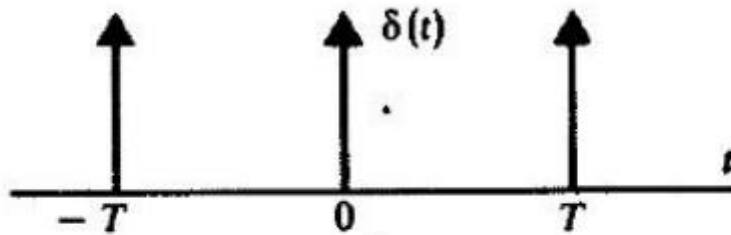


9. Группа образована тремя одинаковыми дельта-импульсами:



Покажите, что частотная зависимость модуля спектральной плотности группы такова:

$$|S_{\Sigma}(\omega)| = [(1 + \cos \omega T + \cos 2\omega T)^2 + (\sin \omega T + \sin 2\omega T)^2]^{1/2}.$$

Решение

Спектральная плотность дельта-функции. Пусть сигнал представляет собой короткий импульс, сосредоточенный в точке $t=0$ и имеющей площадь A . Такой сигнал имеет математическую модель $s(t) = A\delta(t)$. Спектральная плотность этого сигнала –

$$S(\omega) = A \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t) \delta(t) dt.$$

На основании фильтрующего свойства дельта-функции входящий сюда интеграл численно равен значению классической функции в точке, где сосредоточена обобщенная функция. Поэтому

$$S(\omega) = A = \text{const}$$

- | | |
|---|-----------------|
| 1. $S(\omega) = A = 1$ | -средний сигнал |
| 2. $S(t - T) \leftrightarrow S(\omega)e^{-j\omega T}$ | -правый сигнал |
| 3. $S(t + T) \leftrightarrow S(\omega)e^{j\omega T}$ | -левый сигнал |

Произведем сдвиг системы сигнала в начало координат по левому сигналу:

1. $S(t - T) \leftrightarrow S(w)e^{-jwT}$ -средний сигнал
2. $S(t - 2T) \leftrightarrow S(w)e^{-2jwT}$ -правый сигнал
3. $S(t) \leftrightarrow S(w) = 1$ -левый сигнал

Найдем суммарную спектральную плотность

$$S_{\Sigma}(t) = S(t - T) + S(t - 2T) + S(t) \leftrightarrow e^{-jwT} + e^{-2jwT} + 1$$

$$S_{\Sigma}(t) = \cos(wT) - j\sin(wT) + \cos(2wT) - j\sin(2wT) + 1$$

$$S_{\Sigma}(t) = \cos(wT) + \cos(2wT) + 1 - j(\sin(wT) + \sin(2wT))$$

$$|S_{\Sigma}(t)|$$

$$= \sqrt{(\cos(wT) + \cos(2wT) + 1)^2 + (\sin(wT) + \sin(2wT))^2}$$