### ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ



# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И.С. ТУРГЕНЕВА»

В.Т. Ерёменко, А.П. Фисун, А.М. Кокорин, М.Г. Алешин, А.А. Илюхин

### ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Орёл ОГУ имени И.С. Тургенева 2017 УДК 621.371 ББК 32.84 E59 Печатается по решению редакционно-издательского совета ОГУ имени И.С. Тургенева. Протокол № 10 от 29.06.2017 г.

#### Рецензенты:

доктор технических наук, профессор кафедры проектирования и безопасности компьютерных систем Университета ИТМО, г. Санкт-Петербург, *Ю.А. Гатчин*,

кандидат технических наук, доцент, начальник Управления по Тверской области филиала  $\Phi$ ГУП «Радиочастотный центр Центрального федерального округа» в Центральном федеральном округе В.П. Растроста

Ерёменко, В.Т.

Е59 Основы построения направляющих систем и объемных резонаторов: учебное пособие / В.Т. Ерёменко [и др.]. — Орёл: ОГУ имени И.С. Тургенева, 2017. — 229 с.

ISBN 978-5-9929-0532-8

В учебном пособии рассматриваются общие закономерности электромагнитных процессов, структуры электромагнитных полей, параметры и характеристики линий передачи и объемных резонаторов различных типов, элементов трактов СВЧ; приводится алгоритм расчета поля в волноводе; анализируются режимы работы линий передачи электромагнитной энергии конечной длины; рассматриваются вопросы согласования линий передачи. В ходе написания учебного пособия авторы широко использовали как собственный опыт чтения лекций и принципы изложения материала, сложившиеся в коллективе, так и опыт изложения различных вопросов электродинамики в учебниках, учебных пособиях и монографиях других авторов.

Предназначено студентам, обучающимся по направлениям: 10.03.01 «Информационная безопасность (бакалавры)», 11.03.02 и 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи (бакалавры и магистры)», а также специалистам по направлению 10.05.01 «Компьютерная безопасность».

УДК 621.371 ББК 32.84

- © Коллектив авторов, 2017
- © ОГУ имени И.С. Тургенева, 2017

#### ОГЛАВЛЕНИЕ

введение	6
Глава 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ	
1.1. Понятие о направляющих системах и направляемых волнах	8
1.2. Решение уравнений Максвелла для однородных направляющих	
систем без потерь	10
1.3. Выражение поперечных составляющих поля через продоль-	
ные	15
1.4. Алгоритм расчета электромагнитного поля в направляющих	
системах	18
1.5. Анализ условий распространения волн в волноводах.	•
Критическая длина волны. Постоянная распространения	20
1.6. Длина волны в волноводе. Фазовая и групповая скорости.	
Волновое сопротивление	25
1.7. Мощность, переносимая волной по волноводу	29
Глава 2. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ	
РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ	2.1
2.1. Прямоугольный волновод	31
2.1.1. Определение продольных составляющих поля электри-	
ческих $(E)$ и магнитных $(H)$ волн в прямоугольном	22
волноводе	32
2.1.2. Определение поперечных составляющих поля электрических ( $E$ ) и магнитных ( $H$ ) волн в прямоугольном	
волноводе	39
2.1.3. Диаграмма типов волн в прямоугольном волноводе	44
2.1.4. Структура поля основной волны прямоугольного	
волновода. Волны высших порядков	47
2.1.5. Способы возбуждения волноводов и отбора энергии из	
них	57
2.1.6. Предельная и допустимая мощности, передаваемые	
по волноводу. Учет потерь в реальном волноводе	60
2.1.7. Волноводы П- и Н-образных сечений	70
2.2. Электромагнитные волны между параллельными плоскостями	74
2.2.1. Волны типа $TE(H)$ между параллельными плоскостями	75
2.2.2. Волны типа $TM(E)$ между параллельными плоскостями	77
2.2.3. Волна типа $T$ между параллельными плоскостями	79
2.3. Круглый волновод	82
2.3.1. Определение продольных составляющих поля электри-	
ческих и магнитных волн в круглом волноводе	82
2.3.2. Определение поперечных составляющих поля	
электрических и магнитных волн в круглом волноводе	88

2.3.3. Диаграмма типов волн в круглом волноводе. Выбор	
размеров волновода	91
2.3.4. Структуры электромагнитных полей в круглом волноводе	93
$2.3.4.1.$ Структура поля волны $E_{01}$ в круглом волноводе	93
2.3.4.2. Структура поля волны $H_{01}$ в круглом волноводе	97
$2.3.4.3.$ Основная волна $H_{11}$ в круглом волноводе	100
2.3.5. Конструкция круглых волноводов	103
2.3.6. Эллиптический волновод	103
2.3.7. Сравнение характеристик прямоугольных и круглых	101
волноводов	106
2.4. Коаксиальные волноводы	107
2.4.1. Волна типа $T$ в коаксиальном волноводе	107
2.4.2. Электрические характеристики коаксиального волновода с	
волной типа $T$	110
2.4.2.1. Ток проводимости	111
2.4.2.2. Волновое сопротивление	112
2.4.2.3. Мощность, передаваемая по коаксиальному волноводу с вол-	
ной типа Т	113
2.4.3. Конструкции коаксиальных волноводов	114
2.5. Полосковые линии передачи	117
	11/
Γπορο 2 ΆΠΕΚΤΡΟΜΑΓΗΜΤΗΤΙΕ ΡΩΠΗΤΙ Ρ. ΗΛΠΡΑΡΠΙΙΜΥ	11/
Глава 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НАПРАВЛЯЮЩИХ	11/
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ	117
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ 3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух-	
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ 3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи	123
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ 3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи	123
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ 3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи 3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь	123 127
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.	123 127 129
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.	123 127
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.	123 127 129 129
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи  3.3.1. Режим бегущей волны  3.3.2. Режим стоячей волны  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим	123 127 129 129
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух-проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.	123 127 129 129 131
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.	123 127 129 129 131
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма	123 127 129 129 131
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи  3.3.1. Режим бегущей волны  3.3.2. Режим стоячей волны  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач	123 127 129 129 131
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двух- проводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач  3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны.  3.6. Резонансные отрезки линий передачи	123 127 129 129 131 139
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач  3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны.  3.6. Резонансные отрезки линий передачи  Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ТРАКТОВ СВЧ	123 127 129 131 139 143 148 153
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач  3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны.  3.6. Резонансные отрезки линий передачи  Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ТРАКТОВ СВЧ  4.1. Элементы волноводного тракта.	123 127 129 129 131 139 143 148 153
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач  3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны.  3.6. Резонансные отрезки линий передачи  Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ТРАКТОВ СВЧ  4.1. Элементы волноводного тракта.  4.1.1. Волноводные сочленения.	123 127 129 131 139 143 148 153 157
СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ  3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи  3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь  3.3. Режимы работы линий передачи.  3.3.1. Режим бегущей волны.  3.3.2. Режим стоячей волны.  3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи.  3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач  3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны.  3.6. Резонансные отрезки линий передачи  Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ТРАКТОВ СВЧ  4.1. Элементы волноводного тракта.	123 127 129 129 131 139 143 148 153

4.1.4. Диафрагмы и штыри в волноводе	167
4.2. Согласующие устройства в волноводах	171
4.2.1. Согласующие диафрагмы и штыри	172
4.2.2. Согласующие шлейфы	173
4.2.3. Согласующие трансформаторы	174
4.3. Частотные фильтры СВЧ	177
4.4. Направленные ответвители	183
4.5. Мосты СВЧ	187
4.5.1. Двойной волноводный тройник (Т-мост)	187
4.5.2. Волноводно-щелевой мост	189
4.5.3. Кольцевой волноводный мост	192
4.6. Волноводные аттенюаторы и фазовращатели	194
4.6.1. Аттенюаторы поглощающего типа	194
4.6.2. Предельные аттенюаторы	195
4.6.3. Поглощающие (согласованные) нагрузки	197
4.6.4. Волноводные фазовращатели	197
Глава 5. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ	
5.1. Общие сведения о резонаторах	199
5.2. Резонаторы простой формы	201
5.2.1. Свободные колебания в резонаторах простой формы	201
5.2.2. Собственные длины волн резонаторов	206
5.2.3. Прямоугольный резонатор	209
5.2.4. Цилиндрический резонатор	210
5.2.5. Коаксиальный и полосковый резонаторы	211
5.3. Резонаторы сложной формы	212
5.3.1. Коаксиальный резонатор с зазором	212
5.3.2. Тороидальный резонатор	213
5.3.3. Резонатор типа «щель-отверстие»	217
5.4. Способы возбуждения и настройки резонаторов	219
5.5. Добротность резонаторов	220
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	223
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	224
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	227
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	228

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Настоящая книга предназначена служить учебным пособием по дисциплине «Антенны и распространение радиоволн» а также по дисциплине «Направляющие среды электросвязи» для студентов, обучающихся по обучающихся по направлениям подготовки 10.03.01 — Информационная безопасность (бакалавры), 11.03.02 и 11.04.02 — Инфокоммуникационные технологии и системы связи (бакалавры и магистры), а также специалистов по направлению 10.05.01 — Компьютерная безопасность.

Развитие радиотехники идет по пути освоения все более высоких частот и широкого внедрения принципов микроэлектроники. В этих условиях непрерывно возрастают требования к объему и уровню подготовки радиоинженеров по электродинамике СВЧ и, в частности, по теории линий передачи электромагнитной энергии, элементов трактов СВЧ и объемных резонаторов. Эти факторы определяют необходимость периодического обновления содержания учебных дисциплин, а также издания новых учебников и учебных пособий.

Здесь изучаются общие закономерности электромагнитных процессов, структуры электромагнитных полей, параметры и характеристики линий передачи различных типов, конструкции и принципы работы элементов техники СВЧ и объемных резонаторов, структуры электромагнитных полей в них.

Теория электромагнитного поля позволяет изучать явления излучения, распространения и приема радиоволн, процессы передачи энергии в различных типах направляющих систем, принципы действия многих функциональных устройств систем радиосвязи, комплексов и средств специального назначения, поэтому данный раздел является теоретической базой для ряда инженерных и специальных дисциплин, определяющих подготовку радиоинженера.

В первой главе учебного пособия рассматривается общая теория регулярных линий передачи, приводится алгоритм расчета поля в волноводе, вводятся характеристики и параметры электромагнитных волн, распространяющихся в волноводе.

Во второй главе подробно анализируются конкретные типы линий передач, структуры электромагнитных полей в них, условия распространения электромагнитных волн, области применения данных устройств.

Третья глава посвящена работе линий передачи электромагнитной энергии конечной длины, анализу режимов работы линий передачи, вопросам согласования линий передачи.

В четвертой главе подробно рассматриваются элементы направляющих систем и трактов СВЧ.

Пятая глава посвящена колебательным системам диапазона СВЧ – объемным резонаторам.

### Глава 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

#### 1.1. Понятие о направляющих системах и направляемых волнах

Направляющими системами (волноводами) называются устройства, обладающие свойством направлять распространение электромагнитной энергии (ЭМЭ). К ним относятся хорошо проводящие поверхности, параллельные плоскости и следующие линии передачи электромагнитной энергии (рис. 1.1).

