Электродинамика
и распространение радиоволн

Лекции

Русов Юрий Сергеевич

2 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

2.1 Основные уравнения

Уравнения Максвелла в символической форме.

Если электромагнитное поле возбуждается монохроматическим источником

$$\mathbf{J}^{\text{ст}} = \mathbf{J}_m^{\text{ст}} \cos(\omega t + \varphi_J),$$

то поле у источника также имеет монохроматический характер:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \cos(\omega t + \varphi_E), \tag{2.1}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_m \cos(\omega t + \varphi_H). \tag{2.2}$$

Уравнения Максвелла в символической форме

Выражение (2.1) можно представить в виде

$$E = \frac{\dot{E} + \dot{E}^*}{2}, \qquad (2.3)$$

или

$$E = \mathrm{Re}\left\{\dot{E}\right\}, \qquad (2.4)$$

где

$$\dot{E} = \dot{E}_m \, \mathrm{e}^{i\,\omega t} = E_m \, \mathrm{e}^{i\,(\omega t + \varphi_E)},$$

$$\dot{E}^* = \dot{E}_m^* \, \mathrm{e}^{-i\,\omega t} = E_m \, \mathrm{e}^{-i\,(\omega t + \varphi_E)}. \qquad (2.5)$$

Уравнения Максвелла в символической форме

В случае линейной среды первые два уравнения Максвелла в символической форме имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_m(\omega) &= i\,\omega\,\tilde{\varepsilon}_a(\omega)\dot{\mathbf{E}}_m(\omega)+\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}}(\omega),\\ \operatorname{rot}\dot{\mathbf{E}}_m(\omega) &= -i\,\omega\,\tilde{\mu}_a(\omega)\dot{\mathbf{H}}_m(\omega), \end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

где $\tilde{\varepsilon}_a$ — комплексная диэлектрическая проницаемость, выполняющая функцию диэлектрической проницаемости проводящей среды.

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon'_a - i\,\varepsilon''_a, \qquad (2.7)$$

где

$$\varepsilon'_a = \varepsilon_a, \qquad \varepsilon''_a = \frac{\sigma}{\omega}.$$

Уравнения Максвелла в символической форме

Отношение

$$\frac{\varepsilon_a''}{\varepsilon_a'} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a},$$

равное модулю отношения плотностей тока проводимости и смещения, называется тангенсом угла электрических потерь среды

$$\operatorname{tg}\delta_{\text{э}} = \frac{\varepsilon_a''}{\varepsilon_a'} = \left|\frac{J_{\text{пр}}}{J_{\text{см}}}\right| = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a}. \qquad (2.8)$$

Мнимая часть комплексной проницаемости может быть обусловлена не только проводимостью, но и явлением гистерезиса, т. е. запаздыванием по фазе вектора **D** относительно вектора **E**. Оба эти фактора приводят к выделению тепла в веществе, т. е. потерям.

Уравнения Максвелла в символической форме

Разделение сред на проводники, полупроводники и диэлектрики может быть произведено по значению $\mathrm{tg}\delta_{э}$.

Если $J_{пр} >> J_{см}$, т. е. $\mathrm{tg}\delta_{э} \gg 1$, то током смещения можно пренебречь и такую среду рассматривать как проводник.

Если ток смещения значительно больше тока проводимости, то $\mathrm{tg}\delta_{э} \ll 1$, и такую среду можно рассматривать как диэлектрик.

Если токи проводимости и смещения примерно равны, то $\mathrm{tg}\delta_{э} \approx 1$, и среда является полупроводником.

Уравнения Максвелла в символической форме

Магнитная проницаемость также может быть комплексной величиной

$$\tilde{\mu}_a = \mu_a' - i\,\mu_a''.$$

Наличие мнимой части объясняется гистерезисом. Отношение

$$\mathrm{tg}\,\delta_{\text{м}} = \frac{\mu_a''}{\mu_a'} \qquad (2.9)$$

называется тангенсом угла магнитных потерь.

