

ГЛАВА 4 ЗАДАЧА 13

ЛЧМ-сигнал с огибающей прямоугольной формой имеет амплитуду $U_m = 10$ В, длительность $\tau_{\text{и}} = 15$ мкс и девиацию частоты за время импульса $\Delta f = 40$ МГц. Определите: 1) базу сигнала; 2) величину квадратичного слагаемого фазового спектра на границе полосы частот, занимаемой сигналом; 3) энергетический спектр сигнала.

Решение:

1. Используем формулу для ЛЧМ-сигнала с большой базой

$$B = \Delta f \cdot \tau_{\text{и}} = 40 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-6} = 600,$$

где база ЛЧМ-сигнала – безразмерное число равное произведению девиации частоты на длительность импульса. Характер частотной зависимости модуля и фазы спектральной плотности прямоугольного ЛЧМ-сигнала зависит от базы.

2. Запишем формулу для квадратичного спектра, состоящего из квадратичного слагаемого $\Phi_1(\omega) = \frac{-(\omega - \omega_0)^2}{2\mu}$.

2.1. Найдем μ :

$$B = \Delta f \cdot \tau_{\text{и}} = \frac{\mu \tau_{\text{и}}^2}{(2\pi)},$$

$$\mu = \frac{B 2\pi}{\tau_{\text{и}}^2} = \frac{600 \cdot 2\pi}{225 \cdot 10^{-12}} \approx 16,75 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-2}.$$

2.3. Поскольку рассматривается ЛЧМ-сигнал с большой базой, учтем, что спектр сигнала будет заключен между $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}$ и $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$.

Значит, рассмотрим $\Phi_{1\text{н}}(\omega)$ и $\Phi_{1\text{в}}(\omega)$ отдельно для нижней и верхней частот соответственно:

$$\Phi_1(\omega) = \Phi_{1\text{н}}(\omega) = \frac{-(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} - \omega_0)^2}{2\mu} = \frac{-(-\frac{\Delta\omega}{2})^2}{2\mu} = \frac{-(\Delta\omega)^2}{8\mu};$$

$$\Phi_1(\omega) = \Phi_{1\text{в}}(\omega) = \frac{-(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} - \omega_0)^2}{2\mu} = \frac{-(-\frac{\Delta\omega}{2})^2}{2\mu} = \frac{-(\Delta\omega)^2}{8\mu};$$

$$\Phi_1(\omega) = \Phi_{1\text{н}}(\omega) = \Phi_{1\text{в}}(\omega) = \frac{-(\Delta\omega)^2}{8\mu} = \frac{-(2\pi \cdot 40 \cdot 10^6)^2}{8 \cdot 16,75 \cdot 10^{12}} = 471.$$

3. Энергетический спектр ЛЧМ-сигнала с большой базой равен:

$$W_{\text{и}}(\omega) = \frac{\pi U_m^2}{2\mu} = \frac{100\pi}{2 \cdot 16,75 \cdot 10^{12}} \approx 9,4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}^2.$$

Ответ: 1) 600; 2) 471; 3) $9,4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}^2$.