

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Радиоэлектроника и лазерная техника» РЛ1

Кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»

Домашняя задание №1

по дисциплине

«Электродинамика и распространение радиоволн»

Вариант № 12

Выполнил ст. группы РЛ-41

Филимонов С.В.

Доцент Русов Ю.С.

Оценка в баллах _____

Москва, 2022

Задание №1

ГОСТ 18238-72

1. **Линия передачи сверхвысоких частот (Линия передачи)** - Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток сверхвысокочастотной электромагнитной энергии в заданном направлении.
2. **Открытая линия передачи** - Линия передачи, поперечное сечение которой не имеет замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии.
3. **Гибридная волна** - Электромагнитная волна, векторы электрического и магнитного полей которой имеют отличные от нуля поперечные и продольные составляющие.
4. **Критическая частота** - Наименьшая частота, при которой возможно распространение данного типа волны в линии передачи
5. **Вносимое ослабление** - десятикратное значение десятичного или половина натурального логарифма отношения мощности падающей волны на выходе при выключении из тракта некоторой его части к мощности падающей волны на том же выходе при включении этой части

ГОСТ 24375-80

1. **Радиосвязь** - электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн.
2. **Космическая радиосвязь** - радиосвязь, в которой используется одна или несколько космических радиостанций или один или несколько отражающих спутников, или другие космические объект.
3. **Активная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала, включающая его приём, преобразование, усиление и излучение.

4. **Пассивная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала путём отражения или преломления, или рассеяния радиоволн в устройствах, телах или искусственных средах с целью изменения направления распространения радиоволн.
5. **Область тени** - зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за пределами расстояния прямой видимости.

Задание №2

Условие.

Положительный заряд q равномерно распределен по объему шара радиуса a . Определить напряженность электрического поля, электрическую индукцию и скалярный потенциал внутри и вне шара. Диэлектрическая проницаемость материала $\epsilon a1$, окружающей среды $\epsilon a2$. Построить зависимости $E(r)$, $D(r)$, $\varphi(r)$, указать характерные особенности графиков и причину их появления. Провести проверку граничных условий на границе раздела сред. Исходные данные: $a[\text{мм}] = 0,029$; $q[\text{Кл}] = 0,6$; $\epsilon a = \epsilon_0 \cdot \epsilon r$; $\epsilon r1 = 3,2$; $\epsilon r2 = 1$.

Решение.

$R = a$. Так как у нас есть две разные среды, то для начала обозначим k в зависимости от r ,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ при } r > R, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \text{ при } r < R.$$

Дальше в решении будем учитывать просто k , который при построении графиков надо будет учесть, по зависимости, которая обозначена выше. Найдем для начала напряженность электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара. Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутый шар радиуса $r > R$ (рис.). Очевидно, что напряженность на поверхности этого шара будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряженности через него будет $E \cdot 4\pi r^2$. Согласно теореме Гаусса

$$E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k q,$$

откуда следует $E(r) = k \frac{q}{r^2}$. Вне шара напряженность поля совпадает с напряженностью заряда, находящегося в центре, то и потенциал при $r > R$ выразится в виде

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r}.$$

Чтобы найти напряженность электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса $r < R$ с центром в центре шара. Из симметрии ясно, что напряженность поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует $E(r) \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k q(r)$,

где $q(r)$ – заряд внутри выбранной поверхности. Введем плотность заряда шара ρ . Тогда

$$q(r) = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{и} \quad E(r) = k \frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3} k \rho \pi r.$$

Плотность заряда равна полному заряду, деленному на объем шара

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}.$$

Для напряженности поля внутри шара получим

$$E = k \frac{q}{R^3} r.$$

Найдем потенциал внутри шара

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^R k \frac{q}{r^2} dr - \int_R^r k \frac{q}{R^3} r dr.$$

Первый интеграл имеет смысл работы по переносу единичного положительного заряда из бесконечности до поверхности шара и равен $\frac{kq}{R}$.

