Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Радиоэлектроника и лазерная техника(РЛ)»

Кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства(РЛ1)»

Домашняя задание №1

по дисциплине

«Электродинамика и распространение радиоволн»

Вариант № 12

Выполнил ст. группы РЛ-41

Филимонов С.В.

Проверил Русов Ю.С.

Оценка в баллах_________

Москва, 2022

Задание №1

ГОСТ 18238-72

1. **Линия передачи сверхвысоких частот (**Линия передачи) - Устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток сверхвысокочастотной электромагнитной энергии в заданном направлении.
2. **Открытая линия передачи -** Линия передачи, поперечное сечение которой не имеет замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной энергии.
3. **Гибридная волна -** Электромагнитная волна, векторы электрического и магнитного полей которой имеют отличные от нуля поперечные и продольные составляющие.
4. **Критическая частота -** Наименьшая частота, при которой возможно распространение данного типа волны в линии передачи
5. **Вносимое ослабление -** десятикратное значение десятичного или половина натурального логарифма отношения мощности падающей волны на выходе при выключении из тракта некоторой его части к мощности падающей волны на том же выходе при включении этой части

ГОСТ 24375-80

1. **Радиосвязь -** электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн.
2. **Космическая радиосвязь** - радиосвязь, в которой используется одна или несколько космических радиостанций или один или несколько отражающих спутников, или другие космические объект.
3. **Активная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала, включающая его приём, преобразование, усиление и излучение.

4. **Пассивная ретрансляция радиосигнала** - ретрансляция радиосигнала путём отражения или преломления, или рассеяния радиоволн в устройствах, телах или искусственных средах с целью изменения направления распространения радиоволн.
5. **Область тени** - зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за пределами расстояния прямой видимости.

Задание №2

Условие.

Положительный заряд q равномерно распределён по объёму шара радиуса а. Определить напряжённость электрического поля, электрическую индукцию и скалярный потенциал внутри и вне шара. Диэлектрическая проницаемость материала εа1, окружающей среды εа2. Построить зависимости E(r), D(r), φ(r), указать характерные особенности графиков и причину их появления. Провести проверку граничных условий на границе раздела сред. Исходные данные: a[мм] = 0,029; q[Кл] = 0,6; εa = ε0*εr; εr1 = 3,2; εr2 = 1.

Решение.

