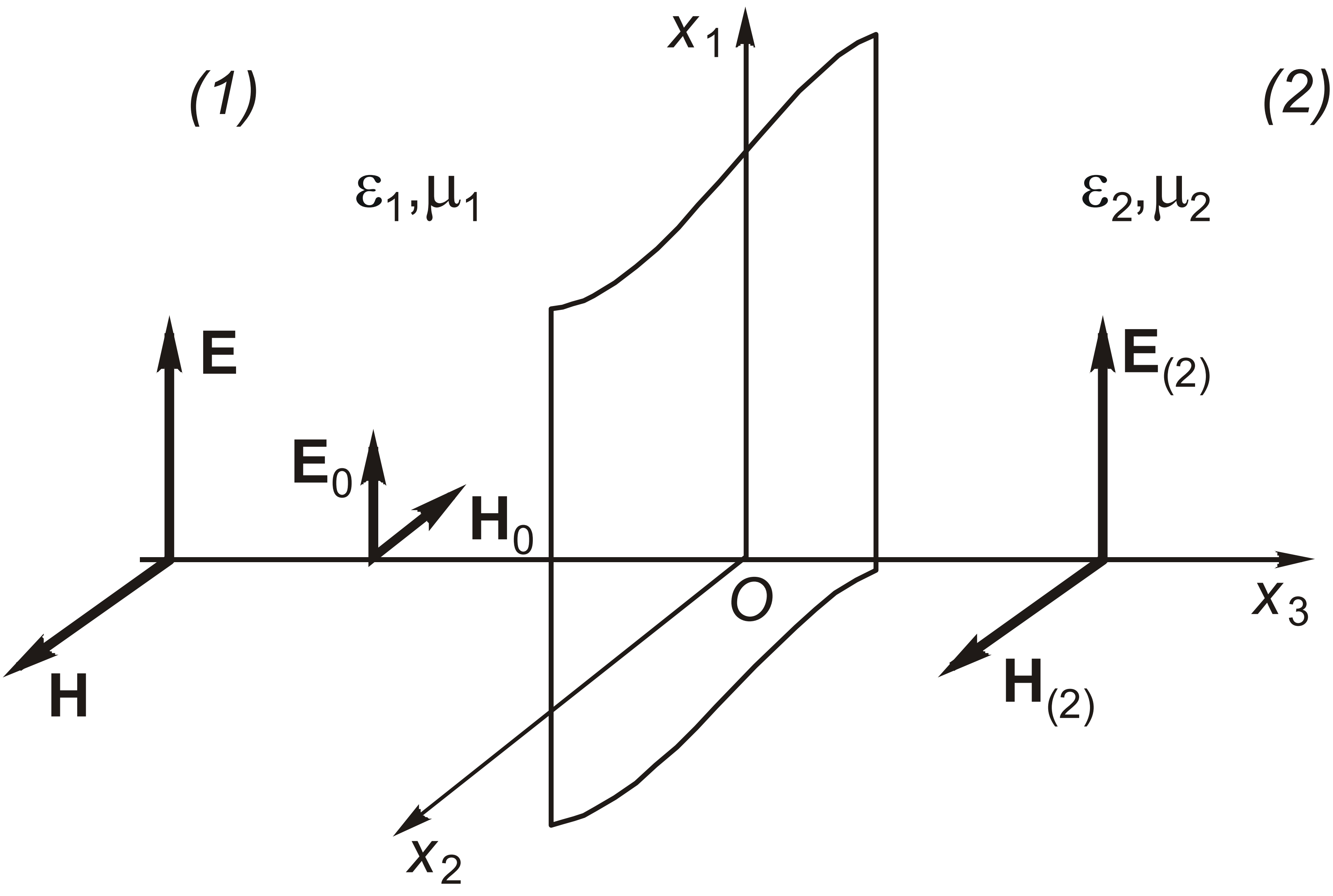
Электродинамика
и распространение радиоволн