Второй член будет равен $-\int_R^r k \frac{q}{R^3} r dr = -k \frac{q}{R^3} \frac{r^2}{2} + k \frac{qr^2}{2R^3}$. Значение потенциала внутри шара определится выражением

$$\varphi(r) = \frac{3}{2} k \frac{q}{R} - k \frac{qr^2}{2R^3}.$$

И так подведем итог напряженность электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара.

$$E = k \frac{q}{r^2} \quad \text{при } r > R, \quad E = k \frac{q}{R^3} r \quad \text{при } r < R, \quad \text{и}$$

$$\varphi = k \frac{q}{r} \text{ при } r > R, \quad \varphi = \frac{3}{2} k \frac{q}{R} - k \frac{qr^2}{2R^3} \text{ при } r < R$$

Теперь найдем электрическую индукцию

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \kappa \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 (1 + \kappa) E = \varepsilon_0 \varepsilon E$$

Тогда

$$D = \varepsilon_0 E \text{ при } r > R, \quad D = \varepsilon_0 \varepsilon E \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

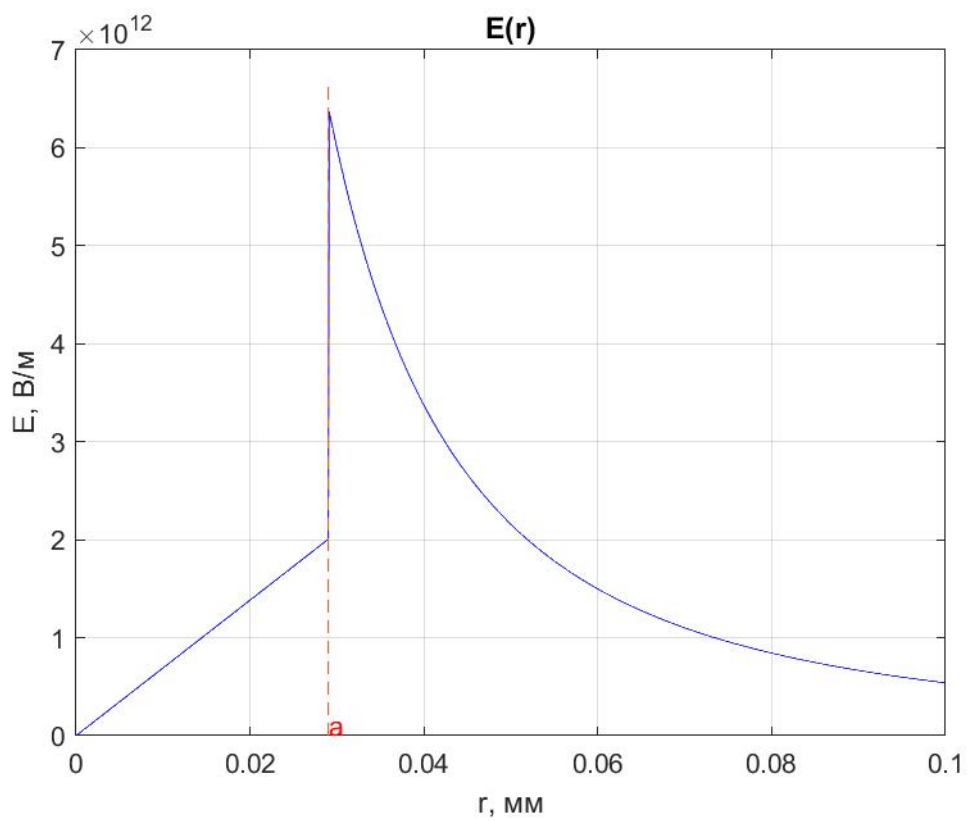


График 1. $E(r)$

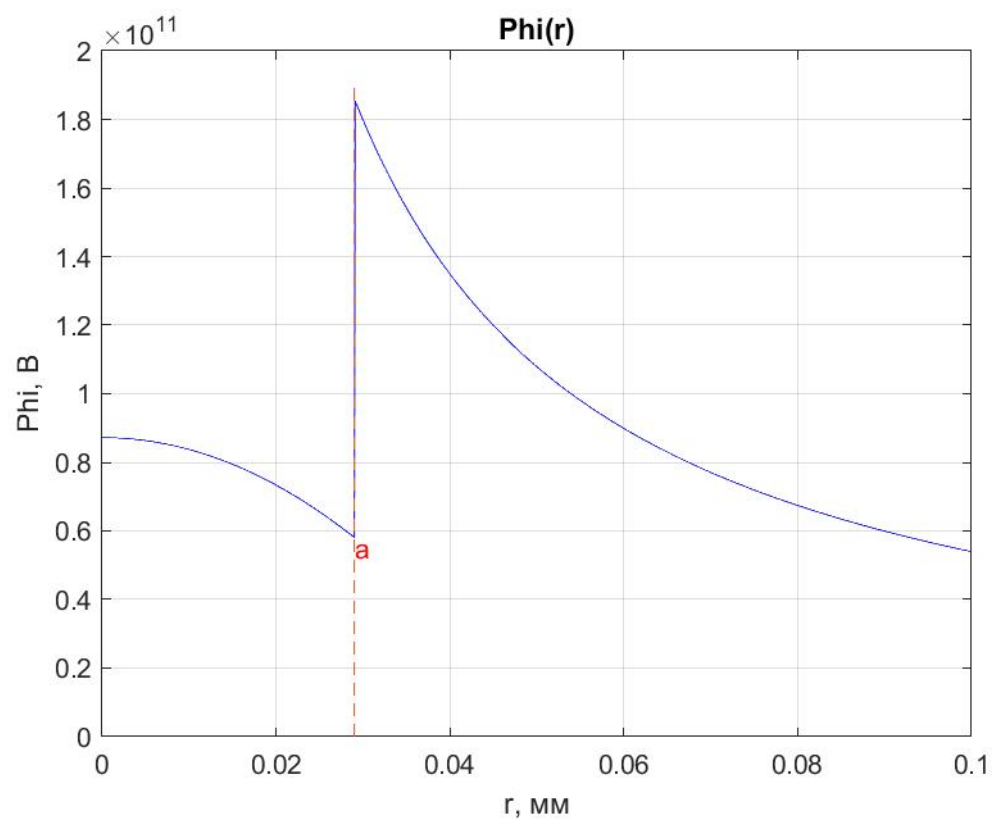


График 2. $\varphi(r)$

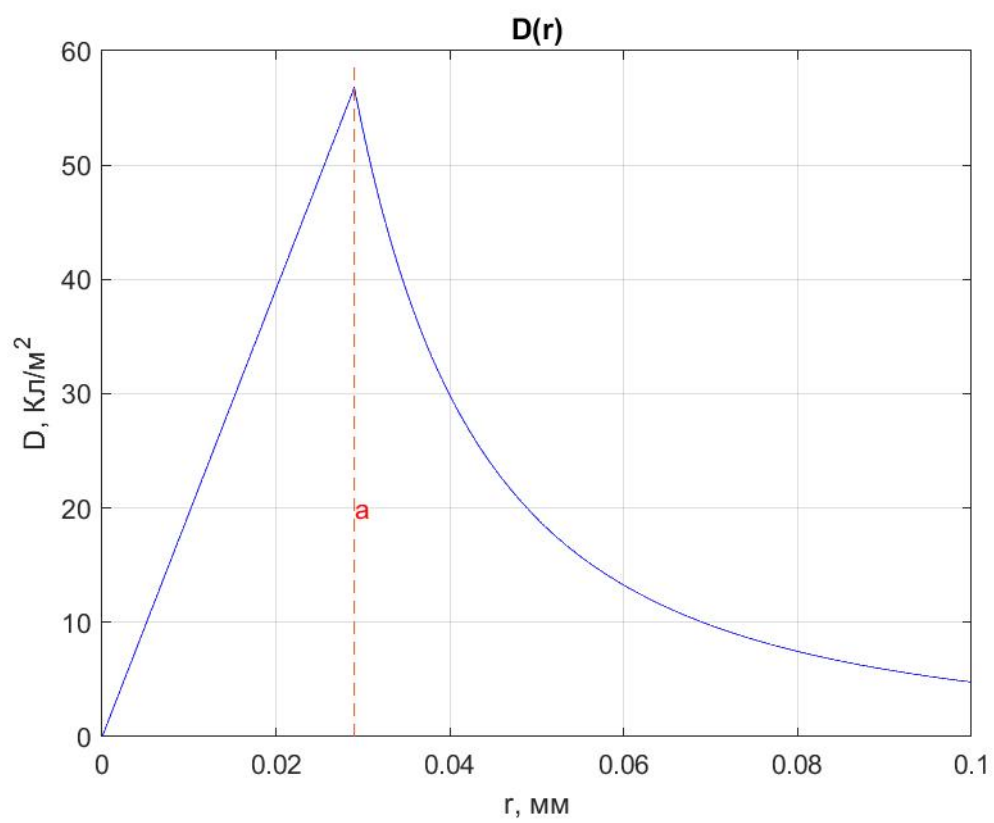


График 3. $D(r)$

Задание № 3

Условие.

По бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса a протекает постоянный ток I , равномерно распределенный по площади поперечного сечения. Построить зависимости напряженности и индукции магнитного поля $H(r)$ и $B(r)$, создаваемого этим током в однородной среде с $\mu_r = 1$. Исходные данные: $I[\text{A}] = 0,1 \cdot N + M$, $a[\text{мм}] = 2 + 0,1 \cdot N$.

Решение.

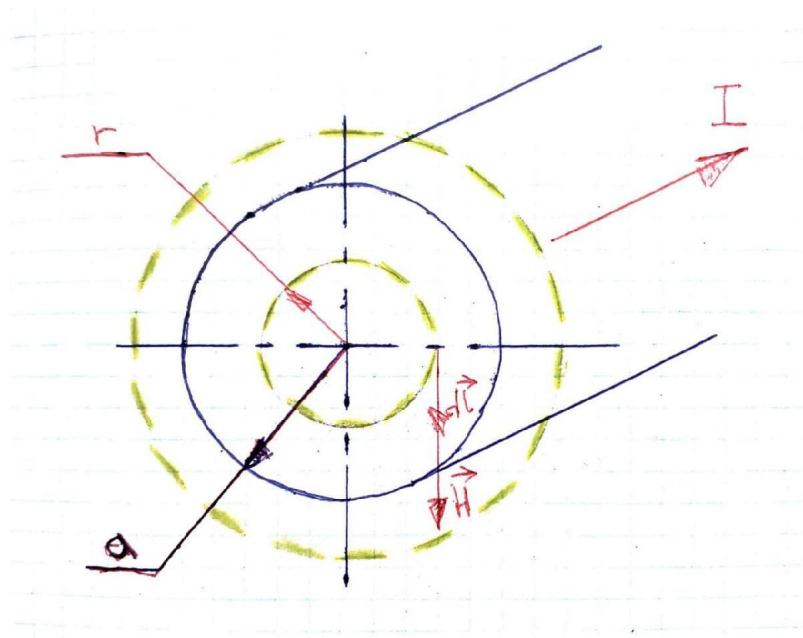


Рис.1 общая схема

Учтем первое уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

Пусть по бесконечно длинному цилиндрическому проводу радиуса R протекает постоянный ток I . Возьмем окружность за контур L т.к. она обладает осевой симметрией (поле по модулю будет одинаковым). А так же центр совпадает с центром поперечного сечения в результате

$$H = \text{const.}$$

Так как \vec{H} направлен по касательной, то при выборе такого контура $\vec{H} \parallel \vec{D}$.

Тогда из первого уравнения Максвелла следует, что $\vec{H} d\vec{l} = Hdl$ и

$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl$, тогда

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl = H(r) \oint_L dl = H(r) 2\pi r,$$

где $H(r)$ - не зависит от L . И так теперь мы имеем два случая:

1. $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$, так как ток постоянный и поле соответственно тоже постоянно.

