

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ "РЯДЫ и ИНТЕГРАЛЫ"**  
**3 СЕМЕСТР, РЛ1,2,6. Баллы: min - 6, max - 10**

**ВАРИАНТ 1.**

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^{17} + n^2}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2n}};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{5n}{5n+2} \right); \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^4} \right); \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+7)^n \ln n}{n \cdot 3^n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = xe^{-x}; \quad a = 1.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^2 \frac{1}{x} \operatorname{sh} \frac{x^2}{4} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z^2 = 9x, \quad x = y, \quad x + y = 2.$$

## ВАРИАНТ 2.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{(2n^2+1)^5}}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad 6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \times \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \times \dots (3n - 2)}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^{2n} \left( \sqrt[4]{n} - \operatorname{tg} \frac{1}{n} \right)}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = xe^{-3x}; \quad a = 3.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{0.5} \frac{\sin 3x}{x} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  $z = x^2 - 4y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x = 4$ .

### ВАРИАНТ 3.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n-1}{7n+2} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad 6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{3n^2-1}{2n^2+15} \right); \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n(\ln n)^2}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{2n}(x-1/9)^n}{2^{3n}} \sin \frac{1}{n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = (x+3) \cdot e^x; \quad a = -2.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{1.5} x^4 \cos \frac{x}{5} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx.$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  $z^2 = 4x$ ;  $z^2 = 4 - 4x$ ;  $y = 0$ ;  $x + y = 2$

#### ВАРИАНТ 4.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+19}{\sqrt{n^2-1}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)^3 \ln \frac{n^5+1}{n^5}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n3^{n-1}}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad 6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{(n!)^2}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n (x+3)^n}{n(3 \ln n + 1)^2}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}; \quad a = 1.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg}(x^3/2)}{x^2} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$x^2 = 4y; \quad y + z = 4; \quad y + 2z = 4.$$

## ВАРИАНТ 5.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+3} \right)^{n^2}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)^2};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n(n+3)}}; \quad 6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n!)^2}{2n^2}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n-1)^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n (\sqrt[5]{n} - \sin 1/n)}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = xe^{2x} \quad \text{по степ.} \quad (x+1)$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^3 \frac{1}{x} \left( \operatorname{ch} \frac{x}{3} - \cos \frac{x}{3} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx.$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = x^2 + y^2; \quad y = x^2; \quad y = 1; \quad z = 0.$$

## ВАРИАНТ 6.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n^3-1)^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{(2n+5)!}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+3}{n}\right)^n; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n^2+15}{7n^2}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6^n (x - 5/6)^n}{\sqrt[6]{n} - \sin 1/n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \ln 4x; \quad a = 3.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^2 \frac{1}{x^2} \left( \operatorname{ch} \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 4 - y^2; \quad x = 0; \quad z = x.$$

## ВАРИАНТ 7.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1); \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{(3n)^3}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right); \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \times \dots (10n-9)}{(2n-1)!}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n}{3n-3}\right)^{2n^2}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x + 3/4)^n}{\sqrt[4]{n+4} - 4^{-n}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x - a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \sin \frac{x}{2}; \quad a = -\pi/2.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{2/3} e^{-x^4} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 1 - x^2; \quad z = 1 - y^2; \quad z = 0.$$

## ВАРИАНТ 8.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln^3(n+2)}}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 7^n}{(2n)!}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sqrt[3]{n^2} \arcsin 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3n}}}; \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{9^n (x-1)^{2n}}{\sqrt[9]{n} - 9^{-n}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = (x-3) \cdot e^{x/2} \quad \text{в окрестн. т. } (-3)$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^2}}.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 4xy; \quad z = 0; \quad y = 2; \quad x + y = 4, \quad y > 2$$



## ВАРИАНТ 9.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n - 2)}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{3n^3 + 1}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{5}{2n+1} \right)^n. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x - 1/2)^n}{2n^3 + 2^{-n}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x - a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \ln(4 + x), \quad \text{в окрестн. т. 1.}$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^2 e^{(x^3/100)} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z^2 = y, \quad z^2 = 4 - y, \quad x + y = 4, \quad x = 0.$$