Уравнения Максвелла в символической форме

Уравнения Максвелла (2.6) при отсутствии стороннего тока имеют вид

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_m(\omega) = i\,\omega\tilde{\varepsilon}_a(\omega)\dot{\mathbf{E}}_m(\omega),$$

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{E}}_m(\omega) = -i\,\omega\tilde{\mu}_a(\omega)\dot{\mathbf{H}}_m(\omega). \qquad (2.10)$$

Система уравнений не изменится, если $\dot{\mathbf{H}}_m$ заменить на $\dot{\mathbf{E}}_m$, $\tilde{\varepsilon}_a$ на $-\tilde{\mu}_a$. Это свойство уравнений называется перестановочной двойственностью.

Волновые уравнения в символической форме.

Если среда линейна, то уравнения волновые уравнения для комплексных амплитуд векторов **E** и **H** имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\dot{\mathbf{E}}_m(\omega)+\dot{k}^2\dot{\mathbf{E}}_m(\omega)= j\omega\tilde{\mu}_a(\omega)\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}}(\omega),\\ &\Delta\dot{\mathbf{H}}_m(\omega)+\dot{k}^2\dot{\mathbf{H}}_m(\omega)=-\operatorname{rot}\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}}(\omega), \end{aligned}\right\} \quad (2.11)$$

где

$$\dot{k}=\omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_a\tilde{\mu}_a}=\omega\sqrt{(\varepsilon_a{'}-i\,\varepsilon_a{''})(\mu_a{'}-i\,\mu_a{''})}=\beta-i\,\alpha$$

– комплексный коэффициент распространения;

β – коэффициент фазы; α – коэффициент ослабления.

Волновые уравнения в символической форме

Используя векторный и скалярный потенциалы, перепишем выражения для векторов **E** и **H** в символической форме

$$\dot{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu_a} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}}, \qquad (2.11)$$

$$\dot{\mathbf{E}} = -\operatorname{grad} \dot{\varphi} - i\omega \dot{\mathbf{A}}.$$

Волновые уравнения для электромагнитных потенциалов в символической форме имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{A}} + \dot{k}^2 \dot{\mathbf{A}} &= -\tilde{\mu}_a \dot{\mathbf{J}}^{\text{ст}}, \\ \Delta \dot{\varphi} + \dot{k}^2 \dot{\varphi} &= -\dot{\rho}^{\text{ст}} / \tilde{\varepsilon}_a . \end{aligned}\right\} \qquad (2.12)$$

Волновые уравнения в символической форме

При отсутствии потерь $$k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$$

и выражения (2.12) имеют вид

$$\Delta\dot{\mathbf{A}} + k^2\dot{\mathbf{A}} = -\mu_a \dot{\mathbf{J}}^{\text{ст}},$$

$$\Delta\dot{\varphi} + k^2\dot{\varphi} = -\dot{\rho}^{\text{ст}}/\varepsilon_a .$$

С учетом временнóй зависимости при отсутствии потерь решения этих уравнений

$$\dot{\mathbf{A}} = \frac{\mu_a}{4\pi}\int_V \frac{\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{i\omega(t-r/v)}}{r}\,\mathrm{dV},$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_V \frac{\dot{\rho}_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{i\omega(t-r/v)}}{r}\,\mathrm{dV}.$$

Волновые уравнения в символической форме

Для комплексных амплитуд решения имеют вид

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{A}}_m &= \frac{\mu_a}{4\pi}\int\limits_V \frac{\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{r}\,\mathrm{d}V,\\ \dot{\varphi}_m &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int\limits_V \frac{\dot{\rho}^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{r}\,\mathrm{d}V,\end{aligned}\right\} \qquad (2.13)$$

где вектор ***k*** численно равен $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \dfrac{\omega}{v}.$

Решения представляют суперпозицию сферических волн, расходящихся от точечных источников, сосредоточенных в объеме *V*.

