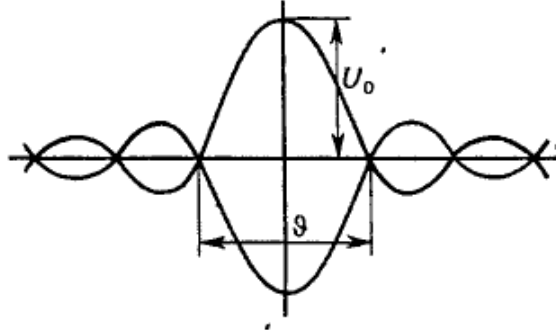


Задача №2, семинар 7.12.2022

Условие:

2. Измерения показали, что идеальный полосовой сигнал



характеризуется следующими параметрами:
 $\Delta = 20$ мкс, $U_0 = 15$ В. Найдите ширину
полосы частот этого сигнала и модуль его
спектральной плотности в пределах этой
полосы.

Решение:

Используем обратное преобразование Фурье:

$$s(t) = \frac{2S_0\Delta\omega}{\pi} * \frac{\sin(\Delta\omega t)}{\Delta\omega t} * \cos(\omega_0 t)$$

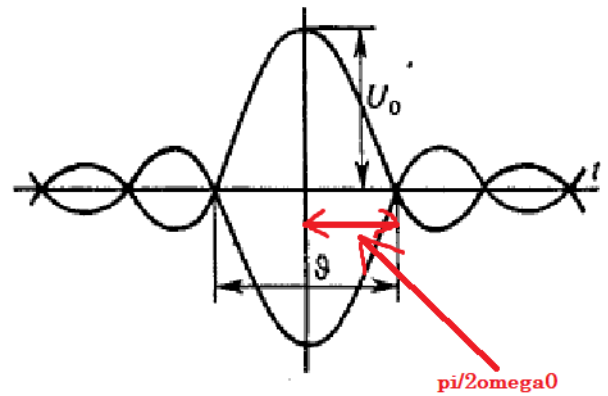
Из условия видно, что амплитуда $U_0 = 15$ [В] дана в точке $t = 0$, подставим это значение в формулу выше:

$$s(0) = \frac{2S_0\Delta\omega}{\pi} * 1 * 1 = \frac{2S_0\Delta\omega}{\pi} \Rightarrow U_0 = s(0) = \frac{2S_0\Delta\omega}{\pi}$$

Можно заметить, что при подстановке $t = 0$, косинус и синус обратились в единицы. С косинусом понятно почему. Чтобы синус обратился в 1, мы применили $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$.

Далее мы будем находить то, для чего у нас хватает данных.

Можем узнать, какая из функций первой дала 0 на графике. Для этого:
 $\cos(\omega_0 t) * \sin(\Delta \omega t) = 0$



$$1) \cos(\omega_0 t) = 0$$

$$\omega_0 t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2\omega_0}$$

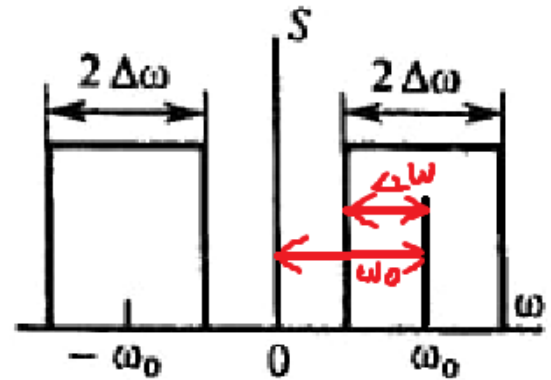
$$\omega_0 t = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t_2 = -\frac{\pi}{2\omega_0}$$

$$2) \sin(\Delta \omega t) = 0$$

$$\Delta \omega t = 0, t = 0 \text{ — не подходит, т.к. } \frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$$

$$\Delta \omega t = \pi \Rightarrow t_3 = \frac{\pi}{\Delta \omega}$$

$$\omega_0 \gg \Delta \omega, \text{ в чём можно убедиться взглянув на рисунок справа } \Rightarrow \frac{\pi}{2\omega_0} < \frac{\pi}{\Delta \omega} \Rightarrow t_1 < t_3.$$



Из всех проделанных действий выше следует, что от косинуса мы раньше увидим 0 чем от синуса.

Всё это приводит нас к:

$$\vartheta = \frac{\pi}{2\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{2\vartheta} = \frac{\pi}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 0,0785 \cdot 10^6 [\text{с}^{-1}]$$

Вернёмся к первому действию.

$$U_0 = \frac{2S_0\Delta\omega}{\pi} \Rightarrow S_0\Delta\omega = \frac{\pi U_0}{2} \Rightarrow S_0\Delta\omega = \frac{\pi \cdot 15}{2} = 23,56.$$

Далее, если мы располагаем значением S_0 или $\Delta\omega$ мы можем найти неизвестное.