Э-81
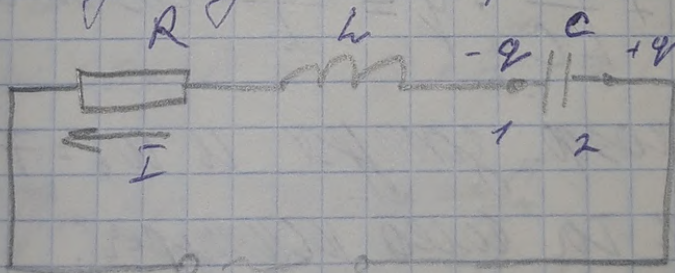
Изучение вынужденных.колеб. в колеб. контуре.

Цель работы: измер. амплит. резонанс. кривых колеб. контуров и опред. по ним хар-к контуров: резон. ч-ты, ширины резон. кривой, добротности, коэф.затух, логарифм. декремента, а также расчёт номин. знач. ёмкости и сопр.

Теор. часть

1. Вынужд. эл. колеб.

Чтобы вызв. вынужд колеб, нужно опуд. на сист. внеш. период. цуи. возд-ие : на вход под-и напр. $u = u_m \cdot \cos \omega t$

$u = u_m \cos \omega t$

2. Ур-ие вынужд. колеб. и его реш.

В катушке инд. за счет изм. силы тока I возн. ЭДС самоинд. $\varepsilon_{c.инд}$

З-н Ома для уч. цепи 1-2

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{c.инд} + U, \quad (2)$$

φ - потенц.

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C} \quad (3) - \text{все}$$
выраз. через q.

$$\varepsilon_{c.инд.} = -L\frac{dI}{dt} \quad (4)$$

Подст. выраж. для р-ти потенц.

$\varphi_1 - \varphi_2$ и $\varepsilon_{c.инд}$ и $U(t)$ в (2) =>

$$IR = -\frac{q}{C} + \left(-L\frac{dI}{dt}\right) + U_m \cos\omega t \quad (5)$$

Из (5) ур-ие вынужд. колеб.:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\cdot\dot{q} + \frac{1}{LC}\cdot q = \frac{U_m}{L}\cos\omega t \quad (6)$$

$\beta = \frac{R}{2L}$ - коэф. затух. и $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- собств. ч-та колеб контура.

$(6) \rightarrow \ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m \cos\omega t}{L} \quad (7)$

Из мн. ДУ, общ. реш:

$$q = q_{m0} e^{-\beta t}\cos(\omega t + \delta) + q_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (8)$$

первое слаг. - затух колеб. с γ-ой $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, нач. A q_m и нач. фазой δ. Втор слаг. - вынужд. колеб. с цикл. γ-ой $\omega_1 = \gamma$-ле ω и A q_m.

A вынужд. колеб:
$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (9)$$

разность фаз:
$$tg\,\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (10)$$

со врем затух колеб $\to 0 \Rightarrow$
$$q = q_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (11)$$

3. Сила тока

дифф. (11) по t:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_m\,\omega\,\sin(\omega t - \varphi) =$$

$$= q_m\,\omega\,\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos(\omega t - \psi) \quad (12)$$

$$I_m = q_m\,\omega, \quad \psi = \varphi - \frac{\pi}{2}$$

$(9)\cdot\omega \Rightarrow$
$$I_m = \frac{(U_m/L)\cdot\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (13)$$

(13), $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ и $\beta = \frac{R}{2L} \Rightarrow$
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (14)$$

из (10) $\Rightarrow$ $tg\,\psi = tg\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right) = -ctg\,\psi =$

$$= -\frac{w_0^2 - w^2}{2\beta w} = \frac{wL - \frac{1}{wc}}{R} \quad (15)$$

Т.о., колеб. тока в контуре отст. от колеб. под. на вход. контура напр. на угол ψ, кот завис. от пар-ов цепи R, L, C и ч-ты w.

4. Напр на конденсаторе

$(11) \cdot \frac{1}{c} \Rightarrow$

$$U_c = \frac{q}{c} = \frac{q_m}{c} \cdot \cos(wt - \psi) = U_{cm} \cdot$$

$$\cdot \cos\left(wt - \psi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (16).$$

из (9):

$$U_{cm} = \frac{U_m\, w_0^2}{(w_0^2 - w^2) + 4\beta^2 w} = \frac{U_m}{wc\sqrt{R^2 + \left(wL - \frac{1}{wc}\right)^2}}$$

$$= I_m / (wc) \quad (17)$$

колеб. напр. на конд. отст по фазе от колеб тока в контуре на $\frac{\pi}{2}$.