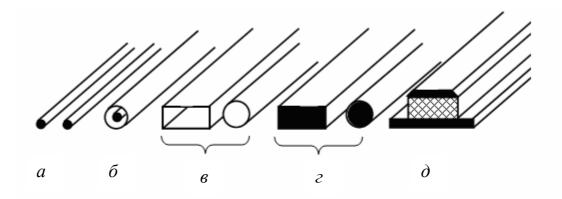


Рис. 1.1. Типы направляющих систем

a — двухпроводная линия;  $\delta$  — коаксиальная линия;  $\epsilon$  — прямоугольные и круглые полые волноводы;  $\epsilon$  — диэлектрические волноводы;  $\delta$  — полосковые линии

Направляющие системы называются однородными, если их поперечные сечения и параметры среды ( $\epsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость,  $\sigma$  – удельная проводимость) остаются постоянными во всем объеме. Если же параметры  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  остаются постоянными только вдоль направляющей системы, то она называется регулярной.

Направляемыми волнами называются радиоволны, энергия которых распространяется вдоль направляющих систем.

Электромагнитное поле определяется первым и вторым уравнениями Максвелла, которые для идеальной диэлектрической среды в дифференциальной форме записи имеют вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_{a} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t};$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_{a} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\vec{H} = \vec{x}^{o} H_{x} + \vec{y}^{o} H_{y} + \vec{z}^{o} H_{z};$$

где

$$\vec{E} = \vec{x}^{O} E_{\chi} + \vec{y}^{O} E_{\gamma} + \vec{z}^{O} E_{z};$$

 $\epsilon_a = \epsilon \epsilon_o - \text{абсолютная диэлектрическая проницаемость среды;} \\ \mu_a = \mu \mu_o - \text{абсолютная магнитная проницаемость среды;} \\$ 

 $\vec{x}^{\, \mathrm{O}}, \, \vec{y}^{\, \mathrm{O}}, \, \vec{z}^{\, \mathrm{O}}$  — координатные орты соответствующих перемен-

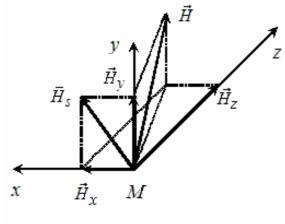


Рис. 1.2

ных декартовой системы координат.

Из представленных уравнений следует, что в общем случае электромагнитные волны (ЭМВ) могут иметь шесть составляющих (рис. 1.2):

– две продольные:

$$\vec{E}_z = \vec{z}^{\,0} E_z, \quad \vec{H}_z = \vec{z}^{\,0} H_z;$$

– четыре поперечные, представленные двумя векторами:

$$\vec{E}_S = \vec{x}^{O} E_{\chi} + \vec{y}^{O} E_{\gamma},$$

$$\vec{H}_s = \vec{x}^{O} H_x + \vec{y}^{O} H_y.$$

В зависимости от наличия или отсутствия продольных составляющих различают четыре класса волн.

1. Поперечная электромагнитная T(TEM)-волна ( $H_z = E_z = 0$ ). Особенность такой волны — наличие только поперечных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  и отсутствие дисперсии (зависимость фа-

зовой скорости распространения ЭМВ  $V_{\Phi}$  от длины волны  $\lambda$ ). Такая волна называется недиспергирующей волной.

- 2. Поперечно-магнитная  $\mathit{TM}$ -волна ( $H_z = 0, E_z \neq 0$ ). Магнитное поле в этом случае имеет только поперечные составляющие, а электрическое поле еще и продольную. Такие волны иногда называют волнами класса E.
- 3. Поперечно-электрическая TE-волна ( $H_z \neq 0, E_z = 0$ ). Электрическое поле имеет только поперечные составляющие, а магнитное поле еще и продольную. Такие волны иногда называют волнами класса H. Волны класса H и E являются диспергирующими.
- 4. Гибридная (смешанная) HE (EH)-волна, имеющая все составляющие полей.

Классы подразделяются на типы волн, которые имеют различную структуру, параметры полей и обозначаются  $H_{mn}$  ( $TE_{mn}$ ) или  $E_{mn}$  ( $TM_{mn}$ ). Для упрощения индексы m и n при общих рассуждениях будем опускать.

### 1.2. Решение уравнений Максвелла для однородных направляющих систем без потерь

Для однородных направляющих систем произвольного сечения с идеально проводящими стенками ( $\sigma_{\rm M} = \infty$ ), заполненных идеальным диэлектриком ( $\sigma_{\rm Z} = 0$ ) при отсутствии сторонних токов и зарядов, уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_{a} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0;$$

rot 
$$\vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
; div  $\vec{H} = 0$ ,

а граничные условия для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в любой точке боковой поверхности следующие:

$$E_{\tau} = 0;$$
  $E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_a};$ 

$$\vec{H}_{\tau} = \left[ \vec{J}_s \times \vec{n}^{\,0} \,\right] \qquad H_n = 0,$$

где  $\rho_{\it S}$  – поверхностная плотность заряда на границе раздела сред;

 $\vec{n}^{\, 0}$  – единичный вектор, указывающий направление нормали к границе раздела сред;

 $\vec{J}_{\it S}$  – вектор плотности поверхностного тока.

Если взять операцию rot от первого уравнения Максвелла и подставить в полученное выражение второе уравнение Максвелла и, учтя, что

rot rot 
$$\vec{H} = \text{grad div } \vec{H} - \nabla^2 \vec{H}$$
, div  $\vec{H} = 0$ ,

где

$$abla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{ оператор Лапласа;}$$

то получим трехмерное векторное волновое уравнение

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon_a \, \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Проделав аналогичные операции со вторым уравнением Максвелла, получим

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon_a \,\mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0.$$

Используя метод разделения переменных, решение этих уравнений будем искать в виде волн, распространяющихся вдоль оси *z*:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}'(x, y)e^{j\omega t - \gamma z};$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}'(x, y)e^{j\omega t - \gamma z},$$
(1.1)

где  $\vec{E}'(x,y)$  и  $\vec{H}'(x,y)$  – комплексные векторные функции распределения поля в поперечном сечении;

 $e^{j\omega t - \gamma z}$  – волновой множитель;

 $\gamma = \alpha + j \beta$  – постоянная распространения;

α – постоянная (коэффициент) затухания;

β – фазовая постоянная.

Таким образом, для нахождения решения волновых уравнений необходимо определить функции распределения  $\vec{E}'(x,y)$ ,  $\vec{H}'(x,y)$  и постоянную распространения  $\gamma$ . С этой целью представим оператор Лапласа  $\nabla^2$  в виде поперечной (с индексом s) и продольной (с индексом z) составляющих:

$$\nabla^2 = \nabla_s^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

где

Тогда волновые уравнения примут вид

$$\nabla_s^2 \vec{E} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0;$$

$$\nabla_s^2 \vec{H} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Решим, например, первое уравнение. Подставив в него выражение (1.1), получим

$$\nabla_s^2 \left\{ \vec{E}'(x,y) e^{j\omega t - \gamma z} \right\} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left\{ \vec{E}'(x,y) e^{j\omega t - \gamma z} \right\} -$$

$$-\varepsilon_{a} \mu_{a} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \left\{ \vec{E}'(x, y) e^{j\omega t - \gamma z} \right\} = 0.$$

После дифференцирования по переменным z и t будем иметь

$$e^{j\omega t - \gamma z} \nabla_s^2 \vec{E}'(x, y) + \gamma^2 e^{j\omega t - \gamma z} \vec{E}'(x, y) +$$

$$+ \omega^2 \varepsilon_a \mu_a e^{j\omega t - \gamma z} \vec{E}'(x, y) = 0,$$

ИЛИ

$$\nabla_s^2 \vec{E}'(x, y) + (\gamma^2 + \omega^2 \varepsilon_a \mu_a) \vec{E}'(x, y) = 0.$$

Выражение

$$\gamma^2 + \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a = k_s^2$$

называется дисперсионным уравнением, так как оно определяет зависимость постоянной распространения  $\gamma$  от частоты колебания поля  $\omega$ .

Опуская аргумент при векторах  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , представим векторные волновые уравнения в виде двумерных уравнений Гельмгольца:

$$\nabla_{s}^{2} \vec{E}' + k_{s}^{2} \vec{E}' = 0;$$

$$\nabla_{s}^{2} \vec{H}' + k_{s}^{2} \vec{H}' = 0.$$
(1.2)

Второе уравнение системы (1.2) получено аналогично вышеприведенной методике.

Эти уравнения называются мембранными, а параметр  $k_{s}$  — собственным числом мембранного уравнения.

Уравнения типа (1.2) решают с помощью соответствующего уравнения для вспомогательной потенциальной функции. В качестве такой функции можно взять проекцию вектора  $\vec{E}'(x,y)$  и  $\vec{H}'(x,y)$  на ось z.

С этой целью представим векторные функции распределения поля в виде суммы их поперечной и продольной составляющих:

$$\vec{E}'(x, y) = \vec{E}'_{s}(x, y) + \vec{z}^{O} E'_{z}(x, y);$$

$$\vec{H}'(x, y) = \vec{H}'_{S}(x, y) + \vec{z}^{O} H'_{Z}(x, y).$$

Каждое из уравнений (1.2) можно записать в виде двух:

- 1) скалярное для продольной составляющей,
- 2) векторное для поперечной составляющей.

В результате получим

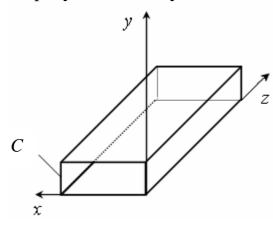


Рис. 1.3

a) 
$$\nabla_s^2 E_z' + k_s^2 E_z' = 0;$$
  
6)  $\nabla_s^2 \vec{E}_s' + k_s^2 \vec{E}_s' = 0;$   
B)  $\nabla_s^2 H_z' + k_s^2 H_z' = 0;$   
 $\nabla_s^2 \vec{H}_s' + k_s^2 \vec{H}_s' = 0.$  (1.3)

Продольные составляющие  $E_z'$  и  $H_z'$  находятся из уравнений (1.3a) и (1.3b) с использованием граничных условий на контуре C (рис. 1.3).

$$(E_z')_C = 0; (1.4)$$

$$\left(\frac{\partial H_z'}{\partial n}\right)_C = 0. \tag{1.5}$$

Что касается поперечных составляющих  $\vec{E}_s'$  и  $\vec{H}_s'$ , то их можно определить, решая векторные уравнения (1.36) и (1.3г). Однако существует более легкий путь, излагаемый ниже.

Таким образом, было получено решение уравнений Максвелла для однородных направляющих систем произвольного сечения с идеально проводящими стенками, заполненных идеальным диэлектриком при отсутствии сторонних токов и зарядов.

### 1.3. Выражение поперечных составляющих поля через продольные

Первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$rot \vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

можно записать в следующем виде:

$$\left[\nabla, \vec{H}\right] = j \omega \varepsilon_{a} \vec{E},$$

где  $\nabla = \vec{x}^{0} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^{0} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{z}^{0} \frac{\partial}{\partial z} = \nabla_{s} + \nabla_{z}$  – векторный дифференциальный оператор в декартовой системе координат;

$$\nabla_s = \vec{x}^{0} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}^{0} \frac{\partial}{\partial y};$$

$$\nabla_z = \vec{z}^{\,0} \frac{\partial}{\partial z}$$
.

