

## FINITE-DIFFERENCE TIME-DOMAIN (FDTD) METHOD

Simulation of the 1d time-dependent Schrodinger equation ('real-time, real-space' method)

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(x, t) + U(x) \Psi(x, t)$$

$$\Psi(x, t) = \Psi(n \cdot \Delta x, m \cdot \Delta t) = \Psi^m(n)$$

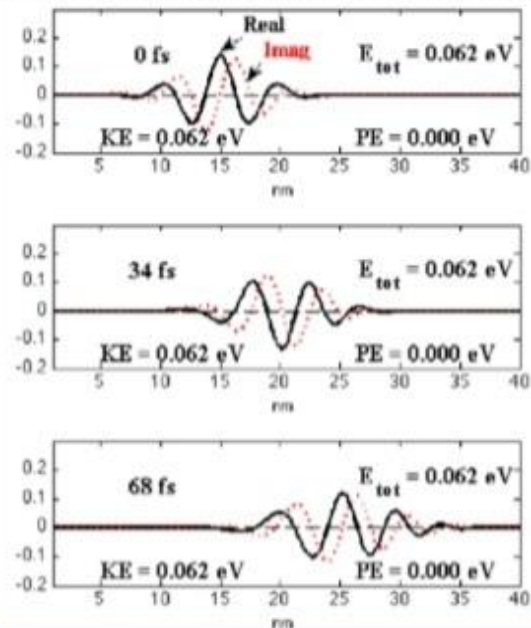
Leapfrogging technique между Re и Im членами:

$$\begin{aligned} \Psi_{Real}^{m+1}(n) &= \Psi_{Real}^m(n) - \frac{\hbar}{2m} \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left[ \Psi_{Im}^{m+\frac{1}{2}}(n-1) - 2\Psi_{Im}^{m+\frac{1}{2}}(n) + \Psi_{Im}^{m+\frac{1}{2}}(n+1) \right] + \frac{\Delta t}{\hbar} U(n) \Psi_{Im}^{m+\frac{1}{2}}(n); \\ \Psi_{Im}^{m+\frac{3}{2}}(n) &= \Psi_{Im}^{m+\frac{1}{2}}(n) + \frac{\hbar}{2m} \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left[ \Psi_{Real}^{m+1}(n-1) - 2\Psi_{Real}^{m+1}(n) + \Psi_{Real}^{m+1}(n+1) \right] - \frac{\Delta t}{\hbar} U(n) \Psi_{Real}^{m+1}(n); \end{aligned}$$

$$\leq 0,15 \Leftrightarrow \text{Если } \Delta x = 0,1 \text{ нм} \Rightarrow \Delta t = 0,02e-15 = 0,02 \text{ фс.}$$

