

Задача №8 (из главы №3)

Условие задачи

Дан треугольный видеоимпульс:

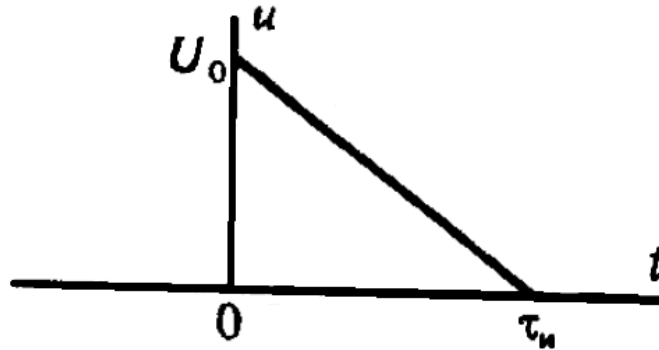


Рисунок 1 – Треугольный видеоимпульс.

Вычислите его АКФ.

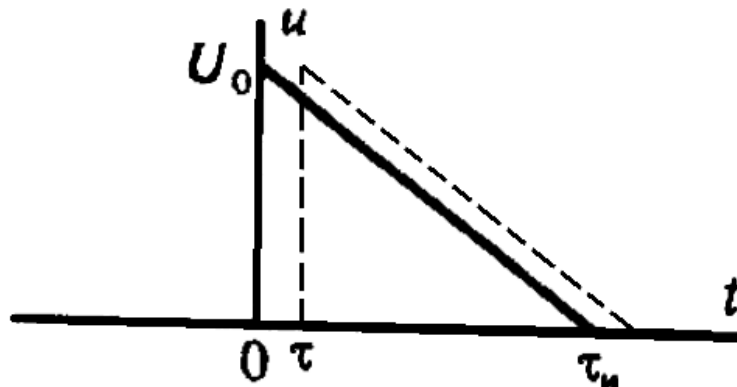
Решение

1) Запишем математическую модель треугольного видеоимпульса представленного на рис.1:

$$u(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ U_0 - \frac{U_0}{\tau_n} t, 0 \leq t \leq \tau_n \\ 0, t > \tau_n \end{cases}$$

2) АКФ вычисляется по формуле:

$$B_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u(t - \tau) dt$$



Подставим данный нам треугольный видеоимпульс:

$$\begin{aligned}
 B_u(\tau) &= \int_{\tau}^{\tau_{и}} \left((U_0 - \frac{U_0}{\tau_{и}} t) \left(U_0 - \frac{U_0}{\tau_{и}} (t - \tau) \right) \right) dt = \\
 &= \int_{\tau}^{\tau_{и}} \left(U_0^2 - \frac{U_0^2}{\tau_{и}} (t - \tau) - \frac{U_0^2}{\tau_{и}} t + \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} t(t - \tau) \right) dt = \\
 &= U_0^2 t - \frac{U_0^2}{\tau_{и}} \frac{t^2}{2} + \frac{U_0^2}{\tau_{и}} \tau t - \frac{U_0^2 t^2}{2\tau_{и}} + \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} \frac{t^3}{3} - \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} \frac{t^2}{2} \tau \Bigg|_{\tau}^{\tau_{и}} = \\
 &= U_0^2 \tau_{и} - \frac{U_0^2 \tau_{и}}{2} + U_0^2 \tau - \frac{U_0^2 \tau_{и}}{2} + \frac{U_0^2 \tau_{и}}{3} - \frac{U_0^2 \tau}{2} - U_0^2 \tau + \frac{U_0^2 \tau^2}{2\tau_{и}} - \\
 &\quad - \frac{U_0^2 \tau^2}{\tau_{и}} + \frac{U_0^2 \tau^2}{2\tau_{и}} - \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} \frac{\tau^3}{3} + \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} \frac{\tau^3}{2} = \\
 &= \frac{U_0^2 \tau_{и}}{3} - \frac{U_0^2 \tau}{2} + \frac{U_0^2}{\tau_{и}^2} \frac{\tau^3}{6}
 \end{aligned}$$

Таким образом, мы получили АКФ данного нам треугольного видеоимпульса.