После разложения векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и оператора  $\nabla$  на поперечные и продольные составляющие уравнение Максвелла примет вид

$$\left[\nabla_{S} + \nabla_{Z}, \vec{H}_{S} + \vec{H}_{Z}\right] = j \omega \varepsilon_{a} \left(\vec{E}_{S} + \vec{E}_{Z}\right).$$

Отсюда

$$\left[\nabla_{S}, \vec{H}_{S}\right] + \left[\nabla_{S}, \vec{H}_{Z}\right] + \left[\nabla_{Z}, \vec{H}_{S}\right] + \left[\nabla_{Z}, \vec{H}_{Z}\right] = j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{S} + j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{Z}.$$

Учитывая, что

$$\left[\nabla_{S}, \vec{H}_{S}\right] \mid\mid \vec{z}^{O}; \left[\nabla_{S}, \vec{H}_{Z}\right] \perp \vec{z}^{O}; \left[\nabla_{Z}, \vec{H}_{S}\right] \perp \vec{z}^{O}; \left[\nabla_{Z}, \vec{H}_{Z}\right] = 0,$$

и приравнивая одноименные (продольные или поперечные) проекции левой и правой частей полученного выражения, можно записать:

$$j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{z} = \left[ \nabla_{s}, \vec{H}_{s} \right] = \operatorname{rot}_{s} \vec{H}_{s};$$
 (1.6)

$$j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{s} = \left[\nabla_{s}, \vec{H}_{z}\right] + \left[\nabla_{z}, \vec{H}_{s}\right]. \tag{1.7}$$

Выражение (1.7) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{split} \left[\nabla_{S}, \vec{H}_{Z}\right] &= \left[\nabla_{S}, \vec{z}^{O} \; H_{Z}\right] = -\left[\vec{z}^{O}, \nabla_{S} H_{Z}\right]; \\ \left[\nabla_{Z}, \vec{H}_{S}\right] &= \left[\vec{z}^{O} \frac{\partial}{\partial z}, \vec{H}_{S}\right] = \left[\vec{z}^{O}, \frac{\partial \vec{H}_{S}}{\partial z}\right] = \left[\vec{z}^{O}, -\gamma \vec{H}_{S}\right] = -\gamma \left[\vec{z}^{O}, \vec{H}_{S}\right]. \end{split}$$

Тогда

$$j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{s} = -\left[\vec{z}^{O}, \nabla_{s} H_{z}\right] - \gamma \left[\vec{z}^{O}, \vec{H}_{s}\right]. \tag{1.8}$$

Используя принцип перестановочной двойственности, получим

$$j \omega \mu_{a} \vec{H}_{s} = \left[\vec{z}^{O}, \nabla_{s} E_{z}\right] + \gamma \left[\vec{z}^{O}, \vec{E}_{s}\right]. \tag{1.9}$$

Уравнения (1.8) и (1.9) выражают связь поперечных составляющих с продольными. Определим эту связь отдельно для полей типа E и H.

Известно, что для полей типа E продольная составляющая  $H_z = 0$ , поэтому уравнение (1.8) принимает вид

$$j \omega \varepsilon_{a} \vec{E}_{s} = \gamma \left[ \vec{z}^{O} \times \vec{H}_{s} \right].$$

Помножив это

выражение векторно слева и справа на  $\vec{z}^{\, \mathrm{o}}$ , получим

$$\vec{H}_{S} = \frac{j \,\omega \,\varepsilon_{a}}{\gamma} \,\left[ \vec{z}^{\,O} \times \vec{E}_{S} \right]. \tag{1.10}$$

Подставим (1.10) в (1.9) и, умножая полученное выражение векторно слева и справа на  $\vec{z}^{\, {\rm O}}$ , будем иметь

$$\frac{\omega^2 \,\mu_a \,\varepsilon_a}{\gamma} \left[ \vec{z}^{\,o} \times \vec{E}_s \right] = \left[ \vec{z}^{\,o} \times \nabla_s \,E_z \right] + \gamma \left[ \vec{z}^{\,o} \times \vec{E}_s \right],$$

ИЛИ

$$\left[\vec{z}^{O} \times \vec{E}_{S}\right] \left(\omega^{2} \mu_{a} \varepsilon_{a} + \gamma^{2}\right) = \gamma \left[\vec{z}^{O} \times \nabla_{S} E_{z}\right].$$

Из

этого векторного уравнения следует

$$\left(\omega^2 \,\mu_a \,\varepsilon_a + \gamma^2\right) \,\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{S}} = \gamma \nabla_s \,E_z \,,$$

откуда

$$\vec{E}_s = -\frac{\gamma}{k_s^2} \nabla_s E_z. \tag{1.11}$$

Таким образом, совместное применение (1.10) и (1.11) позволяет по известным продольным компонентам поля определить поперечные составляющие поля типа E в направляющей системе.

Используя принцип перестановочной двойственности, из выражений (1.10) и (1.11) можно получить связь между поперечными и продольными составляющими для полей типа H:

$$\vec{E}_s = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma} \left[ \vec{z}^{\,0} \times \vec{H}_s \right]; \tag{1.12}$$

$$\vec{H}_s = -\frac{\gamma}{k_s^2} \nabla_s H_z. \tag{1.13}$$

Из выражения (1.10) следует, что

$$\rho_E = \frac{E_s}{H_s} = \frac{\gamma}{j \omega \varepsilon_a},$$

а из формулы (1.12) –

$$\rho_H = \frac{E_s}{H_s} = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma}.$$

Два последних выражения называются поперечными волновыми сопротивлениями соответственно для волн типа E и H.

Таким образом, были получены выражения, определяющие связь между поперечными и продольными составляющими для полей типа E и H.

### 1.4. Алгоритм расчета электромагнитного поля в направляющих системах

Последовательность расчета полей в направляющих системах представлена в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Волны типа $E$ (ТМ)	Волны типа $H$ (TE)
1. $\nabla_s^2 E_z' + k_s^2 E_z' = 0$	1. $\nabla_s^2 H_z' + k_s^2 H_z' = 0$
2. $(E_z')_C = 0$	$2. \left( \frac{\partial H_Z'}{\partial n} \right)_C = 0$
3. $E_z = E_z' e^{j\omega t - \gamma z}$	3. $H_z = H_z' e^{j\omega t - \gamma z}$
$4. \gamma^2 = k_s^2 - \omega^2  \varepsilon_a  \mu_a$	4. $\gamma^2 = k_s^2 - \omega^2  \varepsilon_a  \mu_a$
$5. \ \vec{E}_s = -\frac{\gamma}{k_s^2} \nabla_s \ E_z$	5. $\vec{H}_s = -\frac{\gamma}{k_s^2} \nabla_s H_z$
$6. \ \vec{H}_S = \frac{1}{\rho_E} \left[ \vec{z}^{\text{O}} \times \vec{E}_S \right]$	$6. \vec{E}_s = \rho_H \left[ \vec{z}^0 \times \vec{H}_s \right]$
$7. \ \rho_E = \frac{E_S}{H_S} = \frac{\gamma}{j  \omega \varepsilon_a}$	7. $\rho_H = \frac{E_S}{H_S} = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma}$

Методика расчета электромагнитного поля в направляющих системах:

- 1. Решая скалярные дифференциальные уравнения для  $E_z'$  и  $H_z'$  (уравнения 1 табл. 1.1), находим общие решения для функции распределения продольных составляющих электрического  $(E_z')$  и магнитного  $(H_z')$  полей.
- 2. Применяя граничные условия (уравнения 2 табл. 1.1) к общим решениям, полученным в пункте 1, определяем частные решения.
  - 3. Так как полученные частные решения

$$E'_{z} = f(x, y)$$
 и  $H'_{z} = f(x, y)$ ,

то для получения продольных составляющих

$$E_z = f(x, y, z, t)$$
  $H_z = f(x, y, z, t)$ 

необходимо частные решения  $H_z'(x,y)$  и  $E_z'(x,y)$ , полученные в пункте 2, умножить на волновой множитель  $e^{j\,\omega\,t-\gamma\,z}$  (уравнения 3 табл. 1.1).

4. Постоянная распространения  $\gamma$ , входящая в волновой множитель  $e^{j\,\omega\,t-\gamma\,z}$ , находится из решения дисперсионного уравнения 4 таблицы 1.1. Следует помнить, что собственные числа мембранного уравнения  $(k_s)$ , входящие в дисперсионное уравнение, были определены в пункте 2 при нахождении частных решений дифференциальных уравнений 1 таблицы 1.1.

Последующие уравнения таблицы 1.1 позволяют найти поперечные составляющие ЭМП  $\vec{E}_{\it S}$  и  $\vec{H}_{\it S}$  по уже известным продольным  $\vec{E}_{\it Z}$  и  $\vec{H}_{\it Z}$ .

- 5. Применяя уравнение 5 таблицы 1.1 к полученной в пункте 3 продольной составляющей  $\vec{E}_z$ , определяем поперечную составляющую электрического поля  $\vec{E}_s$  волны типа E.
- 6. Используя уравнение 6 таблицы 1.1 и известную поперечную составляющую электрического поля  $\vec{E}_{s}$ , определяем поперечную составляющую магнитного поля  $\vec{H}_{s}$  волны типа E.

- 7. Поперечное волновое сопротивление  $\rho E$  определяется согласно уравнению 7 таблицы 1.1.
- 8. Аналогично по уравнениям 5...7 находятся составляющие поля  $\vec{H}_{\scriptscriptstyle S}$  и  $\vec{E}_{\scriptscriptstyle S}$  для волн типа H.

### 1.5. Анализ условий распространения волн в волноводах. Критическая длина волны. Постоянная распространения

Распределение поля вдоль оси z в любой момент времени определяется волновым множителем

$$e^{j\omega t-\gamma z}$$
.

где постоянная распространения  $\gamma$  определяется согласно дисперсионному уравнению и равна

$$\gamma^2 = k_s^2 - \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a.$$

Анализ полученного выражения показывает, что в зависимости от частоты  $\omega$  (длины  $\lambda$  волны) величина  $\gamma^2$  может быть больше  $(\gamma^2 > 0)$ , меньше  $(\gamma^2 < 0)$  или равна нулю  $(\gamma^2 = 0)$ .

Частота (длина волны)  $\omega_{\rm kp}$  ( $\lambda_{\rm kp}$  ), при которой величина  $\gamma$  обращается в нуль ( $\gamma$  = 0), называется критической.

В этом случае

$$k_s^2 - \omega_{\rm KP}^2 \, \varepsilon_{\rm a} \, \mu_{\rm a} = 0$$

ИЛИ

$$k_s^2 = \omega_{\rm \kappa p}^2 \, \varepsilon_{\rm a} \, \mu_{\rm a}$$
,

откуда получим, что

$$\omega_{\mathrm{Kp}}^2 = \frac{k_s^2}{\varepsilon_a \, \mu_a} = k_s^2 v^2,$$

где  $\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$  — скорость распространения ЭМВ в среде с параметрами  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$ .

После несложных преобразований получим

$$\omega_{\rm Kp} = k_{\rm S} \upsilon = \frac{2\pi}{T_{\rm Kp}},$$

откуда

$$k_{S} = \frac{2\pi}{T_{KP}v}.$$

Поскольку ЭМВ, распространяющаяся со скоростью  $\upsilon$ , за период колебания T проходит расстояние, равное длине волны  $\lambda$ , т. е.

$$\lambda = \upsilon T$$
, или  $\lambda_{\mathrm{Kp}} = \upsilon T_{\mathrm{Kp}}$ ,

то широко применяются следующие формулы:

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_{\rm Kp}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi}{k_s}.$$
 (1.14)

Рассмотрим условия распространения ЭМВ в зависимости от соотношения  $\omega$  и  $\omega_{\mbox{\scriptsize KD}}$  .