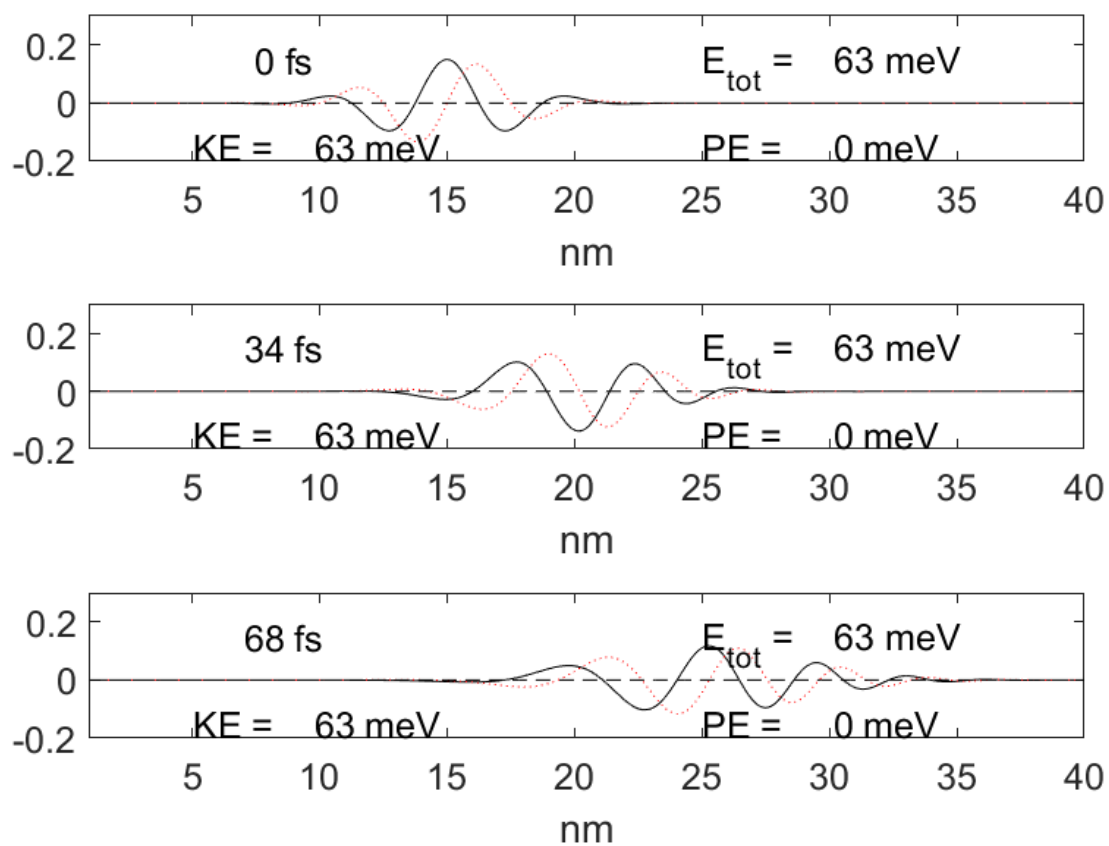
## Упражнение

Моделирование движения частицы в свободном пространстве в положительном направлении оси x. Время:  $m = [1 \ 1700 \ 3400]$