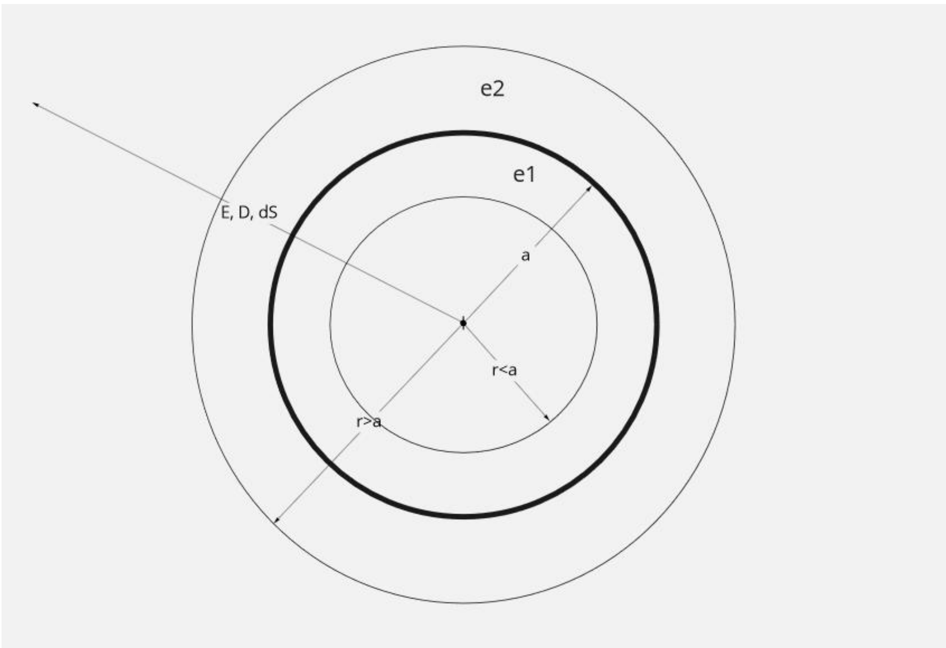

Рис. 1 Сфера

Для начала введём новую переменную R - радиус сферы, так чтобы R = a. Так как у нас есть две разные среды, то для начала обозначим k в зависимости от r,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \text{ при } r > R, k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$k = 8,9918 \cdot 10^9 \text{при } r > R, k = \ 2,8099 \cdot 10^9 \text{ при } r < R.$$

Дальше в решении будем учитывать просто k, который при построении графиков надо будет учесть, по зависимости, которая обозначена выше. Найдём для начала напряжённость электрического поля и скалярный потенциал внутри и вне шара. Применим теорему Гаусса. Выберем в качестве замкнутый шар радиуса r > R (рис.). Очевидно, что напряжённость на поверхности этого шара будет одинакова по величине и направлена по радиусу. Тогда поток напряжённости через него будет

$$E4\pi r^2.$$

Согласно теореме Гаусса

$$E4\pi r^2 = 4\pi kq,$$

откуда следует

$$E(r) = k\frac{q}{r^2}.$$

Чтобы найти напряжённость электрического поля внутри шара, выберем в качестве замкнутой поверхности сферу радиуса r < R с центром в центре шара.Из симметрии ясно, что напряжённость поля направлена по радиусу и одинакова по величине на всей поверхности сферы. Из теоремы Гаусса следует

$$E(r)4\pi r^2 = 4\pi kq(r),$$

где q(r) – заряд внутри выбранной поверхности. Введём плотность заряда шара ρ. Тогда

$$q(r) = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 \text{ и } E(r) = k\frac{q(r)}{r^2} = \frac{4}{3}k\rho\pi r.$$

Плотность заряда равна полному заряду, делённому на объем шара

$$\rho = \frac{3q}{4\pi R^3}.$$

Для напряжённости поля внутри шара получим

$$E = k\frac{q}{R^3}r.$$

И так подведём итог по напряжённость электрического поля внутри и вне шара

$$E = k\frac{q}{r^2} \text{ при } r > R, E = k\frac{q}{R^3}r \text{ при } r < R.$$

$$E = 8,9918 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{r^2} \text{ при } r > R, E = 2,8099 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{0,029^3}r \text{ при } r < R.$$

Теперь найдём электрическую индукцию

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 E + \kappa\varepsilon_0 E = \varepsilon_0(1+\kappa)E = \varepsilon_0\varepsilon E$$

Тогда

$$D = \varepsilon_0 E \text{ при } r > R, D = \varepsilon_0\varepsilon E \text{ при } r < R.$$

$$D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot E \text{ при } r > R, D = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot 3,2 \cdot E \text{ при } r < R.$$

Осталось определить только потенциал внутри и вне шара. Потенциал и напряжённость связаны следующим соотношением

$$E = -grad\,\varphi.$$

В сферической системе координат составляющие

$$E_\theta \text{ и } E_\varphi \text{ равны нулю, тогда } E = E_r = -\frac{\partial}{\partial r}\varphi \Longrightarrow \int \partial\varphi = \int E_r \partial r.$$

Тогда для начала найдём потенциал вне шара при r > R выразится в виде

$$\varphi(r) = -\int E = k\frac{q}{r^2}\partial r = k\frac{q}{r} + C_1,$$

Определим C1

$$r \Longrightarrow \infty, \varphi \Longrightarrow 0, \text{ тогда } kq\frac{1}{\infty} = 0 \Longrightarrow C_1 = 0.$$