Лекция 10

Русов Юрий Сергеевич

3.4 Нормальное падение электромагнитного поля на границу раздела двух сред



Нормальное падение на границу раздела сред

Плоскость x_1Ox_2 разделяет две однородные линейные изотропные среды без потерь с параметрами

$$\varepsilon_1, \mu_1, Z_{01} = \sqrt{\frac{\mu_{a1}}{\varepsilon_{a1}}}, \quad \varepsilon_2, \mu_2, Z_{02} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon_{a2}}}.$$

$$\theta = 0^\circ$$

согласно закону Снеллиуса $\vartheta_n = 0.$

Нормальное падение на границу раздела сред

Формулы Френеля для коэффициентов отражения и прохождения по электрическому полю

при $x_3 = 0,$

$$\Gamma_E = \frac{\dot{E}_{m0}}{E_m} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} = \Gamma,$$

$$P_E = \frac{\dot{E}_{m(2)}}{E_m} = \frac{2Z_{02}}{Z_{02} + Z_{01}} = P,$$

по магнитному полю

$$\Gamma_H = \frac{\dot{H}_{m0}}{H_m} = -\Gamma, \quad P_H = \frac{\dot{H}_{m(2)}}{H_m} = \frac{2Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} = \frac{Z_{01}}{Z_{02}} P.$$

Нормальное падение на границу раздела сред

$Z_{02} \neq Z_{01},$ поле в первой среде

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} &= \mathbf{e}_1 E_m \left(\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_3} + \Gamma\,\mathrm{e}^{i\,k_{(1)} x_3}\right) = \\
&= \mathbf{e}_1 E_m \left[(1-\Gamma)\,\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_3} + 2\Gamma \cos k_{(1)} x_3\right], \\
\dot{\mathbf{H}}_{m(1)} &= \mathbf{e}_2 H_m \left(\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_3} - \Gamma\,\mathrm{e}^{i\,k_{(1)} x_3}\right) = \\
&= \mathbf{e}_2 H_m \left[(1+\Gamma)\,\mathrm{e}^{-i\,k_{(1)} x_3} - 2\Gamma \cos k_{(1)} x_3\right].
\end{aligned}\right\}$$

(3.25)

Нормальное падение на границу раздела сред

Поле в первой среде можно представить как сумму бегущей и стоячей волн.