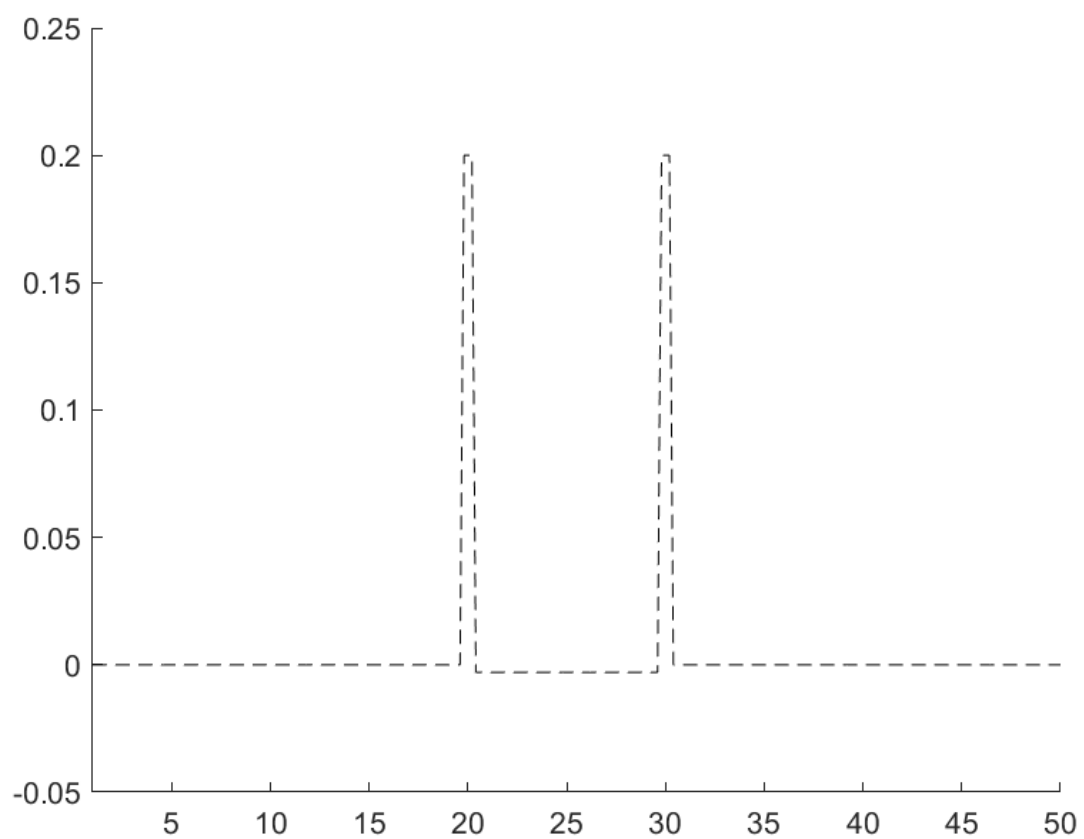


Решение:

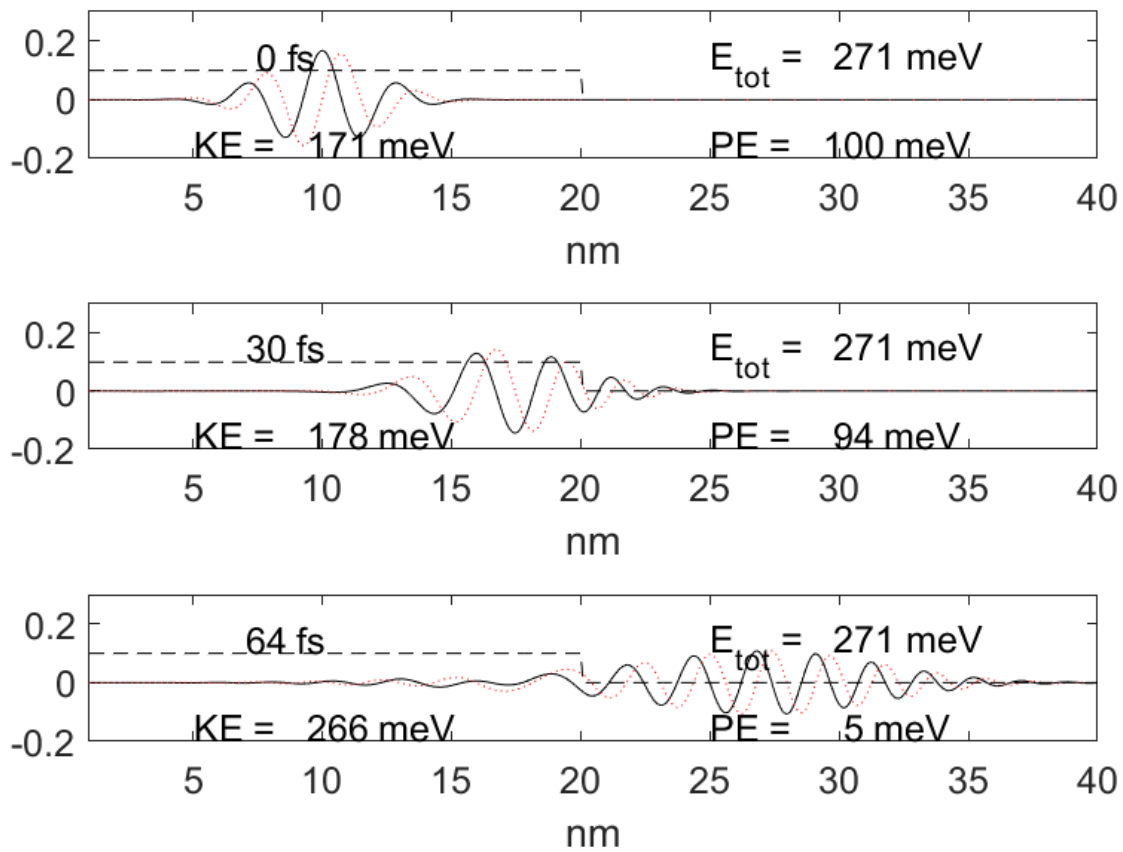
Задание 1:



Задание 2:



Тестовое задание:



Код Matlab:

```
cla reset;
hold on;
load("constans.mat");
```

#### • Константы и значения

```
i = sqrt(-1);
%Nr = 400; % Количество точек в проблемном пространстве Nr = 400;
Nr = 250;
T = 0;
Nstep=1;
time = [1 1699 1700]; % 1 1699 1700
meff = 1; % эффективная масс: Si is 1.08, Ge is 0.067, GaAs is 0.55
m = meff * m0; % Масса электрона
% dx = 0.1e-9; % Размер ячейки dx = 0.1e-9;
dx = 0.2e-9;
% dt = 2e-17; % Временные шаги dt = 0.2e-17;
dt = 1e-16;
```

$$ra = \frac{\hbar}{2m} * \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$$

```
ra = (hbar / (2 * m)) * (dt / (dx)^2) % Коэффициент номер 1, должен быть меньше < 0.15
```

```
ra = 0.1447
```

ra < 0.15 -> возможна связь

```
DX = dx * 1e9; % Целое количество нм
```

```
XX = (1:Np) * DX; % Длина в нм для построения графика
```

```
Dsquared = (diag(ones(1,Np-1),1) - 2 * diag(ones(1,Np)) + diag(ones(1,Np-1),-1)); % диагональ
```

### • Потенциал

```
V = zeros(1,Np)'; % 0..- => ' => 0|.. вертикальной сделает
```



```
nc_b1 = 2/5*Np;
```

```
nc_b2 = 3/5*Np;
```

```
% создание барьеров высотой 0.2эВ
```

```
V(nc_b1-1:nc_b1+1)=0.2*eV2J;
```

```
V(nc_b2-1:nc_b2+1)=0.2*eV2J;
```

```
% имитация напряжение на затворе
```

```
V(nc_b1+2:nc_b2-2)=-0.003*eV2J;
```

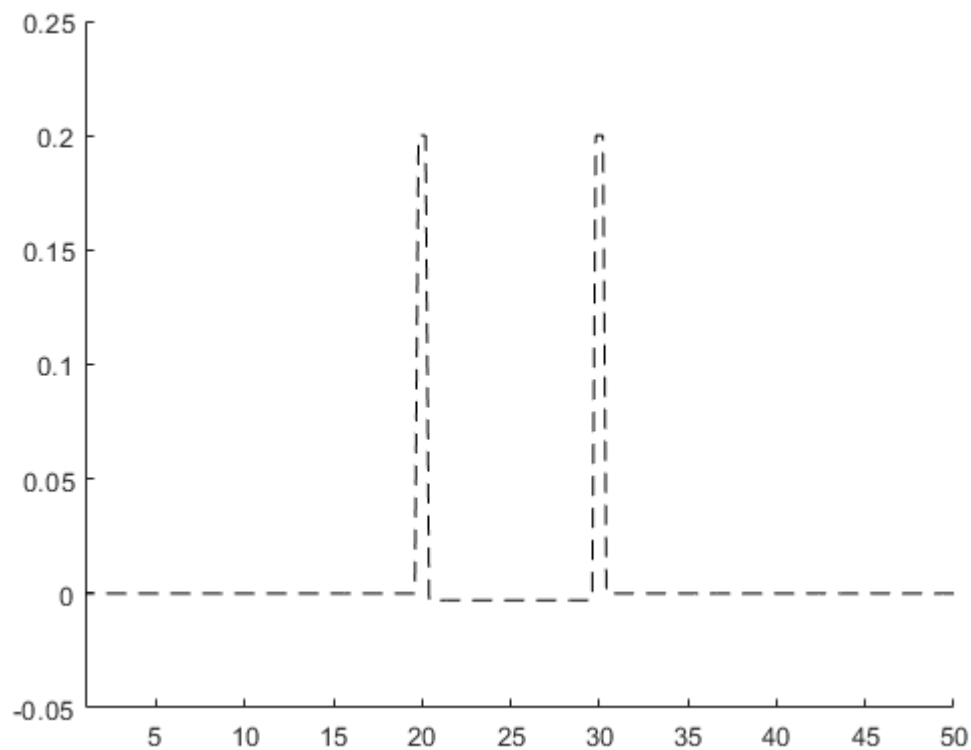
```
V(0.4*Np-1:0.4*Np+1)=0.2*eV2J;
```

```
V(0.6*Np-1:0.6*Np+1)=0.2*eV2J;
```

```
V(0.4*Np+2:0.4*Np-2)=-0.003*eV2J;
```

```
axis([ 1 DX*Np -0.05 0.25 ])
```

```
plot(XX,J2eV*V, '-k')
```



```
% saveas(gcf, 'MOSFET.png')
```

