

Андреев А.Г., Лунёва Л.А., Макаров А.М.

**Измерение составляющих
магнитного поля Земли
методом наложения внешнего поля**

Методические указания к лабораторной работе Э80

Цель работы:

- ознакомиться с современными физическими представлениями о магнитном поле Земли,
- ознакомиться с экспериментальными приборами исследования магнитных явлений;
- измерить составляющие вектора магнитной индукции магнитного поля Земли в месте нахождения экспериментальной установки;
- убедиться в правильности показаний тесламетра на основе датчика Холла.

Экспериментальное оборудование:

магнитный компас, кольца Гельмгольца, магнитометр на основе датчика Холла, блок питания, соединительные провода и приборы измерения силы тока и напряжения на клеммах источника питания.

Содержание руководства:

- В теоретической части приведены краткие сведения о магнитном поле Земли, необходимые сведения о магнитном поле замкнутого проводника с током, введено понятие магнитного диполя, подчёркнута возможность описать магнитное поле Земли как поле специально ориентированного магнитного диполя, пояснена разница определений «географические» и «магнитные» координаты земной поверхности (эффект магнитного склонения) и определено понятие «магнитное наклонение». Показано преимущество использования колец Гельмгольца по сравнению с одиночным круговым кольцом с током при измерении «внешнего» магнитного поля. Описан принцип действия измерителя магнитной индукции (тесламетра) на основе датчика Холла.
- В экспериментальной части содержится подробная инструкция по выполнению измерений и обработке их результатов измерений.
- В Приложение вынесены такие вопросы как общее описание магнитного поля Земли и краткая история открытия магнитных явлений и изучения магнитного поля Земли.

Теоретическая часть.

Введение.

Магнитное поле проявляется в действии на магнитную стрелку, на рамку с током, на движущийся заряд. На рамку с током и на магнитную стрелку магнитное поле оказывает ориентирующее и силовое действие, на прямой проводник с током и на движущийся заряд в магнитном поле действует сила, перпендикулярная току и направлению движения заряда.

Для наглядного изображения стационарных магнитных полей используют силовые линии. Силовыми линиями магнитного поля (линиями магнитной индукции) называются линии, проведённые в пространстве так, что в каждой точке поля касательная к линии магнитной индукции совпадает с направлением вектора \vec{B} в этой точке поля. Эти линии непрерывны. В отличие от потенциального электрического поля, где силовые линии начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных, магнитное поле является *соленоидальным* или *вихревым*: его силовые линии всегда замкнуты и не пересекаются друг с другом.. Другими словами, магнитное поле не имеет магнитных зарядов как источников поля.

В отличие от электрического поля силовую характеристику магнитного поля по причинам исторического характера называют не напряжённостью, а *индукцией*. Магнитная индукция \vec{B} магнитного поля – это векторная физическая величина. Обычно её вводят путём рассмотрения действия магнитного поля на маленькую пробную рамку с током.

Как и в случае пробного заряда в электростатике, такая рамка должна удовлетворять определённым требованиям. Во-первых, рамка должна быть плоской и иметь достаточно малые размеры, чтобы по её поведению можно было судить о магнитном поле в малой области пространства (в «точке»). Во-вторых, ток в рамке должен быть достаточно мал, чтобы его влиянием на источники измеряемого магнитного поля можно было пренебречь.

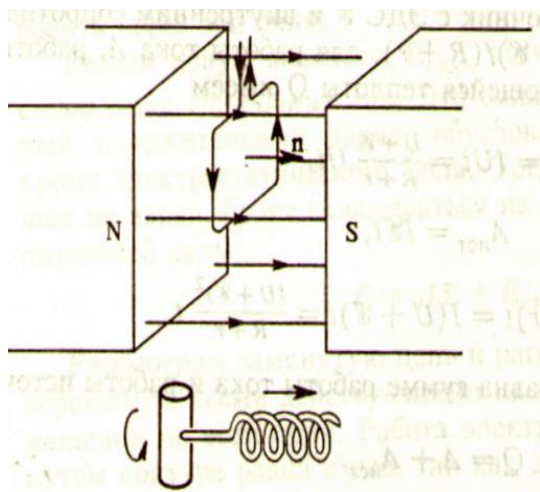


Рис.1. Рамка с током в магнитном поле

По определению, направление вектора \vec{B} совпадает с направлением нормали к свободной пробной рамке с током, установившейся в магнитном поле (см. рис. 1). За направление нормали \vec{n} к плоскости рамки принимают то направление, в котором будет перемещаться винт с правой нарезкой (штопор), если вращать его по направлению тока в рамке.

Если повернуть рамку на некоторый угол α ($\alpha \equiv (\vec{B}, \vec{n})$) относительно её установившегося положения ($\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{n}$), то, как показывает опыт, на рамку будет действовать момент сил, пропорциональный силе тока в рамке, её площади S и синусу угла поворота:

$$M \approx I S \sin \alpha.$$

Этот вращающий момент максимален, когда рамка ориентирована перпендикулярно магнитным линиям ($\vec{n} \perp \vec{B}$), т.е. когда $\sin \alpha = 1$: $M_{\max} \sim I S$. Отношение максимального вращающего момента к произведению тока I на площадь поперечного сечения рамки S характеризует магнитное поле в том месте, где расположена рамка. Это отношение и принимают по определению за модуль B вектора магнитной индукции в системе единиц СИ:

$$B = \frac{M_{\max}}{I S}.$$

За единицу магнитной индукции принята индукция такого поля, в котором на контур площадью 1 м^2 при силе тока 1 А действует максимальный вращающий момент $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Такая единица называется тесла (Тл):

$$1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2}.$$

Направление магнитных силовых линий в каждой точке пространства совпадает с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} . Как и в случае электрического поля, картину магнитных силовых линий можно сделать «видимой». Для этого используют мелкие железные опилки, которые в магнитном поле намагничиваются и, подобно маленьким магнитным стрелкам, ориентируются вдоль силовых линий. На рисунке 2 приведены получаемые таким образом картины магнитных полей: а) поле кругового тока, б) поле длинной катушки-соленоида, в) поле прямого постоянного магнита.

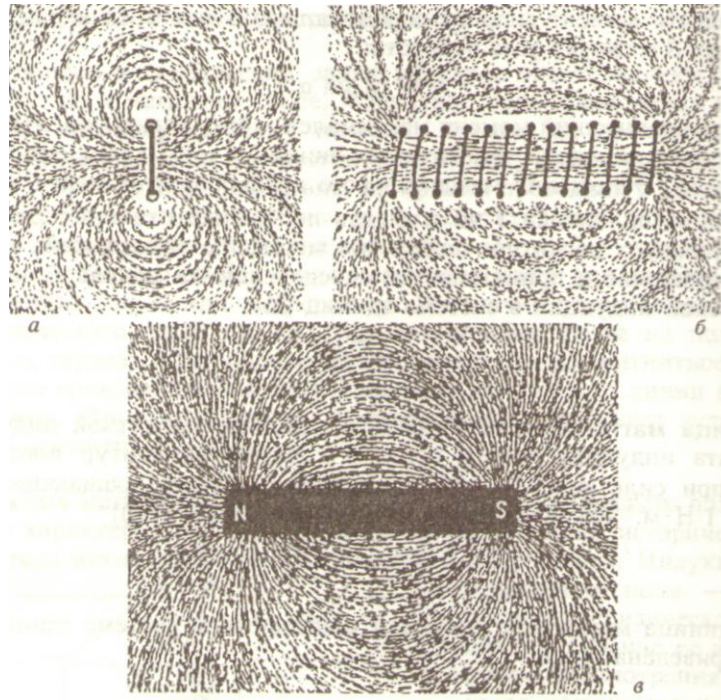


Рис.2. Примеры визуализации магнитных полей токов.

Для расчёта магнитных полей, создаваемых заданными токами, нужно учесть, что индукция магнитного поля, создаваемого текущим по проводнику током, определяется совместным действием всех отдельных участков проводника. Магнитное поле удовлетворяет принципу суперпозиции, т.е. принципу независимого действия полей, учитывающему векторный характер магнитной индукции:

$$\vec{B} = \int d\vec{B},$$

где $d\vec{B}$ - магнитная индукция магнитного поля, созданного элементом тока $I d\vec{l}$ проводника с током. На опыте невозможно осуществить отдельный участок тока, так что нельзя непосредственно измерить и создаваемое им поле. Измерить можно только суммарную индукцию магнитного поля, создаваемого всеми элементами замкнутого тока. Существует закон, называемый **законом Био-Савара-Лапласа**, применяя который к участкам проводника произвольной формы (в условиях магнитостатики), можно во всех случаях рассчитать значение результирующей индукции магнитного поля. Следует заметить, что расчёт результирующей индукции магнитного поля с помощью закона Био-Савара-Лапласа выполняется наиболее просто, если поле, созданное проводником с током, обладает определённым типом симметрии. В отсутствие симметрии расчёт тоже возможен, но уже с использованием современных вычислительных средств.

1. Магнитное поле контура с током.

В условиях магнитостатики имеет место закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \equiv \text{rot} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \text{rot}(d\vec{A}) \quad (1)$$

Здесь $d\vec{B}$ - дифференциал вектора магнитной индукции, μ_0 - магнитная постоянная, I - сила электрического тока, $d\vec{l}'$ - направленный элемент контура, \vec{r}' - радиус-вектор расположения элемента контура с током, \vec{r} - радиус-вектор точки наблюдения, $d\vec{A}$ - дифференциал векторного потенциала магнитного поля.

Для векторного поля \vec{B} справедлива теорема Гаусса в дифференциальной форме: $\text{div } \vec{B} = 0$. Поле \vec{B} можно представить в виде ротора вспомогательного векторного поля \vec{A} , называемого векторным потенциалом:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}, \quad (2)$$

поскольку $\text{div } \text{rot } \vec{A} \equiv 0, \quad \forall \vec{A}$. Понятием векторного потенциала магнитного поля можно пользоваться для расчёта магнитного поля, образованного заданной системой стационарных электрических токов.

В соответствии с принципом суперпозиции имеют место соотношения:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (3)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_C \frac{I \cdot d\vec{l}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (4)$$

Здесь C – замкнутый контур (тонкий проводник) с током, штрихом отмечены величины, связанные с расположением источников магнитного поля.

Анализ приведённых выражений затруднён, поскольку только в отдельных частных случаях существуют достаточно простые аналитические формулы для этих интегралов, хотя для конкретных точек наблюдения вычисление проекций векторов \vec{B} и \vec{A} принципиальных трудностей не представляет, а вычислительные трудности преодолеваются с помощью современного математического обеспечения и вычислительных средств. Пример вычисления магнитного поля кругового тока рассмотрен в п.9 работы.

2. Дипольный магнитный момент контура с током.

Для произвольного замкнутого тонкого проводника с током I можно ввести (по определению) векторную величину – дипольный магнитный момент \vec{p}_m :

$$\vec{p}_m = \frac{1}{2} \cdot \oint_C \vec{r} \times I \cdot d\vec{l}, \quad (5)$$

где C – замкнутая пространственная кривая, совпадающая с проводником с током, \vec{r} – радиус-вектор произвольной точки рассматриваемой кривой, вектор $d\vec{l}$ – элемент кривой, направление вектора совпадает с направлением электрического тока I , текущего по проводнику.

Заметим, что векторное произведение $\frac{1}{2} \cdot \vec{r} \times d\vec{l}$ определяет ориентированный элемент площади поверхности «конуса» $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$ с вершиной в начале координат с нормалью \vec{n} , направленной «внутрь» конуса. Если на рассматриваемый замкнутый контур натянуть произвольную поверхность S' , разбить её на элементарные площадки dS' , определить элементарные векторные элементы $d\vec{S}' = \vec{n}' \cdot dS'$ с локально определёнными нормальными \vec{n}' , ориентированными внутрь получившегося тела, можно воспользоваться математическим результатом

$$\int d\vec{S} + \int d\vec{S}' = 0, \quad (6)$$

справедливым для любой замкнутой поверхности. Это соотношение позволяет определить вектор магнитного дипольного момента произвольного контура с током независимо от выбора начала координат:

$$\vec{p}_m = I \cdot \int \vec{n}'' \cdot dS''. \quad (7)$$

Здесь поверхность интегрирования – произвольная поверхность, опирающаяся на рассматриваемый контур с током I , а направление вектора нормали \vec{n}'' к элементу

поверхности dS'' согласовано с направлением электрического тока по правилу правого винта.

Для плоского контура поверхность S'' можно выбрать плоской, при этом \vec{n}'' является постоянной векторной величиной, её можно вынести из-под знака интеграла:

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}. \quad (8)$$

Заметим, что одну и ту же величину магнитного дипольного момента можно получить при различных сочетаниях величин I и S . В практических приложениях, как правило, рассматривают «малые» контуры с «большим» током: в этих случаях упрощаются зависимости для магнитного поля, образованного контуром с током, и легче описываются эффекты воздействия стороннего магнитного поля на контур с током.

Если для рассматриваемого контура известны параметрические уравнения пространственной кривой

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t), \quad (9)$$

и сила тока является постоянной величиной, то, используя соотношение для проекций векторного произведения (5), можно определить проекции вектора \vec{p}_m на оси декартовой системы координат:

$$\begin{aligned} p_{mx} &= \frac{I}{2} \cdot \int \left(y(t) \cdot \frac{dz(t)}{dt} - z(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} \right) \cdot dt, \\ p_{my} &= \frac{I}{2} \cdot \int \left(z(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} - x(t) \cdot \frac{dz(t)}{dt} \right) \cdot dt, \\ p_{mz} &= \frac{I}{2} \cdot \int \left(x(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} - y(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} \right) \cdot dt. \end{aligned} \quad (10)$$

3. Магнитный диполь во внешнем магнитном поле.

Элемент проводника $d\vec{l}$ с током I испытывает во внешнем магнитном поле с магнитной индукцией \vec{B} воздействие силы Ампера:

$$d\vec{F}_A = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}, \quad (11)$$

направление вектора $d\vec{l}$ при этом совпадает с направлением электрического тока. Располагая выражением для элементарной силы Ампера, можно определить элементарный момент этой силы относительно начала координат:

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F}_A. \quad (12)$$

Для расчёта силового взаимодействия произвольного контура с током можно воспользоваться принципом суперпозиции. В случае, когда характерный размер рассматриваемого контура с током значительно меньше характерного размера неоднородности внешнего магнитного поля, достаточную точность вычислений обеспечивает «дипольное приближение»:

$$\vec{F} = (\vec{p}_m \cdot \nabla) \cdot \vec{B}, \quad (13)$$

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \quad (14)$$

$$U = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}. \quad (15)$$

Здесь \vec{p}_m – магнитный дипольный момент системы, ∇ – оператор Гамильтона (оператор «набла»), \vec{F} – сила, \vec{M} – момент, U – потенциальная энергия, приобретаемая магнитным диполем во внешнем магнитном поле. В однородном магнитном поле (вектор магнитной индукции постоянная векторная величина) результирующая сила воздействия на магнитный диполь обращается в нуль, что важно для выполнения эксперимента в настоящей лабораторной работе.

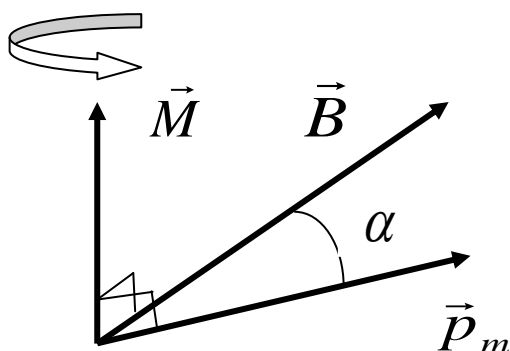


Рис.3. Магнитный диполь в магнитном поле.

На рисунке 3 показан вектор механического момента \vec{M} как результат векторного произведения магнитного дипольного момента \vec{p}_m и вектора магнитной индукции \vec{B} . Легко видеть, что внешнее магнитное поле стремится повернуть вектор магнитного дипольного момента вдоль силовой линии магнитного поля. На рисунке 4 приведен график зависимости безразмерной потенциальной энергии магнитного диполя от угла между вектором магнитного момента диполя и вектором магнитной индукции.

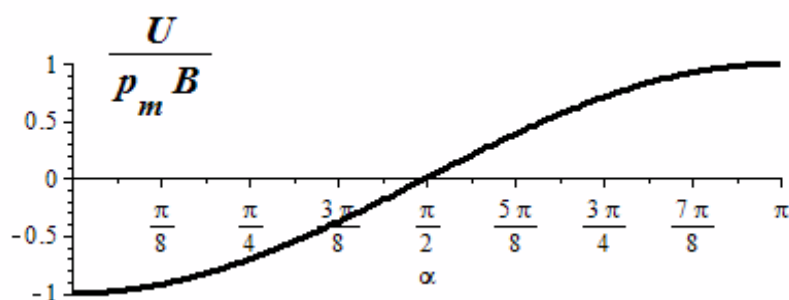


Рис.4. Потенциальная энергия магнитного диполя.