Теперь найдём потенциал внутри шара r < R

$$\varphi(r) = -\int k\frac{qr}{R^3}\partial r = -k\frac{qr^2}{R^3} + C_2,$$

Определим C2, но для начала уточним k1 и k2

$$k_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \text{ при } r > R, k_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \text{ при } r < R.$$

$$r \Longrightarrow R \text{, тогда } - k_1 \frac{qR^2}{R^3} + C_2 = -k_1 \frac{q}{R} + C_2 = k_2 \frac{q}{R} \Longrightarrow C_1 = \frac{q}{R}(k_2 + k_1).$$

$$C_1 = \frac{0,6}{0,029}(2,8099 + 8,9918) \cdot 10^9 = 1,279 \cdot 10^{11}.$$

И так подведём итог по потенциалу внутри и вне шара

$$\varphi(r) = k\frac{q}{r} \text{ при } r > R, \ \varphi(r) = -k\frac{qr^2}{R^3} + 1,279 \cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

$$\varphi(r) = 8,9918 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6}{r} \text{ при } r > R, \ \varphi(r) = -2,8099 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,6 \cdot r^2}{0,029^3} + 1,279 \cdot 10^{11} \text{ при } r < R.$$

Построим графики для полученных функций:

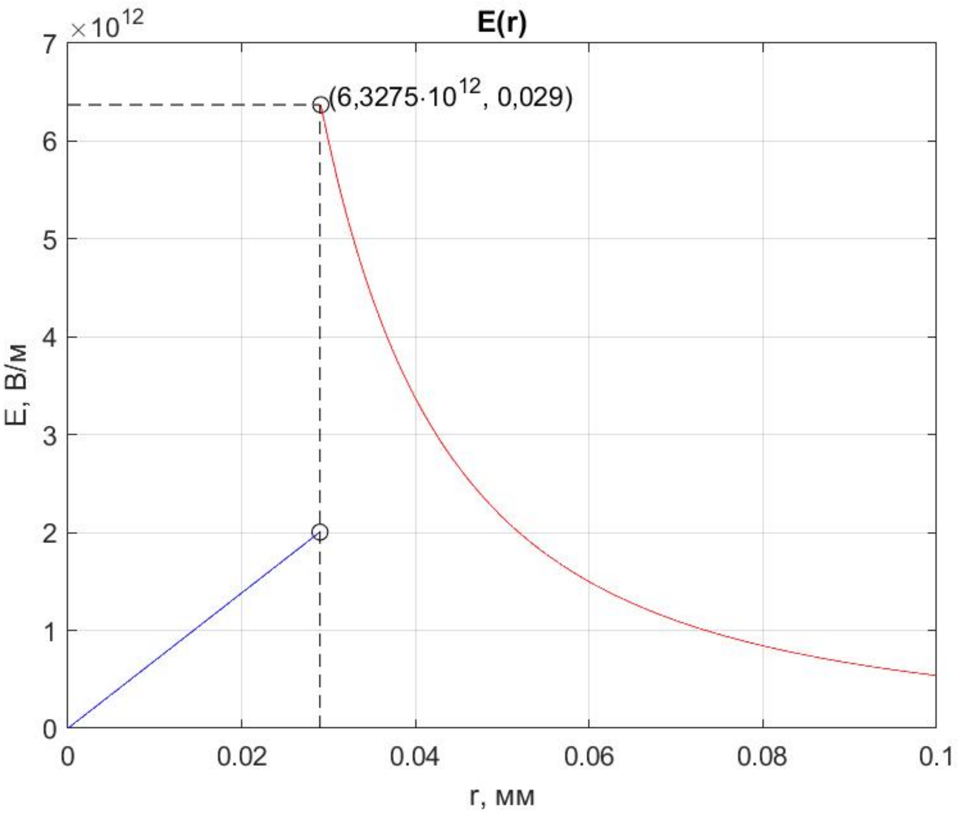

График 1. Напряжённости E(r)

