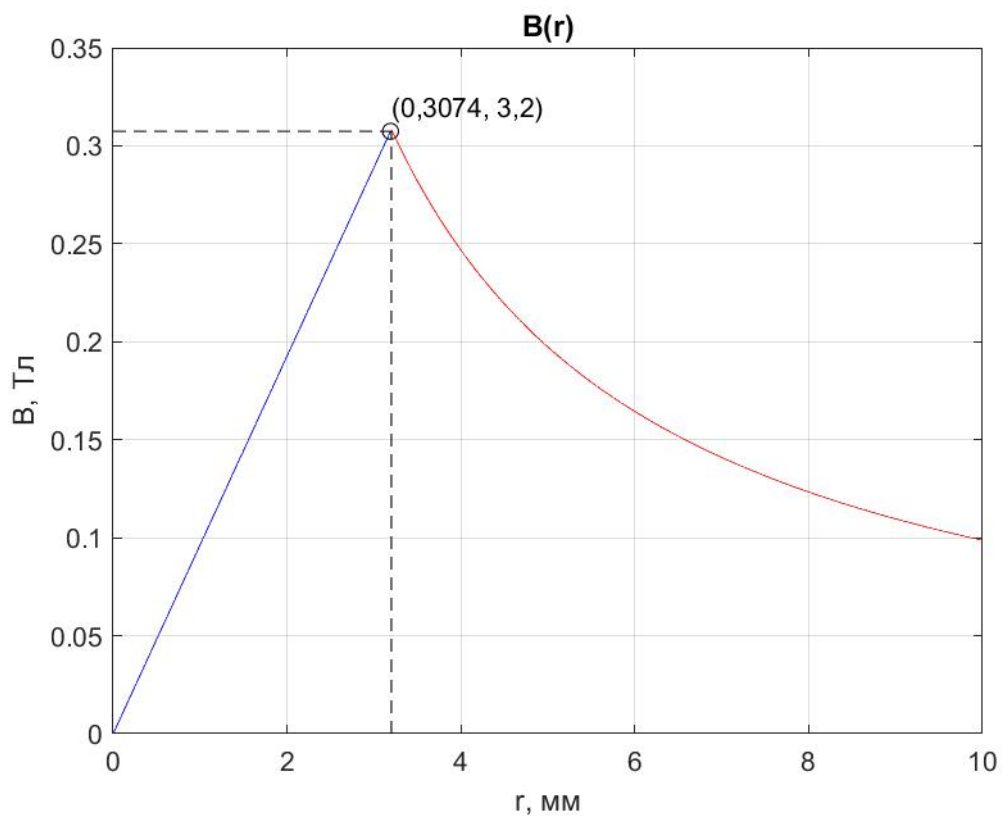


График 2. Индукция магнитного поля  $B(r)$

## Задание № 4

### Условие.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве без потерь. Диэлектрическая проницаемость среды –  $\epsilon_a$ , магнитная проницаемость среды –  $\mu_a$ , амплитуда напряжённости электрического поля –  $E_m$ , частота –  $f$ . Записать выражения для мгновенных значений напряжённостей электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны. Определить основные параметры волны. Исходные данные:  $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\epsilon_r = 2 + N/10$ ;  $\mu_a = \mu_0 \mu_r$ ;  $\mu_r = 1 + N/10$ ;  $E_m [\text{мВ/м}] = 50 + N$ ;  $f [\text{Гц}] = (M + N/20) 10^9$ .

### Решение.

Для начала совместим одну из осей координат с вектором  $E$ , а направление распространения волны с осью  $z$ . Тогда, рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в бесконечной и однородной среде. В этом случае для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\vec{E}(t, z) = E_m \cos(\omega t - \beta z) \vec{x}_0,$$

где мы можем определить

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5,6 \cdot 10^9 = 3,52 \cdot 10^{10} \text{ рад/с}.$$

Где  $f$  - это частота в Герцах. Определим другой коэффициент

$$k = \beta - i\alpha,$$

так как среда без потерь, то

$$\alpha = 0 \text{ 1/м}.$$

Тогда

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \beta = 3,52 \cdot 10^{10} \cdot \sqrt{2,832 \cdot 10^{-11} \cdot 2,75 \cdot 10^{-6}} = 310,51 \text{ 1/м.}$$

Подведём итог по вектору E:

$$\vec{E}(t, z) = 62 \cdot \cos(3,52 \cdot 10^{10} \cdot t - 310,51 \cdot z) \vec{x}_0.$$

Найдём теперь напряжённость магнитного поля

$$\vec{H}(t, z) = H_m \cos(\omega t - \beta z) \vec{y}_0.$$

В уравнении

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где  $Z_c$  - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \frac{\omega \mu_a}{k} = \frac{\omega \mu_a}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \sqrt{\frac{2,832 \cdot 10^{-11}}{2,75 \cdot 10^{-6}}} = 311,616 \text{ Ом.}$$

Откуда

$$H_m = \frac{62}{311,616} = 0,199 \text{ мА/м.}$$

Подведём итог по вектору H:

$$\vec{H}(t, z) = 0,199 \cdot \cos(3,52 \cdot 10^{10} \cdot t - 310,51 \cdot z) \vec{y}_0.$$

Найдём другие характеристики волны: период, длину волны и фазовой скоростью. Период находится из формулы

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5,6 \cdot 10^9} = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ с.}$$

