Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Радиоэлектроника и лазерная техника(РЛ)»

Кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства(РЛ1)»

Домашняя задание №1

по дисциплине

«Электродинамика и распространение радиоволн»

Вариант № 12

Выполнил ст. группы РЛ-41

Филимонов С.В.

Проверил Русов Ю.С.

Оценка в баллах_________

Москва, 2022

Задание №1

ГОСТ 18238-72

1. **Линия передачи сверхвысоких частот (**Линия передачи) - Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток сверхвысокочастотной электромагнитной энергии в заданном направлении.
2. **Открытая линия передачи -** Линия передачи, поперечное сечение которой не имеет замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии.
3. **Гибридная волна -** Электромагнитная волна, векторы электрического и магнитного полей которой имеют отличные от нуля поперечные и продольные составляющие.
4. **Критическая частота -** Наименьшая частота, при которой возможно распространение данного типа волны в линии передачи
5. **Вносимое ослабление -** десятикратное значение десятичного или половина натурального логарифма отношения мощности падающей волны на выходе при выключении из тракта некоторой его части к мощности падающей волны на том же выходе при включении этой части

ГОСТ 24375-80

1. **Радиосвязь -** электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн.
2. **Космическая радиосвязь** - радиосвязь, в которой используется одна или несколько космических радиостанций или один или несколько отражающих спутников, или другие космические объект.
3. **Активная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала, включающая его приём, преобразование, усиление и излучение.

4. **Пассивная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала путём отражения или преломления, или рассеяния радиоволн в устройствах, телах или искусственных средах с целью изменения направления распространения радиоволн.
5. **Область тени** - зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за пределами расстояния прямой видимости.

Задание №2

Условие.

Положительный заряд q равномерно распределён по объёму шара радиуса a. Определить напряжённость электрического поля, электрическую индукцию и скалярный потенциал внутри и вне шара. Диэлектрическая проницаемость материала εa1, окружающей среды εa2. Построить зависимости E(r), D(r), φ(r), указать характерные особенности графиков и причину их появления. Провести проверку граничных условий на границе раздела сред. Исходные данные: a[мм] = 0,029; q[Кл] = 0,6; εa = ε0*εr; εr1 = 3,2; εr2 = 1.

Решение.

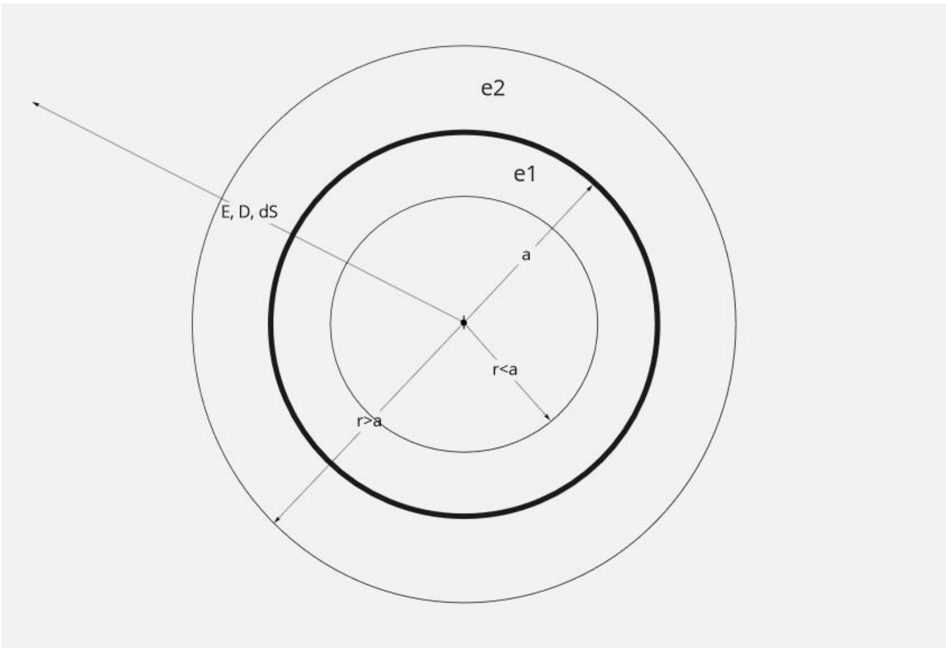

Рис. 1 Сфера

Для начала введём новую переменную R - радиус сферы, так чтобы R = a. Так как у нас есть две разные среды, то для начала обозначим k в зависимости от r,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \text{ при } r > R, k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$k = 8,9918 \cdot 10^9 \text{ при } r > R, k = 2,8099 \cdot 10^9 \text{ при } r < R.$$