Амплитуда электрического поля в первой среде

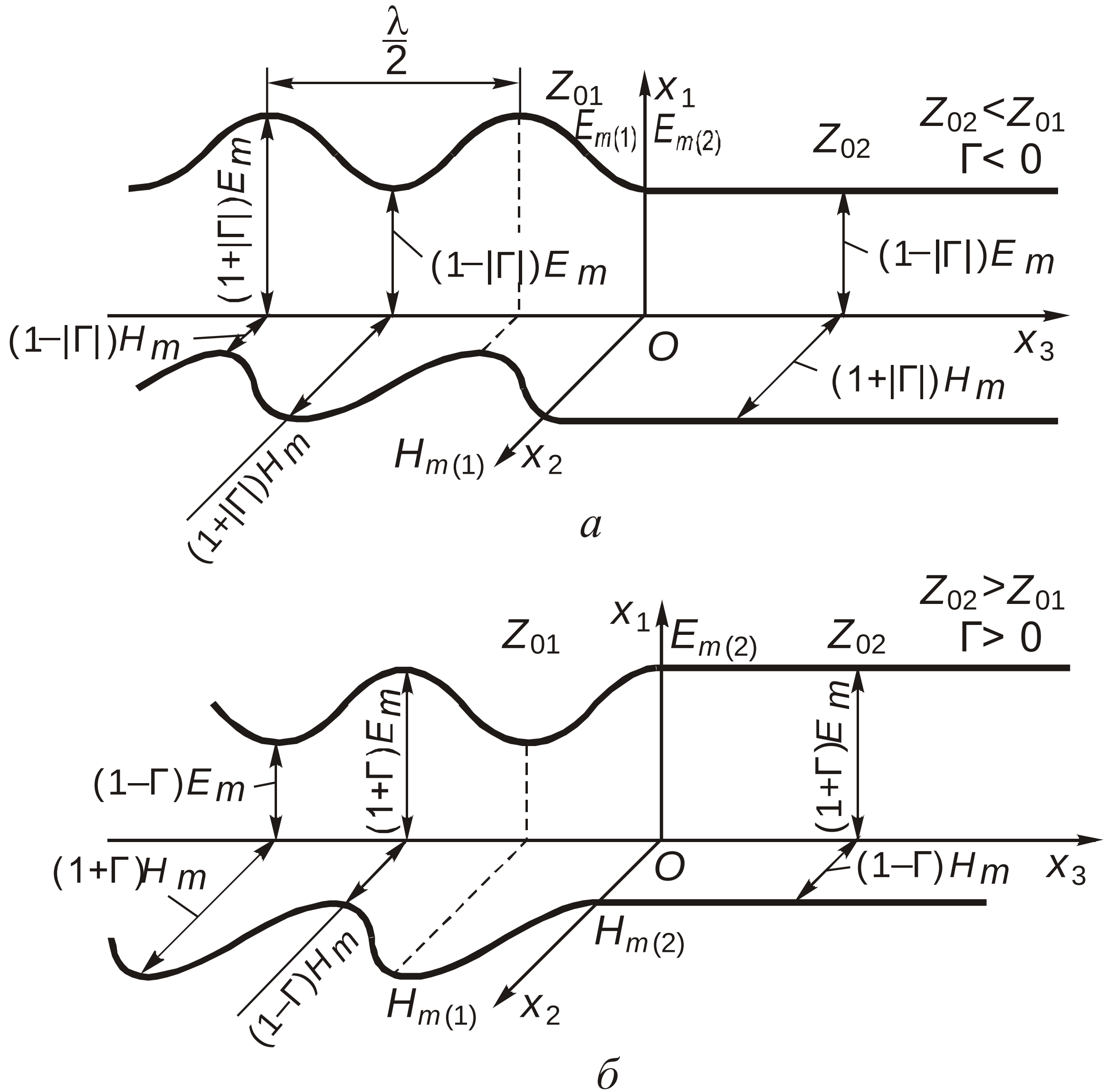
$$E_{m(1)} = E_m \sqrt{1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos 2k_{(1)} x_3}\,. \qquad (3.26)$$

Амплитуда магнитного поля в первой среде

$$H_{m(1)} = H_m \sqrt{1 + \Gamma^2 - 2\Gamma \cos 2k_{(1)} x_3}\,. \qquad (3.27)$$

Нормальное падение на границу раздела сред

Распределение амплитуд поля при нормальном падении на границу двух сред



$Z_{02} < Z_{01}$,

$Z_{02} > Z_{01}$

Нормальное падение на границу раздела сред

При резком различии Z_{01} и Z_{02} амплитуды $E_{m(1)}$ и $H_{m(1)}$ периодически спада-ют до нуля (стоячая волна). Расстояния между соседними максимумами или минимумами равны λ/2, где λ — длина волны в первой среде.

$$E_{m(1)\,\text{макс}} = (1 + |\Gamma|)E_m,$$

$$H_{m(1)\,\text{макс}} = (1 + |\Gamma|)H_m,$$

$$E_{m(1)\,\text{мин}} = (1 - |\Gamma|)E_m,$$

$$H_{m(1)\,\text{мин}} = (1 - |\Gamma|)H_m.$$

Нормальное падение на границу раздела сред

Во второй среде распространяется бегущая волна, амплитуда которой не зависит от координаты x_3.

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(2)} = \mathbf{e}_1 P E_m \,\mathrm{e}^{-i\,k_{(2)} x_3},$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{m(2)} = \mathbf{e}_2 \frac{Z_{01}}{Z_{02}} P H_m \,\mathrm{e}^{-i\,k_{(2)} x_3}.$$

Нормальное падение на границу раздела сред

Для характеристики поля в первой среде при наличии отражения применяется коэффициент стоячей волны по напряженности

$$K_{\text{свн}} = \frac{E_{m\ \text{макс}}}{E_{m\ \text{мин}}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} > 1$$