Длина волны следует из

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda} \implies \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{310,51} = 0,02 \text{ м,}$$

Рассмотрим основные характеристики плоской электромагнитной волны на примере составляющей электрического поля волны:

$$\vec{E}(z, t) = E_m \cos(\omega t - kz),$$

в нем

$$(\omega t - kz),$$

это есть фаза волны, которая зависит от времени  $t$  и от пространственной координаты  $z$ . Геометрическое место точек, в которых электромагнитное поле имеет одинаковую фазу, называется фазовым или волновым фронтом волны. Для плоской электромагнитной волны фронт волны представляет собой плоскость  $z = \text{const}$ . Скорость перемещения фазового фронта называется фазовой скоростью  $V_\phi$  волны. Определим  $V_\phi$  плоской электромагнитной волны, для чего зафиксируем фазу поля и продифференцировав её по времени, получим

$$\omega - k \frac{d}{dt} z = 0.$$

Тогда отсюда можно получить

$$V_\phi = \frac{d}{dt} z = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}},$$

где

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

это скорость света. Найдём  $V_\phi$

$$V_\phi = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3,2 \cdot 2,2}} = 1,13 \cdot 10^8.$$

## Задание № 5

### Условие.

В диэлектрике с параметрами  $\epsilon_a$ ,  $\mu_a$ , вдоль оси  $z$  распространяется электромагнитная волна, имеющая линейную поляризацию по  $x$  и частоту  $f$ . Напряжённость электрического поля в точке  $z = 0$  в момент времени  $t = 0$  равна  $E_m$ . Записать выражения для мгновенных значений напряжённостей электрического и магнитного полей и определить расстояние, на котором амплитуда напряжённости электрического поля уменьшится в  $S$  раз относительно начального значения. Исходные данные:  $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\epsilon_r = (3+N)/2$ ;  $\mu_a = \mu_0 \mu_r$ ;  $\mu_r = M+N/2$ ;  $E_m[\text{В/м}] = M+0,05 \cdot N$ ;  $f [\text{МГц}] = N/10$ ;  $S = M \cdot 10^2$ ,  $\sigma [\text{См/м}] = N \cdot 10^{-3}$ .

### Решение.

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в среде с потерями. В этом случае для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\vec{E}(t, z) = E_m \cos(\omega t - \beta z),$$

где мы можем определить

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 12 \cdot 10^5 = 7,5398 \cdot 10^6 \text{ рад/с}.$$

Где  $f$  - это частота в Герцах. Определим другой коэффициент

$$\tilde{\epsilon}_a = \epsilon'_a - i\epsilon''_a = \epsilon_a - i\frac{\sigma}{\omega},$$

$$\tilde{\mu}_a = \mu'_a - i\mu''_a = \mu_a,$$

По условию. Тогда

$$k = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_a \tilde{\mu}_a} = \omega \sqrt{\mu_a \left( \epsilon_a - i\frac{\sigma}{\omega} \right)},$$

$$k = 7,5398 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{1,375 \cdot 10^{-5} \cdot \left( 6,6375 \cdot 10^{-11} - i\frac{0,012}{7,5398 \cdot 10^6} \right)} = 0,8053 - 0,7724i \frac{1}{\text{м}}.$$



Так как

$$\dot{k} = \beta - i\alpha,$$

То тогда из это следует, что

$$\beta = \operatorname{Re}(\dot{k}) = 0,8053 \frac{1}{\text{м}},$$

$$\alpha = \operatorname{Im}(\dot{k}) = 0,7724 \frac{1}{\text{м}}.$$

Выведем вектор E

$$\dot{E} = E_m e^{i(\omega t - k z)} \implies$$

$$\dot{E} = E_m e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \beta z)} \implies$$

$$\vec{E}(t, z) = E_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

Подведём итог по вектору E:

$$\vec{E}(t, z) = 5,6 \cdot e^{-0,7724 \cdot z} \cdot \cos(7,5398 \cdot 10^6 \cdot t - 0,8053 \cdot z).$$

Найдём теперь напряжённость магнитного поля

$$\vec{H}(t, z) = H_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \varphi).$$

В уравнении

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где  $Z_c$  - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \sqrt{\frac{\tilde{\mu}_a}{\tilde{\epsilon}_a}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a - i \frac{\sigma}{\omega}}} = 67,05 - 64,31i \text{ Ом.}$$

Откуда

$$\dot{H}_m = \frac{5,6}{67,05 + 64,31i} = 0,0435 - 0,0417i \frac{\text{MA}}{\text{M}}.$$

$$\vec{H}(t, z) = |H_m| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \varphi).$$

Подведём итог по вектору H:

$$\vec{H}(t, z) = 0,0603 \cdot e^{-0,7724 \cdot z} \cdot \cos(7,5398 \cdot 10^6 \cdot t - 0,8053 \cdot z).$$

Найдём расстояние, на котором амплитуда напряженности электрического поля уменьшится в S раз относительно начального значения

$$E_m(z) = E_m e^{-\alpha z} = \frac{E_m}{S} \Rightarrow$$

$$e^{-\alpha z} = \frac{1}{S} \Rightarrow$$

$$e^{\alpha z} = S \Rightarrow$$

$$\ln(e^{\alpha z}) = \alpha z = \ln(S) \Rightarrow$$

$$z = \frac{\ln(S)}{\alpha} = \frac{\ln(510)}{0,7724} = 8,0713 \text{ м}.$$