Дальше в решении будем учитывать просто k, который при построении графиков надо будет учесть, по зависимости, которая обозначена выше. Найдём для начала напряжённость электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара. Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутый шар радиуса r > R (рис.). Очевидно, что напряжённость на поверхности этого шара будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряжённости через него будет

$$E 4\pi r^2.$$

Согласно теореме Гаусса

$$E 4\pi r^2 = 4\pi k q,$$

откуда следует

$$E(r) = k\frac{q}{r^2}.$$

Чтобы найти напряжённость электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса r < R с центром в центре шара.Из симметрии ясно, что напряжённость поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует

$$E(r) 4\pi r^2 = 4\pi k q(r),$$

где q(r) – заряд внутри выбранной поверхности. Введём плотность заряда шара ρ. Тогда

$$q(r) = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 \text{ и } E(r) = k\frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3}k\rho\pi r.$$

Плотность заряда равна полному заряду, делённому на объем шара

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}\ .$$

Для напряжённости поля внутри шара получим

$$E = k\frac{q}{R^3}r.$$

И так подведём итог по напряжённость электрического поля внутри и вне шара

$$E = k\frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = k\frac{q}{R^3}r \text{ при } r < R.$$

$$E = 8,9918 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{r^2} \text{ при } r > R, E = 2,8099 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{0,029^3}r \text{ при } r < R.$$

Теперь найдём электрическую индукцию

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \kappa\varepsilon_0 E = \varepsilon_0(1+\kappa)E = \varepsilon_0\varepsilon E$$

Тогда

$$D = \varepsilon_0 E \text{ при } r > R, D = \varepsilon_0\varepsilon E \text{ при } r < R.$$

$$D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot E \text{ при } r > R, D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot 3,2 \cdot E \text{ при } r < R.$$

Осталось определить только потенциал внутри и вне шара. Потенциал и напряжённость связаны следующим соотношением

$$E = -\,grad\ \varphi.$$

В сферической системе координат составляющие

$$E_\theta \text{ и } E_\varphi \text{ равны нулю, тогда } E = E_r = -\frac{\partial}{\partial r}\varphi \Longrightarrow \int \partial\varphi = \int E_r \partial r.$$

Тогда для начала найдём потенциал вне шара при r > R выразится в виде

$$\varphi(r) = -\int E = k\frac{q}{r^2}\partial r = k\frac{q}{r} + C_1,$$

Определим C1

$$r \Longrightarrow \infty, \varphi \Longrightarrow 0, \text{ тогда } kq\frac{1}{\infty} = 0 \Longrightarrow C_1 = 0.$$

Теперь найдём потенциал внутри шара r < R

$$\varphi(r) = -\int k\frac{qr}{R^3}\partial r = -\,k\frac{qr^2}{R^3} + C_2,$$

Определим C2, но для начала уточним k1 и k2

$$k_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \text{ при } r > R, k_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$r \Longrightarrow R \text{, тогда } -\ k_1\frac{qR^2}{R^3}\ + C_2 = -k_1\frac{q}{R}\ + C_2 = k_2\frac{q}{R} \Longrightarrow C_1 = \frac{q}{R}(k_2 + k_1).$$

$$C_1 = \frac{0,6}{0,029}(2,8099 + 8,9918)\cdot 10^9 =\ 1,279\cdot 10^{11}.$$

И так подведём итог по потенциалу внутри и вне шара

$$\varphi(r) = k\frac{q}{r} \text{ при } r > R,\ \varphi(r) = -k\frac{qr^2}{R^3} + 1,279\cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

$$\varphi(r) = 8,9918\cdot 10^9\ \cdot\frac{0,6}{r} \text{ при } r > R,\ \varphi(r) = -2,8099\cdot 10^9\ \cdot\frac{0,6\cdot r^2}{0,029^3} + 1,279\cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