## ВАРИАНТ 10.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{5n-1}{5n+1} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{tg} \frac{10}{n^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{n+3}{n+4} \right)^{n^2}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5 \ln^3(n+2)}{n+2}; \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg} \frac{8}{n^2}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+5}{7n^5+n^3 \ln n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! 2^n}{(n!)^2 \cdot 3^n}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x - 1/3)^n}{2^{2n} (\sqrt{n} - 2^{-n})}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x - a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = 3/(x^2 - x - 2); \quad \text{по степ.} \quad (x + 2).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^2 e^{(x^3/12)} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 4 - x^2; \quad y = 0; \quad z = y.$$

## ВАРИАНТ 11.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n+1}{5n+2} \right)^{n/2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \arcsin \frac{3}{\sqrt{5n}}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3 n}};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \ln n}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2+4)}{3n^2}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{2n^4 + 9n^2 + 1}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^4 + 4^{-n}} (x + 3/2)^{2n-1}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x - a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \cos^2 x; \quad a = \pi/3.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[5]{1+x^3}}.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z^2 = 4y; \quad x = y; \quad x + y = 2$$

## ВАРИАНТ 12.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \frac{2}{3} \right)^n; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^3+3}{n^3}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \sin \frac{2}{\sqrt{n}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2+1}{5n^2+9 \ln n}; \quad \text{✗} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{1}{3n+1} \right)^n.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[3]{n+3}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \sin^2 x; \quad a = \pi/4.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_{-3/4}^0 \frac{1}{x^2} \ln(1+x^4) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = x^2; \quad z = 1 - y^2$$

### ВАРИАНТ 13.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(3n+1)}{\sqrt{n}+1}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{5^n \cdot n!}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n^3}}\right); \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(\ln n)^n}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[4]{n+4}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{(1+x)} + \frac{1}{2}(1-x); \quad \text{по степ.} \quad (x-2)$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} \frac{x^2}{4} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = y; \quad y = x^2; \quad z = 2 - y.$$

## ВАРИАНТ 14.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{n+4} \right)^{n^2};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+2)}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\ln n)^n}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{(n+2)3^{2n}}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \ln(1-x); \quad \text{по степ.}(x+1)$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^5 \frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{x}{10} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = x^2 + y^2; \quad z = 0; \quad y = 1; \quad y = 2x; \quad y = 6 - x$$

### ВАРИАНТ 15.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+3}{n+5} \right)^{n^2};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^{n^2}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5n^2+1}{7n^2-n+3}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3n\sqrt{n} + \ln n}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 9^{n-1/n} (x+2)^{2n-1}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = x^2 e^x; \quad \text{по степ. } (x-1)$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^3 \frac{1}{x^2} \left( \operatorname{sh} \frac{x}{3} - \sin \frac{x}{3} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  
 $z = 2 - x^2; z = x; y = x; y = 2x, (x \geq 0, y \geq 0)$

## ВАРИАНТ 16.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2^n}{n3^n}}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 4}{n^2 + 5}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+2}{3n+5} \right)^n; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[n]{10}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{(\sqrt{2})^n}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n+2}}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n+2^n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = x \cos 3x; \quad \text{по степ.} \quad (x - \pi/3).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_{-1}^0 x^4 \ln \left( 1 + \frac{x^4}{4} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = y^2; \quad z = 4; \quad y = 3 - x; \quad x = 0$$



## ВАРИАНТ 17.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[5]{n^4+1}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n+4)3^n}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n \ln^5 n}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)}; \quad 6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln^2 n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+10}{(n+1)\sqrt{n+1}}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^n}{n+3^n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right); \quad \text{по степ. } x.$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{0.75} \sqrt[3]{1+x^4} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  
 $z = 0$ ;  $y = 2 + 2x$ ;  $y = \frac{x}{2} - 1$ ;  $x + y = 2$ ;  $z = 1 + y^2$ .

