

Электродинамика и распространение радиоволн

Семинар 10

Русов Юрий Сергеевич

1. Изучить примеры решения задач.
2. Решить предлагаемые задачи, используя исходные данные для своего варианта. Вариант задания определяется следующими параметрами: М – номер группы (1 для РЛ1-41, 2 для РЛ1-42, 3 для РЛ1-43, 4 для РЛ1-44, 5 для РЛ1-49, 6 для РЛ6-41, 7 для РЛ6-49), N – порядковый номер студента в списке группы.

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Для реальных металлов угол между фазовым фронтом и плоскостью равных амплитуд мал, поэтому можно полагать, что угол преломления равен нулю. Это позволяет ввести приближенное граничное условие для реальных металлов (**граничное условие Леонтовича**)

$$\vec{E}_\tau = Z_{\text{см}} [\vec{H}, \vec{n}_0] \quad \text{или} \quad |\dot{E}_\tau| = |Z_{\text{см}} \dot{H}_\tau|$$

\vec{n}_0 - единичный вектор нормали к поверхности металла, направленный внутрь металла,

$Z_{\text{см}} = \sqrt{i \frac{\mu_a \omega}{\sigma}}$ - характеристическое сопротивление металла,

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

\dot{N}_τ - касательная к поверхности металла составляющая вектора напряженности магнитного поля, которую можно приближенно считать равной касательной составляющей для идеального металла, т.к. ошибка будет незначительной, а модуль коэффициента отражения стремится к единице.

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

При падении на металлическую поверхность волны с тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля $\dot{H}_{\tau \text{ пад}}$ тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности раздела сред складывается из составляющих падающей и отраженной волны $\dot{H}_{\tau \text{ пад}}$ и $\dot{H}_{\tau \text{ отр}}$. Поскольку коэффициент отражения можно считать равным 1, то $\dot{H}_{\tau} = 2\dot{H}_{\tau \text{ пад}}$.

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Плоская электромагнитная волна падает под углом θ на поверхность реального металла с удельной электрической проводимостью σ . Вывести формулу для удельной мощности потерь на площадке в 1 м^2 , обусловленной свойствами металла.

Решение.

Для определения $P_{\text{уд}}$ надо найти среднее значение вектора Пойнтинга $\Pi_{\text{ср}}$, направленного в металл. Численное значение усредненного за период вектора Пойнтинга равно плотности потока мощности и имеет размерность Вт/м^2 , т.е. равно мощности, проходящей через площадку 1 м^2 .

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Если поля на поверхности металла известны, то среднее значение вектора Пойнтинга

$$\vec{P}_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E}_{\tau}, \vec{H}_{\tau}^*].$$

Используем граничное условие Леонтовича для записи тангенциальной составляющей напряженности электрического поля.

$$\vec{P}_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \text{Re} [Z_{\text{см}}[\vec{H}, \vec{n}_0], \vec{H}_{\tau}^*] = \frac{|\vec{H}_{\tau}|^2}{2} \text{Re}(Z_{\text{см}}) \vec{n}_0;$$

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Действительная часть характеристического сопротивления металла

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_{\text{см}}) &= \operatorname{Re}\left(\sqrt{i \frac{\mu_a \omega}{\sigma}}\right) = \operatorname{Re}\left(\sqrt{e^{i\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_a \omega}{\sigma}}\right) \\ &= \operatorname{Re}\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right) \sqrt{\frac{\mu_a \omega}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\mu_a \omega}{\sigma}} \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{\mu_a \omega}{2\sigma}}, \end{aligned}$$

Тогда

$$P_{\text{уд}} = |\vec{P}_{\text{ср}}| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_a \omega}{2\sigma}} |\vec{H}_{\tau}|^2.$$

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Плоская электромагнитная волна падает нормально на границу раздела между вакуумом и диэлектриком с параметрами $\epsilon_r=4$, $\mu_r=1$, $\sigma=0$. Определить среднее значение плотности потока мощности в диэлектрике, если среднее значение плотности потока мощности падающей волны 1 Вт/м^2 .

Решение.

При нормальном падении углы падения и преломления равны нулю и коэффициент прохождения определяется формулой

$$\dot{P}_E = \frac{2 * Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}}$$

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Характеристическое сопротивление первой среды (вакуума)

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \text{ Ом} = 377 \text{ Ом};$$

Характеристическое сопротивление второй среды

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = 377 \sqrt{\frac{1}{4}} = 188,5 \text{ Ом}.$$

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Тогда $\dot{P}_E = \frac{2 \cdot 188,5}{188,5 + 377} = \frac{377}{565,5} = 0,67.$

Плотность потока мощности равна среднему значению вектора Пойнтинга

$$\Pi_{\text{ср}} = \frac{1}{2} |\dot{E}_m|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{Z_c} \right);$$

Так как среды без потерь, то их характеристические сопротивления являются действительными величинами. Тогда для первой среды

$$E_m = \sqrt{2 Z_{c1} \Pi_{\text{ср}}};$$

Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух сред

Для второй среды

$$E_{m2} = \dot{P}_E E_m = 0,67 \sqrt{2Z_{c1} \Pi_{cp}};$$

$$\Pi_{cp2} = \frac{1}{2} |\dot{E}_{m2}|^2 \left(\frac{1}{Z_{c2}} \right) = \frac{0,67^2 2 * 377 * 1}{2 * 188,5} = 0,9 \text{ Вт/м}^2$$

Плотность потока мощности во второй среде уменьшилась, т.к. часть энергии отражается от границы раздела сред.

Задание для самостоятельного решения

1. Плоская электромагнитная волна падает на поверхность реального металла с удельной электрической проводимостью $\sigma = 5 \cdot 10^7$ См/м. Вывести формулу для удельной мощности потерь на площадке в 1 м^2 , обусловленной свойствами металла, если касательная составляющая напряженности магнитного поля падающей волны равна $(M+N)$ А/м (не забудьте учесть, что полное поле на поверхности раздела сред складывается из полей падающей и отраженной волн).

2. Плоская электромагнитная волна падает нормально на границу раздела между вакуумом и диэлектриком с параметрами $\epsilon_r = 2+N$, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0$. Определить среднее значение плотности потока мощности в диэлектрике, если среднее значение плотности потока мощности падающей волны M Вт/м².

Основная литература по дисциплине

1. Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники сверхвысоких частот: учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 486 с. ISBN 5-7038-2740-X. Режим доступа: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/205/book1163.html>
2. Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн. Учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 368 с.

Дополнительные учебные материалы

1. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн»: учеб. пособие / Баскаков С.И., Карташев В.Г., Лобов Г.Д., Филатова Е.А., Штыков В.В.; Под ред. С.И. Баскакова. М.: Высшая школа, 1981. 208 с.