Пределы формулы общие.

$$\lim_{n\to\infty}(c\,x_n)=c\lim_{n\to\infty}(x_n)\quad c\text{-число}$$

$$\lim_{n\to\infty}(x_n\pm y_n)=\lim_{n\to\infty}x_n\pm\lim_{n\to\infty}y_n$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}x_n}{\lim\limits_{n\to\infty}y_n}\quad \text{при } \lim_{n\to\infty}y_n\neq 0$$

$$\lim_{n\to\infty}x^a=\left(\lim_{n\to\infty}x\right)^a$$

I. замечательный пред.

$$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1}$$

Формулы эквивалентности б.м.ф. $a\to 0$

1) $\sin a\sim tg\,a\sim\arcsin a\sim arctg\,a\sim e^a-1\sim\ln(1+a)\sim a$

~~$tg\,a\sim a$~~
~~$\arcsin a\sim a$~~
~~arc~~

2) $1-\cos a\sim\frac{a^2}{2}$

3) $a^a-1\sim a\ln a$

4) $\log_a(1+a)\sim\frac{a}{\ln a}$

5) $(1-a)^n-1\sim\frac{a}{n}$ Если $n=\frac{1}{2}$, то $\frac{a}{2}$

II. замечательный предел

$$\boxed{\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e}$$

Пример:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+1}{3x-5}\right)^{4x+7}=\left[1^\infty\right]=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x-5}{6}}\right)^{4x+7}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x-5}{6}}\right)^{\frac{3x-5}{6}\cdot\frac{6\cdot(4x-7)}{3x-5}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{\frac{3x-5}{6}}\right)^{\frac{3x-5}{6}}\right)^{\frac{6\cdot(4x-7)}{3x-5}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6\cdot(4x+7)}{3x-5}}$$

Правило Лопиталя. $x\to x_0$

$$\lim_{x\to x_0}\frac{u}{v}=\begin{bmatrix}\left[\frac{0}{0}\right]\\ \left[\frac{\infty}{\infty}\right]\end{bmatrix}=\lim_{x\to x_0}\frac{x'}{y'}$$

$$\lim_{x\to x_0}u\cdot v=[0\cdot\infty]=\lim_{x\to x_0}\frac{x'}{(1/v)'}$$

Формула Тейлора для разложения функции

1) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

2) $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$

3) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$

4) $\ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots +$, α

5) $(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)(\cancel{\alpha-2})}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \dots$

6) $\frac{1}{1 \pm x} = 1 \pm x + x^2 \pm x^3 + \dots$

Классификация точек разрыва

<table>
<tr><th colspan="2">Точки разрыва</th></tr>
<tr><th>I рода</th><th>II рода</th></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$
существуют и конечны</td><td rowspan="2">$\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ или $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$
несуществуют или бесконечны (один из них или оба)</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>Устранимый разрыв
I рода
$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) \neq f(a)$</td><td>Неустранимый разрыв
I рода
$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$</td></tr></table></td></tr>
</table>