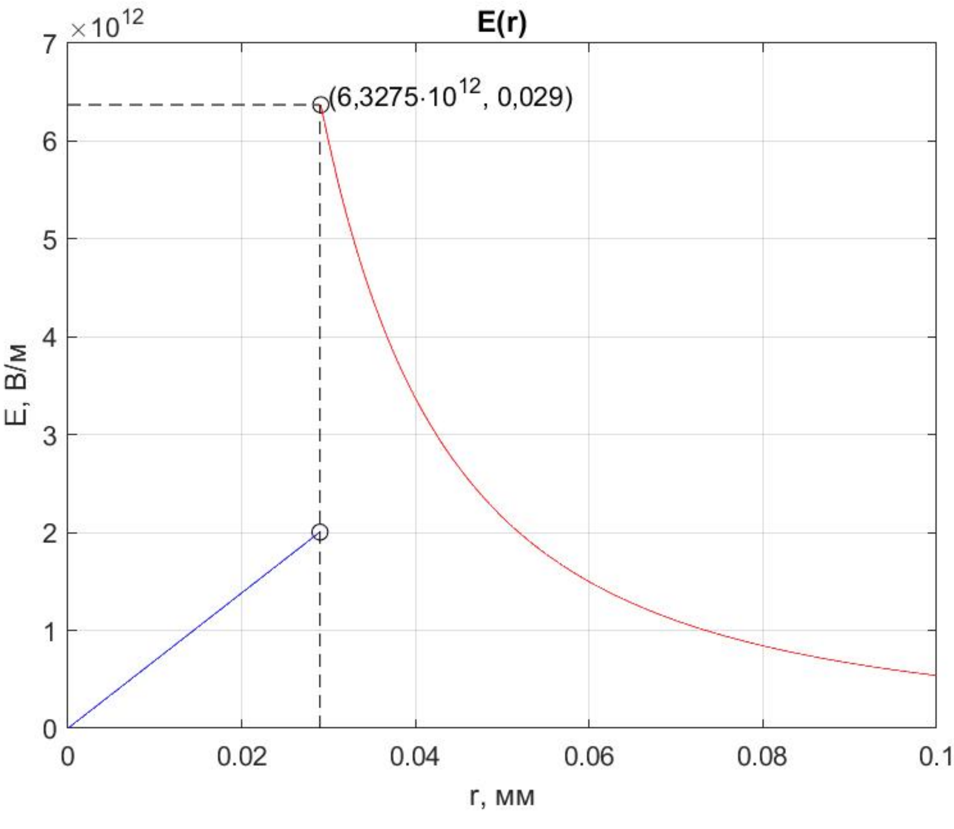

График 1. Напряжённости E(r)