Волновые уравнения в символической форме

Если объемное распределение токов и зарядов заменить линейным распределением по проводнику, то выражения (2.13) будут иметь вид

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{A}}_m &= \frac{\mu_a}{4\pi}\int\limits_L \frac{I_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{r}\,\mathrm{d}\mathbf{l}, \\ \dot{\varphi}_m &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int\limits_L \frac{\tau_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{r}\,\mathrm{d}l, \end{aligned}\right\} \qquad (2.14)$$

где $I_m^{\text{ст}}$ – амплитуда тока в проводнике; $\tau_m^{\text{ст}}$ – амплитуда линейного заряда (Кл/м).

Волновые уравнения в символической форме

Используя вектор Герца, перепишем выражения для векторов поля в комплексной форме

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}} &= \omega^2 \varepsilon_a \mu_a \dot{\mathbf{Z}} + \operatorname{grad}\operatorname{div}\dot{\mathbf{Z}},\\ \dot{\mathbf{H}} &= i\,\omega\varepsilon_a \operatorname{rot}\dot{\mathbf{Z}}.\end{aligned}\right\} \qquad (2.15)$$

Волновое уравнение для вектора Герца в комплексной форме имеет вид

$$\Delta\dot{\mathbf{Z}} + k^2\dot{\mathbf{Z}} = -\frac{1}{\varepsilon_a}\dot{\mathbf{p}}^{\text{ст}}, \qquad (2.16)$$

где $\dot{\mathbf{p}}^{\text{ст}} = \int \dot{\mathbf{J}}^{\text{ст}}\,\mathrm{d}t.$

Решение уравнения (2.16)

$$\dot{\mathbf{Z}}_m = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int\limits_V \frac{\dot{\mathbf{p}}_m^{\text{ст}}\,\mathrm{e}^{-i\,\mathbf{kr}}}{r}\,\mathrm{d}V. \qquad (2.17)$$

2.2 Энергетические соотношения и теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Энергетические соотношения. Действующие значения. Запишем с учетом (2.3) мгновенную плотность энергии монохроматического поля

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon_a E^2 + \mu_a H^2) = \frac{1}{8}[\varepsilon_a(\dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{E}}^*)^2 + \mu_a(\dot{\mathbf{H}} + \dot{\mathbf{H}}^*)^2], \tag{2.18}$$

мгновенную плотность мощности

$$p = (\mathbf{JE}) = \frac{1}{4}(\dot{\mathbf{J}} + \dot{\mathbf{J}}^*)(\dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{E}}^*), \tag{2.19}$$

мгновенное значение вектора Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi} = [\mathbf{EH}] = \frac{1}{4}[(\dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{E}}^*)(\dot{\mathbf{H}} + \dot{\mathbf{H}}^*)]. \tag{2.20}$$

Под мгновенным значением понимается значение в данный момент времени t.

Энергетические соотношения. Действующие значения.

Действующим или *эффективным* значением напряженности переменного поля $E_д$ называется значение постоянного поля E_0, действие которого эквивалентно переменному, т. е. за одно и то же время, равное целому числу периодов, в среде выделяется та же энергия.

Согласно данному определению

$$\sigma E_0^2 T = \sigma E_д^2 T = \int_o^T \sigma E^2 \, \mathrm{d}t.$$

Отсюда действующее значение напряженности электрического поля

$$E_д = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T E^2 \, \mathrm{d}t}.$$

Энергетические соотношения. Действующие значения.

Аналогично определяются действующие значения напряженности магнитного поля и плотности тока

$$H_{\text{д}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T H^2\,\mathrm{d}t}, \qquad J_{\text{д}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T J^2\,\mathrm{d}t}.$$

В случае монохроматического поля

$$E = E_m \cos(\omega t + \varphi_E)$$

$$E_{\text{д}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \qquad H_{\text{д}} = \frac{H_m}{\sqrt{2}}, \qquad J_{\text{д}} = \frac{J_m}{\sqrt{2}}.$$

Энергетические соотношения. Действующие значения.