Из курса механики известно, что механическая система стремится занять положение с минимумом потенциальной энергии. В рассматриваемом случае это расположение вектора магнитного момента диполя вдоль силовой линии магнитной индукции, когда направления рассматриваемых векторов совпадают. Естественно, что результаты «силового» и «энергетического» анализа не противоречат друг другу.

В настоящей лабораторной работе отмеченная особенность взаимодействия магнитного диполя с внешним магнитным полем используется как физическая основа эксперимента.

Введённое выше понятие магнитного момента имеет смысл для любого замкнутого контура с током, а не только для круговой рамки: магнитное поле на больших расстояниях не зависит от формы контура, подобно тому, как электрическое поле любой электронейтральной в целом системы зарядов (например, молекулы) эквивалентно с известной степенью приближения полю диполя. Магнитный дипольный момент – это важная физическая характеристика контура с током, через которую выражается не только создаваемое им поле, но и действие на него других магнитных полей. Например, зависимость $B = \frac{M_{\max}}{IS}$, служащая определением магнитной индукции магнитного поля,

записывается через магнитный момент следующим образом: $B = \frac{M_{\max}}{p_m}$. Для магнитного

поля не существует аналога точечного заряда как источника поля и как пробного объекта, действием на который проявляет себя это поле. Простейший объект такого рода для магнитного поля - это не магнитный заряд, а магнитный диполь, свойства которого во многом аналогичны свойствам электрического диполя.

4. Магнитное поле магнитного диполя.

На достаточно больших расстояниях от рассматриваемого контура с током по сравнению с характерным линейным размером контура можно использовать приближённые зависимости для расчёта индукции \vec{B} и векторного потенциала \vec{A} магнитного поля:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{3 \cdot (\vec{p}_m \cdot (\vec{r} - \vec{r}')) \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^5} - \frac{\vec{p}_m}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right\}, \quad (16)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{p}_m \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (17)$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}. \quad (18)$$

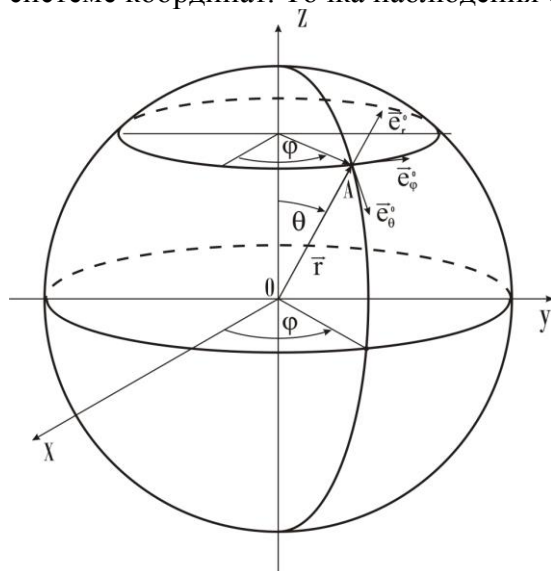
Здесь \vec{r} - радиус-вектор точки наблюдения, \vec{r}' - радиус-вектор расположения магнитного диполя (магнитного момента «малого» контура с током). Заметим, что приведённые выражения являются результатом отбрасывания членов более высокого порядка малости в разложении Тэйлора приведённых выше зависимостей (3) - (4) для векторных полей $\vec{B}(x, y, z)$ и $\vec{A}(x, y, z)$.

5. Силовые линии магнитного поля \vec{B} магнитного диполя.

Ниже будем рассматривать ситуации, когда центр магнитного диполя совпадает с началом координат. Для практического использования приведённых зависимостей (в частности, расчёты магнитного поля Земли) достаточно знать составляющие (проекции) вектора \vec{p}_m вдоль координатных направлений декартовой системы координат

$$\begin{aligned} p_{mx} &= p_m \cdot \sin(\vartheta_0) \cdot \cos(\varphi_0) \\ p_{my} &= p_m \cdot \sin(\vartheta_0) \cdot \sin(\varphi_0) \\ p_{mz} &= p_m \cdot \cos(\vartheta_0) \end{aligned} \quad (19)$$

где p_m - модуль магнитного момента диполя, расположенного в начале системы координат, ϑ_0 и φ_0 угловые координаты вектора магнитного момента в сферической системе координат. Точка наблюдения описывается соответствующим радиус-вектором



$$\begin{aligned} x &= r_x = r \cdot \sin(\vartheta) \cdot \cos(\varphi) \\ y &= r_y = r \cdot \sin(\vartheta) \cdot \sin(\varphi) \\ z &= r_z = r \cdot \cos(\vartheta) \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ - расстояние от центра диполя до точки наблюдения, а ϑ и φ - угловые (сферические) координаты точки наблюдения (см. рис. 5).

Рис.5. Сферическая система координат.

Зависимости для вычисления проекций вектора магнитной индукции на оси декартовой системы координат для произвольной точки наблюдения имеют вид:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \left\{ \frac{3 \cdot (x \cdot p_{mx} + y \cdot p_{my} + z \cdot p_{mz}) \cdot x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{p_{mx}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right\} \\ B_y &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \left\{ \frac{3 \cdot (x \cdot p_{mx} + y \cdot p_{my} + z \cdot p_{mz}) \cdot y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{p_{my}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right\} \\ B_z &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \left\{ \frac{3 \cdot (x \cdot p_{mx} + y \cdot p_{my} + z \cdot p_{mz}) \cdot z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{p_{mz}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

Полученные зависимости позволяют сформировать систему дифференциальных уравнений для силовых линий магнитного поля:

$$\frac{dx}{B_x(x, y, z)} = \frac{dy}{B_y(x, y, z)} = \frac{dz}{B_z(x, y, z)}. \quad (22)$$

Решение этой системы дифференциальных уравнений в аналитическом виде возможно только в отдельных, частных и очень простых случаях. А численное решение этой системы вполне выполнимо. Действительно, пусть силовая линия проходит через точку пространства (x_0, y_0, z_0) . В этой точке известны величины $B_x(x_0, y_0, z_0)$, $B_y(x_0, y_0, z_0)$, $B_z(x_0, y_0, z_0)$. Если задать произвольно один из дифференциалов, например, dx , то два других полностью определены в соответствии с системой дифференциальных уравнений силовых линий. Это позволяет перейти к следующей точке той же самой силовой линии

$$x = x_0 + dx, \quad y = y_0 + dy, \quad z = z_0 + dz,$$

в которой по условию снова известны проекции вектора магнитной индукции, значит, можно продолжить практическое построение конкретной силовой линии. Современные вычислительные системы MAPLE, MATHEMATICA и ряд других имеют специальные функции, обеспечивающие графическое построение картины силовых линий на плоскости и в пространстве по заданным зависимостям проекций векторного поля на оси декартовой системы координат.

6. Силовые линии магнитного поля Земли (простейший случай).

Картина силовых линий магнитного поля Земли (магнитный дипольный момент ориентирован по оси вращения Земли, $p_{mx} = 0$, $p_{my} = 0$, $p_{mz} = |\vec{P}_m| = \text{const}$) представлена на рисунке 6.

На рисунке надо обратить внимание на следующие характерные особенности расположения силовых линий:

- В окрестности экватора (горизонтальная плоскость симметрии) силовые линии магнитного поля не имеют вертикальной составляющей.
- В окрестности оси вращения Земли (вертикальная ось симметрии) силовые линии "входят" в северный географический полюс Земли - это **южный магнитный полюс** по определению.
- В окрестности оси вращения Земли силовые линии "выходят" из южного географического полюса Земли - это **северный магнитный полюс** по определению.
- В рамках рассматриваемой модели (географические полюсы Земли совпадают с магнитными полюсами с точностью до "наоборот"): компас показывает направление на северный полюс Земли.

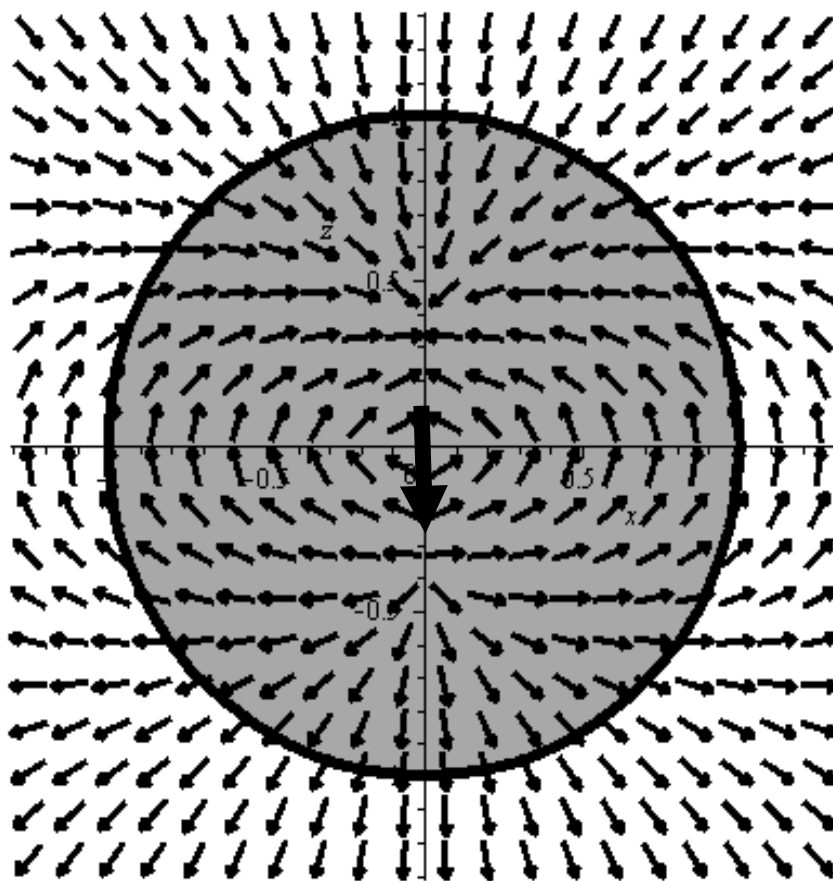


Рис.6. Иллюстрация силовых линий магнитного поля Земли.

Магнитное наклонение (это угол между силовой линией магнитного поля и горизонтальной плоскостью) в северном полушарии – отрицательное - магнитная стрелка своим северным полюсом отклоняется вниз.

Магнитное наклонение в южном полушарии - положительное - магнитная стрелка своим северным полюсом отклоняется вверх.

7. Магнитное наклонение и магнитное склонение на поверхности Земли.

Магнитное поле Земли приближённо (качественная картина явления) можно считать полем магнитного диполя с магнитным дипольным моментом $|\vec{P}_m| = 8,3 \cdot 10^{22} \text{ А} \cdot \text{м}^2$, центр магнитного диполя практически совпадает с центром Земли, эффект магнитного наклонения можно обнаружить (и качественно объяснить), если считать, что магнитный диполь направлен по оси вращения Земли от северного географического полюса к южному географическому полюсу. Эффект магнитного склонения обнаруживается с использованием более сложной модели, в которой вектор дипольного магнитного момента Земли отклоняется от оси вращения Земли на 11,4 градуса, его центр совпадает с центром Земли и плоскость, в которой располагается рассматриваемый диполь, совпадает с плоскостью гринвичского меридиана. В теории магнетизма Земли разработаны более детализированные модели, позволяющие рассчитать теоретическое поле Земли не только в окрестности Москвы, а обеспечить необходимую точность вычислений по множеству точек наблюдения. Они, естественно, более сложные, достаточно сказать, что стандартная модель фигуры Земли учитывает отклонение от сферы (Земля не шар, а эллипсоид вращения). Кроме того, приходится учитывать изменение вектора дипольного момента Земли с течением времени. Для целей настоящей лабораторной работы достаточно рассмотреть упомянутые выше две простейшие модели и обсудить разницу получаемых качественных результатов. Следует иметь в виду, что на практике величины

магнитного склонения и магнитного наклонения подвержены влиянию локальных особенностей земной коры (например, Курская магнитная аномалия) и других факторов.

Итак, если величина и ориентация дипольного магнитного момента Земли известны, если фигура Земли является шаром с известным значением радиуса Земли, то справедливы приведённые выше зависимости для проекций вектора магнитной индукции на оси декартовой системы координат. Напомним, что декартовые проекции магнитного дипольного момента определены соотношениями (17), угловые параметры в которых приведены в настоящем разделе, а декартовые проекции вектора магнитной индукции вычисляются по соотношениям (19). Для произвольной точки наблюдения на поверхности Земли имеем $r = R = const$, $r' = |\vec{r}'| = 0$, выражения B_x, B_y, B_z , приведённые выше, полностью определены.

Вычислим декартовые компоненты единичного вектора нормали к поверхности сферы радиуса $r = R$ в точке наблюдения:

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (23)$$

Нормальная к поверхности сферы компонента вектора магнитной индукции определяется выражением:

$$\vec{B}_n = (\vec{B} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n} = \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot (x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z)}{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (24)$$

Проекция нормальной к поверхности Земли составляющей вектора магнитной индукции на оси декартовой системы координат суть:

$$B_{nx} = \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad B_{ny} = \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot y}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad B_{nz} = \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot z}{x^2 + y^2 + z^2} \quad (25)$$

Касательная к поверхности сферы компонента вектора магнитной индукции \vec{B}_τ может быть рассчитана как разность вектора магнитной индукции \vec{B} и вектора \vec{B}_n :

$$\begin{aligned} \vec{B}_\tau = \vec{B} - \vec{B}_n = & \left(B_x - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot x}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \cdot \vec{e}_x + \\ & + \left(B_y - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot y}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \cdot \vec{e}_y + \left(B_z - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot z}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \cdot \vec{e}_z \end{aligned} \quad (26)$$

Проекция касательной составляющей вектора магнитной индукции по отношению к поверхности Земли на оси декартовой системы координат имеют вид:

$$B_{\tau x} = B_x - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (27)$$

$$B_{\tau y} = B_y - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot y}{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (28)$$

$$B_{\tau z} = B_z - \frac{(B_x \cdot x + B_y \cdot y + B_z \cdot z) \cdot z}{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (29)$$

Угол наклона силовой линии магнитной индукции «к горизонту» - **магнитное наклонение** - можно определить соотношением

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{B} \cdot \vec{B}_\tau|}{|\vec{B}| \cdot |\vec{B}_\tau|} = \frac{B_x \cdot B_{\tau x} + B_y \cdot B_{\tau y} + B_z \cdot B_{\tau z}}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \cdot \sqrt{B_{\tau x}^2 + B_{\tau y}^2 + B_{\tau z}^2}}. \quad (30)$$

Явление магнитного наклонения (ось вращения магнитной стрелки компаса

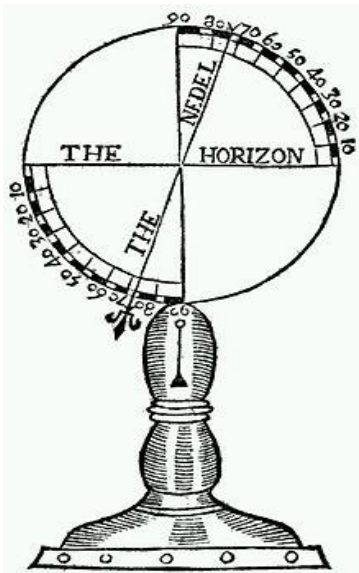


Рис.7. Прибор для измерения магнитного наклонения

ориентирована горизонтально, стрелка может вращаться в вертикальной плоскости, в отсутствие вертикальной составляющей магнитного поля стрелка в состоянии покоя является горизонтальной) замечено ещё в XVI веке. На рисунке 7 приведена иллюстрация явления магнитного наклонения из книги Р. Нормана «The Newe Attractive» (1581 г.)

Для вычисления магнитного склонения необходимо знать положение географического меридиана в точке наблюдения. Его можно определить единичным ортом координатного направления \mathcal{Q} сферической системы координат с учётом того, что этот орт должен быть направлен в сторону северного географического полюса Земли:

$$\vec{e}_\tau^0 = \vec{e}_x \cdot \cos(\mathcal{Q}) \cdot \cos(\varphi) + \vec{e}_y \cdot \cos(\mathcal{Q}) \cdot \sin(\varphi) - \vec{e}_z \cdot \sin(\mathcal{Q}), \quad |\vec{e}_\tau^0| = 1. \quad (31)$$

Магнитное склонение как явление состоит в том, что стрелка компаса в конкретном месте земной поверхности отклоняется от направления на географический северный полюс.