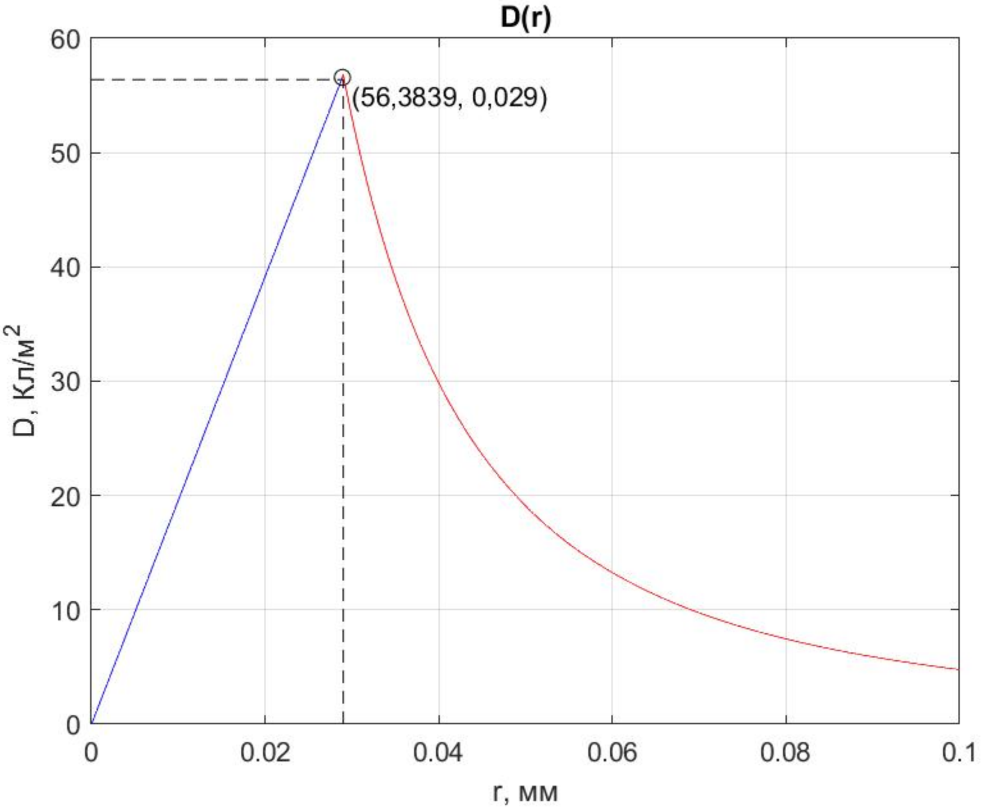

График 2. Электрическая индукция D(r)

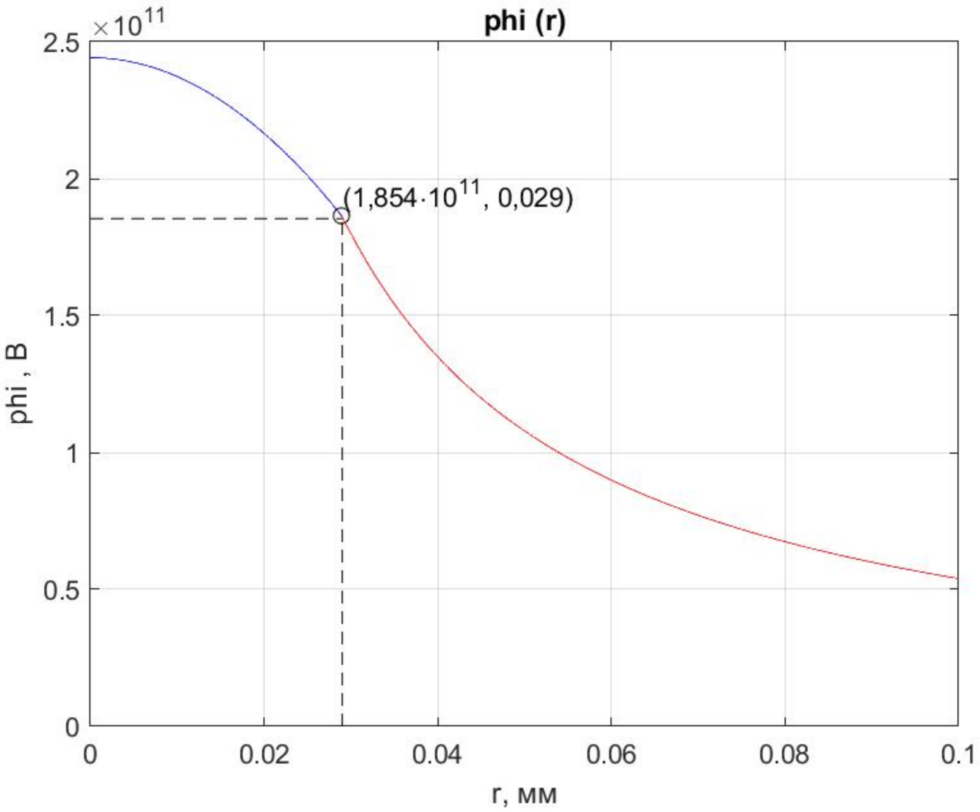

График 3. Скалярный потенциал φ(r)

Задание № 3

Условие.

По бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса a протекает постоянный ток I, равномерно распределенный по площади поперечного сечения. Построить зависимости напряжённости и индукции магнитного поля H(r) и B(r), создаваемого этим током в однородной среде с μr = 1. Исходные данные: I[A] = 0,1·N+M, a[мм] = 2+0,1·N.

Решение.

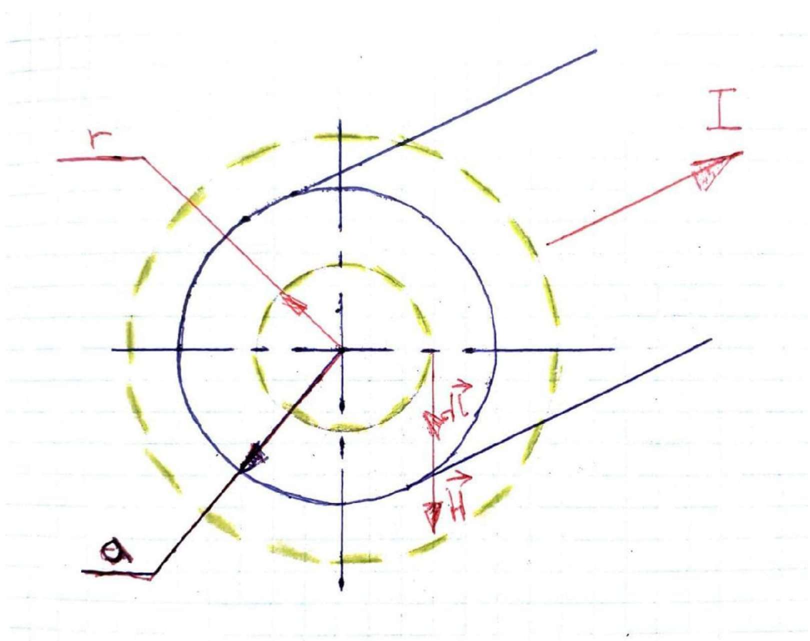

Рис.1 общая схема

Учтём первое уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}\right) d\vec{S},$$

Пусть по бесконечно длинному цилиндрическому проводу радиуса R протекает постоянный ток I . Возьмём окружность за контур L т.к. она обладает осевой симметрией(поле по модулю будет одинаковым). А так же центр совпадает с центром поперечного сечения в результате

$$H = const.$$

Так как H направлен по касательной, то при выборе такого контура вектор H и D параллельны. Тогда из первого уравнения Максвелла следует,

что $\vec{H} d\vec{l} = Hdl$ и $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl$, тогда

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl = H(r)\oint_L dl = H(r)2\pi r,$$

где H(r) - не зависит от L. И так теперь мы имеем два случая:

$$\frac{\partial}{\partial t} D = 0$$

так как ток постоянный и поле соответственно тоже постоянно.

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = JdS, \text{ т. к. } \vec{J} || d\vec{S}$$

то плотность тока считается постоянной, так как ток постоянный и распределенн равномерно, то ток протекает перпендикулярно поперечному сечению провода. Тогда

$$J = \frac{I}{S(a)} = \frac{I}{\pi a^2}.$$

Для случая 1 r ≤ a, тогда

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = J \int_S dS \frac{I}{\pi a^2} \Longrightarrow \pi r^2 = \frac{I}{a^2} r^2,$$

тогда из первого уравнения Максвелла следует, что

$$H(r)2\pi r = \frac{I}{a^2} r^2 \Longrightarrow H(r) = \frac{Ir}{2\pi a^2},$$

а так же, так как

$$\vec{B} = \mu(r)\vec{H},$$

то

$$B(r) = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}.$$

Тогда для случая 2 r ≥ a, будет

$$\int_S \vec{J}\, d\vec{S} = I,$$

тогда

$$H(r)2\pi r = I \Longrightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r},$$

а так же, так как

$$\vec{B} = \mu(r)\vec{H}, \text{то}$$

$$B(r) = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}.$$

Итак подведём итог:

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ при } r > R, H = \frac{Ir}{2\pi a^2} \text{ при } r < R,$$

$$H = \frac{6,2}{2\pi r} \text{ при } r > R, H = \frac{6,2 \cdot r}{2\pi \cdot 3,2^2} \text{ при } r < R.$$

И

$$B = \frac{I\mu(r)}{2\pi r} \text{ при } r > R, B = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2} \text{ при } r < R,$$

$$B = \frac{6,2 \cdot 1}{2\pi r} \text{ при } r > R, B = \frac{6,2 \cdot r \cdot 1}{2\pi \cdot 3,2^2} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