Соответствующие комплексные действующие значения

$$\dot{E}_{\text{д}} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{i\,\phi_E},$$

$$\dot{H}_{\text{д}} = \frac{\dot{H}_m}{\sqrt{2}} = \frac{H_m}{\sqrt{2}} e^{i\,\phi_H},$$

$$\dot{J}_{\text{д}} = \frac{\dot{J}_m}{\sqrt{2}} = \frac{J_m}{\sqrt{2}} e^{i\,\phi_J}.$$

Энергетические соотношения. Действующие значения.

Среднее значение плотности энергии

$$w_0 = \frac{1}{4}(\varepsilon_a E_m^2 + \mu_a H_m^2) = \frac{1}{2}(\varepsilon_a E_д^2 + \mu_a H_д^2), \qquad (2.21)$$

среднее значение плотности мощности

$$p_0 = \mathrm{Re}(\dot{\mathbf{J}}_д \dot{\mathbf{E}}_д^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\dot{\mathbf{J}}_m^* \dot{\mathbf{E}}_m) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\dot{\mathbf{J}}_m \dot{\mathbf{E}}_m^*) = \mathrm{Re}\,\dot{p}, \qquad (2.22)$$

где $\dot{p} = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{J}}_m \dot{\mathbf{E}}_m^*)$ – комплексная плотность мощности.

Энергетические соотношения. Действующие значения.

Среднее значение вектора Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi}_0 = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[\dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*] = \mathrm{Re}[\dot{\mathbf{E}}_д \dot{\mathbf{H}}_д^*] = \mathrm{Re}\,\dot{\mathbf{\Pi}}, \qquad (2.23)$$

где

$$\dot{\mathbf{\Pi}} = \frac{1}{2}[\dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*] = \frac{1}{2}[\dot{\mathbf{E}}_m^* \dot{\mathbf{H}}_m] \qquad (2.24)$$

комплексный вектор Пойнтинга.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме.

Квадратичное соотношение, связывающее комплексные амплитуды, аналогичное теореме Умова-Пойнтинга, получим, умножив уравнение, комплексно сопряженное с первым уравнением системы (2.6) на $\dot{\mathbf{E}}$, а второе уравнение на $\dot{\mathbf{H}}^*$, и проделав те же преобразования, что и при выводе теоремы Умова-Пойнтинга.

$$\operatorname{div}[\dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*] + i\,\omega(\tilde{\mu}_a H_m^2 - \tilde{\varepsilon}_a^* E_m^2) + (\dot{\mathbf{J}}_m^{\text{ст}*} \dot{\mathbf{E}}_m) = 0.$$

(2.25)

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

$$\dot{\mathbf{\Pi}} = \frac{1}{2}[\dot{\mathbf{E}}_m \dot{\mathbf{H}}_m^*]$$ – комплексный вектор Пойнтинга;

$$p_{э0} = \frac{\omega \varepsilon_a''}{2} E_m^2$$ – средняя плотность мощности электрических потерь;

$$p_{м0} = \frac{\omega \mu_a''}{2} H_m^2$$ – средняя плотность мощности магнитных потерь;

$$w_{э0} = \frac{\varepsilon_a'}{4} E_m^2$$ – средняя плотность электрической энергии;

$$w_{м0} = \frac{\mu_a'}{4} H_m^2$$ – средняя плотность магнитной энергии;

$$\dot{p}^{ст} = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{J}}_m^{ст*} \dot{\mathbf{E}}_m)$$ – комплексная плотность мощности сторонних источников.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Выражение (2.25) с учетом принятых обозначений

$$\operatorname{div}\dot{\mathbf{\Pi}} + 2i\omega(w_{\text{м}0} - w_{\text{э}0}) + (p_{\text{м}0} + p_{\text{э}0}) + \dot{p}^{\text{ст}} = 0,$$

или в интегральной форме

$$\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S} + 2i\omega(W_{\text{м}0} - W_{\text{э}0}) + (P_{\text{м}0} + P_{\text{э}0}) + \dot{P}^{\text{ст}} = 0, \tag{2.26}$$