Обратная величина называется коэффициентом бегущей волны по напряженности

$$K_{\text{бвн}} = \frac{1-|\Gamma|}{1+|\Gamma|} < 1$$

Нормальное падение на границу раздела сред

Радиолокатор обнаруживает цель по отраженной волне. Если подобрать материал так, что

$$\sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0},$$

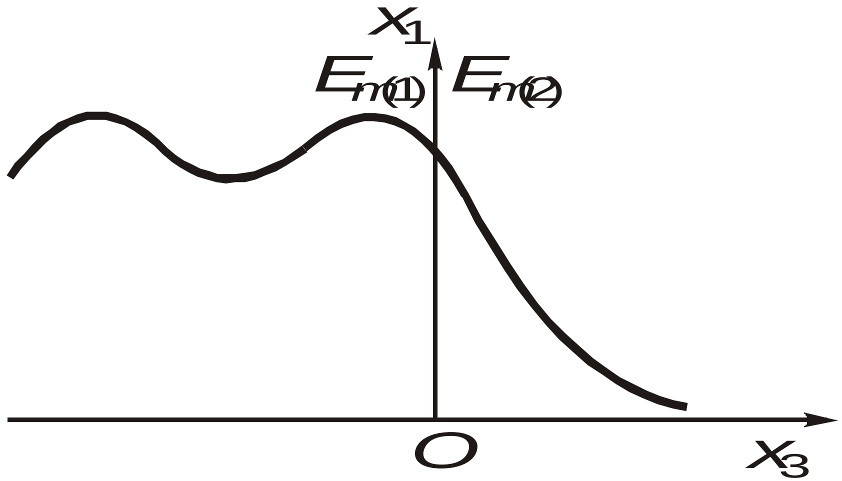
то пластина из такого материала при нормальном падении на нее волны будет «*невидимой*» для радиолокатора.

Нормальное падение на границу раздела сред

Рассмотрим случай, когда плоская волна падает из среды без потерь нормально к плоскости раздела со средой с потерями.

Z_{02} комплексная величина, коэффициент отражения комплексный и волна при отражении меняет не только амплитуду, но и фазу. Амплитуда волны во второй среде затухает по экспоненте.

$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{Z}_{02} - Z_{01}}{\dot{Z}_{02} + Z_{01}} = \Gamma e^{i\varphi}$$



Нормальное падение на границу раздела сред

Если среда обладает потерями из-за проводимости, то ее характеристическое сопротивление

$$\dot{Z}_{02} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\tilde{\varepsilon}_{a2}}} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon'_{a2} - i\dfrac{\sigma_2}{\omega}}}.$$

В случае проводника

$$\dot{Z}_{02} = \sqrt{\frac{i\omega\mu_{a2}}{\sigma_2}} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{a2}}{\sigma_2}}\, e^{i\frac{\pi}{4}} = |Z_{02}|\, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

Нормальное падение на границу раздела сред

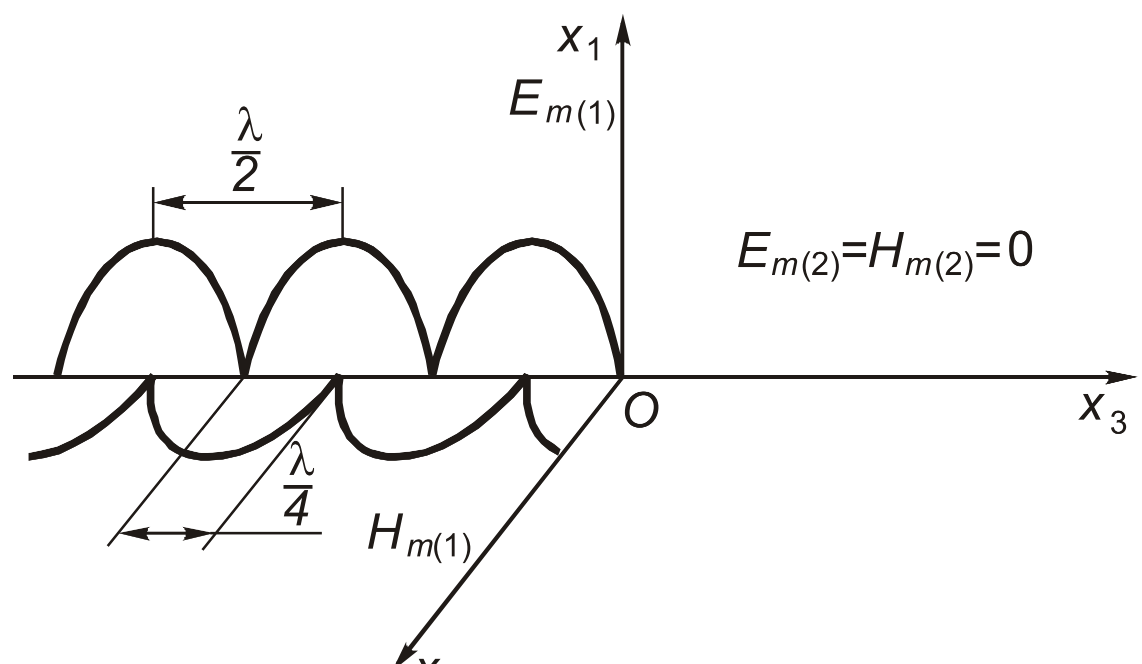
Если вторая среда идеально проводящая, поле не проходит во вторую среду.