1. Если  $\omega > \omega_{\rm kp}$   $(\lambda < \lambda_{\rm kp})$  (см. рис. 1.4), то

$$\gamma^2 = k_s^2 - \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a < 0$$

и, следовательно, постоянная распространения γ выражается чисто мнимым числом, т. е.

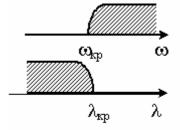


Рис. 1.4

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\beta \implies \alpha = 0$$
.

Следовательно, можем записать

$$\gamma^2 = -\beta^2 = k_s^2 - \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a,$$

откуда

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \, \epsilon_a \, \mu_a - k_s^2} = \sqrt{\omega^2 \, \epsilon_a \, \mu_a - \omega_{\kappa p}^2 \, \epsilon_a \, \mu_a} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2} \,,$$

ИЛИ

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}}\right)^2} \ . \tag{1.15}$$

При этом волновой множитель принимает вид

$$e^{j(\omega t - \beta z)}$$

или в вещественной форме

$$\cos(\omega t - \beta z)$$
.

Из анализа полученных выражений можно сделать вывод, что при  $\omega > \omega_{\rm kp}$  ( $\lambda < \lambda_{\rm kp}$ ) вдоль оси Z распространяется бегущая волна с постоянной амплитудой и фазовой скоростью:

$$V_{\Phi} = \frac{\omega}{\beta} .$$

Этот случай используется для канализации (передачи) энергии СВЧ от источника к потребителю.

2. Если  $\omega < \omega_{\rm kp} \ (\bar{\lambda} > \lambda_{\rm kp})$  (см. рис. 1.5), то

$$\gamma^2 = k_s^2 - \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a > 0$$

и постоянная распространения у выражается вещественной величиной, т. е.

 $\xrightarrow{\Theta_{kp}} \xrightarrow{\omega}$ 

Рис. 1.5

$$\gamma = \alpha + i\beta = \alpha \implies \beta = 0.$$

Следовательно,

$$\gamma^2 = \alpha^2 = k_s^2 - \omega^2 \, \varepsilon_a \, \mu_a,$$

откуда коэффициент затухания

$$\alpha = \sqrt{k_s^2 - \omega^2 \ \epsilon_a \ \mu_a} = \frac{2\pi}{\lambda_{\rm kp}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\rm kp}}{\lambda}\right)^2} \ .$$

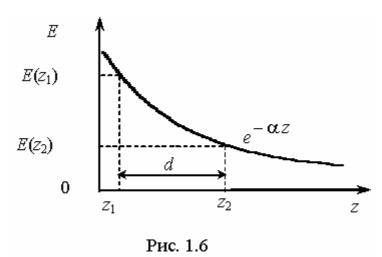
В этом случае волновой множитель принимает вид

$$e^{-\alpha z}e^{j\omega t}$$
.

Анализ полученных выражений показывает, что для фиксированного момента времени (t = const) фаза колебания  $\phi$  во всех точках одинакова, а амплитуда изменяется от точки к точке по экспоненциальному закону. При этом бегущая волна вырождается в стоячую, ЭМП вдоль направляющей системы (оси Z) не распространяется, а затухает по экспоненциальному закону.

Найдем расстояние d (вдоль оси Z), на котором ЭМП убывает в e раз ( $e \approx 2,718$ ) (рис. 1.6):

$$\frac{E(z_1)}{E(z_2)} = e \qquad \Rightarrow \qquad \frac{E_m e^{-\alpha z_1} e^{j\omega t}}{E_m e^{-\alpha z_2} e^{j\omega t}} = e^{\alpha(z_2 - z_1)} = e^{\alpha d} = e.$$



Отсюда следует, что

$$\alpha d = 1 \implies d = \frac{1}{\alpha}.$$

Из анализа полученного выражения можно сделать вывод о том, что при частоте  $\omega$ , стремящейся к критической ( $\omega \to \omega_{\rm kp}$ ), коэффициент затухания  $\alpha$  стремится к нулю ( $\alpha \to 0$ ).

Действительно, из определения критической частоты при  $\omega = \omega_{\rm kp}$   $\gamma = \alpha = 0$ , откуда  $d \to \infty$ .

Если же частота  $\omega$  стремится к нулю  $(\omega \to 0)$ , то постоянная распространения  $\gamma$  (коэффициент затухания  $\alpha$ ) стремится к  $k_s$ , т. е. если

$$\omega \to 0 \implies \gamma = \alpha \to k_s, \text{ a } d \to \frac{1}{k_s}.$$

Из представленных рассуждений следует, что изменение частоты колебаний  $\omega$  ЭМП приводит к изменению в больших пределах глубины проникновения поля d в волноводе. По этой причине в случае, когда  $\omega < \omega_{\rm kp}$  ( $\lambda > \lambda_{\rm kp}$ ), использовать такой волновод для передачи энергии нельзя.

Случай  $\omega < \omega_{\rm kp}$  ( $\lambda > \lambda_{\rm kp}$ ) используется в аттенюаторах (ослабителях ЭМЭ).

3. Если  $\omega=\omega_{\rm Kp}$  ( $\lambda=\lambda_{\rm Kp}$ ), то  $\gamma=0$  и волновой множитель принимает вид  $e^{j\omega t}$  .

В этом случае вдоль оси Z ни амплитуда, ни фаза колебаний не изменяются.

Этот случай является промежуточным и соответствует переходу от распространяющихся ( $\omega > \omega_{kp}$ ) к нераспространяющимся ( $\omega < \omega_{kp}$ ) волнам.

### 1.6. Длина волны в волноводе. Фазовая и групповая скорости. Волновое сопротивление

Длиной волны в волноводе ( $\lambda_{\rm B}$ ) называется минимальное расстояние между ближайшими точками вдоль оси Z, фазы колебаний в которых отличаются на  $2\pi$  (рисунок 1.7), т. е.

$$(\omega t - \beta z) - [\omega t - \beta (z + \lambda_B)] = 2\pi.$$

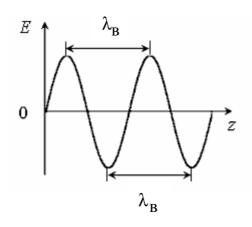


Рис. 1.7

Из этого следует, что

$$\lambda_{\rm B} = \frac{2\pi}{\beta}.$$

Подставим в знаменатель этой формулы выражение (1.15) и получим

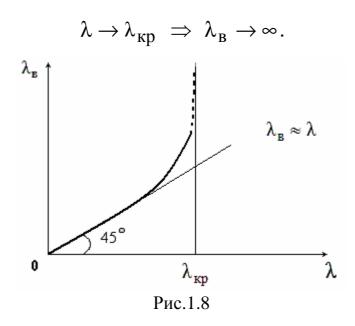
$$\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm KP}}\right)^2}}.$$
 (1.16)

Из анализа выражения (1.16) следует, что  $\lambda_{\rm B} > \lambda$ . Под величиной  $\lambda$  следует понимать длину волны в безграничном диэлектрике.

График зависимости  $\lambda_{\rm B}=f(\lambda)$ , построенный согласно (1.16), показан на рисунке 1.8. Из него видно, что если

$$\lambda << \lambda_{KD}$$
, to  $\lambda_{B} \approx \lambda$ ,

а при



Из рисунка 1.8 следует, что понятие длины волны  $\lambda_{\rm B}$  в волноводе существует только для случая  $\lambda < \lambda_{\rm KP}$ , т. е. для распространяющихся волн.

В этом случае фазовая скорость волн определяется следующим образом:

$$V_{\Phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2}} = \frac{\upsilon}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2}} = \frac{\upsilon}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\kappa p}}{\omega}\right)^2}}.$$

Отсюда следует, что фазовая скорость  $V_{\Phi}$  волн в волноводах больше фазовой скорости  $\upsilon$  в безграничном диэлектрике:

$$V_{\Phi} > v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \, \mu_a}}.$$

Скорость переноса энергии  $V_{\mathfrak{I}}$  или групповую скорость  $V_{\mathfrak{I}\mathfrak{P}}$  можно определить как

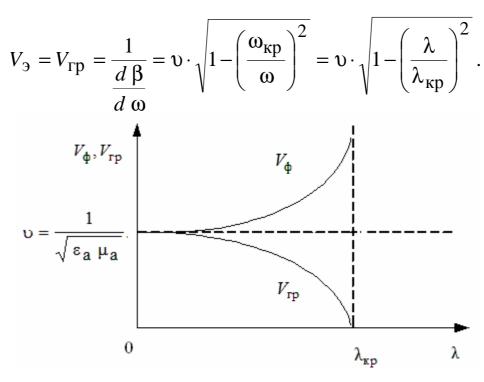


Рис. 1.9

Из полученного выражения следует, что скорость переноса энергии  $V_{\rm rp}$  меньше фазовой скорости  $V_{\rm \varphi}$  волны в волноводах:

$$V_{\Gamma p} < V_{\Phi} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}}\right)^2}}.$$

Между значениями  $V_{\Phi}$  и  $V_{\Gamma p}$  имеется следующая связь:

$$V_{\Gamma p} \cdot V_{cb} = v^2$$
.

Графики зависимостей  $V_{\Phi}=f(\lambda)$  и  $V_{\Gamma p}=(\lambda)$  показаны на рисунке 1.9.

Поскольку имеет место зависимость фазовой скорости  $V_{\Phi}$  от частоты  $\omega$ , то волны типа H (TE) и E (TM) являются диспергирующими.

В отличие от явления дисперсии в средах с потерями, которая сопровождается потерей энергии, здесь имеет место так называемая геометрическая дисперсия, не сопровождающаяся потерями энергии в среде.

Рассмотрим зависимость волнового сопротивления  $\rho$  от частоты  $\omega$  для случая распространяющихся волн ( $\omega$  >  $\omega_{kp}$  или  $\lambda$  <  $\lambda_{kp}$ ). При этом, согласно пункту 1.5,

$$\gamma = j\beta$$
.

Используя выражение 7 таблицы 1.1, можно определить поперечное волновое сопротивление для волн типа H:

$$\rho_H = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma} = \frac{j \omega \mu_a}{j \beta} = \frac{\omega \mu_a}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}}\right)^2}}.$$

Полученное выражение можно преобразовать к виду

$$\rho_H = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm KP}}\right)^2}} , \qquad (1.17)$$

где  $\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$  — волновое сопротивление среды, заполняющей волновод.

