

### Билет 1.

1. Разложить функцию  $f(x) = 3x$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{3-2x} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $4z = 16 - x^2 - y^2$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 4$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C xy dx + x^2 dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = x^2$ ;  $y = 2x^2 - 1$ . (5 баллов)

### Билет 2.

1. Разложить функцию  $f(x) = \ln(4 - x^2)$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2 + 1} (x + 4)^{2n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $3(x^2 + y^2) = z^2$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ ;  $z = a$ ;  $z = \frac{a}{2}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} 5y^2 dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = x^2$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(2, 4)$ . (5 баллов)

### Билет 3.

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^2 + 5^n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

## Билет 4.

1. Разложить функцию  $f(x) = 2x$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{4n+1} \right)^n (x-1)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{(y+1)/2} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $3z = x^2 + y^2$ ;  $z = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = x^2$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(1, 1)$ . (5 баллов)

## Билет 5.

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{5^n \ln(n+1)} \left( x - \frac{1}{5} \right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^3 dy \int_{y-3}^0 f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = z^2 + 1$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{AB} (x + y) dx - z dy + (2z - y) dz$  по отрезку прямой  $AB$  от точки  $A(1, 0, 1)$  до точки  $B(1, 1, 1)$ . (5 баллов)

**Билет 6.**

1. Разложить функцию  $f(x) = x \cos \frac{\pi x}{5}$  в ряд по степеням  $x - 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+3} \right)^n (x-3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 2z$ ;  $x^2 + y^2 = z^2 + 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(-1, 0)}^{(1, 1)} x(xy + 2)e^{xy} dx + x^3 e^{xy} dy$ . (5 баллов)

**Билет 7.**

1. Разложить функцию  $f(x) = (x-3)e^{x/2}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{3^n} \sin \frac{1}{n} \left( x - \frac{5}{5} \right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 2z$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C xy dx + x^2 dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = \frac{x^2}{2}$ ;  $y = x^2 - 2$ . (5 баллов)

**Билет 8.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  в ряд по степеням  $x + 8$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n 7^{\frac{n}{n+1}} (x-2)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ;  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} 5y^2 dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = x^2$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(2, 4)$ . (5 баллов)

**Билет 9.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 2x$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{5}{3}\right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dx \int_{1-\sqrt{2-(x-1)^2}}^{-1+\sqrt{2-(x-1)^2}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $3(x^2 + y^2) = z^2$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ ;  $z = a$ ;  $z = \frac{a}{2}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C xy dx + x^2 dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = x^2$ ;  $y = 2x^2 - 1$ . (5 баллов)

**Билет 10.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \ln(4 - x^2)$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 7^{\frac{n}{n+1}} (x - 4)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_1^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1 - z$ ;  $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} y^2 dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = x^3$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(2, 8)$ . (5 баллов)

**Билет 11.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$  в ряд по степеням  $x - 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n \ln(n+1)} \left(x + \frac{1}{5}\right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2 - y^2$ ;  $2z = 2 + x^2 + y^2$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(-1, 2)}^{(1, 0)} e^{xy}(xy + 1) dx + e^{xy} x^2 dy$ . (5 баллов)

**Билет 12.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 3x$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2 + 1} (x + 4)^{2n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^4 dx \int_{2 - \sqrt{8 - (x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ;  $x^2 + y^2 = ax$ ;  $z = 0$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{AB} (x + y) dx - z dy + (2z - y) dz$  по отрезку прямой  $AB$  от точки  $A(1, 0, 1)$  до точки  $B(1, 1, 1)$ . (5 баллов)

**Билет 13.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n + 3} \right)^n (x - 3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^3 dy \int_{y-3}^0 f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 4$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = z - 1$ ;  $z = 0$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C 2y dx - x dy$  по эллипсу  $C$ , заданному параметрически:  $x = \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ . (5 баллов)

**Билет 14.**

1. Разложить функцию  $f(x) = x \cos \frac{\pi x}{5}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n - \ln(n-1)}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{(y+1)/2} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ;  $x^2 + y^2 = 2z^2$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C xy dx + x^2 dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = \frac{x^2}{2}$ ;  $y = x^2 - 2$ . (5 баллов)

**Билет 15.**

1. Разложить функцию  $f(x) = (x-3)e^{x/2}$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+2)} (x-3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{3-2x} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 3z$ ;  $x^2 + y^2 = 6z$ ;  $z = 3$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} (x^2 - xy) dx + (y^2 - xy) dy$  по треугольнику  $\gamma$  с вершинами  $O(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 1)$ . (5 баллов)

**Билет 16.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dx + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1 - z$ ;  $z = -\sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(1, 0)}^{(0, -2)} \left( \ln(x - y) + \frac{x}{x - y} \right) dx - \frac{x}{x - y} dy$ . (5 баллов)