Поле в первой среде

$$\dot{\mathbf{E}}_{m(1)} = -\mathbf{e}_1\, i\, 2E_m \sin k_{(1)} x_3,$$

$$\dot{\mathbf{H}}_{m(1)} = \mathbf{e}_2\, 2H_m \cos k_{(1)} x_3.$$

Магнитное и электрическое поля сдвинуты во времени на 90° и представляют стоячую волну.



3.5 Нормальное падение электромагнитного поля на движущуюся плоскость раздела. Эффект Доплера

Рассмотрим отражение и преломление плоской электромагнитной волны, падающей на плоскость раздела, перемещающуюся со скоростью v в направлении оси x_3. v << *c*.

Поле падающей волны $$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{e}_1 E_m \, \mathrm{e}^{i\,(\omega t - k_{(1)} x_3)},$$

Поле отраженной волны $$\dot{\mathbf{E}}_0 = \mathbf{e}_1 E_{m0} \, \mathrm{e}^{i\,(\omega_0 t + k_{(1)0} x_3)},$$

Поле прошедшей волны $$\dot{\mathbf{E}}_{(2)} = \mathbf{e}_1 E_{m(2)} \, \mathrm{e}^{i\,(\omega_2 t - k_{(2)} x_3)}.$$

Эффект Доплера

На плоскости раздела выполняется граничное условие

$$E_{\tau(1)} = E_{\tau(2)}$$

С учетом $\quad x_3 = \mathrm{v}t$

$$E_m \,\mathrm{e}^{i\,(\omega - k_{(1)}\mathrm{v})t} + E_{m0}\,\mathrm{e}^{i\,(\omega_0 + k_{(1)0}\mathrm{v})t} =$$

$$= E_{m(2)}\,\mathrm{e}^{i\,(\omega_2 - k_{(2)}\mathrm{v})t}.$$

Эффект Доплера

Чтобы это условие выполнялось в любой момент времени *t*, необходимо

$$\omega - k_{(1)}\mathrm{v} = \omega_0 + k_{(1)0}\mathrm{v} = \omega_2 - k_{(2)}\mathrm{v}. \qquad (3.28)$$

Если первая среда воздух, то

$$k_{(1)} = \frac{\omega}{c}, \quad k_{(1)0} = \frac{\omega_0}{c}. \qquad (3.29)$$

Эффект Доплера

Вторая среда движется со скоростью v.

Так как эта скорость мала, то можно считать, что волна движется относительно этой среды со скоростью

$$\mathrm{v}_{(2)} - \mathrm{v} \approx \mathrm{v}_{(2)}$$

$$k_{(2)} = \frac{\omega_2}{\mathrm{v}_{(2)}} = \omega_2 \sqrt{\varepsilon_{a2}\mu_{a2}}. \qquad (3.30)$$

Подставляя (3.29) и (3.30) в (3.28)

$$\omega\left(1 - \frac{\mathrm{v}}{c}\right) = \omega_0\left(1 + \frac{\mathrm{v}}{c}\right) = \omega_2\left(1 - \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{v}_{(2)}}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}\omega_0 &\approx \omega\left(1-2\frac{\mathrm{v}}{c}\right),\\ \omega_2 &\approx \omega\left[1+\frac{\mathrm{v}}{c}(\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}-1)\right].\end{aligned}\right\} \qquad (3.31)$$