На рисунке 8 - иллюстрация магнитного склонения. **Магнитное склонение** – это **угол** (в работе этот угол назван β) **между горизонтальной составляющей вектора магнитной индукции и направлением на географический северный полюс (направление географического меридиана).**

$$\beta = \arccos\left(\frac{\vec{B}_\tau \cdot \vec{e}_\tau^0}{|\vec{B}_\tau|}\right) = \arccos\left(\frac{B_{\tau x} e_{\tau x}^0 + B_{\tau y} e_{\tau y}^0 + B_{\tau z} e_{\tau z}^0}{\sqrt{B_{\tau x}^2 + B_{\tau y}^2 + B_{\tau z}^2}}\right) \quad (32)$$

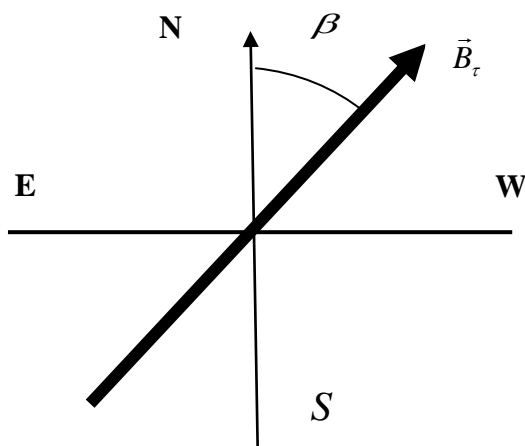


Рис.8. Иллюстрация магнитного склонения. «Жирная стрелка» - стрелка компаса.

8. Параметры магнитного поля в окрестности Москвы.

Рассмотрим магнитное поле Земли в окрестности города Москва. Географические координаты города – 57 градусов северной широты и 19 градусов восточной долготы. Если начало декартовых координат совместить с центром Земли, ось Z совместить с осью вращения Земли, ось координат X расположить в плоскости гринвичского меридиана, то координаты Москвы определены соотношениями:

$$X=0,793 R, \quad Y=0,273 R, \quad Z=0,544 R,$$

где $R=6400$ км – радиус земного шара.

Расчёт величины магнитного наклона по первой упрощенной модели земного магнетизма (магнитный дипольный момент Земли совпадает по направлению с осью вращения Земли) приводит к следующим результатам $\alpha = \alpha(\vartheta)$, где ϑ угловая координата сферической системы координат (по меридиану), напомним, что северная широта отсчитывается от географического экватора к северному географическому полюсу. Рассматриваемая зависимость приведена на рис. 9, на котором отмечено положение города Москва. Численное значение магнитного наклона в окрестности Москвы по рассматриваемой теоретической модели составляет около минус 72 градусов

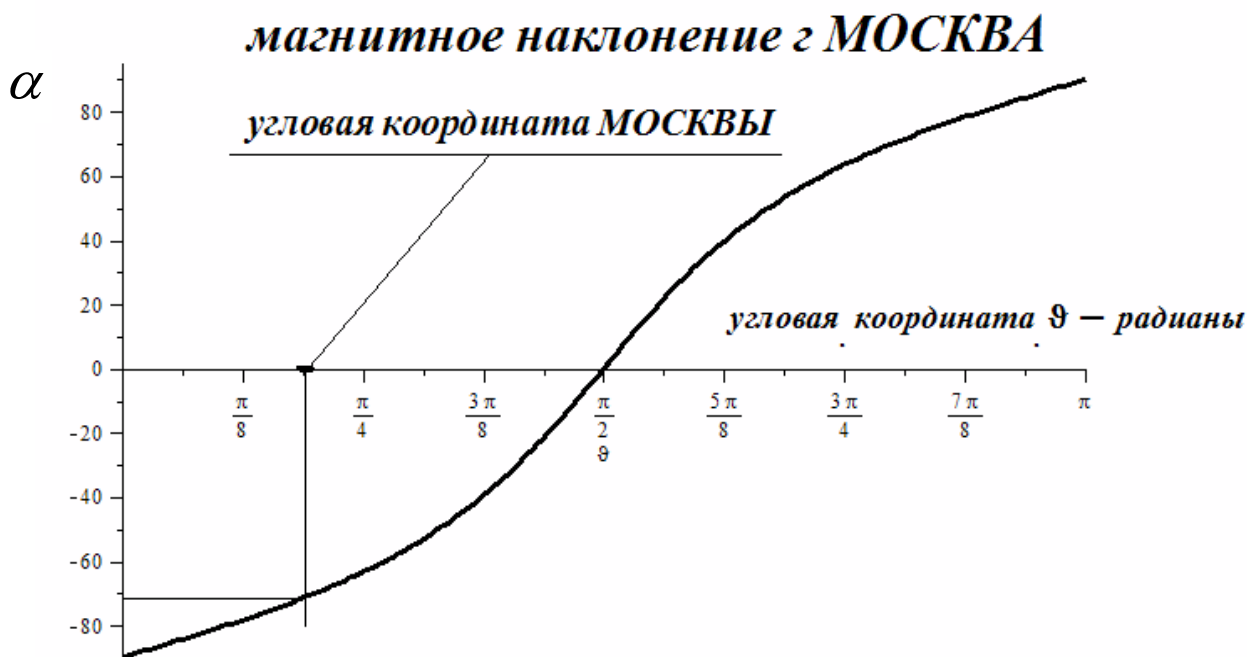


Рис.9. Магнитное наклонение в районе Москвы.

Магнитное склонение магнитного поля Земли по рассматриваемой теоретической модели равно нулю в любой точке поверхности Земли (точки северного и южного географических полюсов требуют особого рассмотрения).

По более полной модели земного магнетизма, учитывающей дополнительно наличие отклонения вектора магнитного дипольного момента Земли от ориентации оси вращения Земли, магнитное наклонение α и магнитное склонение β становятся функциями сферических угловых координат точки наблюдения, т.е. в итоге функциями широты и долготы точки наблюдения:

$$\alpha = \alpha(\vartheta, \varphi), \quad \beta = \beta(\vartheta, \varphi).$$

Учитывая полученные выше результаты, нетрудно убедиться в том, что эти функции вычислимы. Ниже приведены графики зависимостей α и β от координаты ϑ при заданном значении координаты φ и от координаты φ при заданном значении координаты ϑ .

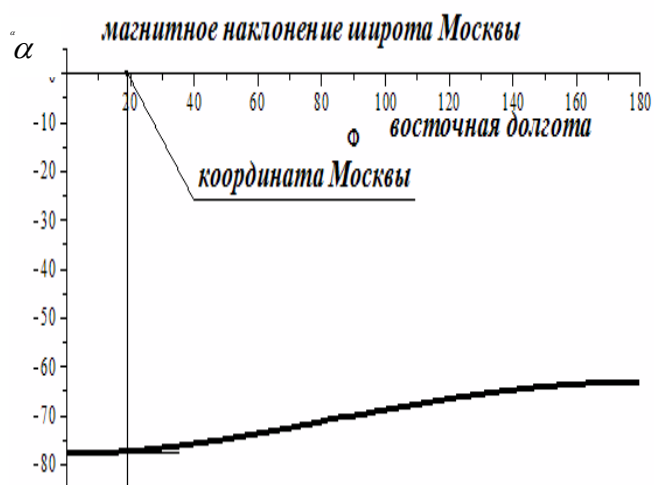
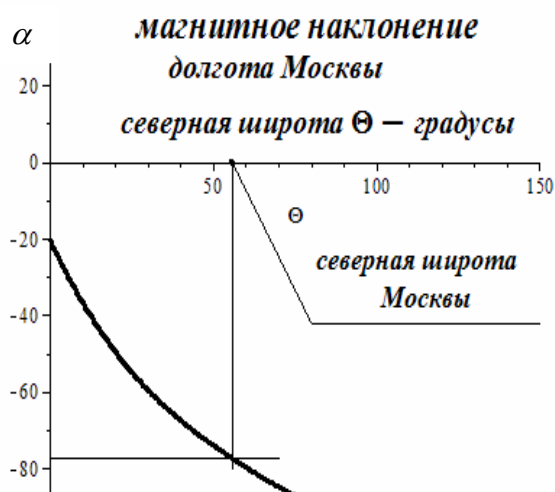


Рис.10. Магнитное наклонение в районе Москвы.

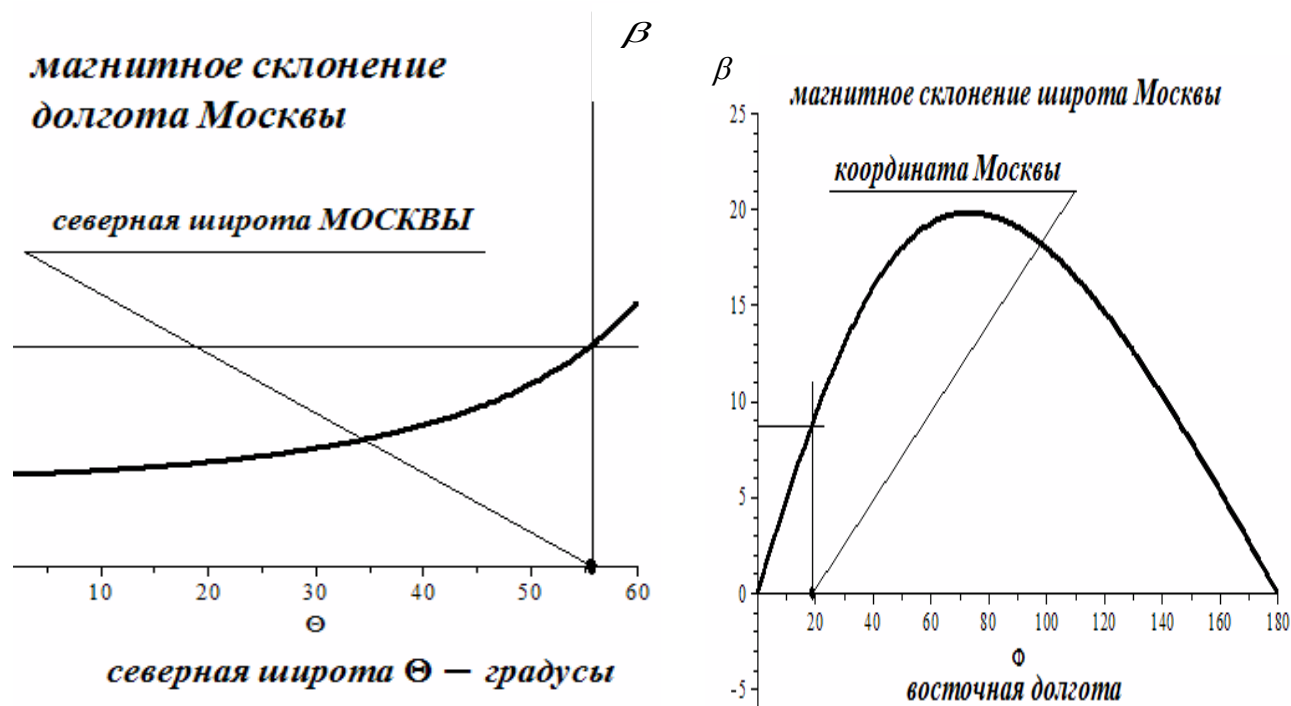


Рис.11. Магнитное склонение в районе Москвы.

Анализируя полученные результаты, заметим, что для целей практического ориентирования на поверхности Земли в окрестности города Москва движение «по компасу» на небольшие расстояния не может приводить к существенным ошибкам, а при необходимости определять направление на достаточно удалённые цели приходится учитывать явление магнитного склонения.

9. Магнитное поле кругового контура с током.

Пусть по тонкому плоскому круговому кольцу, расположенному в плоскости $z=0$, с центром в начале координат $x=0$, $y=0$ течёт ток I . Пусть радиус проводящего кольца равен a . Пусть точка наблюдения M вектора магнитной индукции \vec{B} определена радиус-вектором \vec{r} с компонентами $\{x, y, z\}$ (Рис12).

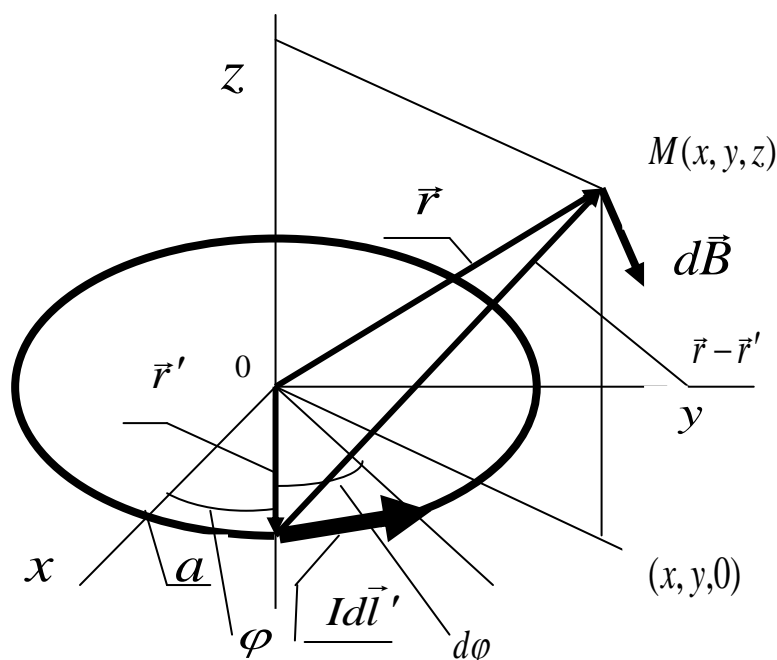


Рис.12. Схема расчёта магнитного поля плоского кругового кольца с током в произвольной точке пространства

Компоненты радиус-вектора \vec{r}' расположения элемента контура с током удобно описать параметрически:

$$\{a \cdot \cos \varphi, a \cdot \sin \varphi, 0\},$$

где φ - угол между направлением на рассматриваемый элемент и положительным направлением оси абсцисс. Допустим, что электрический ток течёт вдоль контура против часовой стрелки, если учесть положительное направление оси аппликат. В этом случае вектор $d\vec{l}'$ имеет следующие составляющие:

$$d\vec{l}' = \{-a \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi, a \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi, 0\}. \quad (33)$$

Разность радиус-векторов точки наблюдения и точки расположения элемента контура с током описывается выражением:

$$\vec{r} - \vec{r}' = \{x - a \cdot \cos \varphi, y - a \cdot \sin \varphi, z\}. \quad (34)$$

Модуль выражения (2) имеет вид:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2}. \quad (35)$$

Векторное произведение $d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')$ принимает форму:

$$\begin{aligned} d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}') &= \vec{i} \cdot a \cdot z \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi + \vec{j} \cdot a \cdot z \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi + \\ &+ \vec{k} \cdot (a^2 - a y \sin \varphi - a \cdot x \cdot \cos \varphi) \cdot d\varphi, \\ \vec{i} &= \{1, 0, 0\}, \quad \vec{j} = \{0, 1, 0\}, \quad \vec{k} = \{0, 0, 1\}. \end{aligned} \quad (36)$$

Запишем координатную форму для дифференциалов проекций индукции магнитного поля для рассматриваемого случая:

$$dB_x = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{a \cdot z \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3}, \quad (37)$$

$$dB_y = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{a \cdot z \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3}, \quad (38)$$

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{-a \cdot \sin \varphi \cdot (y - a \sin \varphi) - a \cdot \cos \varphi \cdot (x - a \cdot \cos \varphi)}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3} d\varphi. \quad (39)$$

В соответствии с принципом суперпозиции для расчёта компонент вектора магнитной индукции в точке наблюдения необходимо проинтегрировать выражения (37)-(39) по переменной φ в пределах от 0 до 2π :

$$B_x = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot z \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3}, \quad (40)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot z \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3}, \quad (41)$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot \sin \varphi \cdot (y - a \sin \varphi) + a \cdot \cos \varphi \cdot (x - a \cdot \cos \varphi)}{(\sqrt{(x - a \cdot \cos \varphi)^2 + (y - a \cdot \sin \varphi)^2 + z^2})^3} d\varphi, \quad (42)$$

В выражениях (40)-(42) произвольные значения координат точки наблюдения x, y, z играют роль параметров.

Наиболее простые и наглядные результаты получаются для точки наблюдения, расположенной на оси аппликат ($x = 0, y = 0, z$ - произвольное значение):

$$B_x = 0, \quad B_y = 0, \quad B_z = \frac{\mu_0 I}{2a} \cdot \left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)^{-3/2}. \quad (43)$$

В центре проводящего кругового кольца проекция вектора магнитной индукции на ось аппликат принимает значение:

$$B_z(0,0,0) = \frac{\mu_0 I}{2a}. \quad (44)$$

Эти результаты могут быть получены при непосредственном рассмотрении частного случая задачи.

Введём в рассмотрение безразмерный (относительный) вектор $\vec{b} = \vec{B}(x, y, z) / B_z(0,0,0)$. С помощью выражений (40)-(42) рассчитаем проекции вектора \vec{b} в некоторых характерных точках пространства. Так для точки наблюдения с декартовыми координатами $\{a, a, a\}$ получаем результаты: $b_x = 0.0496$, $b_y = 0.0496$, $b_z = 0.0212$. Для точки наблюдения «повыше» (координаты $\{a, a, 10a\}$) соответственно получаем: $b_x = 6.972 \cdot 10^{-5}$, $b_y = 6.972 \cdot 10^{-5}$, $b_z = 4.647 \cdot 10^{-4}$. Компоненты уменьшились по величине, появились проекции на оси абсцисс и ординат.