Для воздуха и вакуума

$$\rho_0 = 120\pi \approx 377 \text{ Om.}$$

Рассуждая аналогично, получим выражение для поперечного волнового сопротивления для волн типа E:

$$\rho_E = \rho_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^2} \ . \tag{1.18}$$

#### 1.7. Мощность, переносимая волной по волноводу

Среднее за один период колебания значение мощности P, переносимой волной по волноводу, определяется согласно выражению

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} P_{\text{M}\Gamma\text{H}} dt,$$

где  $P_{\text{MГH}} = \int\limits_{S} \Pi_z \; dS \; - \;$  мгновенная мощность, переносимая через поперечное сечение волновода;

$$\Pi_z = E_s \times H_s = \frac{E_s^2}{\rho} = H_s^2 \, \rho -$$
 продольная составляющая вектора Пойнтинга  $\vec{\Pi}$  ;

S — площадь поперечного сечения волновода. Тогда

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} dt \int_{S} \frac{E_s^2}{\rho} dS = \frac{1}{T \cdot \rho} \int_{0}^{T} dt \int_{S} E_{sm}^2 \cos^2(\omega t - \beta z) dS.$$

Поскольку

$$\frac{1}{T}\int_{0}^{T}\cos^{2}(\omega t - \beta z)dt = \frac{1}{2},$$

то среднее за один период колебания значение мощности P, переносимой волной по волноводу, определяется в соответствии с обобщенной формулой

$$P = \frac{1}{2\rho} \int_{S} E_{sm}^{2} dS = \frac{\rho}{2} \int_{S} H_{sm}^{2} dS.$$
 (1.19)

Для волн типа E выражение (1.19) преобразуется к виду

$$P = \frac{1}{2\rho_E} \int_{S} E_{sm}^2 dS = \frac{\rho_E}{2} \int_{S} H_{sm}^2 dS ;$$

для волн типа H-

$$P = \frac{1}{2\rho_H} \int_{S} E_{sm}^2 dS = \frac{\rho_H}{2} \int_{S} H_{sm}^2 dS.$$

Таким образом, получены выражения, позволяющие определять среднее значение мощности, переносимой ЭМВ типа E и H по волноводу.

#### Глава 2. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

#### 2.1. Прямоугольный волновод

В диапазоне СВЧ при длине волны  $\lambda$  от 30 см и короче открытые двухпроводные линии для передачи энергии не применяются, так как с уменьшением длины волны  $\lambda$  увеличивается мощность потерь на излучение  $P_{\Sigma}$ .

Действительно, если представить двухпроводную линию в виде непрерывно расположенных на расстоянии l электрических вибраторов (рис. 2.1), то можно воспользоваться формулой для мощности излучения элементарного электрического излучателя

$$P_{\Sigma} = 40\pi^2 I_m^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right),\,$$

где  $I_m$  – амплитуда тока.

Анализ этого выражения показывает, что для уменьшения мощности излучения  $P_{\Sigma}$  необходимо уменьшать расстояние l между проводниками, что приводит к уменьшению предельной передаваемой мощности  $P_{\text{пред}}$  из-за возможности возникновения электрического пробоя.

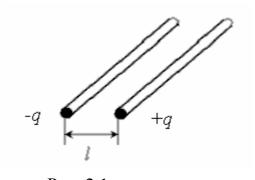


Рис. 2.1

Исходя из этих соображений, в диапазоне СВЧ переходят к закрытым линиям передачи: коаксиальным линиям и волноводам.

Коаксиальные линии применяются в основном в диапазоне метровых  $(1 \text{ M} < \lambda < 10 \text{ M})$  и дециметровых волн  $(10 \text{ cm} < \lambda < 1 \text{ M})$ . Од-

нако в них из-за наличия изоляторов, поддерживающих центральный проводник, возникают дополнительные отражения, потери энергии и уменьшается диапазонность. Кроме того, наличие внутреннего проводника уменьшает электрическую прочность, поскольку у его поверхности напряженность электрического поля наибольшая. Поэтому в сантиметровом (1 см  $< \lambda < 10$  см) диапазоне волн переходят к полым волноводам.

В узком смысле слова волноводом называется металлическая труба, предназначенная для направления движения электромагнитной энергии.

Полые волноводы используются в высокочастотных трактах радиорелейных и космических станций, работающих в сантиметровом диапазоне.

## 2.1.1. Определение продольных составляющих поля электрических (E) и магнитных (H) волн в прямоугольном волноводе

Функция распределения продольных составляющих поля в волноводе (рис. 2.2) удовлетворяют скалярным мембранным уравнениям 1 таблицы 1.1.

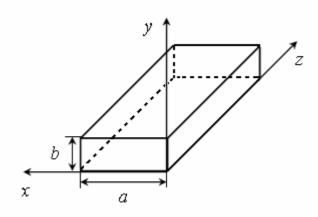


Рис. 2.2

Для волн типа E

$$\nabla_s^2 E_z'(x, y) + k_s^2 E_z'(x, y) = 0;$$

$$\nabla_s^2 H_z'(x, y) + k_s^2 H_z'(x, y) = 0.$$

Поскольку вышеприведенные уравнения одинаковы по конструкции, то достаточно решить уравнения вида

$$\nabla_s^2 \psi(x, y) + k_s^2 \psi(x, y) = 0,$$

где  $\psi(x, y) = E'_{z}(x, y) -$ для волн типа E;  $\psi(x, y) = H'_{z}(x, y) -$ для волн типа H.

Для решения мембранного уравнения воспользуемся методом разделения переменных, для чего представим

$$\psi(x, y) = X(x)Y(y). \tag{2.1}$$

Учитывая, что

$$\nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ X(x) Y(y) \} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{ X(x) Y(y) \} + k_s^2 X(x) Y(y) = 0.$$

Разделив почленно последнее выражение на произведение X(x)Y(y), получим

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{d x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{d y^2} = -k_s^2.$$

Проанализируем полученное выражение. Первое слагаемое является функцией переменной x, второе — переменной y, а их сумма равна некоторой постоянной величине  $k_s^2$ . Учитывая это, предположим, что

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{d x^2} = -k_x^2;$$

$$\frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{d y^2} = -k_y^2.$$

Перепишем полученные выражения в следующем виде:

$$\frac{d^2X(x)}{dx^2} + k_x^2 X(x) = 0;$$

$$\frac{d^2Y(y)}{dy^2} + k_y^2 Y(y) = 0,$$

где 
$$k_x^2 + k_y^2 = k_s^2$$
.

Дифференциальные уравнения второго порядка имеют, как известно, такие решения:

$$X(x) = A_1 \cdot \cos(k_x \cdot x) + A_2 \cdot \sin(k_x \cdot x);$$
  
$$Y(y) = B_1 \cdot \cos(k_y \cdot y) + B_2 \cdot \sin(k_y \cdot y).$$

Тогда, согласно (2.1), искомое решение может быть записано в виде

$$\psi(x, y) = X(x) \cdot Y(y) = [A_1 \cdot \cos(k_x \cdot x) + A_2 \sin(k_x \cdot x)] \times \left[ B_1 \cdot \cos(k_y \cdot y) + B_2 \cdot \sin(k_y \cdot y) \right].$$
(2.2)

Постоянные интегрирования  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $k_x$  и  $k_y$  находятся с помощью граничных условий 2 таблицы 1.1.

Для волн типа E имеем

$$(E'_Z)_C = [\psi(x, y)]_C = 0.$$

В развернутом виде граничные условия следующие:

а) правая граничная плоскость 
$$(x = 0)$$
  $\psi(0, y) = 0;$  б) левая граничная плоскость  $(x = a)$   $\psi(a, y) = 0;$  в) нижняя граничная плоскость  $(y = 0)$   $\psi(x, 0) = 0;$  г) верхняя граничная плоскость  $(y = b)$   $\psi(x, b) = 0.$ 

Применяя граничное условие (2.3а) к решению уравнения (2.2), получим

$$\psi(0, y) = A_1 \left[ B_1 \cdot \left( k_y \cdot y \right) + B_2 \cdot \sin \left( k_y \cdot y \right) \right] = 0.$$

Отсюда следует, что  $A_1 = 0$ , так как выражение в скобках не может быть равно нулю. В противном случае  $\psi(x, y)$  всегда было бы равно нулю.

Подставим полученное значение постоянной интегрирования  $A_1 = 0$  в выражение (2.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \cdot \sin(k_x \cdot x) \left[ B_1 \cdot \cos(k_y \cdot y) + B_2 \cdot \sin(k_y \cdot y) \right] = 0.$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (2.3б), получим

$$\psi(a, y) = A_2 \cdot \sin(k_x \cdot a) \left[ B_1 \cdot \cos(k_y \cdot y) + B_2 \cdot \sin(k_y \cdot y) \right] = 0.$$

Отсюда следует, что нулевое решение будет иметь место при условии, что

$$\sin(k_x a) = 0,$$

ИЛИ

$$k_{\chi}a=m\pi$$
,

где m = 0, 1, 2, ...

Таким образом,

$$k_{\chi} = \frac{m\,\pi}{a}.\tag{2.4}$$

Подставим полученное значение постоянной  $k_\chi$  интегрирования в выражение (2.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \left[B_1 \cos\left(k_y y\right) + B_2 \sin\left(k_y y\right)\right].$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (2.3в), получим

$$\psi(x,0) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_1.$$

Из анализа этого уравнения следует, что  $B_1 = 0$ . Подставим полученное значение постоянной  $B_1$  интегрирования в выражение (2.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin\left(k_y y\right).$$

Применяя к полученному выражению граничное условие (2.3г), получим

$$\psi(x,b) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin\left(k_y b\right) = 0.$$

Отсюда следует, что нулевое решение будет иметь место при условии, что

$$\sin\left(k_{y}b\right)=0,$$

ИЛИ

$$k_{y}b = n\pi,$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$k_{y} = \frac{n\pi}{b},$$
(2.5)

где n = 0, 1, 2, ...

Подставим полученное значение постоянной  $k_y$  интегрирования в выражение (2.2) и перепишем его в виде

$$\psi(x, y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot B_2 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

Следовательно,

$$\psi(x,y) = E_z'(x,y) = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) B_2 \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

Обозначив произведение  $A_2$   $B_2$  через D, получим для волн типа E

$$E_{z}'(x,y) = D\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right). \tag{2.6}$$

Из анализа выражения (2.6) следует, что для волн типа E индексы m и n не могут принимать нулевые значения, так как при этом E'z=0 всегда.

Таким образом, исходя из физической сущности решаемой задачи, для волн типа E

$$m = 1, 2, 3, ...,$$
  
 $n = 1, 2, 3, ...$ 

Применив к выражению (2.2) граничные условия для волн типа H и проделав аналогичные преобразования, получим

$$H'_{z}(x, y) = D' \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right),$$
 (2.7)

где  $D' = A_1 B_1$ .

Здесь также

$$k_{x} = \frac{m \pi}{a};$$

$$k_y = \frac{n \pi}{b}$$
.

Из анализа выражения (2.7) следует, что индексы m и n могут принимать нулевые значения, но не одновременно.

По найденным функциям распределения (2.6) и (2.7), согласно уравнению 3 таблицы 1, запишем частные решения для мгновенных значений продольных (с индексом z) составляющих волн типа E и H:

$$E_z(x, y, z, t) = D \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\omega t - \gamma z}; \qquad (2.8)$$

$$H_z(x, y, z, t) = D' \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\omega t - \gamma z}.$$
 (2.9)

Определим для волн типа E и H величины  $k_s$  и  $\lambda_{\rm kp}$  . Используя выражения (2.4) и (2.5), получим

$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2,$$

или

$$k_{s} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^{2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^{2}}.$$

Используя выражение (1.14), получим выражение для критической длины  $\lambda_{\rm kp}$  волны типа E и H в прямоугольном волноводе:

$$\lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}.$$

Следует иметь в виду, что для волн типа E индексы m и n не принимают нулевых значений; для волн типа H — принимают нулевые значения, но не одновременно.

# 2.1.2. Определение поперечных составляющих поля электрических (E) и магнитных (H) волн в прямоугольном волноводе

Для волн типа H, согласно уравнению 5 таблицы 1.1,

$$\vec{H}_s = -\gamma \frac{1}{k_s^2} \nabla_s H_z,$$

ИЛИ

$$\vec{x}^{O}H_{x} + \vec{y}^{O}H_{y} = -\frac{\gamma}{k_{s}^{2}} \left( \vec{x}^{O} \frac{\partial H_{z}}{\partial x} + \vec{y}^{O} \frac{\partial H_{z}}{\partial y} \right).$$

Приравнивая одноименные составляющие и подставляя значение  $H_7$  (выражение (2.9)), получим

$$H_x = -\frac{\gamma}{k_s^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\gamma}{k_s^2} D' \frac{m \pi}{a} \sin\left(\frac{m \pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b}y\right) e^{j\omega t - \gamma z};$$

$$H_{y} = -\frac{\gamma}{k_{s}^{2}} \frac{\partial H_{z}}{\partial y} = \frac{\gamma}{k_{s}^{2}} D' \frac{n \pi}{b} \cos \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}.$$

Согласно уравнению 6 таблицы 1.1, для волн типа H имеем

$$\vec{E}_s = -\rho_H \left[ \vec{z}^{\,O} \times \vec{H}_s \right]$$

Преобразуем это уравнение к следующему виду:

$$\begin{split} \vec{x}^{\mathrm{o}} E_x + \vec{y}^{\mathrm{o}} E_y &= -\rho_H \left[ \vec{z}^{\mathrm{o}}, \vec{x}^{\mathrm{o}} H_x + \vec{y}^{\mathrm{o}} H_y \right] \\ &- \rho_H \left[ \vec{z}^{\mathrm{o}}, \vec{y}^{\mathrm{o}} \right] H_y = -\rho_H \, \vec{y}^{\mathrm{o}} H_x + \rho_H \, \vec{x}^{\mathrm{o}} H_y. \end{split}$$

Приравнивая одноименные составляющие, получаем

$$E_x = \rho_H H_y$$
,  $E_y = -\rho_H H_x$ .

Известно (п.1.5), что для распространяющихся волн постоянная распространения

$$\gamma = j \cdot \beta$$
.

С учетом этого составляющие поля волн типа H в комплексной форме можно записать как

$$\begin{split} H_{z} &= D' \cos \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ H_{x} &= \frac{j \beta}{k_{s}^{2}} D' \frac{m \pi}{a} \sin \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ H_{y} &= \frac{j \beta}{k_{s}^{2}} D' \frac{n \pi}{b} \cos \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ E_{x} &= \rho_{H} \frac{j \beta}{k_{s}^{2}} D' \frac{n \pi}{b} \cos \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}; \\ E_{y} &= -\rho_{H} \frac{j \beta}{k_{s}^{2}} D' \frac{m \pi}{a} \sin \left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos \left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)}. \end{split}$$

Учитывая, что

$$\operatorname{Re}\left\{j e^{j(\omega t - \beta z)}\right\} = -\sin(\omega t - \beta z),$$

в вещественной форме записи получим

$$H_{z} = D' \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{x} = -D' \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{y} = -D' \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{n\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{x} = -D' \rho_{H} \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{y} = D' \rho_{H} \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right).$$

$$(2.10)$$

Проделав аналогичные преобразования для волн типа E, согласно таблице 1.1, можно получить составляющие поля в вещественной форме записи:

$$E_{z} = D \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{x} = D \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{y} = D \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{x} = -D \frac{1}{\rho_{E}} \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{y} = D \frac{1}{\rho_{E}} \frac{\beta}{k_{s}^{2}} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right).$$
(2.11)

Анализ выражений (2.10), (2.11) показывает следующее:

1. В однородном волноводе могут одновременно распространяться волны типа E и H, характеризуемые различными парами индексов m и n. Для распространения таких электромагнитных волн в волноводе необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\lambda < \lambda_{\kappa p} (\omega > \omega_{\kappa p}).$$

Каждая из этих волн имеет свою фазовую  $V_{\Phi}$  и групповую  $V_{\Gamma p}$  скорости, так как

$$V_{\Phi} = f(\lambda_{KP}), \quad V_{\Gamma P} = f(\lambda_{KP}), \quad a \quad \lambda_{KP} = f(m, n).$$

Векторы  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  результирующего поля определяются интерференцией (сложением) частных волн.

2. Частные волны отличаются друг от друга парой конкретных индексов m и n. Магнитные волны (тип H) обозначаются  $H_{mn}$  ( $TE_{mn}$ ). Электрические волны (тип E) –  $E_{mn}$  ( $TM_{mn}$ ).

Например:

$$H_{10}(TE_{10}) \ (m=1, n=0);$$
  
 $H_{21}(TE_{21}) \ (m=2, n=1);$   
 $E_{11}(TM_{11}) \ (m=1, n=1).$ 

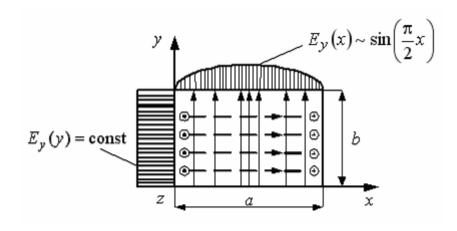


Рис. 2.3

Индексы m и n определяют количество полупериодов пространственного изменения поля, укладывающихся соответственно вдоль широкой (a) и узкой (b) стенок волновода.

Если индекс m или n равен нулю, то это означает, что вдоль соответствующей стенки волновода поле распределено равномерно (на рис.  $2.3 - E_{\nu}(y)$ ).

3. Все поперечные (индексы x и y) составляющие поля содержат одинаковый волновой множитель

$$\sin(\omega t - \beta z)$$
.

Это означает, что для каждой волны все поперечные составляющие колеблются синфазно и достигают амплитудных значений в одном и том же поперечном сечении одновременно.

4. Продольная (индекс z) составляющая поля содержит волновой множитель

$$\cos(\omega t - \beta z)$$
.

Если сравнить его с волновым множителем для поперечных составляющих поля

$$\sin(\omega t - \beta z) = \cos\left(\omega t - \beta z - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left[\omega t - \beta\left(z + \frac{\lambda_{B}}{4}\right)\right]$$

(так как  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_B}$ ), то можно заметить, что максимум поперечных составляющих поля сдвинут относительно максимума продольной составляющей поля вдоль оси z на величину  $\frac{\lambda_B}{\lambda}$ .

Полученные математические выражения (2.10), (2.11) для составляющих поля волн типа E и H позволяют с помощью электрических и магнитных силовых линий наглядно изобразить структуру поля в прямоугольном волноводе для любого типа колебаний  $H_{mn}$  и  $E_{mn}$ . Это имеет большое значение для эффективного практического

использования волноводов (возбуждение волноводов, отбор энергии из волноводов, передача максимальной мощности и т. д.).

#### 2.1.3. Диаграмма типов волн в прямоугольном волноводе

Как уже было сказано выше, волны типа H и E характеризуются множеством типов волн, определяемых допустимой парой индексов т и п. Эти волны могут распространяться по волноводу только при условии

$$\lambda < \lambda_{\rm Kp}$$
,

где  $\lambda_{\mathrm{kp}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$  – критическая длина волны типа  $H_{mn}$  или

типа  $E_{mn}$  в прямоугольном волноводе.

Например, для волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{\text{KP}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + 0}} = 2a,$$

для волны типа  $H_{20}$  –

$$\lambda_{\text{KP}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + 0}} = a,$$

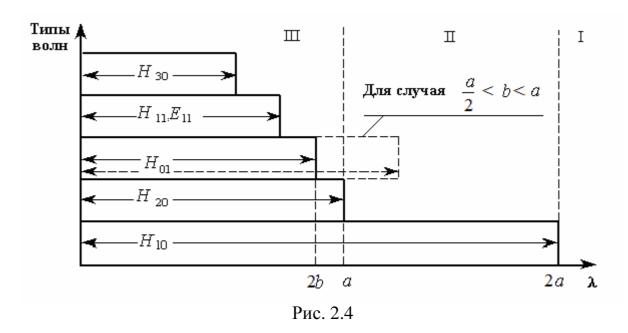
для волны типа  $H_{01}$  –

$$\lambda_{\rm KP} = 2b$$

ит. д.

График типов волн, построенный в порядке убывания критических длин волн ( $\lambda_{\text{кр}\,mn}$ ), называется диаграммой типов волн.

Для случая a>2b диаграмма типов волн имеет вид, изображенный на рисунке 2.4.



Тип волны в волноводе, обладающий наибольшей критической  $\lambda_{\rm kp}$  длиной волны, называется низшим или основным.

Из анализа рисунка 2.4 можно сделать вывод, что в прямоугольном волноводе наибольшей критической длиной волны  $\lambda_{\rm kp}$ обладает волна  $H_{10}$ . Следовательно,  $H_{10}$  – основная волна прямоугольного волновода. Остальные типы волн называются высшими или неосновными.

На диаграмме типов волн (рис. 2.4) можно выделить три характерные области.

1. В области І длина волны источника возбуждения колебаний

$$\lambda > \lambda_{\text{Kp}} H_{10} = 2a$$
.

В этом случае передача энергии по волноводу невозможна ни одним типом волны. Это режим затухания волн.

2. В области II длина волны источника возбуждения колебаний

$$a = \lambda_{\text{Kp } H_{20}} < \lambda < \lambda_{\text{Kp } H_{10}} = 2a$$
.

В этой области передача энергии по волноводу возможна только полем основной волны  $H_{10}$ .

3. В области III передача энергии по волноводу может осуществляться множеством типов волн одновременно. При этом возникает сложное неустойчивое интерференционное поле, что приводит к резкому ухудшению оптимального использования волноводного тракта.

Таким образом, из анализа диаграммы типов волн (рис. 2.4) следует, что в прямоугольном волноводе рабочей является II область, т. е. для передачи энергии необходимо, чтобы длина волны  $\lambda$  источника, энергия которого должна передаваться по волноводу, определялась неравенством

$$a < \lambda < 2a$$
.

Этот диапазон длин волн  $\lambda$  источника (генератора) справедлив при размерах волновода

$$b < \frac{a}{2}$$
.

Если же

$$\frac{a}{2} < b < a,$$

то рабочий диапазон (область II) сужается до

$$2b < \lambda < 2a$$
.

Следовательно, для расширения диапазонности волновода необходимо выполнение условия

$$b < \frac{a}{2}$$
.

## 2.1.4. Структура поля основной волны прямоугольного волновода. Волны высших порядков

Из пункта 2.1.3. следует, что в прямоугольном волноводе наибольшей критической длиной волны  $\lambda_{\rm kp}$  обладает волна  $H_{10}$ , которая, следовательно, и является основной.

Для того чтобы определить структуру поля основной волны прямоугольного волновода, необходимо знать его (поля) составляющие. Выражения для составляющих поля волны  $H_{10}$  получим из выражения (2.10) при условии, что m=1, n=0.

