

Список вопросов по дисциплине “Теория поля и ряды” семестр 3, модуль 1
(15–25 баллов)

1. Числовые ряды: основные понятия.
2. Основные теоремы числовых рядов.
3. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
4. Признаки Коши и Даламбера.
5. Интегральный признак Коши-Маклорена.
6. Абсолютная сходимость и условная сходимость произвольных рядов.
7. Свойства сходящихся рядов.
8. Знакопеременные ряды.
9. Функциональные ряды: общие понятия.
10. Равномерная сходимость.
11. Свойства равномерно сходящихся рядов.
12. Степенной ряд и область его сходимости.
13. Непрерывность суммы степенного ряда.
14. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
15. Разложение функции в степенной ряд.
16. Определение ряда Фурье.
17. Ортогональные системы функций.
18. Разложение функций в ряд Фурье.
19. Разложение непериодических функций в ряд Фурье.
20. Разложение функции в ряд Фурье в произвольном промежутке.
21. Разложение в ряд Фурье только по синусам и по косинусам.
22. Неравенство Бесселя. Формула Парсеваля.

23. Определение двойного интеграла.
24. Условия существования двойного интеграла.
25. Сведение двойного интеграла к повторному в случае двойного интеграла.
26. Основные свойства двойного интеграла.
27. Преобразование плоских областей
28. Выражение площади в криволинейных координатах
29. Замена переменных в двойных интегралах
30. Определение тройного интеграла и условия его существования
31. Свойства интегрируемых функций и тройных интегралов.
32. Вычисление тройного интеграла
33. Замена переменных в тройных интегралах
34. Определение криволинейного интеграла первого рода.
35. Сведение криволинейного интеграла первого рода к обыкновенному определенному интегралу.
36. Определение криволинейных интегралов второго рода.
37. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
38. Формула Грина.
39. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
40. Условие независимости криволинейного интеграла от пути.
41. Вычисление криволинейного интеграла через первообразную.
42. Признак точного дифференциала и нахождение первообразной в случае прямоугольной области.
43. Интегралы по замкнутому контуру.
44. Трехмерный случай для криволинейного интеграла второго рода.

Задачи

1. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-3)}$ в ряд по степеням $x + 1$, указать интервал сходимости полученного степенного ряда.

2. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+2)} (x-3)^n$, исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости.

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_1^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $(x-1)^2 + y^2 = 1$; $z = \sqrt{5}$; $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$, вдоль дуги кривой винтовой линии L : $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = 3t$, $t \in [0, 2\pi]$.