Если воспользоваться тем, что рассматриваемая система токов обладает осевой симметрией, можно систему координат расположить специальным образом: пусть точка наблюдения M расположена в плоскости $y=0$. С помощью компьютерной системы символьных вычислений можно получить аналитические зависимости для расчёта выражений (40)-(42) как функций координат x и z :

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \cdot \frac{z}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + z^2}} \cdot \left(-K(\xi) + \frac{x^2 + z^2 + a^2}{(a-x)^2 + z^2} \cdot E(\xi) \right), \\ B_y &= 0, \\ B_z &= \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + z^2}} \cdot \left(+K(\xi) + \frac{a^2 - x^2 - z^2}{(a-x)^2 + z^2} \cdot E(\xi) \right), \\ \xi &= 2\sqrt{\frac{a \cdot x}{(a+x)^2 + z^2}}, \quad K(\xi) = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-\xi^2 t^2} \sqrt{1-t^2}}, \\ E(\xi) &= \int_0^1 \frac{\sqrt{1-\xi^2 t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt. \end{aligned} \quad (45)$$

В соотношениях (45) выражения $K(\xi)$ и $E(\xi)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно. В компьютерных системах символьных вычислений и в системах, ориентированных на численные расчёты, как правило, содержатся операции вычисления описанных функций.

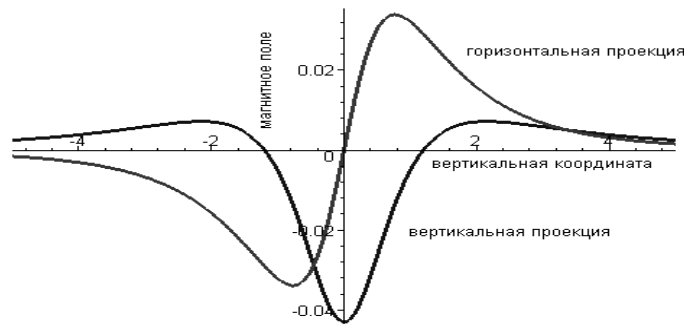
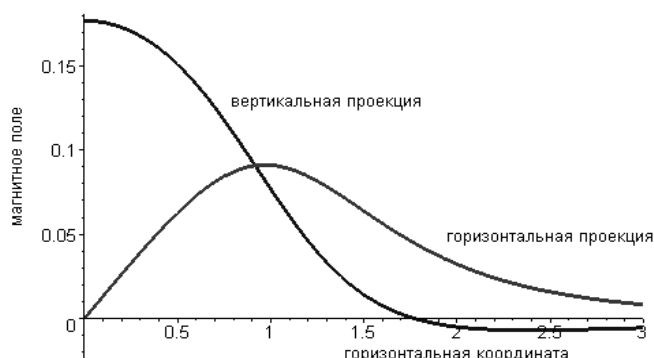


Рис.13. Магнитное поле кругового тока.
Распределение проекций магнитного поля вдоль
вертикальной координаты ($I = 1$, $a = 1$, $x = 2$, $\mu_0 = 1$)

С помощью полученных выражений (45) несложно рассчитать составляющие вектора магнитной индукции при переходе в произвольную систему координат.

На рис. 13 показаны результаты расчета (в относительных единицах) горизонтальной и вертикальной составляющих вектора магнитной индукции кругового кольца с током в зависимости от вертикальной координаты точки наблюдения (горизонтальная координата точки наблюдения была фиксирована).



На рисунке 14 приведены аналогичные результаты расчетов составляющих вектора магнитной индукции поля кругового кольца с током в зависимости от горизонтальной координаты x (вертикальная координата точки наблюдения фиксирована).

Рис.14. Магнитное поле кругового тока.
Распределение проекций магнитного
поля вдоль горизонтальной координаты
 $(a = 1, I = 1, \mu_0 = 1, z = 1, 0)$.

Силовые линии векторного поля магнитной индукции в рассматриваемом случае позволяют сформировать наглядное представление о характере магнитного поля, образованного плоским круговым контуром с током. На прилагаемом ниже рисунке 15 толстый вертикальный отрезок прямой линии представляет собой разрез кольца с током, в нижнем сечении этого кольца ток течёт «от нас», в верхнем сечении кольца — «на нас», силовые линии являются замкнутыми, картина силовых линий обладает очевидной симметрией.

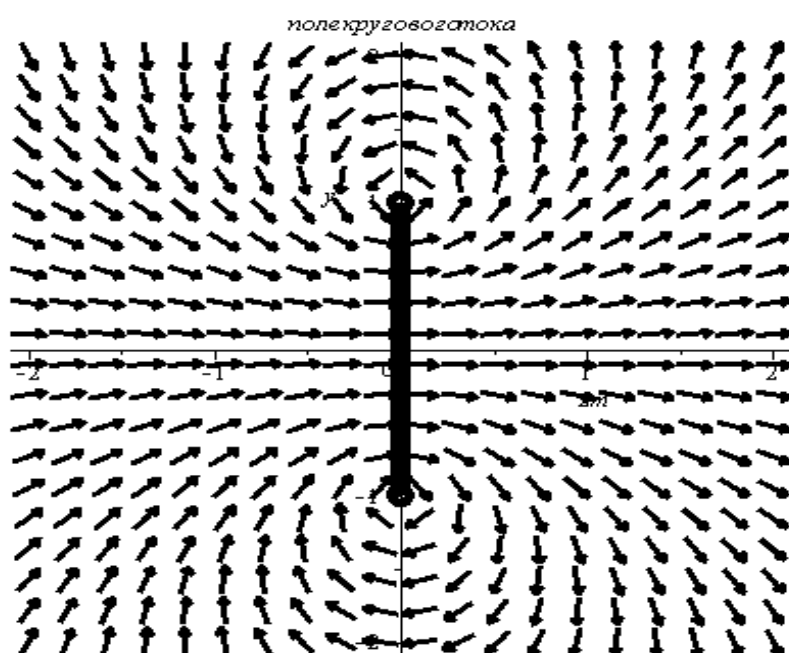


Рис. 15. Магнитное поле кругового тока.

Обратим внимание читателя на то, что только по расположению силовых линий магнитного поля трудно судить о величине магнитной индукции в рассматриваемой точке пространства.

10. Магнитное поле колец Гельмгольца.

Кольца Гельмгольца (катушки Гельмгольца, см. рис.16) — две соосно расположенные одинаковые многovitковые катушки, расстояние между центрами которых равно их среднему радиусу. Кольца названы по имени немецкого физика Германа Гельмгольца, впервые их применившего.

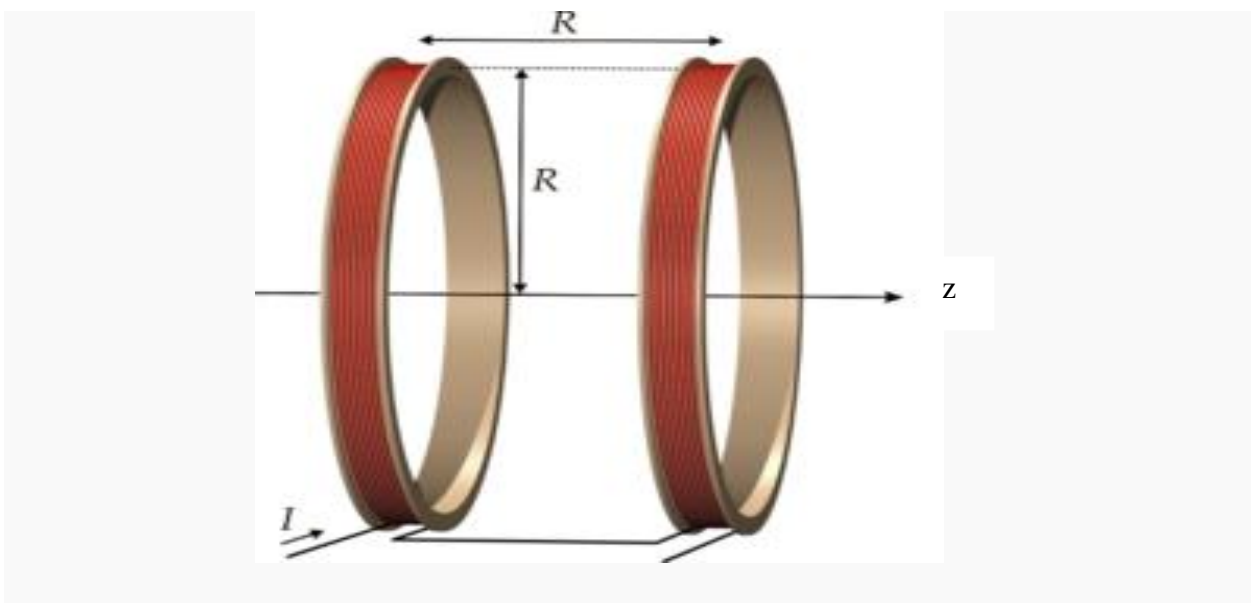


Рис. 16. Катушки Гельмгольца.

Катушки Гельмгольца используются для получения постоянного, переменного, или импульсного магнитного поля с зоной однородности, которое обычно используется в экспериментах, а также для калибровки датчиков магнитной индукции, намагничивания и размагничивания постоянных магнитов, размагничивания стальных заготовок, деталей и инструментов.

Зависимость для модуля вектора \vec{B} магнитной индукции поля, созданного током одного витка в одной катушке, на оси колец на расстоянии z от центра кольца, например, левой катушки, имеет вид:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (46)$$

Здесь μ_0 - магнитная постоянная, I - ток через катушку, R - радиус катушки, z - расстояние по оси катушек. Это соотношение следует из зависимости (43). Катушки состоят из N витков каждая. Тогда, с учётом тока, формирующего магнитное поле, и принципа суперпозиции, выражение для модуля вектора \vec{B} магнитной индукции поля, созданного током всей катушки, на оси колец на расстоянии z от центра кольца принимает вид:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{N I R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Направление вектора \vec{B} на оси колец совпадает с направлением оси z . Принимая во внимание, что расстояние z по оси от катушки до центра системы равно $R/2$, из предыдущего соотношения получаем:

$$B_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{N I R^2}{(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}}.$$

Заметим, что вектор \vec{B} (с учётом указанного на рисунке направления тока в катушках) полей, созданных токами обеих катушек на оси системы, направлен в одну сторону (в направлении оси z). После преобразований окончательно получаем для магнитной индукции в начале координат (центр симметрии конструкции катушек):

$$B_z = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N I}{R}. \quad (47)$$

Заметим, что именно соотношение (47) используется на практике для калибровки измерителей магнитной индукции (тесламетров).

Располагая зависимостями для соответствующих проекций на оси координат вектора магнитной индукции магнитного поля плоского кругового тока (предыдущий раздел описания лабораторной работы), нетрудно получить необходимые зависимости и для рассматриваемой системы «кольца Гельмгольца» и построить картину силовых линий магнитного поля (рис. 17).

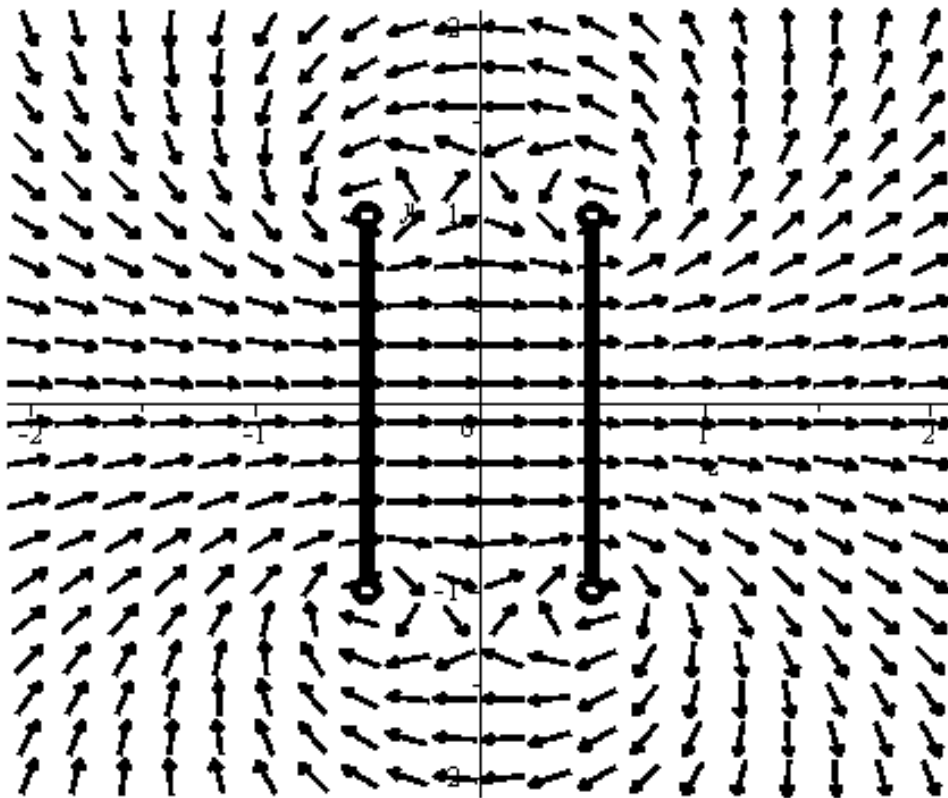


Рис. 17. Магнитное поле катушек Гельмгольца.

По картине силовых линий (ось симметрии системы) невозможно оценить преимущества колец Гельмгольца как экспериментальной установки по сравнению с одиночным плоским круговым контуром с током – неравномерность поля вдоль оси z просто не видна. На приведённом ниже рисунке 18 показано сравнение величины магнитной индукции на оси симметрии системы для одиночного кольца (нижняя кривая) и для колец Гельмгольца (верхняя кривая) в относительных величинах. По оси абсцисс на этом рисунке отложено расстояние от центра симметрии системы, делённое на радиус колец.

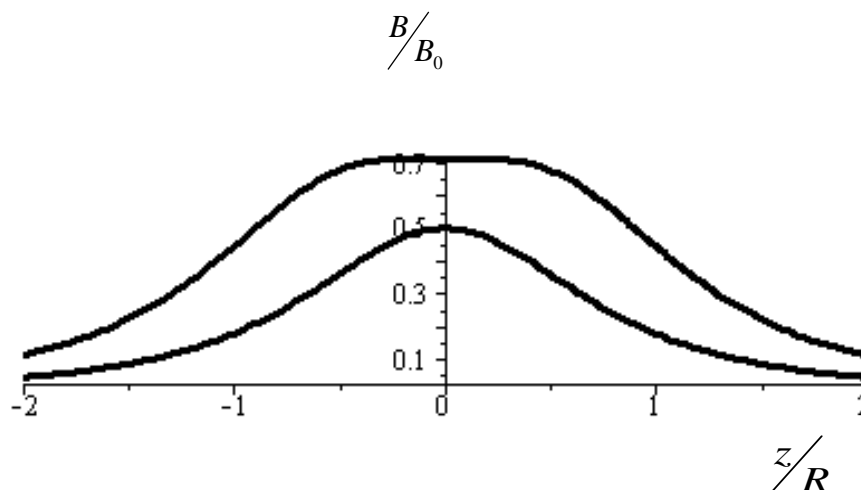


Рис. 18. Иллюстрация полей одиночного кольца и колец Гельмгольца.

Здесь следует обратить внимание на то, что «зона» практической однородности магнитного поля на оси симметрии колец Гельмгольца существенно больше, чем в случае использования одиночного кругового контура с током.

11. Измеритель магнитной индукции на основе датчика Холла (тесламетр)..

Отклонение электронов (и других заряженных частиц) в магнитных полях широко используется в технике (ускорители заряженных частиц, электронные микроскопы, измерительные приборы для изучения колебательных и других быстропротекающих процессов, телевизоры, магнитные ловушки для заряженных частиц и т.п.).

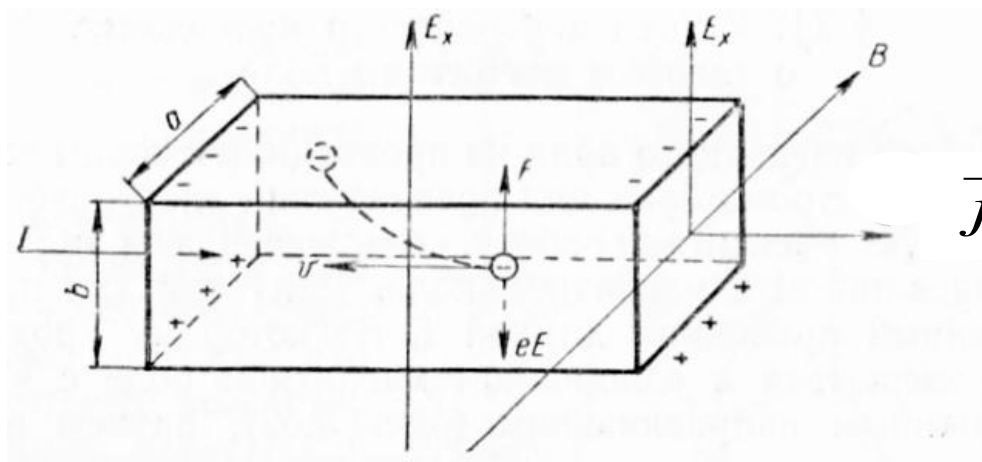


Рис.19. Схема образования разности потенциалов $\Delta\varphi$.