2. $\int_S \vec{J} d\vec{S} = JS$, т.к. $\vec{J} \parallel d\vec{S}$, то плотность тока считается постоянной, так как ток постоянный и распределенно равномерно, то ток протекает \perp поперечному сечению провода. Тогда

$$J = \frac{I}{S(a)} = \frac{I}{\pi a^2}.$$

Для случая 1 $r \leq a$, тогда

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = J \int_S dS * \frac{I}{\pi a^2} \Rightarrow \pi r^2 = \frac{I}{a^2} r^2,$$

тогда из первого уравнения Максвелла следует, что

$$H(r) 2\pi r = \frac{I}{a^2} r^2 \Rightarrow H(r) = \frac{Ir}{2\pi a^2},$$

а так же, так как $\vec{B} = \mu(r) \vec{H}$, то

$$B(r) = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}.$$

Тогда для случая 2 $r \geq a$, будет

$$\int_S \vec{J} d\vec{S} = I,$$

тогда

$$H(r)2\pi r = I \Rightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r},$$

а так же, так как $\vec{B} = \mu(r)\vec{H}$, то

$$B(r) = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}.$$

Итак подведем итог

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ при } r > R, \quad H = \frac{Ir}{2\pi a^2} \text{ при } r < R, \text{ и}$$

$$B = \frac{I\mu(r)}{2\pi r} \text{ при } r > R, \quad B = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

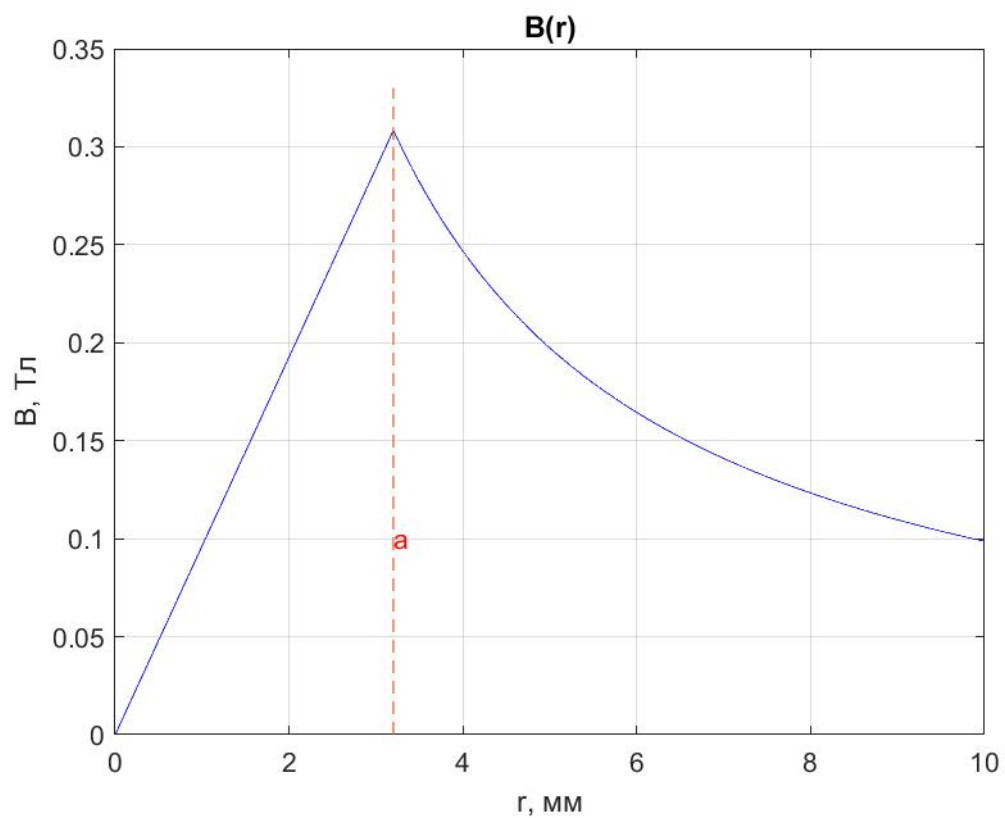


График 1. $H(r)$

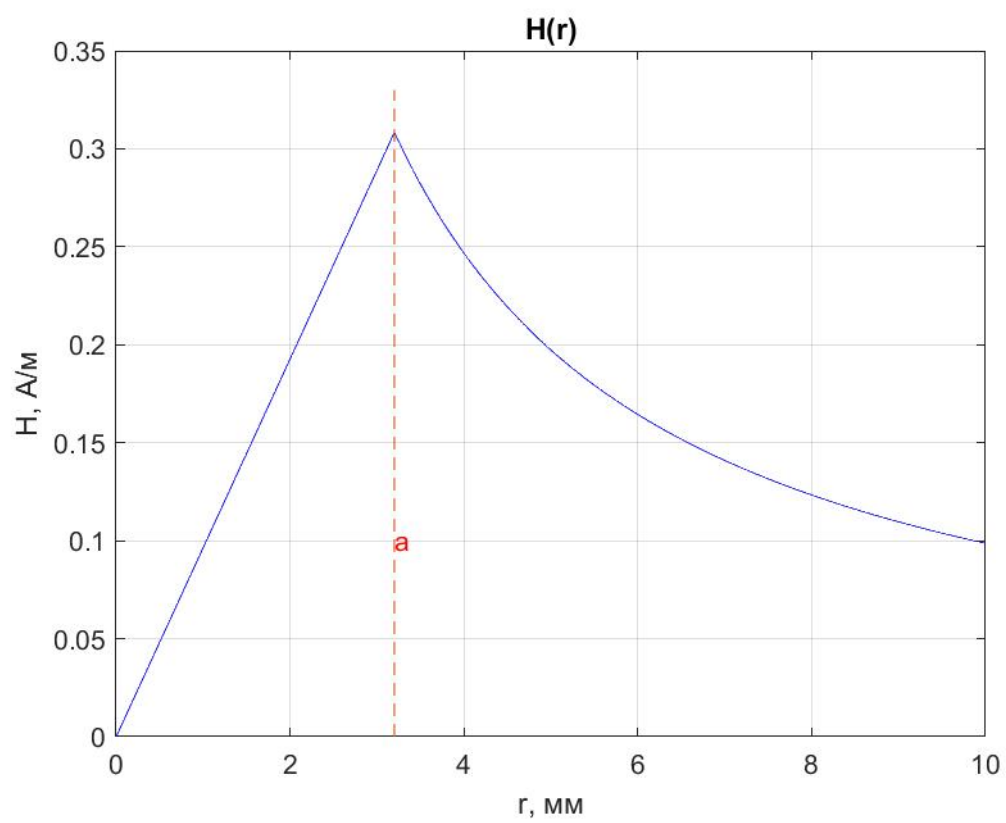


График 2. В(r)

Задание № 4

Условие.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве без потерь. Диэлектрическая проницаемость среды – ϵ_a , магнитная проницаемость среды – μ_a , амплитуда напряженности электрического поля – E_m , частота – f . Записать выражения для мгновенных значений напряженностей электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны. Определить основные параметры волны. Исходные данные: $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon_r$; $\epsilon_r = 2 + N/10$; $\mu_a = \mu_0 \mu_r$; $\mu_r = 1 + N/10$; $E_m [\text{мВ/м}] = 50 + N$; $f [\text{Гц}] = (M + N/20) \cdot 10^9$.

Решение.

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в бесконечной и однородной среде. В этом случае из общего уравнения для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\begin{cases} E_x(z, t) = E_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x(z, t) = H_m \cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

Средой без потерь называют среду, в которой отсутствуют потери энергии при распространении электромагнитной волны. Для такой среды

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}.$$

В таком случае изобразим на рис. 1 мгновенную картину полей плоской электромагнитной волны в среде без потерь.