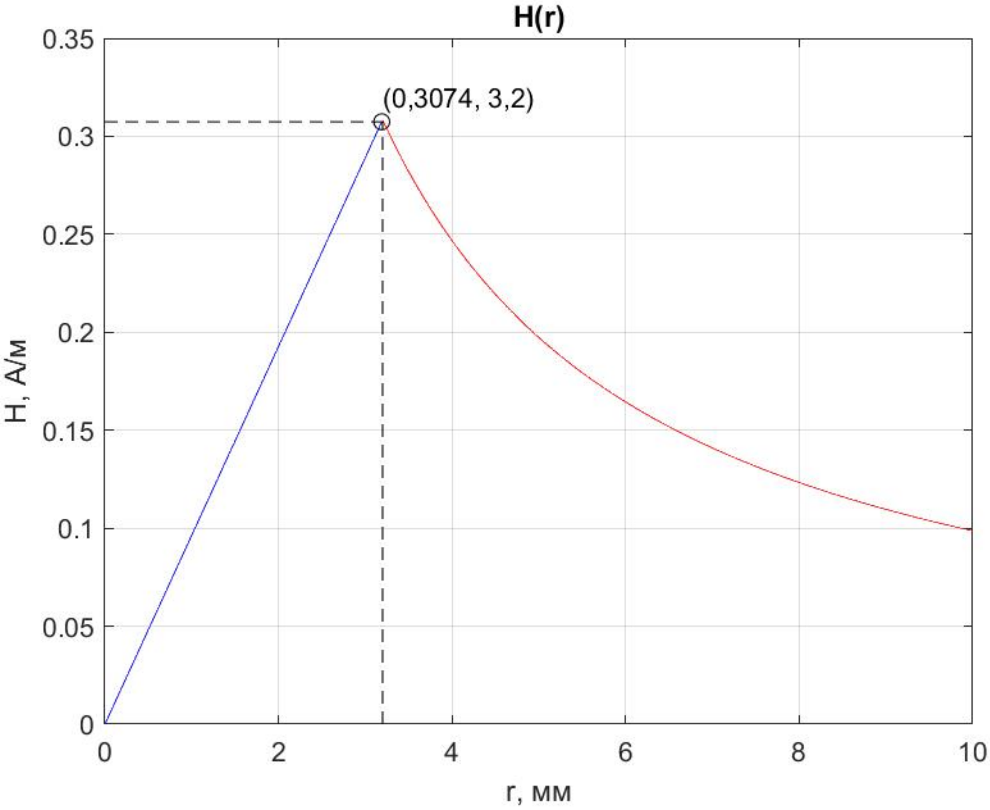

График 1. Напряжённость магнитного поля H(r)

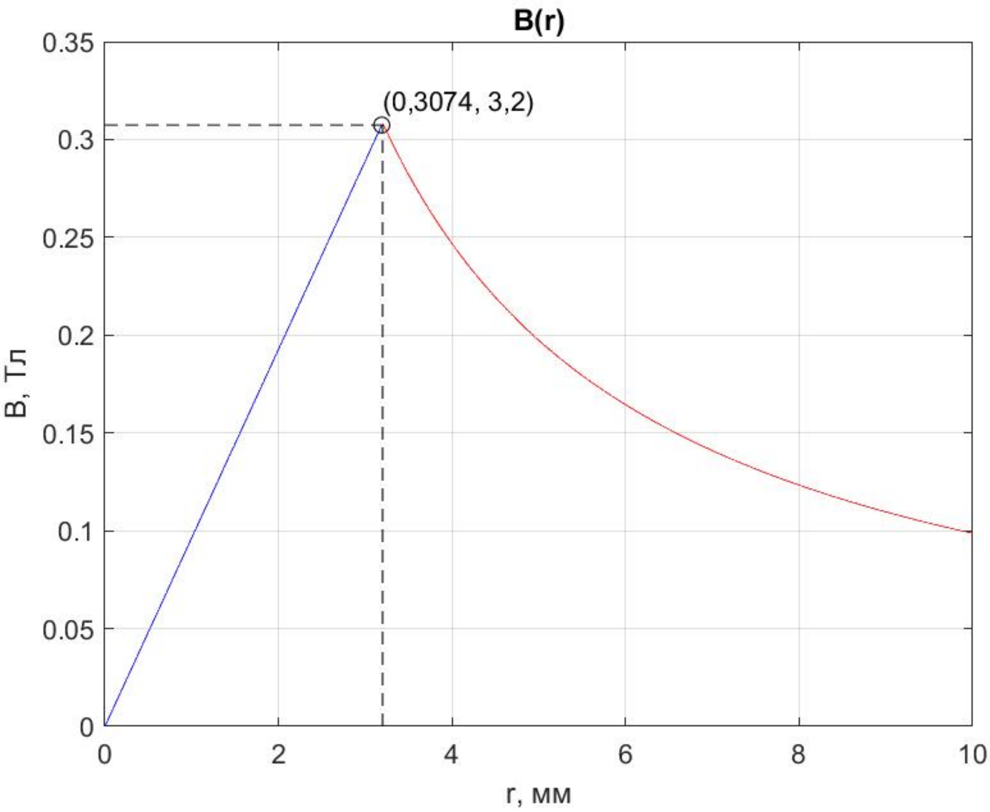

График 2. Индукция магнитного поля B(r)