**Билет 17.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 3x$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^2 + 5^n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 9$ ;  $z = 4$ ;  $z = 0$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} \sin y dx + \sin x dy$  по отрезку прямой от точки  $(0, \pi)$  до точки  $(\pi, 0)$ . (5 баллов)



**Билет 18.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \ln(4 - x^2)$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 7^{\frac{n}{n+1}} (x - 4)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dy \int_{-y}^{y^2} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ;  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C (x^2 + y) dx + (xy - 2x^2) dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = 1 - x^2$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$  ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ). (5 баллов)

**Билет 19.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+3} \right)^n (x - 3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dy \int_{\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 4$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = z - 1$ ;  $z = 0$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(-1, 0)}^{(1, 1)} x(xy + 2)e^{xy} dx + x^3 e^{xy} dy$ . (5 баллов)

**Билет 20.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 2x$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 + 1} (x - 4)^{2n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2 - y^2$ ;  $2z = 2 + x^2 + y^2$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C y dx - x dy$  по эллипсу  $C$ , заданному параметрически:  $x = 3 \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ . (5 баллов)

**Билет 21.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{4n + 1} \right)^n (x - 1)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $3z = x^2 + y^2$ ;  $z = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} xy dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = 2x^2$  от точки  $(-1, 2)$  до точки  $(1, 2)$ . (5 баллов)

**Билет 22.**

1. Разложить функцию  $f(x) = x \cos \frac{\pi x}{5}$  в ряд по степеням  $x - 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n \ln(n+1)} \left(x + \frac{1}{5}\right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-2}^0 dx \int_0^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = z^2 + 1$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(1, 0)}^{(0, -2)} \left(\ln(x - y) + \frac{x}{x - y}\right) dx - \frac{x}{x - y} dy$ . (5 баллов)

**Билет 23.**

1. Разложить функцию  $f(x) = (x - 3)e^{x/2}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{5}{3}\right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} 5y^2 dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $x = y^2$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(4, 2)$ . (5 баллов)

**Билет 24.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  в ряд по степеням  $x + 8$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+2)} (x-3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1 - z$ ;  $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} (x^2 - xy) dx + (y^2 - xy) dy$  по треугольнику  $\gamma$  с вершинами  $O(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 1)$ . (5 баллов)

**Билет 25.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 2x$  в ряд по степеням  $x - 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{5^n \ln(n+1)} \left(x - \frac{1}{5}\right)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $3x + 3y + z = 3$ ;  $z = 0$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} \sin y dx + \sin x dy$  по отрезку прямой от точки  $(0, \pi)$  до точки  $(\pi, 0)$ . (5 баллов)

**Билет 26.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \ln(4 - x^2)$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{3n+1} \right)^n (x-1)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = z^2$ ;  $x^2 + y^2 = 2z$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_C (x^2 + y) dx + (xy - 2x^2) dy$  по контуру  $C$ , образованному кривыми  $y = 1 - x^2$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$  ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ). (5 баллов)

**Билет 27.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$  в ряд по степеням  $x - 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+3} \right)^n (x-3)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^2 dy \int_{-y}^{y^2} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ;  $(x-2)^2 + y^2 = 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} xy dx - 2x^2 dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = 2x^2$  от точки  $(-1, 2)$  до точки  $(1, 2)$ . (5 баллов)

**Билет 28.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 3x$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2 + 1} (x - 4)^{2n}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^1 dy \int_{y^2}^{2-\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{(0, 0)}^{(2, 3)} (x^3 - 3xy^2 + 2) dx - (3x^2y - y^2) dy$ . (5 баллов)

**Билет 29.**

1. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$  в ряд по степеням  $x + 1$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{4^n + \ln(n + 1)} (x - 1)^n$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_{-2}^0 dx \int_0^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 2z$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{\gamma} (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$  вдоль кривой  $\gamma$ :  $y = x^2$  от точки  $(-1, 1)$  до точки  $(1, 1)$ . (5 баллов)

**Билет 30.**

1. Разложить функцию  $f(x) = x \cos \frac{\pi x}{5}$  в ряд по степеням  $x + 2$ , указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-1)^n}{n^2 + 3^{-n}}$ , исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (5 баллов)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (5 баллов)

$$\int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{-y}^y f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 3z$ ;  $x^2 + y^2 = 6z$ ;  $z = 3$ . (5 баллов)

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (y - z) dx + (z - x) dy + (x - y) dz$ , вдоль дуги  $L$  винтовой линии  $x = 2 \cos t$ ,  $y = 2 \sin t$ ,  $z = 3t$  ( $t \in [0, 2\pi]$ ). (5 баллов)