## ВАРИАНТ 18.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \times \dots (3n+2)}{(n+2)!}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+3}{3n+1} \right)^{n/2}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n + \ln^2 n}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right); \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( 1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n^3}} \right); \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n n!}{n^n}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \operatorname{ch} 2x; \quad \text{по степ. } (x-1).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} \ln \left( 1 - \frac{x^3}{10} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}-2} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = x^2 + y^2; \quad z = x^2 + 2y^2; \quad y = x; \quad y = 2x; \quad x = 1.$$

## ВАРИАНТ 19.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^2} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt[3]{3n}}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{(2n)!};$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\ln^5 n}}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 1}{2n^2 - 1}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n-1}}{\sqrt{n} + \ln(n+1)}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \operatorname{sh} 3x; \quad \text{по степ.} \quad (x+1).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 \ln \left( 1 - \frac{x^5}{5} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z^2 + 2y^2 = 8; \quad y = x - 2; \quad y = -x - 2.$$

## ВАРИАНТ 20.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n}{5n+2} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^4} \right); \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n^3}{n^{17} + n^2}; \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3 + n^2}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}; \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{n+1}{2n+3} \right]^n (x+3)^n.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \sqrt[3]{x}; \quad \text{по степ.} \quad (x+8).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 e^{(x^2/10)} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = \frac{2}{y}; \quad x + y + z = 3; \quad z + y - 2x = 3.$$

## ВАРИАНТ 21.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sin \frac{1}{n}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \times \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \times \dots (3n - 2)}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^2}{2n^2 + 1}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left( \frac{1}{2n + 1} \right)^n; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n \cdot n!}{n^n}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x - 3/2)^{2n}}{\sqrt{n} + 4^n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x - a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4}); \quad \text{по степ.} \quad (x - \pi/4).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{1/2} \sqrt{1 + x^3} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  
 $z = 4 - y^2; z = 0, y = 2 - x^2.$

## ВАРИАНТ 22.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left( \frac{7n-1}{7n+2} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (e^{1/n} - 1)^2; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (\ln n)^2};$$
$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^n}{n!}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{n} (x-5)^{2n-1}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}; \quad \text{по степ. } (x+2).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^1 x^5 \operatorname{ch} \frac{x}{3} dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 4 - x^2; \quad y + z = 4; \quad z = 0; \quad y = 0$$

### ВАРИАНТ 23.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n}{2n+1}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^3 n}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^2 + 5^n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = x \sin 2x; \quad \text{по степ. } (x + \pi/4).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{0.6} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{(0)}^{(8/3)} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = 8 - x^2; \quad z = 3y; \quad z = 8 - y; \quad y = 0.$$

## ВАРИАНТ 24.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. & \sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right); & 2. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}; & 3. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 1}{3n^2}; & 4. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n}{n}; \\ 5. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n+2}{(n^3-1)^2}; & 6. & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{2n+5}; & 7. & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \left( \frac{n+3}{n} \right)^n; \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{n}{9n+2} \right]^n (x+2)^{2n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}; \quad \text{по степ.}(x-1).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^{1/2} x(\cos 2x + \operatorname{ch} 2x) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$4z = x^2; y = 0; y + z = 4$$



## ВАРИАНТ 25.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \cos \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n \cdot (n^2 + 1)}}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}; \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-1)^2}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left( \frac{n}{n+2} \right)^{n^2}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)}.$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2 + 1} (x+4)^{2n}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = x \cos \frac{\pi x}{4} \quad \text{по степ. } (x-2).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{1-x^5}.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):  
 $y+z=2; z=0; 4z+2y+x=8; 2z+x+y=4$

## ВАРИАНТ 26.

**Задача 1.** Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость. (5 баллов)

$$\begin{aligned} 1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{4n^3+5n+3}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n}{n+3} \right)^n; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2+1}; \\ 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \sin \frac{1}{n}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n\sqrt{n}+3\ln n}; \quad 7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3n\sqrt{n}+\ln n}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость ряда на концах этого интервала. (1 балл)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\ln(n+1)}.$$

**Задача 3.** Разложить функцию  $f(x)$  в степенной ряд по степеням  $(x-a)$ , используя табличные разложения; указать интервал. (1 балл)

$$f(x) = x^2 e^{-x}; \quad \text{по степ.}(x+1).$$

**Задача 4.** Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить приближенное значение данного определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0.001. (1 балл)

$$\int_0^2 \frac{1}{x} \left( \operatorname{sh} \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) dx.$$

**Задача 5.** Изменить порядок интегрирования (1 балл):

$$\int_{-1}^0 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$$

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями (1 балл):

$$z = \sqrt{4-x}; \quad y^2 = 4-x; \quad z=0; \quad x=0.$$