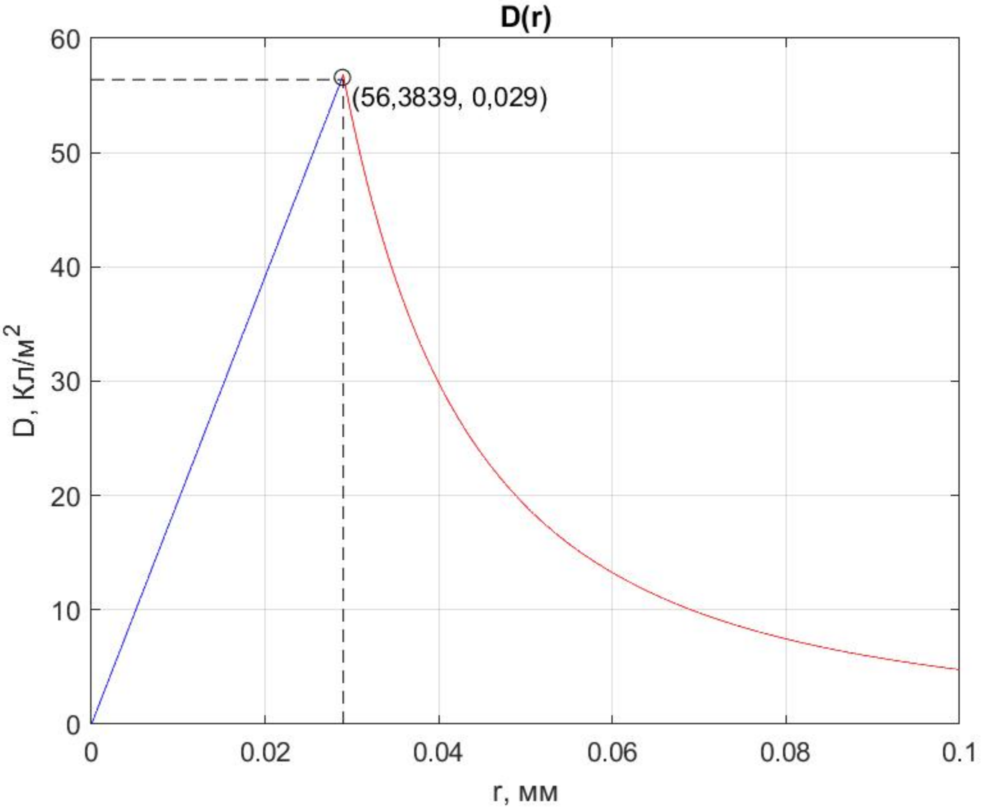

График 2. Электрическая индукция D(r)