Магнитное поле действует также и на те электроны внутри проводника, упорядоченное движение которых образует электрический ток. Оказывается, что в металле или полупроводнике с током, помещённом в магнитное поле, перпендикулярное вектору плотности тока, возникает поперечное электрическое поле и разность потенциалов (эффект Холла). Причиной явления Холла является отклонение электронов, движущихся в магнитном поле под действием силы Лоренца ($\vec{F}_L = e [\vec{v}, \vec{B}]$), см. рис. 19.

Можно показать, равновесная разность потенциалов в эффекте Холла

$$\Delta\varphi = U_x = \varphi_1 - \varphi_2 = E_x b = \frac{1}{ne} \frac{IB}{a},$$

а напряжённость \vec{E}_x поперечного электрического поля

$$\vec{E}_x = R [\vec{B}, \vec{j}],$$

где \vec{j} - вектор плотности тока, I - сила тока, a - линейный размер металла или полупроводника в направлении вектора \vec{B} . Величина $R = \frac{1}{ne}$ - называется постоянной

Холла. Точный расчёт, учитывающий взаимодействие электронов с кристаллической решёткой проводника, даёт безразмерный поправочный множитель A :

$$R = A \frac{1}{ne},$$

где $A \approx 1$ для металлов; у полупроводников в зависимости от структуры решётки A имеет различные значения (1,11-1,93). Знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока. У некоторых металлов и полупроводников с дырочной проводимостью наблюдается противоположный знак разности потенциалов: верхняя поверхность (см. рис.) заряжается положительно, а нижняя - отрицательно (аномальный эффект Холла). Поэтому измерение постоянной Холла позволяет определить характер проводимости полупроводника (электронный или дырочный), а также концентрацию и подвижность носителей тока.

Эффект Холла широко используется для измерительных целей. Холловские датчики имеют два электрода для подводки тока, два - для измерения поперечной разности потенциалов. При помощи этих датчиков можно измерить любые величины, влияющие на холловскую разность потенциалов (сила тока через датчик, индукция и напряжённость внешнего магнитного поля, ориентация датчика относительно этого поля и т. д.). Кроме того, эффект Холла используется во многих электро- и радиотехнических устройствах (преобразование токов, модуляция электрических колебаний, запись звуков, усиление постоянного и переменного токов и т. д.).

Экспериментальная часть

Приборы, используемые для измерения составляющих магнитного поля Земли в точке проведения эксперимента, изображены на рисунке 20, а также представлены на мониторе компьютера рабочего стола студента.



Рис. 20. Установка для измерения составляющих магнитного поля Земли.

Основу экспериментальной установки составляют катушки Гельмгольца, т.е. два многовитковых круговых контура диаметром около 400 мм, центры которых расположены на расстоянии ± 200 мм от начала координат (центр симметрии системы) на общей горизонтальной оси.

Для создания на оси катушек интенсивного достаточно однородного магнитного поля направление намотки витков изолированного провода катушек должно совпадать (это требование выполняется конструктивно), а конец намотки одной катушки должен быть соединен проводником с началом намотки другой катушки (последовательное «согласное» включение). Тем самым через каждую катушку протекает одинаковый ток.

Питание катушек осуществляется от источника постоянного напряжения (*Netzgerät*). Величина выходного напряжения устанавливается по положению регулятора напряжения «V» источника питания в пределах (5-18) В.

Максимальный рекомендуемый ток через катушки составляет 4А, и длительное протекание такого тока через катушки приводит к заметному нагреву их, поэтому режим работы с максимальным током должен быть непродолжительным (менее 1 мин.). Регулятором «А» источника питания можно установить любой ток в пределах (0-6) А, и при достижении этого тока начинает светиться индикатор красного цвета над регулятором.

Индикатором направления вектора \vec{B} служит магнитная стрелка, вращающаяся вокруг оси, направление которой в пространстве может быть выбрано с помощью двух взаимно перпендикулярных колец со шкалами, разделёнными на угловые градусы. Стрелка и детали для установки положения оси стрелки, называемые в описании установки магнитометром, размещены на кронштейне, прикреплённом к стойке квадратного сечения. Стойка зажата винтом в цилиндрической опоре, масса которой обеспечивает устойчивость положения магнитометра при выполнении измерений.

В опыте по определению горизонтальной составляющей магнитного поля Земли в месте исследования центр магнитной стрелки с вертикальной осью вращения должен быть совмещён с центром катушек Гельмгольца, магнитное поле которых должно быть известно. Величина этого поля может быть рассчитана по формуле (47) теоретической части, однако более достоверным является непосредственное измерение поля с помощью тесламетра (*Teslameter*), входящего в состав установки. Датчиком измерителя магнитной индукции (тесламетра) является полупроводниковый холловский датчик, расположенный на конце щупа. Датчик совместно с блоком измерения отградуирован на магнитное поле, направленное вдоль по оси щупа, в связи с этим имеет название «аксиальный датчик».

При работе с малыми полями катушек Гельмгольца тесламетр имеет большую относительную приборную погрешность, с другой стороны при больших токах катушек (более 0,5 А) возрастает погрешность определения угла между осью катушек и направлением результирующего отклонения стрелки магнитометра.

В качестве рекомендации предлагается производить измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли B_3^{GOP} при токах I_G через катушки 0,15; 0,20; 0,25; 0,30 ампер.

Соответствующие этим токам значения индукции B_G поля катушек могут быть взяты из эксперимента по калибровке катушек Гельмгольца, который выполняется в данной работе.

Измерение тока I_G катушек осуществляется цифровым мультиметром 2010 на пределах 20А или 200 мА, а регулирование тока I_G производится проволочным реостатом и (или) регулятором напряжения источника питания.

Угловые положения стрелки магнитометра фиксируются по круговым шкалам с точностью до 0,5 градуса.

Порядок выполнения эксперимента по измерению горизонтальной составляющей B_3^{GOP} магнитного поля Земли.

1. Проверить правильность электрических соединений в соответствии с рисунком 20 или картинкой дисплея компьютера. Полярность подключения источника питания к цепи катушек может быть произвольной.

2. Включить в сеть источник питания и тесламетр.

3. Щуп аксиального датчика расположить горизонтально с наименьшим отклонением от оси симметрии катушек Гельмгольца так, чтобы его

свободный конец (место нахождения датчика Холла) располагался посередине между катушками. Переключатель вида поля в центре лицевой панели тесламетра поставить в положение «Direct». Скомпенсировать имеющуюся осевую составляющую магнитного поля (при отсутствии тока I_r в катушках) с помощью регулятора О тесламетра так, чтобы на цифровом дисплее тесламетра высвечивались нули (возможно скачкообразное изменение на единицу младшего разряда показаний дисплея).

4. Меняя с помощью реостата и (или) напряжения источника питания ток I_r катушек, записать в таблицу 1 показания дисплея тесламетра. При каждом измерении показания 2-3 раза в секунду изменяются на 2-3 единицы младшего разряда. В таблицу вносится среднее значение. Ток I_r катушек измеряется мультиметром 2010. При измерении токов до 0,2 А дисковый переключатель ставится в положение 200 mA шкалы V \cong (голубая дуга), а вилка провода, идущего от реостата, в гнездо «mA». Если токи I_r больше 200 mA, то вилка переставляется в гнездо 20 А (слева), а дисковый переключатель устанавливается в положение 20 А той же шкалы.

Таблица 1.

I_r, A	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,50
$B_r, mTл$								
$\gamma, град$								
$\eta_0 = \dots ; \quad \eta_r = \dots$								

По данным таблицы на миллиметровой бумаге строится калибровочный график $B_r(I_r)$. В соответствии с формулой (47) это должна быть прямая линия.

5. По полученному графику определяется коэффициент $K_r = \frac{\Delta B_r}{\Delta I_r}$. Он может быть использован в расчётах, если ток катушек Гельмгольца не совпадает с выбранными в верхней строке таблицы 1 значениями.

6. Сдвигая конец щупа тесламетра по оси катушек в обе стороны от центра, записать показания тесламетра для точек оси, взятых с шагом $\approx 1 \text{ см}$. Оценить размеры области по оси катушек, где ослабление поля по отношению к полю в центре не превышает 10%. Измерения провести с током в катушках $I_r = 0,35 A$.

7. Стойка со щупом отодвигается на свободное место. Обратите внимание на то, что тесламетр измеряет теперь составляющую магнитного поля, параллельную оси щупа, вне катушек Гельмгольца.

Выключить ток катушек, вынув вилку из гнезда 20 А мультиметра.

Поставить магнитометр в центр катушек, при этом центр стрелки магнитометра с вертикальным положением оси вращения должен располагаться там, где находился датчик Холла в предыдущем эксперименте.

Проверить горизонтальность плоскости, в которой вращается стрелка магнитометра, по показаниям угловой шкалы на вертикальной плоскости магнитометра или иным способом. При необходимости подкорректировать вертикальность оси стрелки поворотом горизонтального каркаса магнитометра.

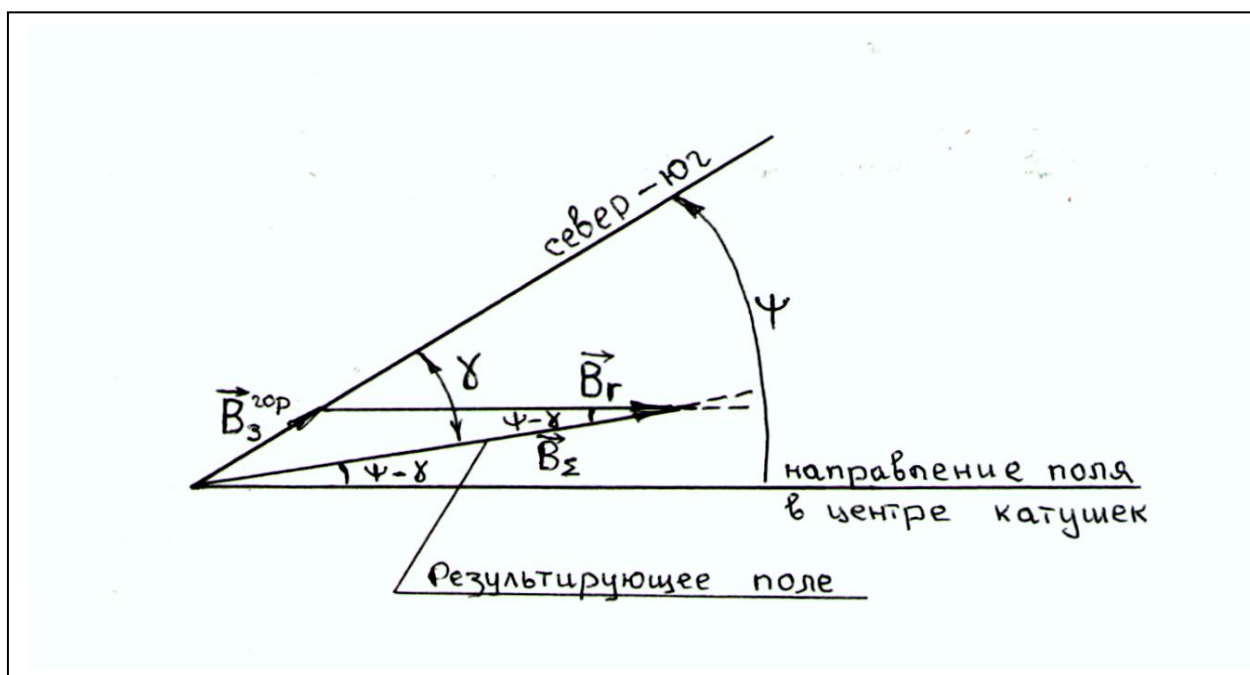
8. С точностью 0,5 градуса зафиксировать угловое положение стрелки η_0 , снимая показания с обоих концов стрелки, и записать это значение в таблицу 1. Среднее значение угла позволяет уменьшить погрешность, связанную с возможной несимметричностью стрелки и неточностью нанесения делений шкалы. Полученное значение угла η_0 фиксирует направление горизонтальной составляющей земного магнитного поля (направление «север-юг») относительно произвольно выбранной линии начала отсчёта углов на магнитометре.

Для повышения точности измерений углов и уменьшения отрицательного влияния явления застоя при сухом трении рекомендуется при затухании колебаний стрелки вблизи положения равновесия слегка встряхнуть стрелку легким щелчком пальца по каркасу магнитометра.

9. Пропустить через катушки ток около 4 А в течение времени менее одной минуты и зафиксировать угол η_r отклонения стрелки, который соответствует направлению оси поля катушек (предполагается, что $B_r \gg B_3$), и записать это значение в таблицу 1. Угол $\psi = |\eta_r - \eta_0|$ представляет собой угол между направлением «север-юг» и направлением магнитного поля катушек Гельмгольца.

10. Не меняя положения магнитометра установить с помощью реостата токи, значения которых указаны в таблице 1, и зафиксировать углы отклонения γ стрелки магнитометра, соответствующие этим токам.

Рис.21. Векторная диаграмма для определения зависимости
 $B_3^{Гор} = f_1(\gamma, \psi, B_r)$.



11. По серии значений B_r из таблицы 1, используя теорему синусов для векторной диаграммы (см. рис.21), получаем зависимость $B_3^{GOP} = f_1(\gamma, \psi, B_r)$.

Целесообразно построить графическую зависимость $B_r = f_2\left(\frac{\sin \gamma}{\sin(\psi - \gamma)}\right)$, через точки которой провести прямую линию, угловой коэффициент которой $\frac{\Delta B_r}{\Delta\left(\frac{\sin \gamma}{\sin(\psi - \gamma)}\right)}$ даёт усреднённое значение горизонтальной составляющей B_3^{GOP}

магнитного поля Земли в месте проведения опыта.

Порядок определения вертикальной составляющей магнитного поля Земли.

1. Поворачивая горизонтальную рамку магнитометра на 90 градусов вокруг горизонтальной оси, добиваемся лёгкого вращения оси стрелки вокруг горизонтальной оси.

По круговой шкале фиксируем углы α_1 и α_2 наклонения вектора индукции магнитного поля относительно горизонтального направления.

Углы α_1 и α_2 замерены по положениям обоих концов магнитной стрелки. Истинным углом наклонения считаем угол $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. Тогда вертикальная составляющая магнитного поля Земли будет равна: $B_3^{BERT} = B_3^{GOP} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, а полное поле $B_3 = \frac{B_3^{GOP}}{\cos \alpha}$.

Замечание. На результаты измерений сильно влияют близко расположенные объекты даже с незначительными массами железа и его соединений. Поэтому за время эксперимента рекомендуется не менять положение приборов, используемых в опыте.

Имеет смысл также сравнить направление «север-юг», определённое магнитометром установки с направлением «север-юг», указанным на навигационном приборе, имеющемся в лаборатории. Разница в направлениях обусловлена не столько склонением магнитных линий, сколько наличием в конструкции здания лаборатории железосодержащих элементов.

Заключение

Аккуратно выполненные измерения с соблюдением рекомендаций по проведению эксперимента дают хорошее совпадение измеренного угла наклонения и рассчитанного по рассмотренной модели магнитного диполя для широты г. Москвы ($\alpha = 74^\circ \div 78^\circ$).

Проблема магнитной девиации, рассмотренная в Приложении, не позволяет говорить о хорошем совпадении углов склонения, найденных экспериментально и рассчитанных по рассмотренной теоретической модели, однако определяемая в эксперименте величина магнитной индукции в районе

г. Москвы ($40 \div 50 \text{ мкТл}$) совпадает со значениями, полученными иными методами.

Приложение.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

В 1600 году, как уже мы знаем, английский ученый Уильям Гильберт в своей книге «О магните, магнитных телах и большом магните - Земле» представил Землю как гигантский постоянный магнит, ось которого не совпадает с осью вращения Земли. Гильберт подтвердил свое предположение на опыте: он изготовил магнит сферической формы и, приближая к поверхности шара магнитную стрелку, показал, что она всегда устанавливается так же, как стрелка компаса на Земле.

Графически магнитное поле Земли похоже на магнитное поле постоянного магнита (см. рис. П.1).

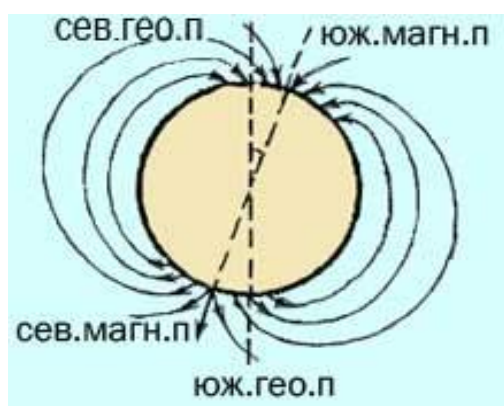


Рис. П.1.