Обозначим произведение

$$\rho_{H_{10}} \frac{\beta}{k_s^2} \frac{\pi}{a} D' = E_{my}$$

и учтем, что

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{KD}}}, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{B}}}, \quad \lambda_{\text{KP}H_{10}} = 2a.$$

Тогда выражения для составляющих поля волны типа  $H_{10}$  примут вид

$$E_{z} = 0;$$

$$E_{x} = 0;$$

$$E_{y} = E_{my} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{y} = 0;$$

$$H_{z} = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_{B}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{x} = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right).$$
(2.12)

Проанализируем полученные выражения.

Из выражений (2.12) следует, что электрическое поле имеет только одну составляющую  $E_{\gamma}$ , в связи с этим

$$\vec{E} = \vec{y}^{O} E_{y}$$
.

Это значит, что электрические силовые линии являются прямыми параллельными оси *оу*, т. е. узкой стенке волновода.

Вдоль оси  $ox\ E_y$  распределяется (2.12) по закону  $\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ , поэтому  $E_y$  достигает своего максимального значения при  $x=\frac{a}{2}$ .

От координаты y  $E_y$ , как и все остальные компоненты волны  $H_{10}$ , не зависят. Это означает, что все составляющие поля вдоль оси oy распределены равномерно.

Вдоль оси *о*z для фиксированного момента времени электрическое поле распределено (2.12) по закону  $\sin(\omega t - \beta z)$ .

Из выражений (2.12) следует, что магнитное поле имеет две составляющие:  $H_{\chi}$  и  $H_{\chi}$ , следовательно

$$\vec{H} = \vec{x}^{O} H_{x} + \vec{z}^{O} H_{z}.$$

Это значит, что магнитные силовые линии представляют собой замкнутые плоские кривые, лежащие в плоскостях, параллельных широким стенкам волновода (сечение xoz).

Составляющая  $H_{\chi}$  вдоль оси ox распределяется (2.12) по закону  $\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ , таким образом максимальна в центре волновода, а составляющая  $H_{\chi}$  вдоль оси ox распределяется по закону  $\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ , т. е. максимальна у стенок волновода.

Вдоль оси oz максимум составляющей  $H_z$  сдвинут на величину  $\frac{\lambda_{\rm B}}{4}$  относительно максимума составляющей  $H_x$ , так как

$$H_z \sim \cos(\omega t - \beta z)$$
,

$$H_x \sim \sin(\omega t - \beta z)$$
.

Направление магнитных (электрических) силовых линий можно определить из анализа выражений (2.12) или из соотношения

$$\Pi = \left[ \vec{E}_y \times \vec{H}_x \right].$$

Распределение плотности тока смещения

$$\vec{J}_{\rm CM} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = j \, \omega \, \varepsilon_{\rm a} \vec{E} = j \, \omega \, \varepsilon_{\rm a} \vec{E}' e^{j \left(\omega t - \beta z\right)} = \omega \, \varepsilon_{\rm a} \vec{E}' e^{j \left[\omega t - \beta \left(z - \frac{\lambda_{\rm B}}{4}\right)\right]}$$

повторяет картину электрического поля, только сдвинутую в сторону положительных значений z на величину  $\frac{\lambda_{\rm B}}{4}$ .

Магнитные силовые линии замыкаются вокруг векторов плотности тока смещения по правилу правого буравчика. Этот факт позволяет значительно упростить построение структуры магнитного поля, если электрическое поле уже построено.

Таким образом, в результате анализа выражений (2.12) была получена методика построения структуры поля в волноводе:

- 1. Используя выражения компонент полей для волн типа  $H_{mn}$  (2.10) и  $E_{mn}$  (2.11), записать математические выражения для конкретных индексов m и n.
- 2. Пользуясь полученными математическими выражениями, построить распределение составляющих поля по координатам x, y, z.
- 3. Построить структуру электрических силовых линий в сечениях хоу, хоz, уоz волновода.

- 4. Сдвинув структуру электрических силовых линий  $\vec{E}$  в сечениях xoz и yoz в сторону положительных значений оси z на величину  $\lambda_{\rm B}/4$ , построить структуру векторов плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$ .
- 5. Построить структуру магнитных силовых линий  $\vec{H}$ , замыкая их вокруг векторов плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  по правилу правого буравчика.
- 6. Построить структуру поверхностных токов проводимости, замыкая ими токи смещения.

Воспользуемся вышеприведенной методикой для построения структуры поля основной волны в прямоугольном волноводе.

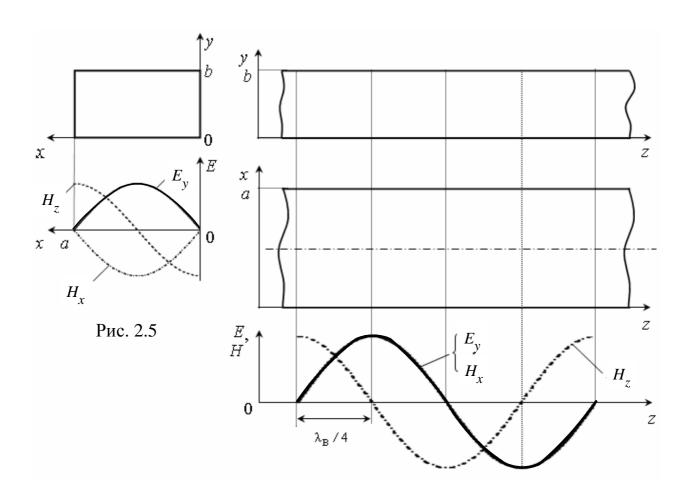


Рис. 2.6

- 1. Используя выражения компонент полей для волн типа  $H_{mn}$ , запишем математические выражения для волны типа  $H_{10}$  (индексы m=1 и n=0) (2.12).
- 2. Распределение составляющих поля волны типа  $H_{10}$  по координатам x и z приведено на рисунках 2.5 и 2.6 соответственно.

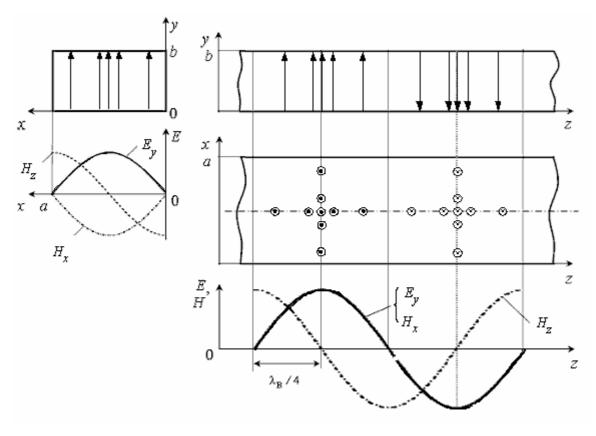


Рис. 2.7

- 3. Структура электрических силовых линий в сечениях xoy (поперечное сечение), xoz (вид сверху), yoz (вид сбоку) волновода приведена на рисунке 2.7. Соответствие электрического поля  $\vec{E}$  законам распределения вдоль соответствующих осей (распределение интенсивности поля вдоль координат) на рисунке 2.7 показано густотой силовых линий.
- 4. Сдвинув структуру электрических силовых линий  $\vec{E}$  в сечениях xoz и yoz (рис. 2.7) в сторону положительных значений оси z на величину  $\lambda_{\rm B}/4$ , построим структуру векторов плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  (рис. 2.8).

5. Структуру магнитных силовых линий  $\vec{H}$  построим, замыкая их вокруг векторов плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  по правилу правого буравчика, причем целесообразно начинать построение структуры магнитного поля  $\vec{H}$  в сечении xoz (вид сверху), а уж затем переходить к построению структуры магнитного поля в сечениях yoz (вид сбоку) и yox (вид спереди). Структура магнитных силовых линий  $\vec{H}$  на рисунке 2.9 показана пунктирной линией.

На этом же рисунке представлена структура поля основной волны  $H_{10}$  прямоугольного волновода для некоторого фиксированного момента времени  $t={
m const}$  .

Электрическое поле основной волны поляризовано линейно, а плоскость поляризации параллельна плоскости yoz, поэтому ее называют электрической плоскостью (E-плоскостью).

Магнитные силовые линии основной волны располагаются в плоскостях, параллельных плоскости xoz, которую поэтому называют магнитной плоскостью (H-плоскостью).

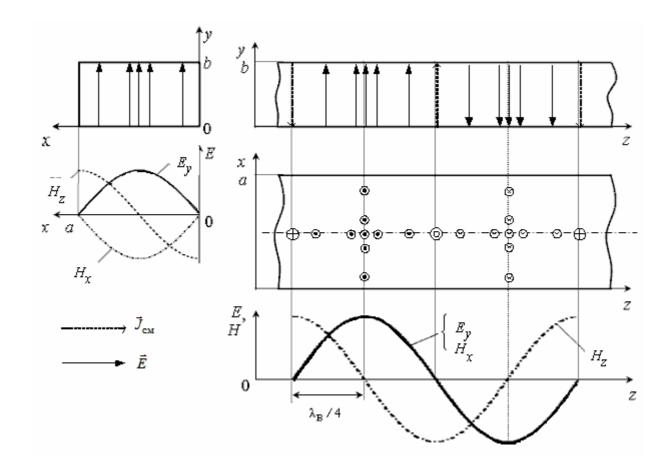


Рис. 2.8

В отличие от поляризации электрического поля магнитное поле в разных точках поперечного сечения поляризовано по-разному.

Рассмотрим, как ведет себя вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  основной волны прямоугольного волновода в его поперечном сечении.

Магнитное поле основной волны прямоугольного волновода  $H_{10}$  имеет продольную  $H_z$  и поперечную  $H_x$  составляющие (2.12):

$$H_z = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_{\rm B}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{x} = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right).$$

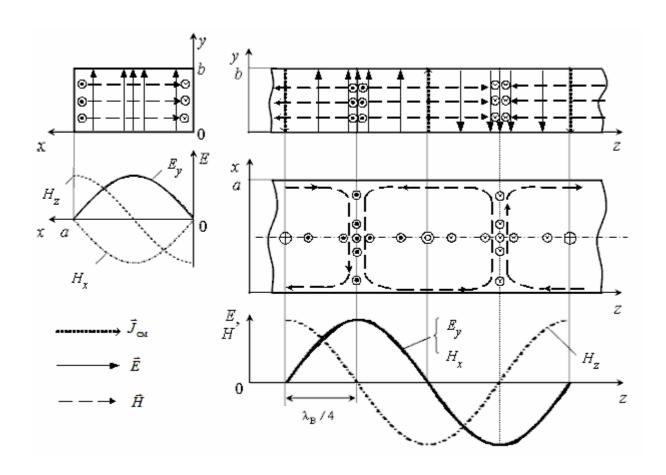


Рис. 2.9

Для большей наглядности преобразуем выражение для продольной составляющей  $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{z}}$  к виду

$$H_z = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_{\rm B}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right).$$

Эти составляющие ( $H_z$  и  $H_x$ ) могут быть рассмотрены как два колебания, у которых:

- поляризация линейная;
- плоскости поляризации взаимно перпендикулярны;
- начальные фазы отличаются на  $\pi/2$ :

$$\varphi_{z}-\varphi_{x}=\frac{\pi}{2};$$

– амплитуды произвольны:

$$H_{mz} = \frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_{\rm B}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \neq H_{mx} = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right);$$

– частоты равны:

$$\omega_x = \omega_z$$
.