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

$$W_{м0} = \int_V w_{м0}\, \mathrm{d}V$$ – среднее значение магнитной энергии в объеме *V*;

$$W_{э0} = \int_V w_{э0}\, \mathrm{d}V$$ – среднее значение электрической энергии в объеме *V*;

$$P_{м0} = \int_V p_{м0}\, \mathrm{d}V$$ – среднее значение мощности магнитных потерь в объеме *V*;

$$P_{э0} = \int_V p_{э0}\, \mathrm{d}V$$ – среднее значение мощности электрических потерь в объеме *V*;

$$\dot{P}^{ст} = \int_V \dot{p}^{ст}\, \mathrm{d}V$$ – комплексная мощность сторонних источников, распределенных в объеме *V*.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Приравнивая в (2.26) действительные части, получим

$$\mathrm{Re}\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S} + P_{э0} + P_{м0} + \mathrm{Re}\,\dot{P}^{ст} = 0,$$

$$\oint_S \mathbf{\Pi}_0\,d\mathbf{S} + P_{э0} + P_{м0} + P_0^{ст} = 0. \qquad (2.27)$$

$$\mathrm{Re}\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S} = \oint_S \mathbf{\Pi}_0\,d\mathbf{S}$$

– поток усредненного вектора Пойнтинга или действительная (активная) мощность излучения через поверхность *S*, ограничивающую исследуемый объем *V*;

$\mathrm{Re}\,\dot{P}^{ст} = P_0^{ст}$ – действительная (активная) мощность сторонних источников.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Если $P_0^{\text{ст}} < 0$,то сторонние источники отдают энергию полю и выражение (2.27) перепишется в виде

$$\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}_0 \, d\mathbf{S} + P_{\text{э}0} + P_{\text{м}0} = -P_0^{\text{ст}}.$$

Если $P_0^{\text{ст}} > 0,$ то сторонние источники извлекают энергию

$$-\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}_0 \, d\mathbf{S} = P_{\text{э}0} + P_{\text{м}0} + P_0^{\text{ст}}.$$

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Приравнивая в соотношении (2.26) мнимые части, получим

$$\operatorname{Im}\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S} + 2\omega(W_{\text{м}0} - W_{\text{э}0}) + \operatorname{Im}\dot{P}^{\text{ст}} = 0$$

или

$$\operatorname{Im}\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S} + P_r + P_r^{\text{ст}} = 0, \qquad (2.28)$$

$\operatorname{Im}\oint_S \dot{\mathbf{\Pi}}\,d\mathbf{S}$ – значение реактивной мощности излучения через поверхность *S*;

$\operatorname{Im}\dot{P}^{\text{ст}} = P_r^{\text{ст}}$ – реактивная мощность источников, распределенная в объеме *V*;

$2\omega(W_{\text{м}0} - W_{\text{э}0}) = P_r$ – реактивная мощность, запасенная в объеме *V*.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

В общем случае среды с потерями отношение

$$\frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \sqrt{\frac{\tilde{\mu}_a}{\tilde{\varepsilon}_a}} = \sqrt{\frac{\mu_a'(1-i\ \mathrm{tg}\,\delta_{\text{м}})}{\varepsilon_a'(1-i\ \mathrm{tg}\,\delta_{\text{э}})}} \qquad (2.29)$$

является комплексной величиной, и напряженности электрического и магнитного полей не совпадают по фазе.

Если $\mathrm{tg}\,\delta_{\text{э}} = \mathrm{tg}\,\delta_{\text{м}}$ или $\dfrac{\mu_a''}{\mu_a'} = \dfrac{\varepsilon_a''}{\varepsilon_a'}$, (2.30)

то $$\frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \sqrt{\frac{\mu_a'}{\varepsilon_a'}} \qquad (2.31)$$

является действительной величиной, и сдвиг по фазе между электрическим и магнитным полем отсутствует.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

При этом вектор Пойнтинга направлен в одну сторону.