В 1702 году знаменитый астроном Э. Галлей создает первые магнитные карты Земли.

Магнитное поле Земли образует магнитосферу, простирающуюся на 70-80 тыс. км. Магнитосфера экранирует поверхность Земли, защищает от вредного влияния заряженных частиц высоких энергий и космических лучей, определяет характер погоды. Магнитное поле Солнца во много раз больше, чем Земное.

Известно, что одноименные магнитные полюсы отталкиваются, а разноименные притягиваются. Почему же стрелка компаса своим северным полюсом показывает на север, а южным - на юг?

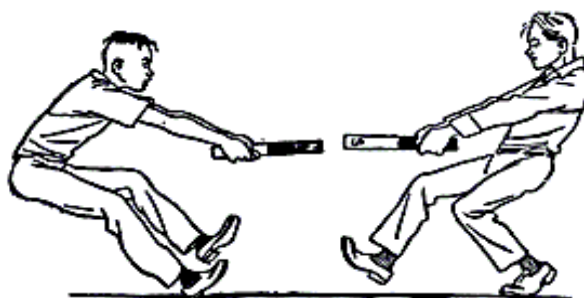


Рис. П.2.

Какой же из концов стрелки компаса притягивается к северному полюсу Земли? Или, иначе говоря, который из двух полюсов Земли - северный или южный лежит в той стороне, куда указывает северный конец магнитной стрелки? Прав тот, кто говорит, что на северный полюс Земли (географический) указывает северный конец магнитной стрелки (см. рис. П.2). А это значит, что *на севере Земли лежит южный магнитный полюс Земли*, его координаты $75^{\circ},6$ с. ш., 101° з. д. (данные на 1965 г.). *Северный магнитный полюс Земли находится в Антарктиде*, его координаты $66^{\circ},3$ ю.ш., 141° в. д. (по данным на 1965 г.). Магнитные полюсы Земли медленно дрейфуют.



Рис. П.3.

Человек, смотря на компас, шагает прямо в ту сторону, куда указывает темным концом магнитная стрелка (см. рис. П.3). Он «идет по компасу» на север к полюсу. Куда он придёт? Большинство наверняка сделает одну и ту же ошибку. Обычно думают, что человек должен был прийти на северный географический полюс Земли. А на самом деле он прибыл на остров Сомерсет, расположенный на северной оконечности Северной Америки, где находится южный магнитный полюс Земли.

Радиационные пояса Земли

Магнитное поле Земли оказывает сильное влияние на электрические частицы, движущиеся в межпланетном пространстве около Земли. Эти частицы можно разбить на две группы: *космические лучи*, т.е. электроны, протоны и ядра тяжелых элементов, приходящие с почти световыми скоростями, главным образом из других частей Галактики, и *корпускулярные потоки* — электрические частицы, выброшенные Солнцем. В магнитном поле электрические частицы движутся по спирали; траектория частицы как бы навивается на цилиндр, по оси которого проходит силовая линия. Радиус этого воображаемого цилиндра зависит от напряжённости поля и энергии частицы. Чем больше энергия частицы, тем при данной напряжённости поля радиус (он называется ларморовским) больше. Если ларморовский радиус много меньше, чем радиус Земли, частица не достигает её поверхности: она захватывается магнитным полем Земли. Если ларморовский радиус много больше, чем радиус Земли, частица движется так, как будто бы магнитного поля нет. Заметим, что попадает ли частица на поверхность Земли или нет зависит не только от ларморовского радиуса, но и от прицельного расстояния траектории. Расчёт показывает, что частицы проникают сквозь магнитное поле Земли в экваториальных районах, если их энергия больше 10^9 эВ. Такие частицы вторгаются в атмосферу и вызывают при столкновении с её атомами ядерные превращения, которые дают определённые количества вторичных космических лучей. Эти вторичные космические лучи уже регистрируются на поверхности Земли. Для исследования космических лучей в их первоначальной форме (первичных космических лучей) аппаратуру поднимают на ракетах и искусственных спутниках Земли. Примерно 99% энергичных частиц, «пробивающих» магнитный экран Земли, являются космическими лучами галактического происхождения и лишь около 1% образуется на Солнце.

В 1958 г., когда аппаратура для исследования космических лучей (счетчики Гейгера и сцинтилляционные счетчики) была впервые запущена на искусственных спутниках Земли, советские и американские исследователи столкнулись с неожиданным явлением: приборы указывали на огромную плотность высокоэнергичных частиц в ближайших окрестностях Земли. Это явление было понято не сразу и в последующие годы интенсивно исследовалось. Было установлено, что магнитное поле Земли захватывает и удерживает огромное число высокоэнергичных частиц: электронов, протонов, α -частиц и ядер более тяжёлых химических элементов, энергия которых находится в пределах от десятков килоэлектронвольт до сотен мегаэлектронвольт. Их энергия и концентрация зависят от расстояния до

Земли и геомагнитной широты. Частицы заполняют как бы огромные кольца или пояса, охватывающие Землю вокруг геомагнитного экватора.

Обнаружены два основных *радиационных пояса*. Внутренний пояс состоит из протонов с энергией около 10^8 эВ и электронов с энергией 20-500 *кэВ*. Он начинается на высоте 2400 и кончается на высоте 5600 *км* и расположен между широтами ± 30 . Внешний пояс радиации расположен на высотах от 12000 до 20000 *км* и состоит из протонов и электронов меньшей энергии. Понятие поясов в достаточной мере условно, их границы и размеры зависят от того, какие именно частицы и с какими энергиями принимаются в расчет при анализе измерений. На высоте 50000-60000 *км* расположен третий пояс радиации, состоящий из электронов с энергией 200 *эВ*.

Всю область околоземного пространства, заполненную заряженными частицами, движущимися в магнитное поле Земли, называют *магнитосферой*. Она отделена от межпланетного пространства *магнитопаузой*. Вдоль магнитопаузы частицы корпускулярных потоков («солнечного ветра») обтекают магнитосферу. О существовании корпускулярных потоков было известно задолго до эпохи искусственных спутников.

Еще в XVII веке было замечено, что магнитное поле Земли может испытывать изменения. Вариации магнитного поля Земли во времени были зафиксированы в 1635 году Г.Геллибрандом, профессором астрономии Грешам-Колледжа (Лондон). Позднее было установлено, что существуют постоянные и кратковременные изменения магнитного поля Земли. Причиной постоянных изменений является наличие залежей полезных ископаемых. На Земле имеются такие территории, где её собственное магнитное поле сильно искажается залеганием железных руд. Например, Курская магнитная аномалия, расположенная в Курской области. Причина кратковременных изменений магнитного поля Земли - действие "солнечного ветра", т.е. действие потока заряженных частиц, выбрасываемых Солнцем. Магнитное поле этого потока взаимодействует с магнитным полем Земли, возникают «магнитные бури».

На частоту и силу магнитных бурь влияет солнечная активность. В годы максимума солнечной активности (один раз в каждые 11,5 лет) возникают такие магнитные бури, что нарушается радиосвязь, а стрелки компасов начинают «плясать». Склонение и наклонение изменяются и колеблются иногда в течение многих часов, а потом восстанавливаются до прежнего уровня. Магнитные бури часто начинаются внезапно и одновременно во всем мире.

В высоких широтах во время возмущений магнитного поля наблюдаются *полярные сияния*. Они могут продолжаться несколько минут, но часто видимы в течение нескольких часов. Полярные сияния сильно различаются по форме, цвету и интенсивности, причем все эти характеристики иногда очень быстро меняются во времени. Спектр полярных сияний состоит из эмиссионных линий и полос. В спектре сияний усиливаются некоторые из эмиссий ночного неба, прежде всего зеленая и красная линии $\lambda = 5577\text{\AA}$ и $\lambda = 6300\text{\AA}$ кислорода. Бывает, что одна из этих линий во много раз интенсивнее другой, и это определяет видимый цвет неба сияний, зеленый или красный.

Возмущения магнитного поля сопровождаются также нарушениями радиосвязи в полярных районах. Причиной нарушения являются изменения в ионосфере, которые означают, что во время магнитных бурь действует мощный источник ионизации. Было установлено, что сильные магнитные бури происходят при наличии вблизи центра солнечного диска больших групп пятен. Последующие наблюдения показали, что бури связаны не с самими пятнами, а с солнечными вспышками, которые появляются во время развития группы пятен.

Жесткое излучение вспышки вызывает в ионосфере резкое добавочное увеличение ионизации, сопровождающееся возмущением общего магнитного поля Земли. Во время вспышки особенно усиливается наиболее жесткий компонент рентгеновских лучей, который увеличивает ионизацию главным образом в ионосферном слое D (в 5-10 раз). Слой начинает сильно поглощать короткие радиоволны, примерно до 100 м, и отражать длинные километровые волны. Первое — приводит к замиранию радиослышимости на коротких волнах, а второе — к усилению слышимости далеких станций на длинных волнах.

Корпускулярное излучение Солнца, также связанное со вспышками, вызывает магнитные бури и полярные сияния.

Корпускулярный поток, обычно движущийся со скоростями в среднем около 1000 км/с, достигает Земли, как правило, через сутки после того, как наблюдалась хромосферная вспышка. Он представляет собой быстро движущуюся плазму, которая тормозится магнитным полем Земли, препятствующим движению ионизованного газа поперек магнитных силовых линий. В результате корпускулярный поток останавливается, деформируя при этом магнитные силовые линии, т.е. вызывая возмущения магнитного поля Земли — магнитные бури.

Частицы корпускулярных потоков захватываются магнитным полем Земли и наполняют внешний радиационный пояс. В полярных районах условия для захвата частиц менее благоприятны. Здесь электроны и протоны,

двигаясь по спирали вдоль силовой линии, могут проникнуть в атмосферу даже при относительно малых энергиях, соответствующих корпускулярным потокам. В верхних слоях атмосферы частицы корпускулярных потоков создают дополнительную ионизацию, которая изменяет условия распространения радиоволн, и возбуждают свечение, наблюдаемое в виде полярных сияний.

Многие вопросы геофизики сегодня ещё требуют дальнейших исследований и уточнений. Существующие представления, вероятно, изменятся, может быть, даже в самом недалеком будущем. Однако наши знания о других планетах находятся на более низком уровне, и наличие такого относительно хорошо изученного «образца», как Земля, очень важно для понимания природы планет.

Причины возникновения магнитного поля Земли

Магнитная ось Земли почти совпадает с осью вращения Земли, поэтому многие исследователи предполагали, что магнитное поле возникает вследствие вращения Земли. В физике известны явления, когда при вращении возникает магнитное поле. Одно из таких явлений — эффект Барнета — Эйнштейна, при котором каждый атом рассматривается как волчок, обладающий магнитным моментом. При вращении таких атомов-волчков их оси вращения устанавливаются параллельно, при этом так же располагаются их магнитные моменты. Но расчеты показали, что, если бы магнитное поле Земли возникло таким путем, оно было бы в 10 млрд. раз меньше существующего.

Другая гипотеза связывала возникновение магнитного поля Земли с тем, что на её поверхности имеется отрицательный электрический заряд. Вращаясь вместе с Землей, этот заряд образует круговой электрический ток, а там, где есть круговой ток, есть и магнитное поле, направленное по оси круга. Но отрицательный заряд на поверхности Земли слишком мал, чтобы могло возникнуть поле нужной величины. Обе эти гипотезы не могли объяснить возникновения геомагнитного поля.

В 1947 г. советский физик *Я. И. Френкель* совсем иначе объяснил образование магнитного поля Земли. Он предположил, что вещество земного ядра обладает электрической проводимостью и совершает вихреобразные перемещения. Если имеется какое-то небольшое начальное магнитное поле, то земное ядро будет представлять собой некое подобие генератора электрического тока: движение проводника в магнитном поле приведет к возникновению электрического тока, а электрический ток вызовет магнитное поле, которое будет складываться с первоначальным и усилит его. Оба предположения, положенные в основу этой гипотезы, вполне разумны. Часть

ядра Земли, в интервале 1,5— 3 тысячи километров от центра Земли, ведет себя как жидкое пластичное тело, и перемещения вещества в нём возможны. Вызвать вихревые перемещения конвективного характера может сильный нагрев за счет распада радиоактивных веществ в центральной части ядра или же изменение вещества в самом жидком слое. Первоначальное поле может быть обусловлено хотя бы эффектом Барнета — Эйнштейна. Впоследствии гипотеза Я. И. Френкеля была значительно переработана и развита другими учеными в стройную теорию происхождения магнитного поля Земли. Появилось направление в науке, занимающееся связью движущейся проводящей среды с магнитным полем, — *магнитогидродинамика*.

Удалось выяснить, что проводящая жидкость, движущаяся в магнитном поле, искажает его: магнитные силовые линии как бы захватываются и увлекаются движущейся жидкостью. Жидкая, пластичная часть ядра при вращении увлекает за собой силовые линии начального магнитного поля. В результате образуются два круговых тороида: две баранки, состоящие из силовых линий магнитного поля, одна из которых опоясывает ядро по широте в Южном полушарии, а другая — в Северном. Вещество жидкого ядра совершает, кроме того, конвективные перемещения, о которых говорилось в гипотезе Френкеля. Взаимодействие этих конвективных движений с кольцевыми полями внутри ядра и приводит к возникновению того магнитного поля, которое мы наблюдаем на поверхности Земли. Ось такого магнитного поля должна быть близка к оси вращения, а возбужденное таким образом магнитное поле, как показывает теория, будет пульсировать. С этими пульсациями и связаны, очевидно, вариации магнитного момента. Увеличиваясь по амплитуде, пульсации в какой-то момент приводят к изменениям знака магнитного момента — происходит инверсия геомагнитного поля.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ НА ЖИВЫЕ ОРГАНИЗМЫ

Магнитное поле Земли служит многим живым организмам для ориентации в пространстве. Некоторые морские бактерии располагаются в придонном иле под определенным углом к силовым линиям магнитного поля Земли, что объясняется наличием в них маленьких ферромагнитных частиц.

Мухи и другие насекомые "сажаются" предпочтительно в направлении поперек или вдоль магнитных линий магнитного поля Земли. Например, термиты располагаются на отдых так, что оказываются головами в одном направлении: в одних группах — параллельно, в других — перпендикулярно линиям магнитного поля.

Ориентиром для перелетных птиц также служит магнитное поле Земли. Недавно ученые узнали, что у птиц в области глаз располагается маленький магнитный "компас" — крохотное тканевое поле,

в котором расположены кристаллы магнетита, обладающие способностью намагничиваться в магнитном поле.

Ботаники установили восприимчивость растений к магнитным полям. Оказывается, что сильное магнитное поле влияет на рост растений.

Наукой уже давно доказано, что магнитное поле Земли влияет на людей и животных, причем, каждый атом живых существ не только реагирует на электромагнитные потоки, но и генерирует собственные. Биофизики и врачи, изучающие физиологические процессы, происходящие под влиянием магнитного поля в организме человека, прежде всего отмечают важное влияние магнитного поля на систему кровообращения, состояние кровеносных сосудов, активность переноса кислорода через кровь к окружающим тканям, транспортировку питательных веществ через полупроницаемые мембраны клеток. Резкое изменение внешнего магнитного поля, например, при магнитной буре или активной геомагнитной зоне всегда отрицательно сказывается на самочувствии и здоровье.

Следует отметить и благотворное влияние магнитных полей на наше здоровье. Под влиянием магнитных полей происходит повышение проницаемости сосудов и эпителиальных тканей, благодаря чему можно ускорить рассасывание отеков и растворение лекарственных веществ. Данный эффект лёг в основу магнитотерапии и широко применяется при различных видах травм, ранений и их последствий.

Важность магнитного поля для человека неоспорима. Снижение уровня внешнего магнитного поля ведёт к нарушению магнитного поля в кровеносной системе, в результате чего нарушается кровообращение, транспортировка кислорода и питательных веществ к органам и тканям, что может в итоге привести к развитию болезни. Таким образом, недостаточный уровень внешнего магнитного воздействия по степени вреда, наносимого им организму, может вполне соперничать с дефицитом минералов и витаминов.

Роль магнитного поля Земли очень велика – оно защищает всё живое на нашей планете от губительных потоков заряженных частиц, приходящих из Космоса.

История магнитных явлений и изучения магнитного поля Земли.