При обратном направлении движения

$$\left.\begin{aligned}\omega_0 &\approx \omega\left(1+2\frac{\mathrm{v}}{c}\right),\\ \omega_2 &\approx \omega\left[1-\frac{\mathrm{v}}{c}(\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}-1)\right].\end{aligned}\right\} \qquad (3.32)$$

Эффект Доплера

(3.31) и (3.32) выражают ***эффект Доплера***:

частота отраженной и прошедшей волны при движении границы раздела отличается от частоты падающей волны.

В результате этого суммарное поле падающей и отраженной волны имеет изменяющуюся во времени амплитуду, т. е. возникают биения.

Частота биений

$$f_б = \frac{|\omega - \omega_0|}{2\pi} = f\,\frac{2\mathrm{v}}{c}.$$

3.6 Поверхностный эффект

Согласно закону Снеллиуса преломленная волна при любом угле падения на проводящую среду распространяется нормально к плоскости раздела сред.

$$k_{(2)} = \beta - i\alpha,$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega \mu_{a2} \sigma_2}{2}},$$

поле прошедшей волны

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_{m(2)} &= \mathbf{e}_1 \dot{P} E_m \, \mathrm{e}^{-\alpha x_3} \mathrm{e}^{-i\beta x_3}, \\ \dot{\mathbf{H}}_{m(2)} &= \mathbf{e}_2 \frac{Z_{01}}{Z_{02}} \dot{P} H_m \, \mathrm{e}^{-\alpha x_3} \mathrm{e}^{-i\beta x_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.33)$$

Поверхностный эффект

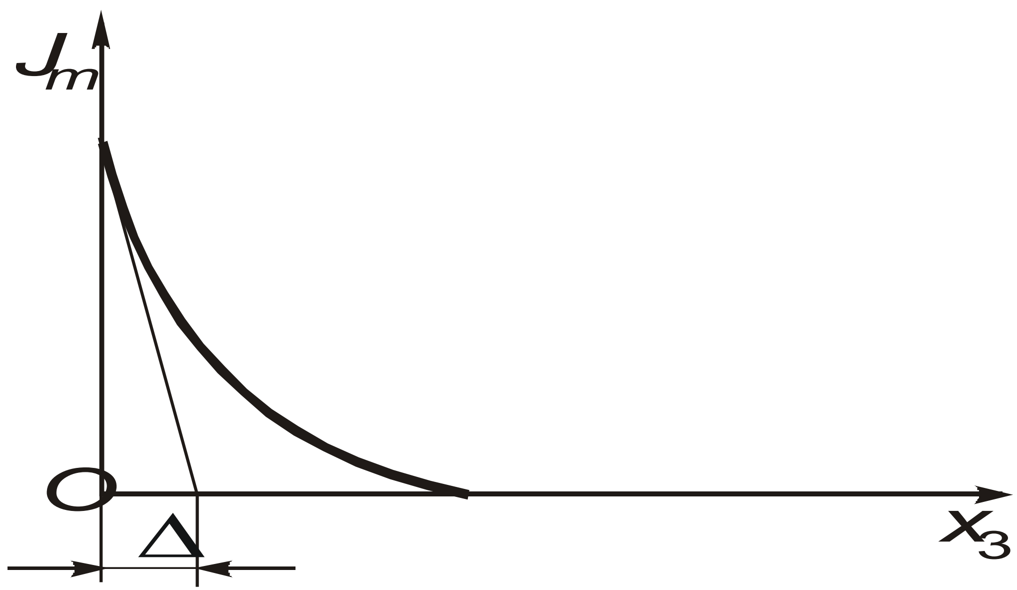
Электромагнитное поле проникает во вторую среду, убывая по экспоненте. Это поле вызывает во второй среде ток, плотность которого

$$\mathbf{J}_{(2)} = \sigma_2 \mathbf{E}_{(2)},$$

$$\dot{\mathbf{J}}_{m(2)} = \mathbf{e}_1 \dot{P} E_m \sigma_2 \, \mathrm{e}^{-\alpha x_3} \mathrm{e}^{-i \beta x_3}$$

амплитудное значение

$$J_{m(2)} = P E_m \sigma_2 \, \mathrm{e}^{-\alpha x_3}.$$



Поверхностный эффект

Расстояние, на котором амплитуда уменьшается в *e* раз, называется глубиной проникновения или толщиной скин-слоя.