**ВСЕ ЧТО НИЖЕ ДЛЯ ЭТОЙ ЗАДАЧИ ИЗЛИШНЕ.**

- Инициализируем синусоидальную волну в гауссовой огибающей

```
lambda = 30; % Длина волны импульса % для того чтобы была как в из усл. 50
% lamda_test = lambda * dx * 1e9
sigma = 20; % Ширина импульса % для того чтобы была как в из усл. 25
nc = 100; % для того чтобы была как в из усл. 150
n=(1:Np)';
```

$$P = e^{-\frac{(n - \text{исходное положение})^2}{2 * \text{ширина импульса}^2}} * \left( \cos\left(2\pi \frac{n - \text{исходное положение}}{\text{длина волны}}\right) + i * \sin\left(2\pi \frac{n - \text{исходное положение}}{\text{длина волны}}\right) \right)$$

```
Pulse = exp(-0.5*((n-nc)/sigma).^2).*(cos(2*pi*(n-nc)/lambda) + i*sin(2*pi*(n-nc)/lambda));
PulseReal = real(Pulse); % Реальная часть импульса
PulseImag = imag(Pulse); % Мнимая часть импульса
PulseZ = PulseReal + i*PulseImag; % И мнимая и реальная часть импульса
```

- Нормируем её и проверяем

$$N = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$$

```
PulseNormal = sqrt(sum(PulseZ.*conj(PulseZ))); % Константа нормализации
PulseReal = PulseReal / PulseNormal;
PulseImag = PulseImag / PulseNormal;
PulseZ = PulseReal + i*PulseImag;
control = sqrt(sum(PulseZ.*conj(PulseZ)));
PulseNormal = sqrt(sum(PulseZ.*conj(PulseZ))) % Константа нормализации
```

```
PulseNormal = 1
```

#### • PDTD

```
for n_step = 1:3
```

#### • Главные вычисления

```
for mm=1:time(n_step)
    T = T + 1;
```

$$\Psi_{\text{Real}}(n) = \Psi_{\text{Real}}^m(n) - \frac{\hbar}{2m} * \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} * \Psi_{\text{Imag}}[(n-1) - 2 * (n) + (n+1)] + \frac{\Delta t}{\hbar} U(n) \Psi_{\text{Imag}}$$

```
PulseReal = PulseReal - ra*Dsqared*PulseImag + (dt/hbar)*V.*PulseImag;
```

$$\Psi_{\text{Imag}}(n) = \Psi_{\text{Imag}}^m(n) + \frac{\hbar}{2m} * \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} * \Psi_{\text{Real}}[(n-1) - 2 * (n) + (n+1)] - \frac{\Delta t}{\hbar} U(n) \Psi_{\text{Real}}$$

```
PulseImag = PulseImag + ra*Dsqared*PulseReal - (dt/hbar)*V.*PulseReal;
end
subplot(3,1,Nstep)
plot(XX,PulseReal,'k','Color','black')
hold on
plot(XX,PulseImag,':k','Color','red')
plot(XX,J2eV*V,'--k') % потенциальная энерги
hold off
axis( [ 1 DX*Np -0.2 0.3 ])
xlabel('nm')
set(gca,'fontsize',12)
Nstep=Nstep+1;
```