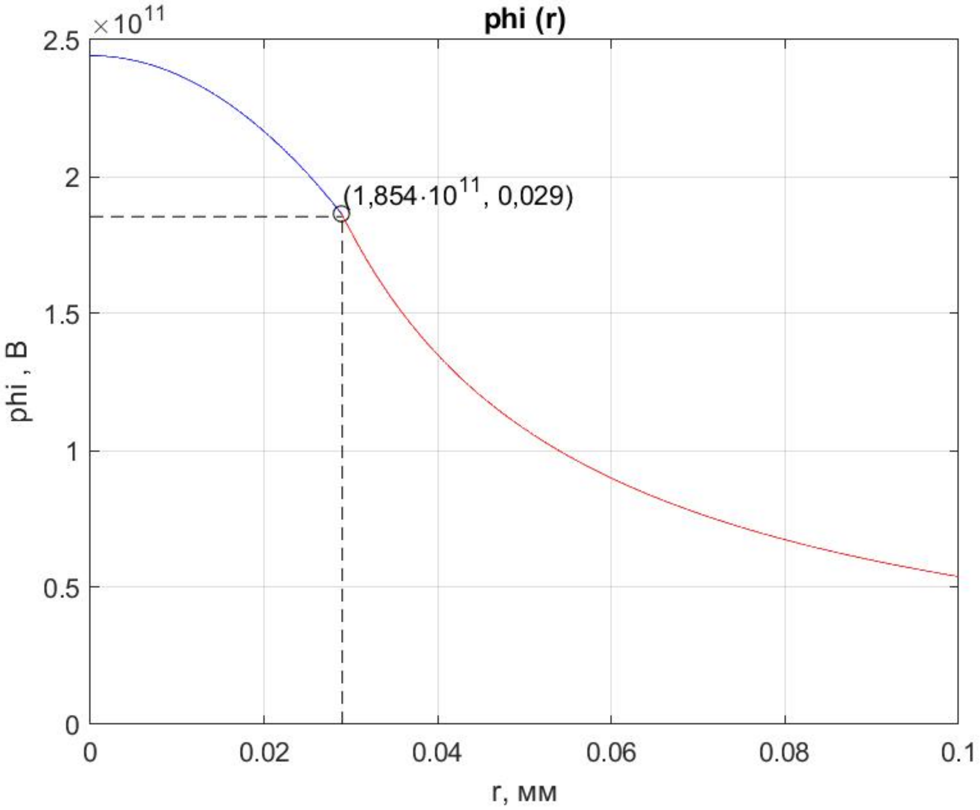

График 3. Скалярный потенциал φ(r)

Задание № 3

Условие.

По бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса a протекает постоянный ток I, равномерно распределенный по площади поперечного сечения. Построить зависимости напряженности и индукции магнитного поля H(r) и B(r), создаваемого этим током в однородной среде с μr = 1. Исходные данные: I[A] = 0,1·N+M, a[мм] = 2+0,1·N.

Решение.

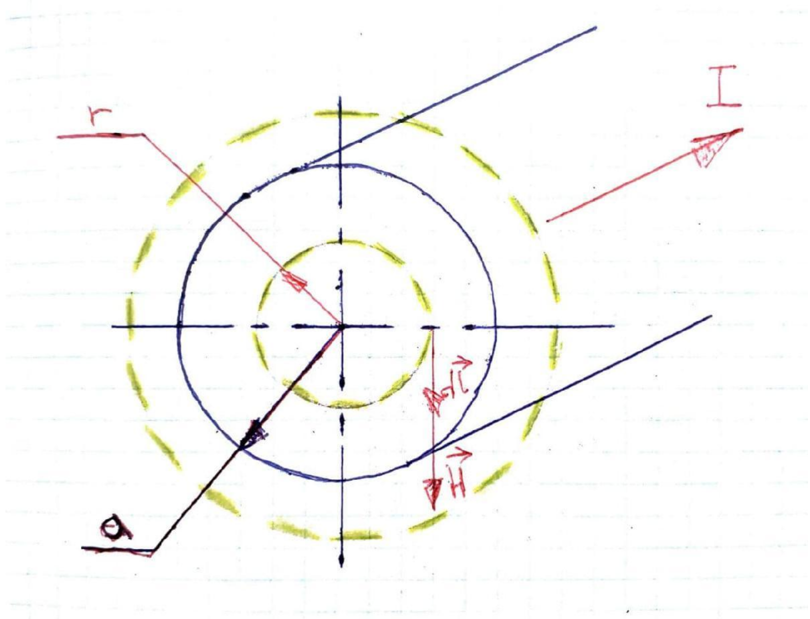

Рис.1 общая схема

Учтем первое уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}\right) d\vec{S}$$,

Пусть по бесконечно длинному цилиндрическому проводу радиуса R протекает постоянный ток I . Возьмем окружность за контур L т.к. она обладает осевой симметрией(поле по модулю будет одинаковым). А так же центр совпадает с центром поперечного сечения в результате

$H = const$.