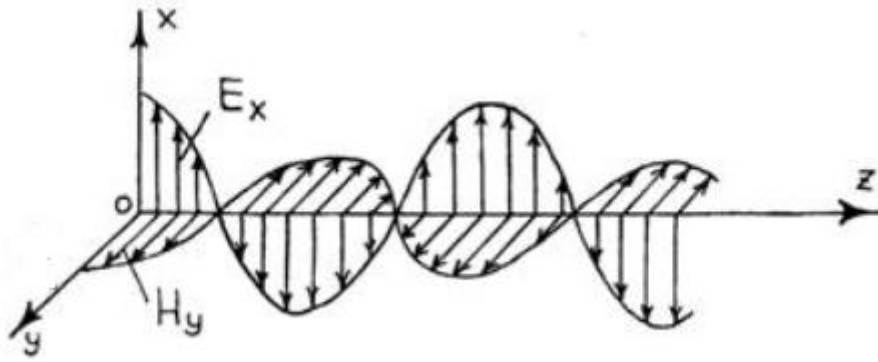


Рис.1 – Плоская электромагнитная волна в среде без потерь

Коэффициент E_m нам известен, найдем H_m

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где Z_c - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \frac{\omega \mu_a}{k} = \frac{\omega \mu_a}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}},$$

тогда $Z_c = 311,616$. Теперь найдем H_m , оно будет равно $H_m = 0,199$ мА/м.

Определим ω и k ,

$$\omega = 2\pi\nu,$$

тогда $\omega = 3,52 * 10^{10}$ рад/с, а $k = 310,51$ м⁻¹. Так же найдем другие характеристики волны: период, длину волны и фазовой скоростью. Период находится из формулы

$$T = \frac{1}{\nu},$$

где $T \approx 1,8 * 10^{-10}$ с. Длина волны следует из

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

$\lambda = 0,02$ м. Рассмотрим основные характеристики плоской электромагнитной волны на примере составляющей электрического поля волны:

$$E_x(z, t) = E_m \cos(\omega t - kz),$$

в нем $(\omega t - kz)$ – есть фаза волны, которая зависит от времени t и от пространственной координаты z . Геометрическое место точек, в которых электромагнитное поле имеет одинаковую фазу ($(\omega t - kz) = \text{const}$), называется фазовым или волновым фронтом волны. Для плоской электромагнитной волны фронт волны представляет собой плоскость $z = \text{const}$. Скорость перемещения фазового фронта называется фазовой скоростью V_ϕ волны. Определим V_ϕ плоской электромагнитной волны, для чего зафиксируем фазу поля $(\omega t - kz) = \text{const}$ и продифференцировав ее по времени, получим

$$\omega - k \frac{d}{dt} z = 0$$

Тогда отсюда можно получить

$$V_\phi = \frac{d}{dt} z = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 * 10^8$ м/с - скорость света. А $V_\phi \approx 1,1331 * 10^8$ м/с. Дисперсией называется зависимость фазовой скорости от частоты. Как следует из уравнения для V_ϕ плоская электромагнитная волна в среде без потерь не обладает дисперсией.

Построим графики для полученных функций:

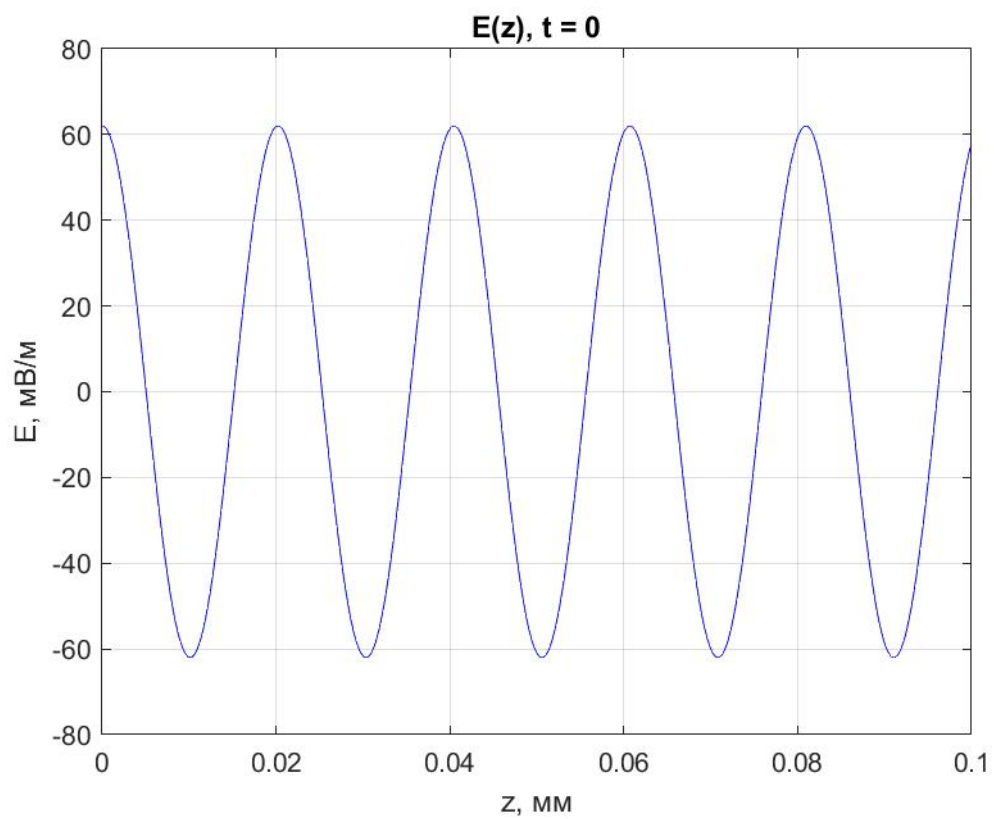


График 1. $E(z), t = 0$

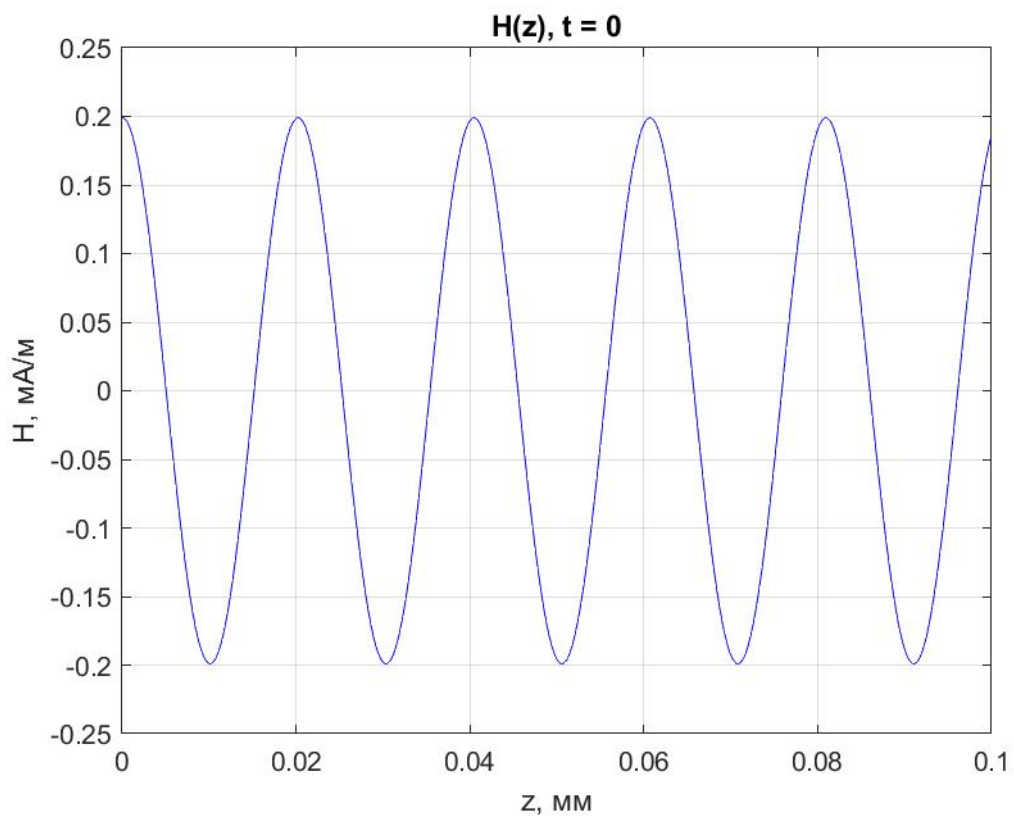


График 2. $H(z), t = 0$

Задание № 5