5. Амплит. резон. кривые.
Явление резон.

Амплит. рез. кривыми наз-ют графики завис. от ч-ты ω амплитуды тока I_m и амплит. напр. на конденс. U_{cm}.

при опр. ω_m происх. $U_{cm\,max}$.
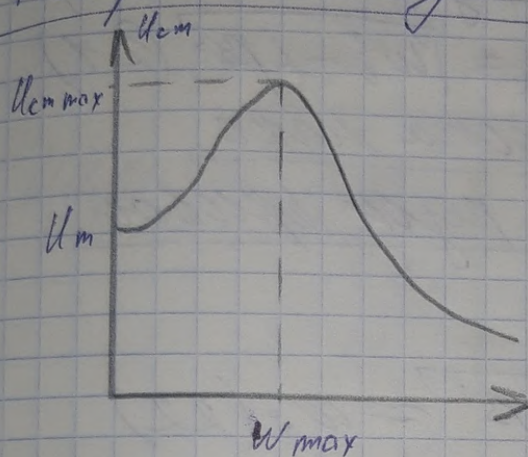
ищем ω_{max}:

$$\omega_{max} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \le \omega_0 \quad (18)$$

Из (17), если $\omega \to 0$ $\quad U_{cm}(\omega = 0) = U_m \quad (19)$

Чем меньше $\beta = \frac{R}{2L}$, тем выше и острее макс. φ. $U_{cm}(\omega)$ и ω_{max} ближе к ω_0.

$$\omega_{max} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (20), \text{ если } R \text{ тока в цепи мала}$$

Резонансом назыв. явл., когда при некот. опр. ч-те внеш. перем. напр. U амплитуда напр. на конд. достиг. макс. знач. Соотв-щая ч-та W назыв. резон. ч-ой $W_{рез}$. Вел. ч-ты $W_{рез}$ для U_{cm} опр. ф-лой:

$$W_{рез} = W_{max} = \sqrt{W_0^2 - 2\beta^2} \quad (21)$$

6. Отн. высота макс. амплит. резон. кривой.

при $\beta << W_0$

$$W_{max} = \sqrt{W_0^2 - 2\beta^2} \approx W_0 \quad (22)$$

соотн. (17) при $W = W_{max} = W_0$

$$U_{cm\,max}(W) = U_{cm}(W_0) = U_m \frac{W_0}{2\beta} \quad (23)$$

при $W \to 0$

$$U_{cm}(0) = U_m \quad (24)$$

$$(25) \quad \frac{U_{cm}(W_0)}{U_{cm}(0)} = \frac{W_0}{2\beta} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \approx Q$$

Q – добр-ть контура

Т. о., Q показ., во сколько раз

А напр. на конденс. $U_{cm}(\omega)$ в усл. ру-нса ($\omega = \omega_{max} \approx \omega_0$) превыш. в-ну напр. на конд при $\omega \approx 0$. А хар-ет отн. высоту макс. А резон-ой кривой.

7. Ширина амплит. резон. кривой.

Ширина $\Delta\omega$.

(23) Исп. (17) получ:

$$\Delta\omega \approx 2\beta \quad (26)$$
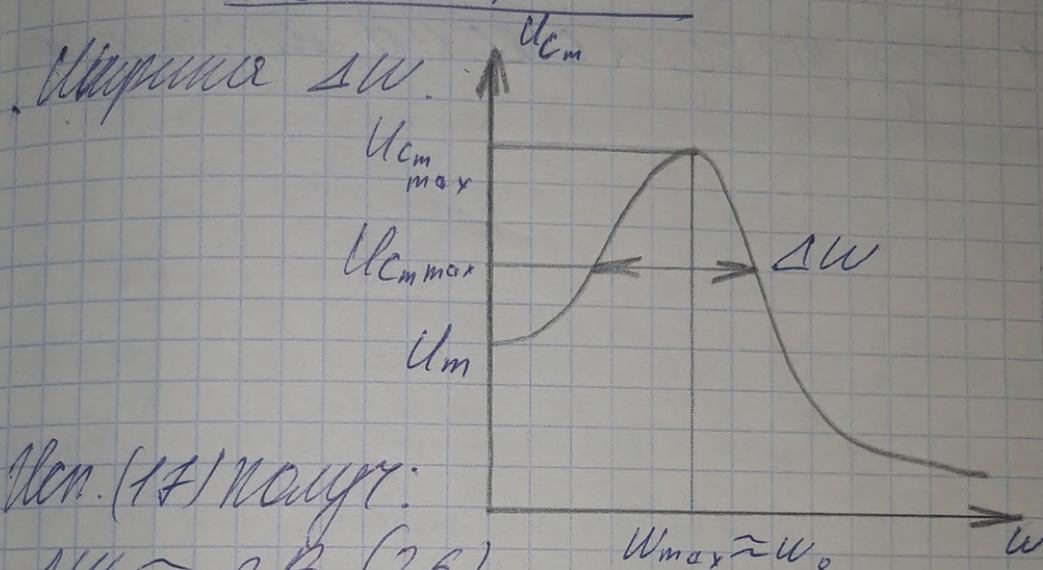
Также $Q = \dfrac{\Delta\omega}{2\beta} \approx \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (27)$

Добротность колеб. контура опр. также остроту амплит. резон. кривой.

Эксперимент. часть.

1 - цифровой генератор сигналов
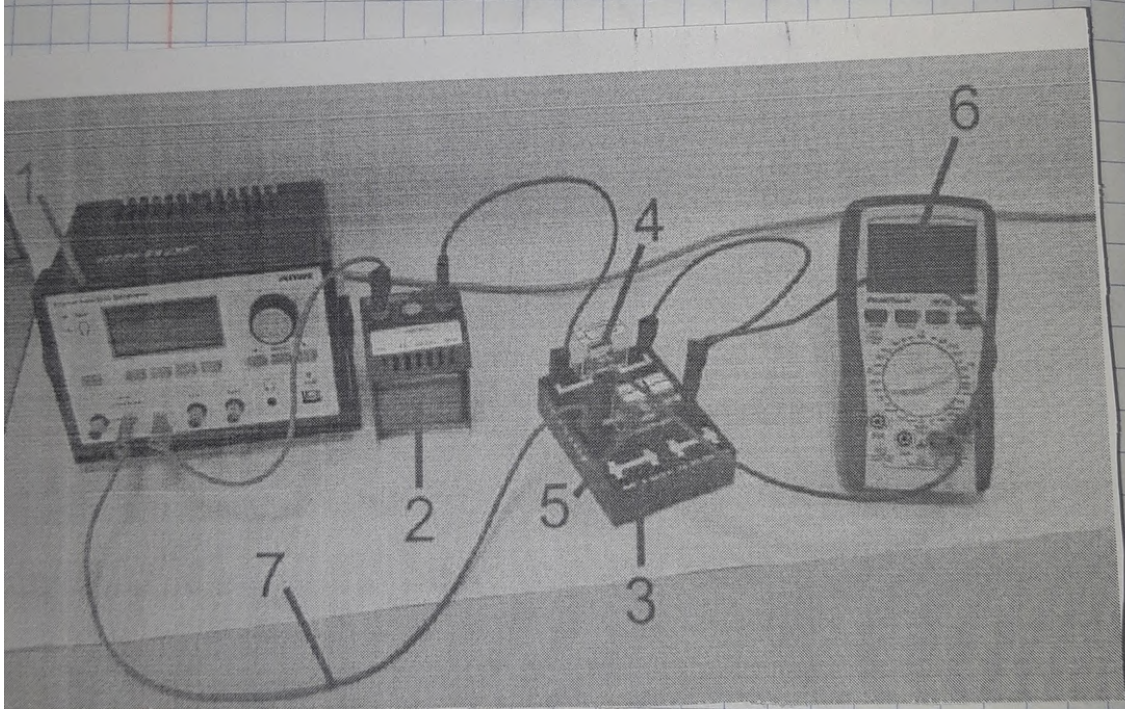
2 - катушка

3 - коммутац. коробка

4 - угольное сопр

5 - конденсатор

6 - цифровой мультиметр

7 - соед провода с комб. интеграл

Контрольные вопросы

1) Это колеб., возник. в эл-маг. цепях под действ. внешн. период. возд.