В этом случае все составляющие уравнения (2.28) равны нулю и обмен энергией между сторонними источниками и полем отсутствует.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Если объем *V* изолирован и $\oint\limits_S \dot{\mathbf{\Pi}} \, d\mathbf{S} = 0,$

то в общем случае согласно (2.28)

$$P_r = -P_r^{\text{ст}}, \qquad (2.32)$$

происходит обмен энергией между сторонними источниками и полем.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме

Если запасенная энергия постоянна во времени, т. е.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \frac{\mu_a H^2 + \varepsilon_a E^2}{2}\,\mathrm{d}V = 0,$$

что возможно, если электрическое и магнитное поля сдвинуты по фазе во времени на π/2 и запасенная в объеме *V* электрическая и магнитная энергии равны.

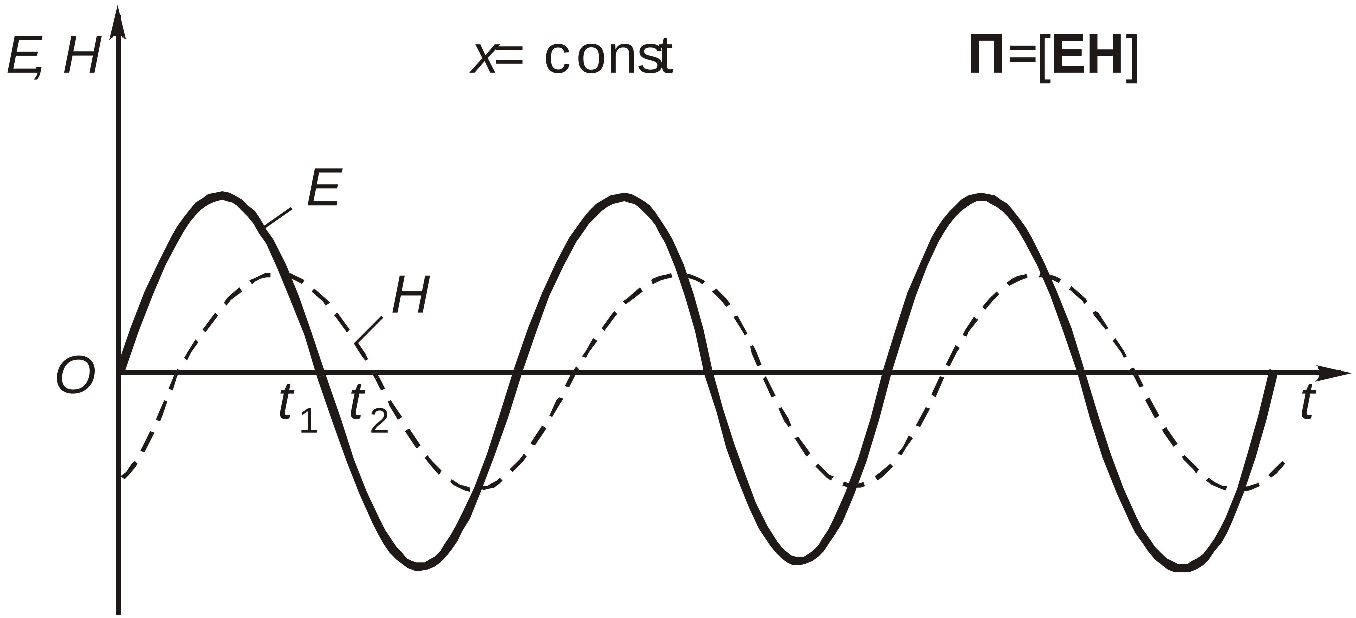
При этом

$$P_r = 0,$$

следовательно, согласно (2.32) и $P_r^{\text{ст}} = 0,$

т. е. обмен энергией между полем и источником отсутствует, но происходит обмен энергией между электрическим и магнитным полем. Такой электромагнитный процесс называется электрическим резонансом.

Теорема Умова-Пойнтинга в комплексной форме



Условия резонанса при данных геометрических размерах изолированного объема и параметрах заполняющей среды могут быть удовлетворены подбором частоты (резонансная частота) или при данной частоте – подбором геометрических размеров объема (резонансный объем).