N1

три вида:

I. Дано: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -3$ вернуть ДУ и о.ОДУ.

$$\lambda^2(\lambda-1)(\lambda+3) = 0 \Rightarrow \lambda^4 - 2\lambda^3 - 3\lambda^2 = 0$$

$$y^{IV} - 2y^{III} - 3y'' + C_1 = 0$$

$$y_{oo} = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + C_4 e^{-3x}$$

II. Сост. ЛОДУ, ФСР которого: $y_1 = x \quad y_2 = x^3$

$$\begin{vmatrix} y'' & y' & y'' \\ x & 1 & 0 \\ x^3 & 3x^2 & 6x \end{vmatrix} \qquad W = \begin{vmatrix} x & x^3 \\ 1 & 3x^2 \end{vmatrix} \neq 0 - \text{ФСР}$$

$$= 6xy'' + y''x^3 - y''x^3 - 6xy' = 0 \Rightarrow 6x(y''-y') = 0$$

$$\begin{vmatrix} y & x & x^3 \\ y' & 1 & 3x^2 \\ y'' & 0 & 6x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0$$

III. Сост. ЛНДУ общее решен: $y = Ce^x + \sin x$

$$\begin{cases} y = Ce^x + \sin x \\ y' = Ce^x + \cos x \end{cases} \qquad C = \frac{y - \sin x}{e^x} \qquad \boxed{y' = y - \sin x + \cos x}$$

N2

Задача Коши

$$z)\; 1 + (y')^2 = 2yy'' \qquad y(1) = 1 \quad \text{и} \quad y'(1) = 1$$

1) Решаем z, в этом случае ~~понижаем порядок~~ делаем замену

$$y' = p \;;\; y'' = p'p \qquad p' = \frac{dp}{dy}, \text{тогда}$$

$$1 + p^2 = 2yp' \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{pdp}{1+p^2} \Rightarrow \ln|1+p^2| = \ln|y| + \ln|c|$$

2) Получаем $p = y' = \sqrt{yc - 1}$ **3)** теперь подставляем известное

значения и решаем; $1 = \sqrt{c-1} \quad c = 1$, подставил

4) $y' = \sqrt{2y-1} \Rightarrow \sqrt{2y-1} = x + c$ выведем $y = \frac{x^2}{2} + \frac{c}{2} - \frac{1}{2}$

5) Подставим значения: $1 = \frac{1}{2} + \frac{c}{2} - \frac{1}{2} \quad c = 2$

Отв: $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$

Найти общее решение ОДУ

$$y'' + y = tgx + \frac{1}{\cos x}$$

1)
$$\lambda^2 + 1 = 0$$
$$x_{1,2} = \pm i$$

$$y_{oo} = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$y_{zH} = C_1(x)\cos x + C_2(x)\sin x$$

2)
$$\begin{cases} C_1' \cos x + C_2' \sin x = 0 \\ -C_1' \sin x + C_2' \cos x = \dfrac{\sin x}{\cos^2 x} \end{cases} \Big| \begin{matrix} \cdot \sin x \\ \cdot \cos x \end{matrix}$$

Решаем: (возможно отв. не верно выведем)

$$C_2' = tgx \qquad C_1' = -tg^2 x$$

3)
$$C_2 = \ln|\cos x| + \tilde{C}$$
$$C_1 = -tgx + x + C_3$$

$$\Rightarrow y_{zH} = \ln|\cos x| - tgx + x$$

Отв: $y = y_{oo} + y_{zH}$

Указать вид общего решения ОДУ:

$$y^{IV} + y'' = \underbrace{xe^x}_{f_1} + \underbrace{2-x}_{f_2} + \underbrace{x\sin x}_{f_3} - \underbrace{e^x \sin x}_{f_4}$$

1)
$$\lambda^4 + \lambda^2 = 0$$
$$\lambda^2(\lambda^2 + 1) = 0$$
$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = +i \quad \lambda_4 = -i \qquad r=2$$

$$y_{oo} = (Ax^2 + Bx + C) + D\cos x + E\sin x$$

2) $f_1 = xe^{-x} \quad m=1 \quad \gamma = 1 \quad \beta = 0$

$$y_{zH_1} = (A_1 x + B_1)e^{-x}$$

$f_2 = 2 - x \quad m=1 \quad \gamma = 0 \quad \beta = 2$

$$y_{zH_2} = (A_2 x + B_2)x^2$$

$f_3 = x\sin x \quad m=1 \quad \gamma = 0 \pm i \quad s=1$

$$y_{zH_3} = x\big((A_3 x + B_3)\cos x + (A_5 x + B_5)\sin x\big)$$

$f_4 = e^x \sin x \quad m=0 \quad \gamma = 1 \pm i \quad s=0$

$$y_{zH_4} = A_4 e^x \sin x + A_6 e^x \cos x$$

Отв: $y_{oo} + y_{zH_1} + y_{zH_2} + y_{zH_3} + y_{zH_4}$