2) $\ddot{q} + \dfrac{R}{L}\dot{q} + \dfrac{1}{LC}q = \dfrac{U_m}{L}\cos\omega t$

$\beta = \dfrac{R}{2L}$ $\qquad \omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \dfrac{U_m}{L}\cos\omega t$

общ. реш.

$q = q_{m_0} e^{-\beta t}\cos(\omega' t + \delta) + q_m(\cos\omega t - \varphi)$

где $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

с теч. вр. амплит. $q_{m_0} e^{-\beta t}$

стан. малой по ср. q_m, тогда

$q = q_m(\cos\omega t - \varphi)$

3) явл. когда при искот. опр. z-ti внешн. перем. напр. амплит. напряж. на конденс. достиг. макс. знач. Получ. макс. знач. напр.

4) Назов. хар-ное призн. резон. напр. резон. резон. токов. Прив. график

см. п. 5.

$$V_c = \frac{V_{cm}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad W = 2\pi F$$

47 Ом	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
F, Гц	8150	8550	8950	9350	9750	10150	10 530	10 950	11 350	11 750	12 150	12 550	12 950
W, 1/с	51 208	53 721	56 234	58 747	61 261	63 774	66 287	68 800	71 314	73 827	76 340	78 854	81 368
V_c, В	8,32	11,14	12,33	13,42	13,42	14,2	14,5	14,2	13,45	12,45	11,33	10,23	9,31
V_{cm}, В	12,6	14,1	15,75	17,44	19	20,1	20,49	20,04	19	17,6	16,1	14,6	13,12

100 Ом	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
F, Гц	5670	6070	6470	6470	6870	7270	7670	8470	8870	9270	9670	10 050	10 470
W, 1/с	35 625	38 138	40 625	43 165	45 679	48 192	50 705	53 218	55 731	58 245	60 758	63 271	65 784
V_c, В	4,45	4,72	5,01	5,32	5,32	5,64	5,96	6,56	6,81	7,02	7,13	7,17	7,2
V_{cm}, В	6,3	6,675	7,085	7,52	7,975	8,13	8,87	9,17	9,63	9,93	10,1	10,14	10,07

100 Ом	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
F, Гц	10 870	11 270	11 670	12 070	12 470	12 870	13 270	13 670	14 070	14 470
W, 1/с	68 298	70 811	73 324	75 838	78 351	80 864	83 377	85 891	88 404	90 917
V_c, В	7	6,82	6,58	6,31	6	5,71	5,4	5,11	4,8	4,54
V_{cm}, В	9,9	9,64	9,3	8,92	8,5	8,1	7,65	7,22	6,8	6,42

470 ОН	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
f, Гц	0	100	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200
w, $\frac{1}{c}$	0	628	25,13	5026	7540	10053	12566	15079	17592	20106	22619	25132	27646	30159	32672
V_c,B	0	2,8	2,77	2,71	2,63	2,56	2,47	2,37	2,27	2,18	2,08	2	1,9	1,82	1,75
V_{cm},B	0	3,96	3,92	3,83	3,7	3,62	3,5	3,35	3,21	3,08	2,94	2,82	2,69	2,57	2,47

Свойтв. r-го контуре

Рез-ои r-ia: $W_{m_1} =$

$W_{m_2} = 63271 \ c^{-1}$

Ширина резон. кр.