Магнитные явления были известны ещё в древнем мире. Легенду о пастухе по имени Магнус (варианты легенды – сандалии с железными гвоздями, железный посох пастуха) описывали и Платон, и Плиний. Эффект притяжения куском бурой руды мелких железных предметов в те годы научного объяснения не имел. В течение многих столетий магниту

приписывали некую магическую силу, в частности, способность приворожить девушку. Магнитами интересовались и фокусники (гроб Магомета), и лекари. Считалось, что железные опилки «помогают» от множества болезней. Участник экспедиции Васко да Гама в Индию так описывал базар в портовом городе Кохикода: «Много-много продавалось там разных лечебных средств — их невозможно перечислить. Но самое трогательное было то, как дряхлые старики платили невероятные цены за пилюли, приготовленные из магнитного порошка,— эти пилюли будто бы наверняка возвращали им утраченную молодость». Великий учёный Исаак Ньютон верил в магическую силу магнита и постоянно носил перстень с сильным магнитом.

Практическое использование магнитных явлений началось с изобретения компаса. Честь этого изобретения оспаривают китайцы и индийцы, арабы и итальянцы, французы и англичане. Достоверно известно только то, что китайцы, арабы и европейцы после XI века н.э. с успехом использовали этот прибор в мореходном деле. У русских поморов компас был, его называли «маткой», поморы на своих судах ходили даже на Шпицберген. Интересна оценка этого изобретения автором монографии «De Magnetite» У. Гильберта – личного врача английской королевы Елизаветы I: «Известно, что никогда никакие изобретения человеческого искусства не приносили большей пользы человеческому роду, чем этот компас».

Роль магнитного компаса в развитии мореплавания переоценить трудно. Это удивительный прибор. История его уходит в глубокую древность, настоящее весьма впечатляюще – без него не обходится ни одно судно, уходящее в море, а будущее видится в дальнейшем его совершенствовании и расширении границ применения.

Компас не только помог мореплавателям, но и дал толчок развитию учения о магнитном поле Земли, способствовал открытию взаимосвязи магнитного и электрического полей, с него начались многие отрасли науки. Другими словами, магнитный компас не только «открыл земной шар», но и открыл человечеству физический мир.

Много исследований посвящено истории этого прибора, но в результатах и выводах их нет единообразия. Встречающиеся противоречия и неточности во многом можно объяснить тем, что документы и свидетельства далёкого прошлого не дошли до нас и многие выводы сделаны лишь на предположениях, а отчасти и тем, что исследователями были историки, археологи, геологи, физики, писатели и, к сожалению, значительно реже моряки, что не могло не отложить свой отпечаток на взгляды и оценку открытий. Существуют различные версии об истоках изобретения компаса. Наиболее распространённая из них – компас изобретён в Китае в 3000-2500 гг. до н. э. и оттуда попал в Европу.

В XI веке в Китае впервые появилась плавающая стрелка компаса, изготовленная из искусственного магнита. Обычно она делалась в форме рыбки. Эту рыбку опускали в сосуд с водой. Здесь она свободно плавала,

указывая своей головой в ту сторону, где находился юг. Несколько разновидностей компаса придумал в том же XI веке китайский ученый Шэнь Гуа (1030-1094), который много работал над исследованием свойств магнитной стрелки. Он предлагал, например, намагнитить о природный магнит обычную швейную иглу, затем прикрепить её с помощью воска в центре корпуса к свободно висящей шёлковой нити. Этот компас указывал направление более точно, чем плавающий, так как испытывал гораздо меньшее сопротивление при своем повороте. Другая конструкция компаса, предложенная Шэнь Гуа, была ещё ближе к современной: намагниченная игла здесь насаживалась на шпильку. Во время своих опытов Шэнь Гуа установил, что стрелка компаса показывает не точно на юг, а с некоторым отклонением, и правильно объяснил причину этого явления тем, что магнитный и географический меридианы не совпадают между собой, а образуют угол. Ученые, которые жили после Шэнь Гуа, уже умели вычислять этот угол (его называют магнитным склонением) для различных районов Китая. В XI веке многие китайские корабли были оснащены плавающими компасами. Они устанавливались обычно на носу и на корме кораблей, так что капитаны в любую погоду могли держать правильный курс, сообразуясь с их указаниями. В таком виде китайский компас в XII веке заимствовали арабы. В начале XIII века «плавающая игла» стала известна европейцам. Первыми ее переняли у арабов итальянские моряки. От них компас перешел к испанцам, португальцам и французам, а позднее — к немцам и англичанам. В середине XIV века придумали помещать магнитную стрелку на острие в середине бумажного круга (картушки). Затем итальянец Флавио Джойя усовершенствовал компас, снабдив его картушкой, разделенной на 16 частей (румбов) по четыре на каждую часть света. Это нехитрое приспособление стало большим шагом в усовершенствовании компаса. Позже круг был разделен на 32 равных сектора. В XVI веке для уменьшения воздействия качки стрелку стали крепить на карданный подвес, а век спустя компас снабдили вращающейся линейкой с визирами на концах, что позволило точнее отсчитывать направления.

Компас произвел такой же переворот в мореплавании, какой порох — в военном деле, а переделочный процесс — в металлургии. Он был первым навигационным прибором, позволившим прокладывать курс в открытом море. Вооружившись компасом, испанские и португальские моряки в конце XV века отважились на далекие плавания. Они оставили морские берега (к которым мореплавание было привязано на протяжении нескольких тысячелетий) и пустились в плавание через океан.

Ниже изложена краткая история технического совершенствования компаса и развития учения о магнетизме.

Неккам Александр (англичанин) **1190 г.**, в его труде «О природе вещей» компас — магнитная игла — вещь уже известная.

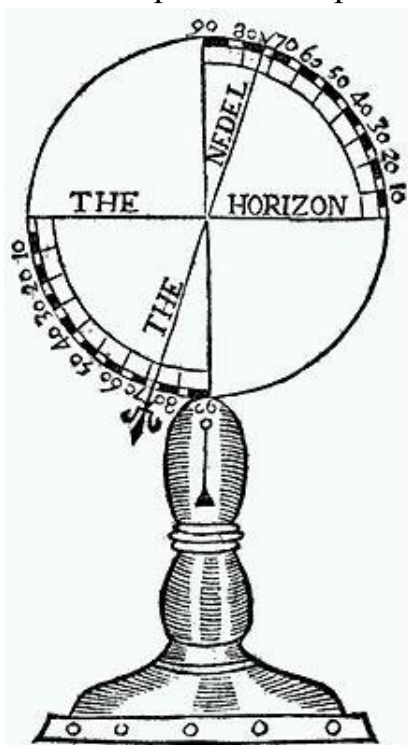
Байлек аль-Кабаяки (араб) видел компас в **1242 г.** у капитана корабля – железная игла, её воткнули в пробку, пробка плавала в воде, иглу перед каждым измерением подмагничивали.

Пьер де Марикур(француз), по прозвищу Перегрин (паломник, странник) - трактат «Послание о магните» **1269 г.** (опубликован в Риме лишь в 1520 г.)

- описан компас с вертикальной осью вращения, через которую горизонтально проходит намагниченная стрелка, стрелка устанавливается по направлению север-юг (как тогда думали);

- описан компас: в стеклянном сосуде плавает деревянная чаша, черта на крышке чаши располагается в направлении север-юг, а линейка над чашей поворачивается на краях сосуда так, чтобы её два визира показывали направление на звезду. Угол между линейкой и чертой – угол азимута.

В этой работе впервые было высказано суждение о необходимости



опыта и эксперимента в познании природы и тем самым во тьме веков посеяно зерно нового научно-философского мировоззрения.

В работе автор говорит, как намагнитить железный предмет, как установить полюса магнита, говорит об отталкивании одноимённых и притяжении разноимённых полюсов, утверждает, что разломанный магнит – это два магнита с противоположной полярностью в месте разлома.

Компасы, усовершенствованные П. Перегрином, не нашли применения в его время, ведь трактат был опубликован лишь 300 лет спустя после того, как он был написан. Поэтому его идеи нашли воплощение в конструкциях мастеров более позднего времени.

Мы остановились так подробно на работе П.

Перегрина потому, что с неё начинается новый этап в истории магнитного компаса, связанный с научным осмыслением путей его совершенствования.

Колумб Христофор (1436 – 1506) - 1492 г.(знаменитая экспедиция), обнаружил явление **магнитного склонения** (распространённая версия).

Указание на отклонение магнитной стрелки от географического меридиана, названное склонением, упоминалось впервые, как уже отмечалось, китайским учёным XI в. Шень Гуа. Заслуга Х.Колумба не во вторичном открытии склонения, а в обнаружении его изменчивости и в открытии положения линии нулевого склонения. Заметим, что современные методы измерения магнитного склонения обеспечивают точность измерения этой величины порядка одной угловой минуты.

Гартман Георг (1489 -1564) - немецкий инженер и астроном – первый европеец, описавший в **1544 году**, явление **магнитного наклонения**, открытое китайским учёным Шень Ко в XI веке (угол, на который

отклоняется стрелка под действием магнитного поля Земли в вертикальной плоскости или по-другому, это угол между силовой линией магнитного поля и горизонтальной плоскостью). Позднее Христофором Колумбом было установлено, что наклонение сильно зависит от географических координат. Прибор для измерения магнитного наклонения называют инклинометром (см. рисунок выше). Первая конструкция инклинометра с горизонтальной осью вращения магнитной стрелки – Роберт Норманн 1576 г. В настоящее время магнитное наклонение можно измерить с точностью около одной угловой минуты.

Заметим, что в северном полушарии указывающий на север конец стрелки отклоняется вниз, в южном полушарии – вверх. Точность показаний магнитного компаса связана с проблемой магнитной девиации, которая не утратила своей актуальности и в сегодняшние дни.

Магнитная девиация – ошибка показаний магнитного компаса, а именно угол в плоскости горизонта между касательной к силовой линии магнитного поля планеты и направлением, соответствующим показанию магнитного компаса. Этот эффект вызван изменением магнитного поля вблизи области измерения из-за нахождения магнитных материалов.

Причин возникновения девиации может быть несколько. Во-первых, источником паразитного магнитного поля обычно являются магнитотвёрдые материалы (например, постоянные магниты). Во-вторых, происходит изменение направления силовых линий магнитного поля Земли элементами конструкции. Такие искажения обычно вносят магнитомягкие материалы. Кроме того, из-за протекания вблизи компаса электрического тока возникают электромагнитные наводки. Для увеличения точности показаний магнитного компаса девиацию уменьшают методами компенсации, а также исключением или ослаблением её причин.

Порта Джованни Батиста (1538-1615). «Натуральная магия», Неаполь, 1558 г. - намагниченные опилки приобретают свойства «целого» магнита, а размагниченные - магнитными свойствами не обладают;

- «борода» из железных опилок располагается у полюсов магнита;
- железная полоса обладает свойствами магнитного экрана;
- опыт с нагреванием магнита (эффект Кюри).

Леонардо да Винчи (1452-1519) – в рисунках Леонардо компас изображён с подвижной картушкой и кардановым подвесом.

- отношение к эксперименту: «никакое человеческое исследование не может претендовать на то, чтобы быть истинной наукой, если оно не использует математических доказательств и нет никакой уверенности там, где нельзя применить одну из математических наук».

Гильберт Уильям (1544-1603) - личный врач английской королевы Елизаветы I. Книга «О магните, магнитных телах и большом магните – Земле». Лондон, 1600 г.:

- описал около 600 опытов с магнитами;
- по книге Марио Льюэца: « Исходя из идей П. Перегрини, Гильберт изготовил магнит сферической формы, «маленькую Землю». Затем, обходя поверхность шара, с помощью небольшой намагниченной стрелки он исследовал магнитные свойства своего шара и нашёл, что они соответствуют магнитным свойствам Земли – *большого магнита*. Итак, заключает он, с точки зрения магнитного действия Земля отличается от этого шара только лишь своими размерами». Г.Галилей по этому поводу сказал, что этот вывод «достойн удивления». **Человек впервые осмелился сопоставить лабораторные исследования с явлениями (объектами) космического масштаба.** (Галилей сам первый увидел на Луне горы с помощью подзорной трубы – мир небесный и мир земной – природа одинакова!)

Росс Джеймс (1800-1862) – английский полярный исследователь - в **1831 г.** открыл магнитный полюс в Канадском архипелаге (южный магнитный полюс) – недалеко от северного географического полюса Земли. Это область, где магнитная стрелка занимает вертикальное положение, то есть наклонение равно 90° . Именно в точках магнитного полюса магнитные линии входят (или выходят) из Земли. В 1909 году одна из партий экспедиции «Нимрода» достигла другого магнитного полюса Земли, находящегося в Антарктиде (северный магнитный полюс).

В теорию магнетизма (электромагнетизма) внесли заметный вклад такие великие учёные как Ш.О.Кулон, К.Гаусс, В.Вебер, Ф.Гумбольдт, Г.Х.Эрстед, А.М.Ампер, Ж.Б.Био и Ф.Савар, М.Фарадей, Д.К.Максвелл. Теоретические исследования компаса в России – академик М.В. Ломоносов, кораблестроитель академик А.Н. Крылов.

Заметим, что понятие «магнитное поле» стало научным понятием после работ **Майкла Фарадея (1791-1867)**, открывшего закон электромагнитной индукции. Его представление о том, что окружающее пространство заполнено «силовыми линиями магнитного поля» далеко не сразу стало общепринятым. Напомним, что бороду железных опилок около полюсов магнита видел ещё Д.Б.Порта, но не видел силовых линий поля. Секретарь парижской академии наук Д.Ф.Араго пропустил ток по прямолинейному проводнику, на бумаге с опилками видел скопление железных опилок около проводника (проводник был перпендикулярен плоскости бумаги), но он не заметил концентрических окружностей, вдоль которых были ориентированы опилки. После работ **Джеймса Клерка Максвелла (1831-1879)** теория электромагнетизма приобрела строгую математическую основу.

Современный раздел науки о Земле – геофизика, геомагнетизм – всесторонне изучают магнитное поле Земли. Для человечества это очень важно по многим причинам. Существование магнитного поля Земли в истории мореплавания мы немного обсудили. Воздействие динамики магнитного поля Земли на человеческий организм – одно из направлений

современной медицины. Существование магнитного поля Земли в околоземном пространстве предохраняет природу Земли и жизнь человека от вредного воздействия космических лучей.

Для нас небезынтересно ответить на вопрос, а откуда и как возникает магнитное поле Земли? Одна из первых гипотез этого направления принадлежит французскому академику Амперу.

Ампер Андре Мари (1775-1836) - внутри Земли течёт электрический ток с востока на запад. Магнитное поле такого тока совпадает с магнитным полем шара Гильберта.

В начале XX века – была распространена следующая гипотеза. В объёме Земли имеются электрические заряды. Вращение Земли обеспечивает существование конвективного электрического тока, ток обеспечивает существование магнитного поля Земли. Красивая теория, но по величине магнитного поля расхождение с экспериментом в десятки миллионов раз.

У.Эльзассер (1904-1991), американский учёный, **1939** г. – предположение о термоэлектрических токах в объёме Земли с учётом действия кориолисовой силы. Совпадения с экспериментом добиться не удалось.

Френкель Яков Ильич (1894-1952), советский учёный, в **1947** году предложил теорию последовательного самовозбуждения магнитного поля Земли (теория «динамо»). В настоящее время эта теория принята в качестве основной модели земного магнетизма и всесторонне разрабатывается геофизиками.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ МАГНИТНОГО СКЛОНЕНИЯ.

Явление магнитного склонения легко объяснить с помощью следующей упрощенной модели земного магнетизма. Допустим, что поверхность Земли является сферой известного радиуса, магнитное поле Земли - поле магнитного диполя с известным магнитным моментом, ось этого диполя проходит через центр Земли и отклоняется от оси вращения Земли на угол ϑ_0 . Ось вращения Земли и ось магнитного диполя определяют плоскость, которая повернута относительно плоскости гринвичского меридиана на угол φ_0 в направлении по часовой стрелке, если смотреть на этот поворот с северного географического полюса. Пусть (для удобства выкладок) северный магнитный полюс расположен в северном полушарии. Реальная физическая ситуация отличается от описанной: ось магнитного диполя не пересекается с осью вращения Земли, между центром Земли и центром магнитного диполя около 400 км, северный магнитный полюс находится в южном полушарии, Земля является не шаром, а сплюснутым эллипсоидом. Тем не менее с учётом предположений упрощенной модели земного магнетизма можно получить физически приемлемые результаты с помощью несложного математического аппарата.

Географические координаты .

Рассмотрим сферу радиуса R , введём сферические координаты r, ϑ, φ , положение оси вращения Земли опишем условием $\vartheta = 0$, а условие $\varphi = 0$ пусть определяет положение гринвичского меридиана. Выражения для декартовых координат точки наблюдения на поверхности сферы радиуса R

имеют вид:

$$\begin{aligned}x &= R \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi, & y &= R \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi, \\z &= R \cdot \cos \vartheta.\end{aligned}\quad (1)$$

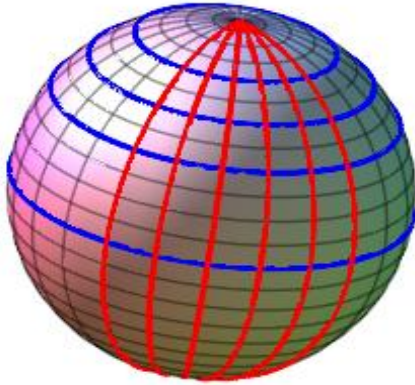


Рис. П.4.

