

**Вопросы для подготовки к Рубежному Контролю № 1 по дисциплине**  
**“Уравнения математической физики и преобразования Фурье” для РЛ1,2,6**  
**(10–17 баллов)**

1. Сколько типов дифференциальных уравнений в частных производных вы знаете? Как определить к какому типу относится уравнение?
2. Что называется характеристическим уравнением для дифференциального уравнения 2-го порядка в частных производных.
3. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения 2-го порядка в частных производных.
4. Запишите в каноническом виде уравнение гиперболического типа. Как выбираются новые переменные?
5. Запишите в каноническом виде уравнение эллиптического типа. Как выбираются новые переменные?
6. Запишите в каноническом виде уравнение параболического типа. Как выбираются новые переменные?
7. Евклидово пространство.
8. Пространство функций интегрируемых с квадратом.
9. Обобщенный ряд Фурье.
10. Тождество Бесселя.
11. Неравенство Бесселя.
12. Формула Парсеваля.
13. Выяснить, к какому типу уравнений относится волновое уравнение. Привести его к каноническому виду.
14. Вывести формулу Д’Аламбера (каноническая форма волнового уравнения уже приведена).
15. Записать формулу для колебания струны под действием мгновенного сосредоточенного импульса.

16. Каким требованиям должны удовлетворять дополнительные условия, для однозначного определения математической модели физического явления? Какие бывают дополнительные условия?
17. Запишите полную постановку начально-краевой задачи. Сделайте редукцию общей задачи.
18. Дайте определения замкнутой и полной системам функций.
19. Как выглядит условие полноты для ортонормированной системы.
20. Докажите, что замкнутость системы есть следствие ее полноты.
21. Дайте определение задачи Штурма-Лиувилля.
22. Перечислите свойства собственных функций и собственных значений.
23. Опишите метод разделения переменных для начально-краевой задачи с однородным уравнением (общая схема).
24. Запишите задачу Коши, которая получается в результате решения начально-краевой задачи с неоднородным уравнением.
25. В каком виде надо искать решение для начально-краевой задачи с неоднородными граничными условиями. Почему?
26. На какие две задачи распадется начально-краевая задача с неоднородными граничными условиями.
27. Что называется дисперсионным уравнением?

## ЗАДАЧИ

✓ 1. Определите тип дифференциального уравнения и запишите канонический вид квазилинейного дифференциального уравнения этого типа:

$$u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} + u_x + u_y = 0.$$

2. Решить начальную задачу на бесконечной прямой  $-\infty < x < +\infty$ ,  $t \in (0, +\infty)$

$$u_{tt} = 36u_{xx} + \cos x,$$

$$u(x, 0) = \sin^2 x, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

✓ 3. Найти собственные числа и собственные функции задачи Штурма–Лиувилля для оператора  $L = -\frac{d^2}{dx^2}$  на отрезке  $[1; 2]$  с граничными условиями  $y(1) = y'(2) = 0$ .

✓ 4. Разложить функцию  $f(x) = x - 1$  в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля.