Филимонов Степан РЛ6-31 РК1 по ТПиР

~~от~~ лист 1 ~~Вариант~~ Билет №12

№1 (+) (4/5)

$f(x) = 3x \qquad x+1,\ a=-1$

$\cancel{x+1=t \Rightarrow x=t-1}$ $\quad f(x)=3x,\ f(-1)=-3$

$\cancel{f(x)=f(t-1)=3t-1}$ $\quad f'(x)=3,\ f'(-1)=3$

$f''(x)=0,\ f''(-1)=0$

Подставим в формулу Тейлора

$3x = -3 + \frac{3}{1!}(x+3) + \dots$

~~область действия этого разложения:~~

область действ. $-\infty < x < +\infty$

№2: (∓) (3/5)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \cos\frac{n}{n^2+1} \cdot (x+4)^{2n}$$

$$\left|\sqrt[n]{|a_n|}\right| = \left(\cos\frac{n}{n^2+1}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot (x+4)^2 = (x+4)^2 < 1$$

$\xrightarrow[n\to\infty]{} 1$

$(x+4)^2 < 1 \Rightarrow \underbrace{-1 < x+4 < 1}^{\text{согласен}} \Rightarrow \boxed{-5 < x < -3}^{\text{согласна}}$

$x = -5$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \cos\frac{n}{n^2+1} \cdot (-1)^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{3n} \cdot \cos\frac{n}{n^2+1} \Rightarrow$$ ряд знакочередующийся

$|a_n| = \cos\frac{n}{n^2+1} \xrightarrow[n\to\infty]{} \cos 0 = 1 \neq 0$ ряд расходится по ? ~~признаку Лейбница~~ ~~общему~~ признаку необходимому

$\frac{n}{n^2+1} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

см. лист 2

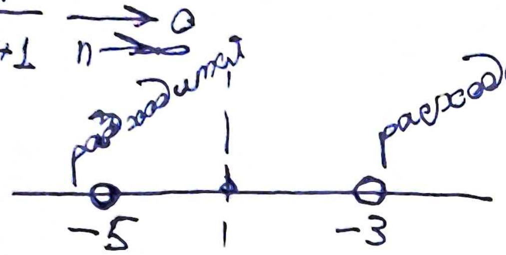
лист 2

$x=-3$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\cos\frac{n}{n^2+1} \Rightarrow$$ ряд знакочередующийся

$$|a_n|=\cos\frac{n}{n^2+1}\xrightarrow[n\to\infty]{}\cos 0=1\neq 0 \Rightarrow$$ Ряд расходится по ~~признаку Лейбница~~ ~~общему~~ признаку необходимому

$$\frac{n}{n^2+1}\xrightarrow[n\to\infty]{}0$$

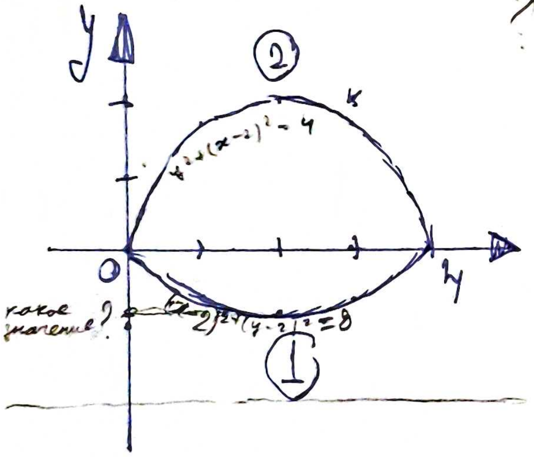


$R=1$

№3 (2/5)

$$\int_0^4 dx\int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)\,dy = 2\left(\int_{-\sqrt{8}}^{0}dy\int_0^{\sqrt{8-(y+\sqrt{8})^2}} f(x,y)\,dx + \int_0^2 dy\int_0^{\sqrt{4-y^2}+2} f(x,y)\,dx\right)$$

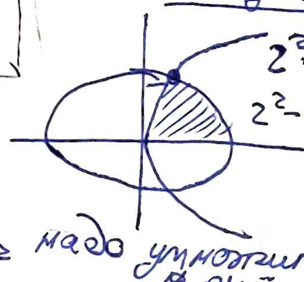
$\sqrt{4x-x^2-4+4}$, $\sqrt{4-(x-2)^2}$



1) $\begin{cases}0\leq x\leq\sqrt{8-(y+\sqrt{8})^2}\\ -\sqrt{8}\leq y\leq 0\end{cases}$

