4) Если $\lambda = -\sqrt{2}$ то $x = +2\sqrt{2}$, $y = +2\sqrt{2}$ $M_{\cancel{2}}(+2\sqrt{2}; +2\sqrt{2})$

Если $\lambda = \sqrt{2}$ то $x = -2\sqrt{2}$, $y = -2\sqrt{2}$ $M(-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$

5) $z(M_1) = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$z(M_2) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

В изначальное $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Ответ: При условии $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$

$z_1 = \cancel{z}(2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

РК2 ~~КПВ~~ Практика Сдано

№1

Дано: $x^3 + y^3 + z^3 = 5xyz$ $M(2;1;1)$ $(x_0\ y_0\ z_0)$

Решение:

1) $F(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 5xyz$

2) $F'_x = 3x^2 - 5yz$ $F'_x|_M = 3\cdot4 - 5 = 7$

$F'_y = 3y^2 - 5xz$ $F'_y|_M = 3 - 10 = -7$

$F'_z = 3z^2 - 5xy$ $F'_z|_M = 3 - 10 = -7$

$x_0 = 2$, $y_0 = 1$, $z_0 = 1$

3) Ур-е касательной к плоскости

Формула: $\boxed{F'_x|_M \cdot (x - x_0) + F'_y|_M (y - y_0) + F'_z|_M (z - z_0) = 0}$

Подставим: $7(x-2) - 7(y-1) - 7(y-1) = 0$

$x - y - z = 0$

4) Ур-е нормали:

Формула: $\boxed{\frac{x - x_0}{F'_x|_M} = \frac{y - y_0}{F'_y|_M} = \frac{z - z_0}{F'_z|_M}}$

Подставим: $\frac{x-2}{7} = \frac{1-y}{7} = \frac{1-z}{7}$

№2

Дано: $z = 4y^3 + 2xy + x^2 + 3$

Решенее: 1)
$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = (4y^3+2xy+x^2+3)'_x = 2y+2x=0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} = (4y^3+2xy+x^2+3)'_y = 12y^2+2x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y+2x=0 \\ 12y^2+2x=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y+x=0 \\ 6y^2+x=0 \end{cases} \quad y=-x$$

$6x^2+x=0$

$(6x+1)x=0$

2) Решим: $x_{1,2} = 0; -\frac{1}{6}$

$y_{1,2} = 0; \frac{1}{6}$

3) Получим $M_1(0;0)$ и $M_2(-\frac{1}{6};\frac{1}{6})$

4) $A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2$; $B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2$; $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 24y$

5) Для $M_1(0;0)$

$A=2$; $B=2$; $C = 24 \cdot 0 = 0$

$\boxed{AC-B^2} = -4 < 0$ не экстремум

6) Для $M_2(-\frac{1}{6};\frac{1}{6})$

$A=2$ $B=2$ $C=4$ $AC-B^2 = 8-4 = 4 > 0$

и $A>0$

$M_2(\frac{1}{6};\frac{1}{6})$ т.е. минимума.

№ условие экстремума

$A \cdot C - B^2 > 0$ Да / Нет < 0

Если $A>0$ то минимум, иначе макс

№3

Дано: $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ усл. $\varphi_{(x;y)}$: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$

Решение: 1) Составить функцию Лагранжа

$L = z + \lambda(\varphi_{(x;y)}) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \lambda\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \right.$

2) $L'_x = -\frac{1}{x^2} - \frac{2\lambda}{x^3}$

$L'_y = -\frac{1}{y^2} - \frac{2\lambda}{y^3}$

3) Поиск крит точек

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ \varphi(x;y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{x^2} - \frac{2\lambda}{x^3} = 0 \\ -\frac{1}{y^2} - \frac{2\lambda}{y^3} = 0 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$$

$x = -2\lambda$

$y = -2\lambda$

$\lambda^2 = 2$

$\lambda = \pm\sqrt{2}$