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_{a2} \sigma_2}}.$$

Комплексная амплитуда тока, текущего через пластину шириной в 1 м

$$\dot{I}_{m(2)} = \int_0^\infty \sigma_2 \dot{E}_{m(2)} \, \mathrm{d}x_3,$$

Поверхностный эффект

$$\dot{I}_{m(2)} = \sigma_2 E_{m(2)}(x_3 = 0)\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\frac{1}{\Delta}x_3}\,\mathrm{e}^{-i\,\frac{1}{\Delta}x_3}\,\mathrm{d}x_3 =$$

$$= \frac{\sigma_2 E_{m(2)}(x_3 = 0)\Delta}{1+i} = \frac{J_{m(2)}(x_3 = 0)\Delta}{1+i},$$

При сильном скин-эффекте Δ мало, и ток сосредоточен в поверхностном слое.

Поверхностный эффект

Поверхностное сопротивление проводника Z_S (Ом/□) — отношение комплексной амплитуды напряженности электрического поля на поверхности проводника к току, рассчитанному на единицу ширины пластины.

Поверхностное сопротивление — это сопротивление квадрата поверхности, не зависящее от размера его стороны

$$Z_S = \frac{\dot{E}_{m(2)}(x_3 = 0)}{\dot{I}_{m(2)}},$$

$$Z_S = \frac{1}{\sigma_2 \Delta}(1 + i),$$

Поверхностный эффект

Z_S состоит из равных активного и реактивного сопротивления

$$R_S = X_S = \frac{1}{\sigma_2 \Delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_{a2}}{2\sigma_2}} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_{a2}}{\sigma_2}}.$$

Действительная R_S определяет потери на джоулево тепло,

мнимая X_S определяет индуктивность, обусловленную внутренним магнитным полем в проводнике.

Поверхностный эффект

Эти результаты приближенно справедливы для проводников любой формы, если радиус кривизны их много больше глубины проникновения тока в проводник.

Для круглого провода радиуса *a* (*a* >> Δ) активное сопротивление единицы длины провода на высоких частотах

$$R_f = \frac{R_S}{2\pi a} = \frac{1}{2\pi a}\sqrt{\frac{\pi f \mu_{a2}}{\sigma_2}}.$$

При постоянном токе сопротивление единицы длины провода

$$R_0 = \frac{1}{\sigma_2 \pi a^2}.$$

Поверхностный эффект

Влияние поверхностного эффекта на сопротивление значительно в проводах большого сечения.

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{a}{2}\sqrt{\pi f \mu_{a2} \sigma_2}$$

Поверхностный эффект

В серебряном проводе радиусом 2 мм на частоте 300МГц сопротивление R_f в 250 раз больше, чем на постоянном токе.

Для уменьшения сопротивления переменному току сплошные проводники заменяют совокупностью изолированных друг от друга более тонких проводников (**литцендрат**).

Для уменьшения активного сопротивления на высоких частотах поверхность проводника часто покрывается серебром, имеющим бóльшую проводимость.

На высоких частотах центральная часть сечения проводника практически не используется и для уменьшения веса и экономии металла проводники можно выполнять полыми.

4 Электромагнитные волны в линиях передачи

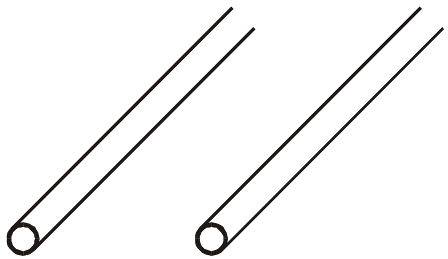
4.1 Направляющие системы

Электромагнитная энергия высокой частоты передается на большие расстояния излучающими системами, диаграмма направленности которых формируется в дальней зоне.