Так как $\vec{H}$ направлен по касательной, то при выборе такого контура $\vec{H} || \vec{D}$. Тогда из первого уравнения Максвелла следует, что $\vec{H} d\vec{l} = Hdl$ и $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L Hdl$, тогда

$\oint_L \overrightarrow{H} d\overrightarrow{l} = \oint_L Hdl = H(r)\oint_L dl = H(r)2\pi r$,

где $H(r)$ - не зависит от L. И так теперь мы имеем два случая:

$\frac{\partial}{\partial t}D = 0$, так как ток постоянный и поле соответственно тоже постоянно.

$\int_S \overrightarrow{J} d\overrightarrow{S} = JdS,$ т. к. $\overrightarrow{J} || d\overrightarrow{S}$, то плотность тока считается постоянной, так как ток постоянный и распределенно равномерно, то ток протекает $\perp$ попереченому сечению провода. Тогда

$J = \frac{I}{S(a)} = \frac{I}{\pi a^2}$.

Для случая 1 $r \leq a$, тогда

$\int_S \overrightarrow{J} d\overrightarrow{S} = J\int_S dS * \frac{I}{\pi a^2} \Longrightarrow \pi r^2 = \frac{I}{a^2}r^2$,

тогда из первого уравнения Максвелла следует, что

$H(r)2\pi r = \frac{I}{a^2}r^2 \Longrightarrow H(r) = \frac{Ir}{2\pi a^2}$,

а так же, так как $\overrightarrow{B} = \mu(r)\overrightarrow{H}$, то

$B(r) = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}$.

Тогда для случая 2 $r \geq a$, будет

$\int_S \overrightarrow{J} d\overrightarrow{S} = I$,

тогда

$H(r)2\pi r = I \Longrightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r}$,

а так же, так как $\overrightarrow{B} = \mu(r)\overrightarrow{H}$, то

$B(r) = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}$.

Итак подведем итог

$H = \frac{I}{2\pi r}$ при r > R, $H = \frac{Ir}{2\pi a^2}$ при r < R , и

$B = \frac{I\mu(r)}{2\pi r}$ при r > R, $B = \frac{Ir\mu(r)}{2\pi a^2}$ при r < R.

Построим графики для полученных функций:

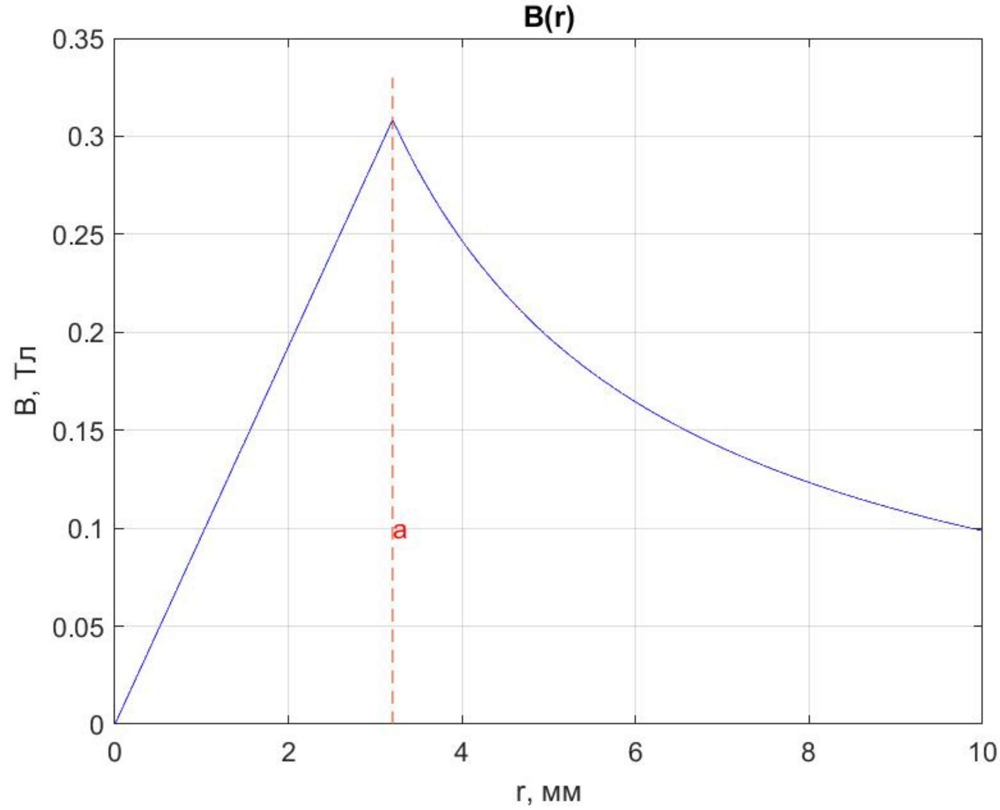

График 1. H(r)

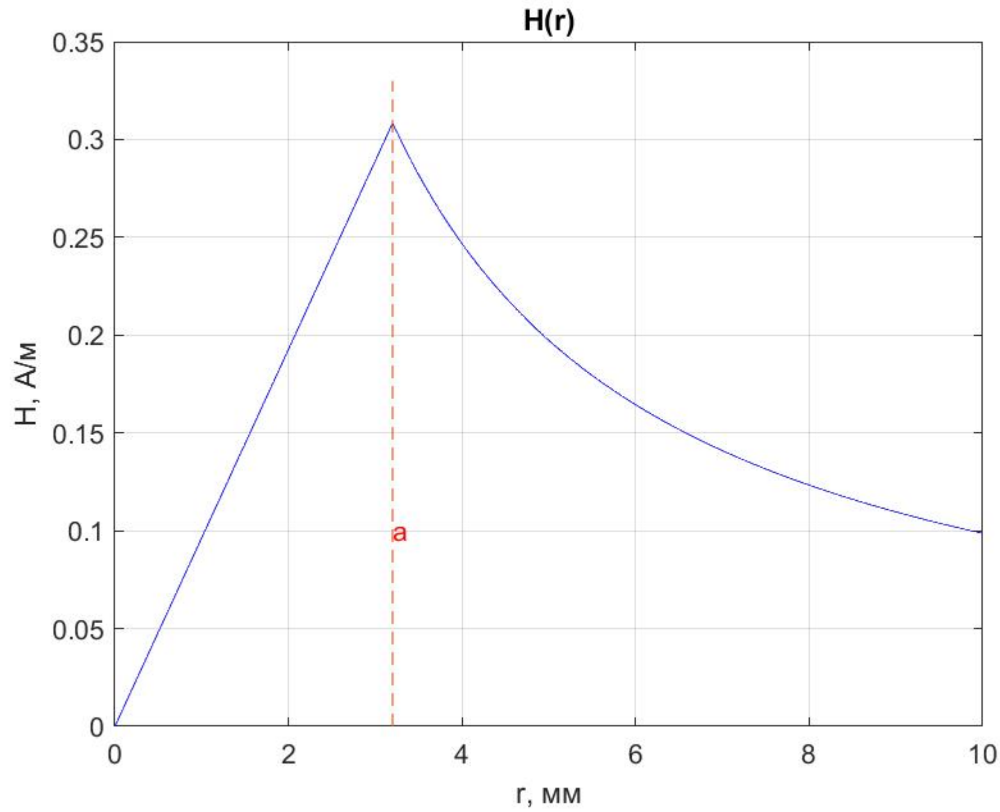

График 2. B(r)

Задание № 4

Условие.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в неограниченном пространстве без потерь. Диэлектрическая проницаемость среды – εa, магнитная проницаемость среды – μa, амплитуда напряженности электрического поля – Em, частота – f. Записать выражения для мгновенных значений напряженностей электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны. Определить основные параметры волны. Исходные данные: εa = ε0 εr; εr = 2+N/10; μa= μ0*μr; μr = 1+N/10; Em[мВ/м] = 50+N; f [Гц] = (M+N/20)*10^9 .