#### • Подписываем график

```
% ----- Проверяем нормализацию -----
PulseZ = PulseReal+i*PulseImag;
PulseZ'*PulseZ
PulseNormal = sqrt(sum(PulseZ.*conj(PulseZ)));
% ----- Вычислите ожидаемые значения -----
KE = J2eV * real(-(hbar/dx)^2/(2*m)*PulseZ'*(Dsqared*PulseZ))*1e3; % Кинетическая энергия
PE = J2eV * PulseZ' * (V.*PulseZ)*1e3; % Потенциальная энергия
TT = text(5,.15,sprintf('%7.0f fs',T*dt*1e15));
set(TT,'fontsize',12)
TT = text(5,-.15,sprintf('KE = %5.0f meV',KE));
```

```

set(TT,'fontsize',12)
TT = text(25,-.15,sprintf('PE = %5.0f meV',PE));
set(TT,'fontsize',12)
TT = text(25,.13,sprintf('E_t_o_t = %5.0f meV',KE+PE));
set(TT,'fontsize',12)

```

- Сохраняем график

```

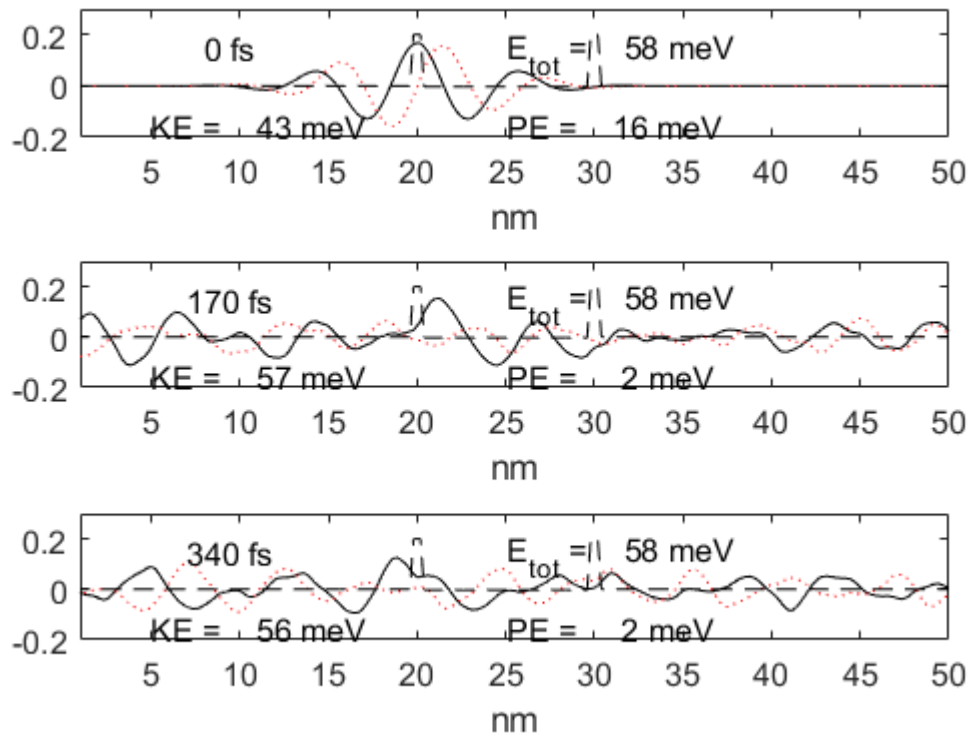
% saveas(gcf,'first_task.png')    % This saves the picture to a file
end

```

```

ans = 1.0001
ans = 1.0004
ans = 1.0007

```



- Время:

```

datetime('now')

```

```

ans = datetime
16-Dec-2021 19:57:56

```