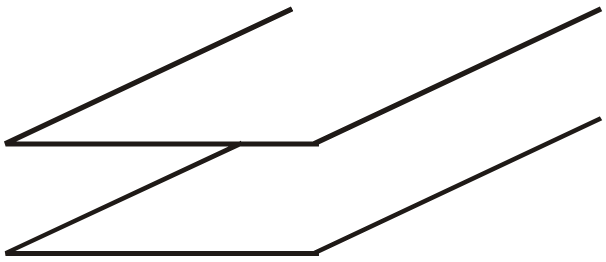
Передачу энергии высокой частоты на короткие расстояния и низкой частоты на большие расстояния осуществляют направляющие системы, основанные на способности металлической поверхности и границы двух диэлектриков направлять движение волны.

Направляющие системы

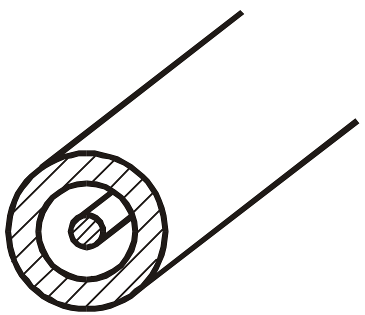
Двухпроводная линия



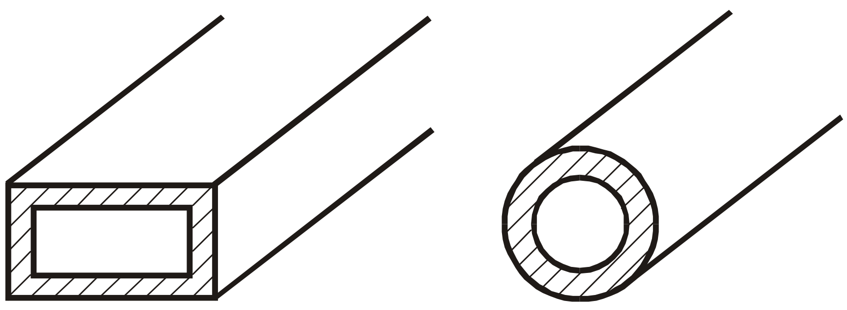
Ленточная линия



Коаксиальная линия



Металлические волноводы



Направляющие системы

Энергию постоянного и переменного тока можно передать с помощью двухпроводной линии. При этом провода играют роль осей, направляющих энергию от источника к нагрузке, а не роль труб, в которых эта энергия «протекает». Энергия концентрируется около поверхности проводов в окружающем диэлектрике. Энергия, входящая в проводник, движется не вдоль оси проводника, а перпендикулярно к его поверхности и расходуется на компенсацию потерь, возникающих из-за столкновения электронов с кристаллической решеткой.

С повышением частоты производные $\frac{\partial D}{\partial t}$ и $\frac{\partial B}{\partial t}$

в уравнениях Максвелла возрастают, при этом возникают потери на излучение.

Направляющие системы

Чтобы уменьшить потери на излучение, применяют систему в виде двух лент (ленточная линия) или коаксиальную систему, когда один провод превращается в трубку, а другой размещается внутри этой трубки. В последнем случае потери на излучение возникают лишь из-за неисправностей (отверстий) внешней оплетки кабеля. Энергия в кабеле концентрируется около внутреннего провода, и потери определяются потерями в этом проводнике. С возрастанием частоты эти потери возрастают, и коаксиальную систему целесообразно заменить волноводной в виде металлического прямоугольного или круглого волновода.

Направляющие системы

Волноводы используются на сверхвысоких частотах (сантиметровые (10 ... 1 см) или миллиметровые волны (10 ... 1 мм)). В этом диапазоне для передачи энергии иногда применяют диэлектрические волноводы, использующие способность границы раздела двух диэлектрических сред при полном отражении направлять движение энергии электромагнитной волны. Применение этих волноводов ограничено потерями в диэлектрике.

В оптическом диапазоне используют диэлектрические (стеклянные) волноводы-нити (световоды).