2) $\begin{cases}0\leq x\leq\sqrt{4-y^2}+2\\ 0\leq y\leq 2\end{cases}$

$$-\frac{x^2+y^2+z^2=a^2}{x^2+y^2=ax}$$

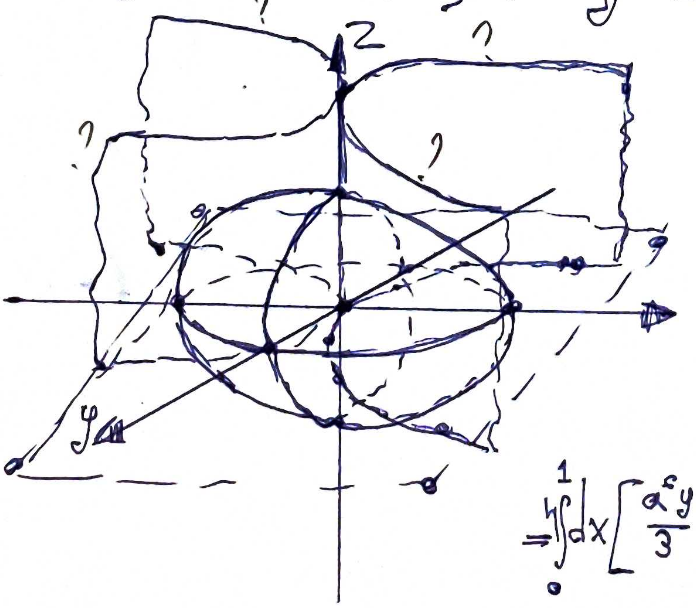


$z^2=a^2-ax$

z^2-a^2+ax

№4 (?) (2/5)

$$x^2+y^2+z^2=a^2;\ x^2+y^2=ax;\ z=0$$



? (1) ! (x) $a^2-x^2-y^2$ надо умножить на 4 ещё т.к. будет найден объём куска

$$4\int_0^1 dx\int_0^x dy\int_0 dz\,(z^2-a^2+ax)=$$

$$4\int_0^1dx\int_0^x dy\left[\frac{z^3}{3}-a^2z+axz\right]_0^{a^2-x^2-y^2}=$$

$$=4\int_0^1dx\int_0^x dy\left(\frac{a^6}{3}-\frac{x^6}{3}-\frac{y^6}{3}-a^4+a^2x^2+a^2y^2+a^3x-ax^3-axy^3\right)=$$

$$=4\int_0^1dx\left[\frac{a^6y}{3}-\frac{x^6y}{3}-\frac{y^7}{21}-a^4y+a^2x^2y+\frac{a^2y^3}{3}+a^2xy-ax^3y-\frac{axy^3}{3}\right]_0^x=$$

см. лист 3

Лист 3

$$=4\int_0^1 dx\left(\frac{a^6x}{3}-\frac{x^7}{3}-\frac{x^7}{21}-a^4x+a^2x^3+\frac{a^2\cdot x^3}{3}+a^2x^2-ax^4-\frac{ax^4}{3}\right)=$$

$$=4\left(\frac{a^6}{6}-\frac{1}{24}-\frac{1}{168}-\frac{a^4}{2}+\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{12}+\frac{a^2}{3}-\frac{a}{5}-\frac{a}{15}\right)=$$

$$=\frac{2a^6}{3}-\frac{4}{21}-2a^4+\frac{8}{3}a^2-\frac{16}{15}a$$

№5 : (5/5)

$$\int_{AB}(x+y)dx-zdy+(z^2-y)dz \qquad A(1,0,1)\ B(1,1,1)$$

т.к. $x_B-x_A=0$, то в каноническом виде ур-е прямой нельзя запис, тогда в параметр.

$$\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}dx=0dt\\dy=dt\\dz=0dt\end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\int_0^1\left((1+t)\cdot 0-1\cdot 1+(2-t)\cdot 0\right)dt=\int_0^1-1dt=-t=\boxed{-1}$$