Для начала введём "географические координаты" точек поверхности Земли. Северная широта точки наблюдения отсчитывается в градусах от линии экватора в направлении северного географического полюса, южная широта точки наблюдения отсчитывается в градусах от экватора в сторону южного географического полюса. Уравнение географической

параллели в рассматриваемой модели можно описать условием $\vartheta = \Theta = \text{const}$. Заметим, что это условие приводит к системе параметрических уравнений:

$$x_{II} = R \cdot \sin \Theta \cdot \cos \varphi, \quad y_{II} = R \cdot \sin \Theta \cdot \sin \varphi, \quad z_{II} = R \cdot \cos \Theta, \quad (2)$$

которые определяют пространственную кривую на поверхности сферы, в рассматриваемом случае - окружность радиуса $R \cdot \sin \Theta$, плоскость которой перпендикулярна оси вращения Земли и отстоит от центра Земли на расстояние $R \cdot \cos \Theta$.

Уравнение географического меридиана описывается условием $\varphi = \Phi = \text{const}$, в этом случае параметрические уравнения пространственной кривой на поверхности сферы принимают вид;

$$x_M = R \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \Phi, \quad y_M = R \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \Phi, \quad z_M = R \cdot \cos \vartheta. \quad (3)$$

Уравнения (3) описывают окружность радиуса R , плоскость которой проходит через центр Земли и повернута относительно плоскости гринвичского меридиана на угол Φ .

На рисунке П.4 приведены результаты расчётов по зависимостям (2) и (3): - географические параллели (синие линии) - это экватор (0 градусов с.ш.), параллель 30 градусов с.ш., параллель 45 градусов с.ш., параллель 60 градусов с.ш.;

- географические меридианы (красные линии) - гринвичский меридиан, меридиан 15 градусов восточной долготы, 30 градусов восточной долготы, 45 градусов восточной долготы, 60 градусов восточной долготы и 75 градусов восточной долготы.

Приведённые выше простые результаты описаны так подробно только потому, что метод построения сетки "магнитных" координатных линий

принципиально не отличается от изложенного метода построения географических координат.

Перейдём к рассмотрению магнитных параллелей и магнитных меридианов. Напомним, что магнитное поле магнитного диполя обладает осевой симметрией относительно оси магнитного диполя. Отсюда следует, что плоскости магнитных параллелей перпендикулярны оси магнитного диполя (а не оси вращения Земли!), а плоскость магнитного меридиана должна проходить через магнитный плюс, центр Земли (в рассматриваемой упрощенной модели) и некоторую точку географического экватора, положение которой можно считать параметром ориентации плоскости магнитного меридиана.

Магнитные координаты. Магнитные параллели.

Вычислим направляющие косинусы единичного безразмерного вектора, направленного вдоль оси магнитного диполя (положение оси магнитного диполя описано в водной части раздела):

$$\cos \alpha = \sin \vartheta_0 \cdot \cos \varphi_0, \quad \cos \beta = \sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi_0, \quad \cos \gamma = \cos \vartheta_0. \quad (4)$$

Уравнение плоскости P , перпендикулярной указанному направлению, известно из курса аналитической геометрии

$$x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma = p, \quad (5)$$

где p - минимальное расстояние описываемой плоскости от начала координат (длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на описываемую плоскость). Плоскость P при выполнении очевидных условий пересекает поверхность сферы радиуса R :

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2. \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (5) и (6) доставляет уравнение линии пересечения соответствующих геометрических объектов - это окружность, уравнения которой легко получить, если искать решение в форме

$$X_{II} = R \cdot \sin \vartheta_{II} \cdot \cos \varphi_{II}, \quad Y_{II} = R \cdot \sin \vartheta_{II} \cdot \sin \varphi_{II}, \quad Z_{II} = R \cdot \cos \vartheta_{II}. \quad (7)$$

Заметим, что зависимости (7) тождественно обращают в нуль уравнение (6), а после подстановки их в уравнение (5) приводят к уравнению

$$\sin \vartheta_0 \cdot \sin \vartheta_{II} \cdot \cos(\varphi_{II} - \varphi_0) + \cos \vartheta_0 \cdot \cos \vartheta_0 = \rho, \quad \rho = \frac{p}{R}. \quad (8)$$

Напомним, что параметры точки наблюдения (угол ϑ_{II} и угол φ_{II}) определены относительно исходной системы координат, связанной с осью вращения Земли.

Уравнение (8) позволяет получить зависимости

$$\sin \vartheta_{II} = F(\varphi_{II}), \quad \cos \vartheta_{II} = G(\varphi_{II}), \quad (9)$$

явные аналитические выражения для которых получены ниже. Таким образом, получают параметрические уравнения магнитной параллели:

$$X_{II} = R \cdot F(\varphi_{II}) \cdot \cos \varphi_{II}, \quad Y_{II} = R \cdot F(\varphi_{II}) \cdot \sin \varphi_{II}, \quad Z_{II} = R \cdot G(\varphi_{II}). \quad (10)$$

Величины ϑ_0 , φ_0 и ρ входят в зависимости (10) в качестве параметров решения.

Определим зависимости (9). Наиболее просто уравнение (8) решается при условии $\rho = 0$, которым описывается магнитный экватор:

$$\operatorname{tg} \vartheta_{II} = -[\operatorname{tg} \vartheta_0 \cdot \cos(\varphi_{II} - \varphi_0)]^{-1}. \quad (11)$$

Далее удобно воспользоваться известными тригонометрическими соотношениями:

$$\sin A = \pm \frac{\operatorname{tg} A}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 A}}, \cos A = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 A}}. \quad (12)$$

Знак того или иного выражения следует выбирать в соответствии с физическим смыслом получаемого результата. Заметим, что использование функции $\operatorname{tg} A$ удобно при определении пределов применимости того или иного выражения при проведении конкретных вычислений.

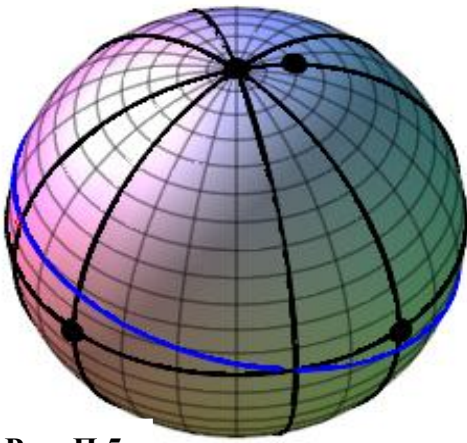


Рис. П.5.

На рисунке П.5 показано положение магнитного полюса, положение магнитного экватора, рассчитанное по рассматриваемой упрощенной модели с использованием следующих значений параметров: $\vartheta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = -30^\circ$. Для облегчения восприятия полученных результатов на рисунке отмечены положения гринвичского меридиана (ось X декартовой системы координат - чёрная точка на географическом экваторе), положение точки (0,R,0) - ось Y декартовой системы координат, положение географического меридиана $\varphi_0 = -30^\circ$ (меридиан проходит через точку максимального отклонения магнитного экватора от географического экватора) и положение географического меридиана, для которого имеет место пересечение магнитного меридиана и географического меридиана.

Для произвольного значения параметра ρ уравнение (8) приводится к виду

$$(A^2 - \rho^2) \cdot \operatorname{tg}^2 \vartheta_{II} + 2 \cdot A \cdot B \cdot \operatorname{tg} \vartheta_{II} + (B^2 - \rho^2) = 0, \quad (13)$$

где:

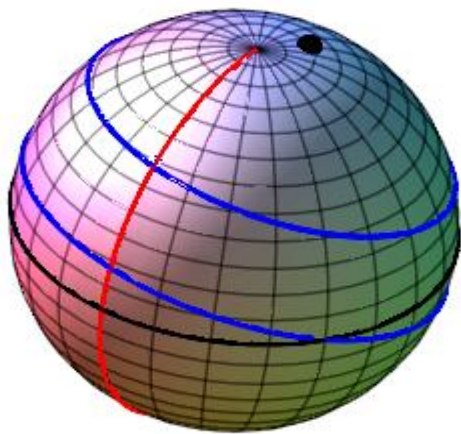
$$A = \sin \vartheta_0 \cdot \cos(\varphi_{II} - \varphi_0), \quad B = \cos \vartheta_0. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) известно:

$$\operatorname{tg} \vartheta_{II} = -\frac{A \cdot B}{A^2 - \rho^2} \pm \sqrt{\left(\frac{A \cdot B}{A^2 - \rho^2}\right)^2 - \frac{B^2 - \rho^2}{A^2 - \rho^2}} = T(\varphi_{II}). \quad (15)$$

Параметрические уравнения магнитной параллели (конкретное значение параметра ρ) принимают вид:

$$X_{II} = R \cdot \left(\pm \frac{T(\varphi_{II})}{\sqrt{1 + T(\varphi_{II})^2}} \right) \cdot \cos \varphi_{II}, \quad Y_{II} = R \cdot \left(\pm \frac{T(\varphi_{II})}{\sqrt{1 + T(\varphi_{II})^2}} \right) \cdot \sin \varphi_{II}, \quad Z_{II} = R \cdot \left(\pm \frac{1}{\sqrt{1 + T(\varphi_{II})^2}} \right). \quad (16)$$



На рисунке П.6 показаны положение магнитного полюса, изображения магнитных параллелей в следующем порядке: магнитный экватор и магнитная параллель, плоскость которой отстоит от центра Земли на расстояние половины радиуса Земли. Ориентация магнитного диполя совпадает с ориентацией диполя на предыдущем рисунке. Красной линией показано положение гринвичского меридиана

Рис. П.6.

Магнитные меридианы.

Положение плоскости магнитного меридиана описано в самом начале настоящего раздела. Выпишем уравнение плоскости, проходящей через три произвольные точки пространства, которые не лежат на одной прямой. Из аналитической геометрии известно, что в таком случае справедливо уравнение

$$(\vec{r} - \vec{r}_1) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2) \times (\vec{r} - \vec{r}_3) = 0. \quad (17)$$

Здесь \vec{r} - радиус-вектор точки наблюдения, \vec{r}_1 - радиус-вектор первой точки, \vec{r}_2 - радиус-вектор второй точки, \vec{r}_3 - радиус-вектор третьей точки, через которые проходит плоскость. В координатной форме уравнение (17) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \\ x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

В рассматриваемом случае (плоскость проходит через начало координат, проходит через магнитный полюс и некоторую точку географического экватора) имеем:

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 0, \quad x_2 = R \cdot \sin \vartheta_0 \cdot \cos \varphi_0, \quad y_2 = R \cdot \sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi_0, \quad z_2 = R \cdot \cos \vartheta_0, \\ x_3 = R \cdot \cos \tilde{\varphi}, \quad y_3 = R \cdot \sin \tilde{\varphi}, \quad z_3 = 0.$$

С учётом приведённых определений уравнение искомой плоскости можно записать в форме:

$$A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0, \quad (19)$$

где

$$A = -\cos \vartheta_0 \cdot \sin \tilde{\varphi}, \quad B = \cos \vartheta_0 \cdot \cos \tilde{\varphi}, \quad C = \sin \vartheta_0 \cdot \sin(\tilde{\varphi} - \varphi_0). \quad (20)$$

Уравнение (19) имеет каноническую форму, оно однородное - плоскость проходит через начало координат, коэффициенты этого уравнения являются проекциями вектора, перпендикулярного рассматриваемой плоскости.

Плоскость магнитного меридиана пересекает поверхность земного шара по окружности радиуса R . Уравнение поверхности Земли - сфера радиуса R

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2. \quad (21)$$

Чтобы определить необходимую пространственную кривую нужно решить систему уравнений (20)-(21). Решение удобно искать в форме

$$X_M = R \cdot \sin \vartheta_M \cdot \cos \varphi_M, \quad Y_M = R \cdot \sin \vartheta_M \cdot \sin \varphi_M, \quad Z_M = R \cdot \cos \vartheta_M. \quad (22)$$

Уравнение (21) удовлетворяется при этом тождественно, а уравнение (20) приводится к виду:

$$f \cdot \cos \varphi_M + g \cdot \sin \varphi_M + h = 0, \quad (23)$$

где;

$$f = -\cos \vartheta_0 \cdot \sin \tilde{\varphi} \cdot \sin \vartheta_M, \quad g = \cos \vartheta_0 \cdot \cos \tilde{\varphi} \cdot \sin \vartheta_M, \quad h = \sin \vartheta_M \cdot \sin(\tilde{\varphi} - \varphi_0) \cdot \cos \vartheta_M.$$

Уравнение (23) преобразуем к виду:

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_M + \frac{2 \cdot f \cdot g}{h^2 - g^2} \cdot \operatorname{tg} \varphi_M + \frac{h^2 - f^2}{h^2 - g^2} = 0. \quad (24)$$

Выпишем решение уравнения (24):

$$\operatorname{tg} \varphi_M = -\frac{f \cdot g}{h^2 - g^2} \pm \sqrt{\left(\frac{f \cdot g}{h^2 - g^2}\right)^2 - \frac{h^2 - f^2}{h^2 - g^2}}. \quad (25)$$

Воспользовавшись соотношениями (12), перепишем совокупность выражений (22) в форме параметрических уравнений пространственной кривой:

$$\begin{aligned} X_M &= R \cdot \sin \vartheta_M \cdot \cos \varphi_M = R \cdot \sin \vartheta_M \cdot V(\vartheta_M), \\ Y_M &= R \cdot \sin \vartheta_M \cdot \sin \varphi_M = R \cdot \sin \vartheta_M \cdot W(\vartheta_M), \\ Z_M &= R \cdot \cos \vartheta_M. \end{aligned} \quad (26)$$

Физические величины ϑ_0, φ_0 и $\tilde{\varphi}$ в соотношениях (26) играют роль параметров решения.

При практическом использовании полученных результатов необходимо следить за выбором соответствующей ветви многозначного решения в согласии с физическим смыслом математического результата.

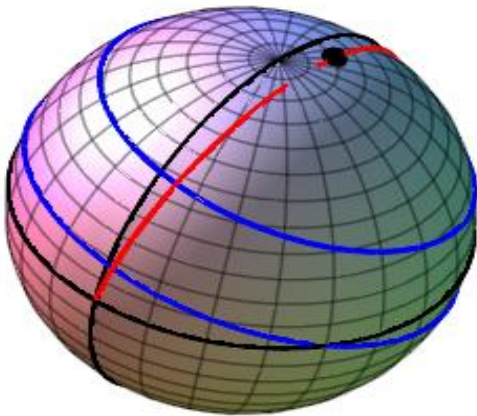


Рис.П.7.

На рисунке П.7 показаны положение магнитного полюса в северном полушарии, положение географического и магнитного экваторов, положение магнитной параллели (плоскость магнитной параллели отстоит от центра Земли на расстояние в половину радиуса Земли), положение гринвичского меридиана (географического нулевого меридиана) и положение магнитного меридиана, который проходит через точку пересечения географического экватора и географического нулевого меридиана. Ориентация магнитного диполя сохранена такой же, как ориентация диполя на предыдущем рисунке. На рисунке отчётливо видно, что имеет место явление магнитного склонения - угол между географическим меридианом и магнитным меридианом отличен

от нуля. Результаты расчётов по рассмотренной выше упрощенной модели земного магнетизма качественно совпадают с реальным расположением магнитных параллелей и магнитных меридианов на поверхности Земли, если не принимать во внимание локальные магнитные аномалии.

Контрольные вопросы

1. В чём заключается физический смысл теоремы Гаусса для магнитного поля?
2. Что такое магнитный диполь? Укажите реальные тела, которые можно называть магнитными диполями.
3. Почему определение момента магнитного диполя аналогичное определению момента электрического диполя является некорректным?
4. В какой области пространства около магнитного диполя неоднородность магнитного поля наибольшая? Какой физической величиной характеризуется эта неоднородность?
5. Известны ли Вам планеты Солнечной системы или их спутники, обладающие магнитным моментом?
6. Как называется явление локального несовпадения направления «север-юг» и горизонтальной составляющей магнитного поля Земли?
7. Измерение индукции магнитного поля в центре катушек Гельмгольца тесламетром и расчёт по зависимости (47) методических указаний дают разные числовые значения. Какова причина систематической погрешности?
8. По какой причине при анализе магнитного поля Земли используют магнитные координаты? Как эти координаты выбираются?
9. Какие физические принципы используют в технике измерения локального магнитного поля?
10. Что такое радиационные пояса Земли? Какую роль они играют в процессах взаимодействия космического излучения и живой природы Земли?
11. Влияет ли работа электрических машин (трансформаторов, электродвигателей) на процесс измерения магнитного поля Земли с помощью используемой лабораторной установки?

Литература

Макаров А.М., Лунёва Л.А., Макаров К.А. Теория и практика классической электродинамики. - М.: URSS. 2013. -767 с. ил.

Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. Электромагнитное поле. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2013.

Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. М.: Лань, 2007.

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.