$\Delta W_2 = 44800 \ c^{-1}$

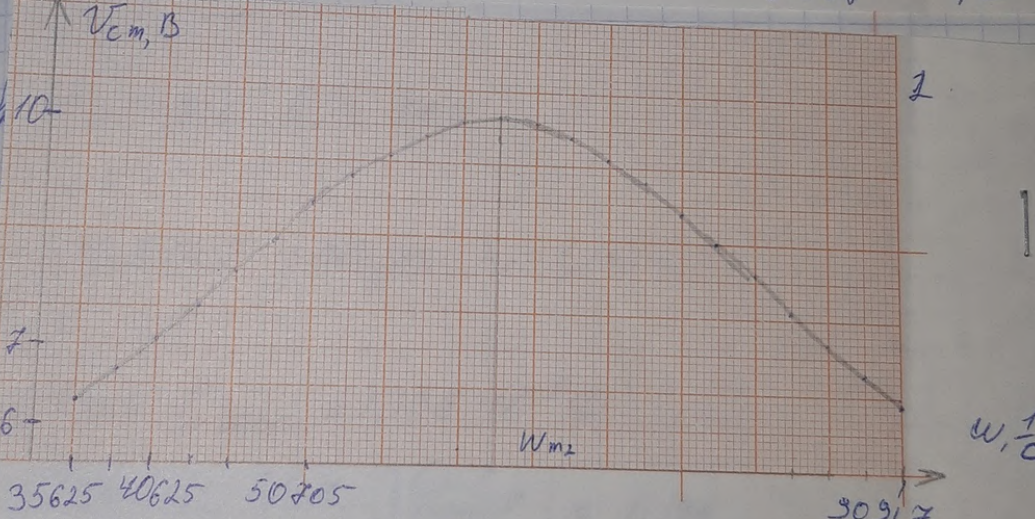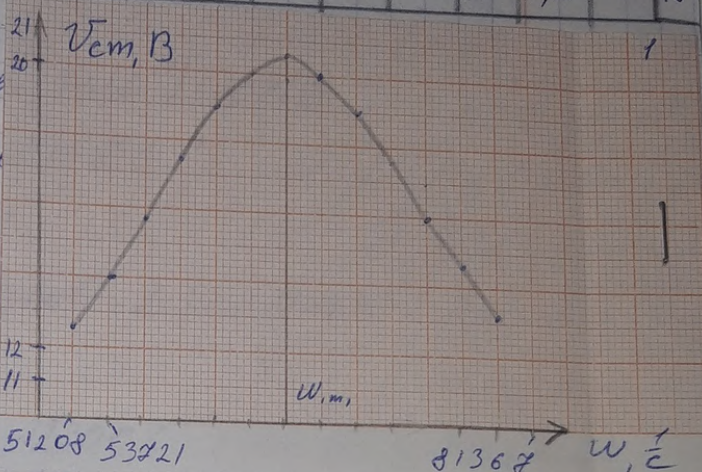Козфф. затух. $\beta_1 = 51208 \quad 53721$

$\beta_2 =$

Doo,10

$Q_2 =$

lo1.

$\lambda_2 = 7$

$E\mathcal{U}_{15}$

$Omn \quad 35625 \quad 40625 \quad 50705$

4/0 Q11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
F, Гц	0	100	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200
W, $\frac{1}{c}$	0	628	2513	5026	7540	10053	12566	15079	17592	20106	22619	25132	27646	30159	32672
U_c,В	0	2,8	2,77	2,71	2,63	2,56	2,47	2,37	2,27	2,18	2,08	2	1,9	1,82	1,75
U_{cm},В	0	3,95	3,92	3,83	3,7	3,62	3,5	3,35	3,21	3,08	2,94	2,82	2,69	2,57	2,47

Собств. ч-та контура $W_0 (c^{-1}) = 70710$

Рез-са ч-та: $W_{m_1} = 66487 \, c^{-1}$

$W_{m_2} = 63271 \, c^{-1}$

Ширина резон. кривой: $\Delta W_1 = 24600 \, c^{-1}$

$\Delta W_2 = 44800 \, c^{-1}$

Коэфф. затух. $\beta_1 = 12300 \, c^{-1}$

$\beta_2 = 22400 \, c^{-1}$

Добротность $Q_1 = 2,69$

$Q_2 = 1,41$

Лог. декремент затух: $\lambda_1 = 1,166 \, c^{-1}$

$\lambda_2 = 2,22 \, c^{-1}$

Ёмкость $C_{экс.} = 1,138 \cdot 10^{-7} \, \Phi$

Отн. погреш. емк. $\left| \dfrac{C - C_э}{C} \right| = 0,138$

Ёмкость $C_{экс п_2} = 1{,}249 \cdot 10^{-7}\, Ф$

Отн. погрешн. ёмк. $\left|\dfrac{C - C_э}{C}\right| = 0{,}249$

Омическое сопр. $R_{экс п_1} = 49{,}2\, Ом$

Отн. погрешн. омич. сопр. $\left|\dfrac{R - R_{э_1}}{R}\right| = 0{,}0468$

Омич. сопр. $R_{экс п_2} = 89{,}6\, Ом$

Отн. погрешн. омич. сопр. $\left|\dfrac{R - R_{э_2}}{R}\right| = 0{,}104$.

3