Решение.

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну с линейной поляризацией, которая распространяется в бесконечной и однородной среде. В этом случае из общего уравнения для плоской электромагнитной волны имеем:

$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_m\cos(\omega t - kz) \\ H_x(z,t) = H_m\cos(\omega t - kz) \end{cases}$$

Средой без потерь называют среду, в которой отсутствуют потери энергии при распространении электромагнитной волны. Для такой среды

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}.$$

В таком случеа изобразим на рис. 1 мгновенную картину полей плоской электромагнитной волны в среде без потерь.

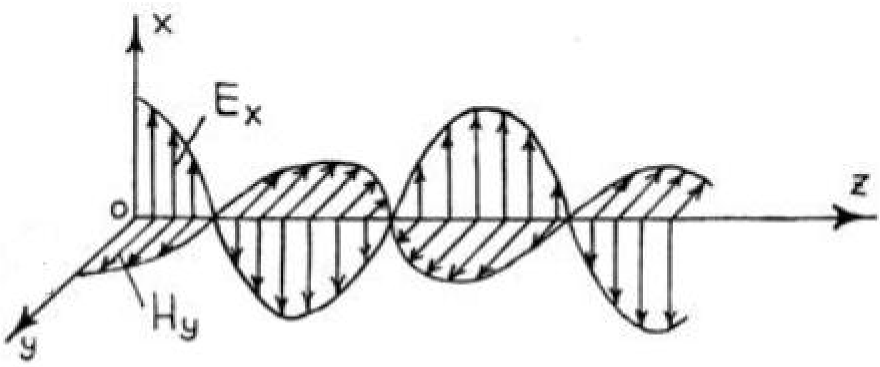

Рис.1 – Плоская электромагнитная волна в среде без потерь

Коэффициент E_m нам известен, найдем H_m

$$H_m = \frac{E_m}{Z_c},$$

где Z_c - это коэффициент пропорциональности между составляющими электрического и магнитного поля равен характеристическому (волновому) сопротивлению среды

$$Z_c = \frac{\omega\mu_a}{k} = \frac{\omega\mu_a}{\omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}},$$

тогда Z_c = 311,616. Теперь найдем H_m, оно будет равно H_m = 0,199 мА/м. Определим ω и k,

$$\omega = 2\pi\nu,$$

тогда $\omega = 3,52 * 10^{10}$ рад/с, а k = 310,51 м^(-1). Так же найдем другие характерстики волны: период, длину волны и фазовой скоростью. Период находится из формулы

$$T = \frac{1}{\nu},$$

где $T \approx 1,8 * 10^{-10}$ с. Длина волны следует из

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda} \Longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

λ = 0,02 м. Рассмотрим основные характеристики плоской электромагнитной волны на примере составляющей электрического поля волны:

$$E_x(z,t) = E_m \cos(\omega t - kz),$$

в нем $(\omega t - kz)$ – есть фаза волны, которая зависит от времени t и от пространственной координаты z. Геометрическое место точек, в которых электромагнитное поле имеет одинаковую фазу ($(\omega t - kz)$ = const), называется фазовым или волновым фронтом волны. Для плоской электромагнитной волны фронт волны представляет собой плоскость z = const. Скорость перемещения фазового фронта называется фазовой скоростью $V_ф$ волны. Определим $V_ф$ плоской электромагнитной волны, для чего зафиксируем фазу поля $(\omega t - kz)$ = const и продифференцировав ее по времени, получим

$$\omega - k\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}z = 0.$$

Тогда отсюда можно получить

$$V_\phi = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} z = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 * 10^8$ м/с - скорость света. А $V_\phi \approx 1,1331 * 10^8$ м/с. Дисперсией называется зависимость фазовой скорости от частоты. Как следует из уравнения для V_ϕ плоская электромагнитная волна в среде без потерь не обладает дисперсией.

Задание № 5