Задание № 4

Условие.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве без потерь. Диэлектрическая проницаемость среды – εa, магнитная проницаемость среды – μa, амплитуда напряжённости электрического поля – Em, частота – f. Записать выражения для мгновенных значений напряжённостей электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны. Определить основные параметры волны. Исходные данные: εa = ε0 εr; εr = 2+N/10; μa= μ0*μr; μr = 1+N/10; Em[мВ/м] = 50+N; f [Гц] = (M+N/20)*10^9 .

Решение.

Для начала совместим одну из осей координат с вектором E, а направление распространения волны с осью z. Тогда, рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в бесконечной и однородной среде. В этом случае для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\overrightarrow{E}(t,z) = E_m \cos(\omega t - \beta z)\overrightarrow{x_0},$$

где мы можем определить

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5,6 \cdot 10^9 = 3,52 \cdot 10^{10}\, \text{рад}/c.$$

Где f - это частота в Герцах. Определим другой коэффицент

$$\dot{k} = \beta - i\alpha,$$

так как среда без потерь, то

$$\alpha = 0 \;\; 1/м.$$

Тогда

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a} = \beta = 3,52\cdot 10^{10}\cdot\sqrt{2,832\cdot 10^{-11}\cdot 2,75\cdot 10^{-6}} = 310,51\ 1/м.$$

Подведём итог по вектору E:

$$\overrightarrow{E}(t,z) = 62\cdot\cos(3,52\cdot 10^{10}\cdot t - 310,51\cdot z)\overrightarrow{x_0}.$$

Найдём теперь напряжённость магнитного поля

$$\overrightarrow{H}(t,z) = H_m\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{y_0}.$$

В уравнении

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где Zc - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \frac{\omega\mu_a}{k} = \frac{\omega\mu_a}{\omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{2,832\cdot 10^{-11}}{2,75\cdot 10^{-6}}} = 311,616\ \text{Ом}.$$

Откуда

$$H_m = \frac{62}{311,616} = 0,199\ \text{мА}/м.$$

Подведём итог по вектору H:

$$\overrightarrow{H}(t,z) = 0,199\cdot\cos(3,52\cdot 10^{10}\cdot t - 310,51\cdot z)\overrightarrow{y_0}.$$

Найдём другие характеристики волны: период, длину волны и фазовой скоростью. Период находится из формулы

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5,6\cdot 10^9} = 1,8\cdot 10^{-10}\,c.$$

Длина волны следует из

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda} \Longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{310,51} = 0,02\,м,$$

Рассмотрим основные характеристики плоской электромагнитной волны на примере составляющей электрического поля волны:

$$\overrightarrow{E}(z,t) = E_m \cos(\omega t - kz),$$

в нем

$$(\omega t - kz),$$

это есть фаза волны, которая зависит от времени t и от пространственной координаты z. Геометрическое место точек, в которых электромагнитное поле имеет одинаковую фазу, называется фазовым или волновым фронтом волны. Для плоской электромагнитной волны фронт волны представляет собой плоскость z = const. Скорость перемещения фазового фронта называется фазовой скоростью Vф волны. Определим Vф плоской электромагнитной волны, для чего зафиксируем фазу поля и продифференцировав ее по времени, получим

$$\omega - k\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}z = 0.$$

Тогда отсюда можно получить

$$V_\phi = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}z = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}},$$

где

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8\, м/с,$$

это скорость света. Найдём Vф

$$V_\phi = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3,2 \cdot 2,2}} = 1,13 \cdot 10^8.$$

Задание № 5

Условие.

В диэлектрике с параметрами εa, μa, вдоль оси z распространяется электромагнитная волна, имеющая линейную поляризацию по x и частоту f. Напряжённость электрического поля в точке z = 0 в момент времени t = 0 равна Em. Записать выражения для мгновенных значений напряжённостей электрического и магнитного полей и определить расстояние, на котором амплитуда напряжённости электрического поля уменьшится в S раз относительно начального значения. Исходные данные: εa = ε0*εr; εr = (3+N)/2; μa = μ0*μr; μr = M+N/2; Em[В/м] = M+0,05·N; f [МГц] = N/10; S = M·102 ,σ [См/м] = N·10^(-3) .

Решение.