Отсюда видно, что магнитное поле имеет вращающуюся поляризацию во всех точках, за исключением средней плоскости волновода.

В точках при x = 0.5a магнитное поле поляризовано линейно.

Чисто круговая поляризация имеет место при таких значениях x, когда амплитуды  $H_{m\,x}$  и  $H_{m\,z}$  взаимно перпендикулярных колебаний равны:

$$\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \frac{\lambda_{\rm B}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) = -\frac{E_{my}}{\rho_{H_{10}}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

Решив это уравнение, можно сделать вывод, что магнитное поле имеет круговую поляризацию в точках плоскостей, отстоящих от узких стенок волновода на расстоянии

$$d = \frac{a}{\pi} \arctan\left(\frac{\lambda_{\rm B}}{2a}\right) \approx \frac{a}{4}$$
.

При этом результирующий вектор магнитного поля  $\vec{H}$  вращается в сторону отстающей по фазе компоненты, т. е. если смотреть на волновод (рис. 2.10) сверху вниз при распространении ЭМВ в сторону положительных значений z, то справа от середины волновода вектор  $\vec{H}$  вращается по часовой стрелке, слева – против часовой.

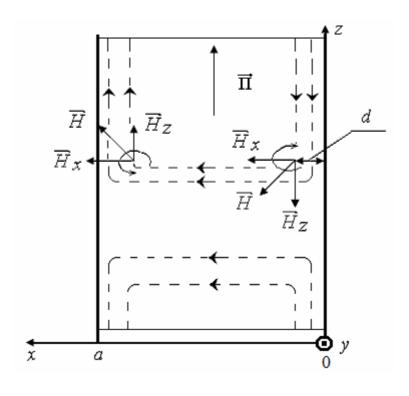


Рис. 2.10

Подобное различие в знаке поляризации вектора  $\vec{H}$  широко используется на практике, например при создании невзаимных устройств с ферритами, а также направленных ответвителей.

Структура волны  $H_{10}$ , показанная на рисунке 2.9, с течением времени движется в сторону положительных значений оси z с фазовой скоростью

$$V_{\Phi} = \frac{\omega}{\beta}$$
.

6. Построим структуру векторов плотности поверхностного тока проводимости  $\vec{J}_{S}$ , замыкая ими векторы плотности тока смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$ . Структуру плотности поверхностного тока (тока проводимости) можно построить, исходя из граничного условия

$$\vec{J}_{S} = \left[ \vec{n}^{O} \times \vec{H}_{\tau} \right],$$

где  $\vec{n}^{\rm O}$  – единичный вектор, указывающий направление нормали к границе раздела сред;

 $\vec{H}_{\tau}$  — тангенциальная составляющая вектора напряженности магнитного поля, падающего на границу раздела сред.

Из анализа этого условия следует, что вектор плотности тока проводимости  $\vec{J}_{S}$  на внутренних стенках волновода перпендикулярен к магнитным силовым линиям  $\vec{H}$ , проходящим вблизи стенок волновода.

При построении структуры плотности поверхностного тока  $\vec{J}_s$  необходимо иметь в виду, что если вектор плотности тока смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  не замыкается сам на себя, то он замыкается вектором плотности поверхностного тока проводимости  $\vec{J}_s$  (рис. 2.11).

Вышеприведенная методика построения структуры поля в волноводе является универсальной для всех типов волн. Однако при построении типов волн, магнитное поле которых имеет только одну поперечную (с индексом x или y) составляющую, целесообразно изменить последовательность действий. При этом методика построения структуры поля имеет следующий вид.

1. Используя выражения компонент полей для волн типа  $H_{mn}$  (2.10) и  $E_{mn}$  (2.11), записать математические выражения для конкретных индексов m и n.

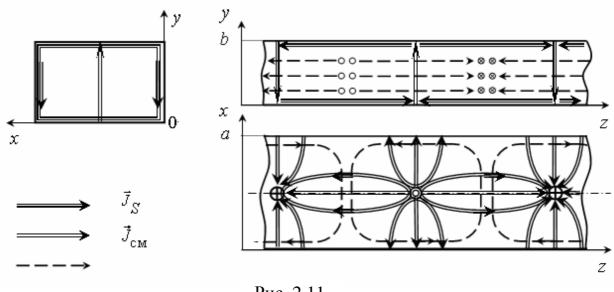


Рис. 2.11

- 2. Пользуясь полученными математическими выражениями, построить распределение составляющих поля по пространственным координатам x, y, z.
- 3. Построить структуру магнитных силовых линий  $\vec{H}$  в сечениях хоу, хоz, уоz волновода.
- 4. Построить силовые линии векторов плотности тока смещения  $\vec{J}_{\mathrm{CM}}$ , поскольку магнитные силовые линии  $\vec{H}$  замыкаются вокруг них по правилу правого буравчика.
- 5. Сдвинув структуру векторов плотности тока смещения  $J_{\rm cm}$ в сторону отрицательных значений оси z на величину  $\lambda_{\rm R}/4$ , построить структуру электрических силовых линий  $\vec{E}$  .
- 6. Построить структуру векторов плотности поверхностных токов проводимости  $J_s$ , замыкая ими векторы плотности тока смещения  $\vec{J}_{\mathrm{CM}}$ .

### 2.1.5. Способы возбуждения волноводов и отбора энергии из них

Знание структуры поля волны позволяет наметить способы ее эффективного возбуждения и извлечения переносимой ею электромагнитной энергии. В этих целях волновод связывается с источником и приемником энергии.

В качестве элементов связи с волноводом используются погружаемые в волновод штырь (прямолинейный проводник), петля (плоская рамка), щель (узкое отверстие, прорезанное в стенке волновода).

Каждый из этих элементов связи способен эффективно возбуждать поле заданной волны, если при существующей волне он способен столь же эффективно выводить ее энергию из волновода. Это утверждение является следствием теоремы взаимности. Поэтому удобно рассматривать взаимодействие элементов связи с уже существующей основной волной  $H_{10}$  прямоугольного волновода.

Конструктивно штырь и петля обычно выполняются как про-

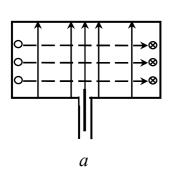


Рис. 2.12

должение внутреннего проводника коаксиальной линии (кабеля). При этом наружный проводник кабеля присоединяется к стенке волновода. Для эффективного возбуждения или отбора энергии штырь располагается в пучности электрического поля возбуждаемого типа волны параллельно электрическим силовым линиям (рис. 2.12, *a*).

Наводимая в штыре электрическим полем ЭДС вычисляется по формуле

$$e = \int_{l} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl},$$

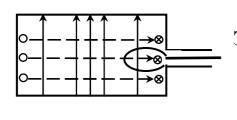
где  $\vec{E}$  – вектор напряженности поля вблизи штыря;

 $\overrightarrow{dl}$  – элемент его длины.

Как следует из формулы, в штыре будет наводиться ЭДС, если он находится в месте, где  $\vec{E} \neq 0$ , и не перпендикулярен силовым линиям вектора  $\vec{E}$  .

При этом максимум ЭДС достигается в случае, когда векторы  $\vec{E}$  и  $\overrightarrow{dl}$  параллельны.

Петлю необходимо располагать в пучности магнитного поля так, чтобы ее плоскость была перпендикулярна магнитным силовым линиям (рис. 2.12,  $\delta$ ).



Наводимая в петле магнитным полем ЭДС вычисляется по формуле

$$e = -\frac{d}{dt} \int_{S} \vec{B} \cdot \vec{ds} = -j \omega \mu_{a} \int_{S} \vec{H} \cdot \vec{ds}.$$

*б* Рис. 2.12

Как видно из формулы, в петле будет наводиться ЭДС, если она расположена в месте, где  $\vec{H} \neq 0$ , и ее плоскость не параллельна силовым линиям вектора  $\vec{H}$ .

При этом ЭДС достигает своего максимального значения в случае, когда векторы  $\vec{H}$  и  $d\vec{s}$  параллельны, т. е. плоскость петли перпендикулярна вектору  $\vec{H}$  .

Узкая щель, прорезанная в стенке волновода, в зависимости от ее расположения, может быть излучающей или неизлучающей.

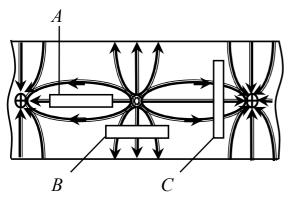


Рис. 2.12

В первом случае щель необходимо прорезать так, чтобы она пересекалась пучностью векторов плотности поверхностных токов  $\vec{J}_s$ . Например, для волны  $H_{10}$  щели B и C (рис. 2.12,  $\epsilon$ ) будут излучающими, а щель A излучать энергию не будет, так как она не пересекается пучностью векторов плотности поверхностных токов  $\vec{J}_s$ .

Через такие щели (щель A) в измерительных линиях в полость волновода вводят электрический штырь или магнитную петлю. Оценивая величину ЭДС, наводимую на штыре или петле, производят измерения основных параметров ЭМП в волноводе.

Рассмотрим излучение электромагнитной энергии щелью B. Векторы плотности поверхностных токов проводимости  $\vec{J}_s$ , пересекаемые щелью, продолжаются в ней векторами плотности токов смещения  $\vec{J}_{\text{см}}$ . При этом на ее краях наводятся быстропеременные во времени заряды (рис. 2.13). Следовательно, в щели создается электрическое поле, перпендикулярное магнитному полю у стенки волновода. В этом случае вектор Пойнтинга  $\Pi = [\vec{E} \times \vec{H}]$  направлен

в пространство, окружающее волновод, т. е. происходит излучение из щели.

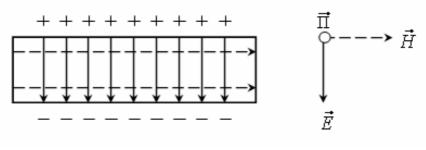


Рис. 2.13

Поле в щели тем сильнее, чем больше плотность поверхностного  $\vec{J}_{s}$  тока в месте расположения щели, и достигает своего максимального значения, когда вектор  $\vec{J}_{s}$  перпендикулярен оси щели.

Таким образом, для эффективного возбуждения волн требуемой структуры в волноводе или отбора энергии из него необходимо знание структуры полей и поверхностных токов.

# 2.1.6. Предельная и допустимая мощности, передаваемые по волноводу. Учет потерь в реальном волноводе

Согласно выражению (1.19), средняя мощность (за один период T колебания), переносимая волной по волноводу, определяется как

$$P = \frac{1}{2\rho} \int_{S} E_{sm}^2 ds = \frac{\rho}{2} \int_{S} H_{sm}^2 ds.$$

Определим, какую мощность переносит по волноводу волна типа  $H_{10}$  за один период T колебания.

Волновое сопротивление р, входящее в выражение, для случая основной волны прямоугольного волновода обозначим

$$\rho = \rho_{H_{10}}.$$

Амплитуда поперечной составляющей электрического поля  $E_{sm}$  волны типа  $H_{10}$  определяется выражением

$$E_{sm} = E_y = E_{my} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

Тогда

$$P = \frac{1}{2\rho_{H_{10}}} \int_{S} E_{my}^{2} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{a}x\right) ds = \frac{E_{my}^{2}}{2\rho_{H_{10}}} \int_{0}^{b} dy \int_{0}^{a} \sin^{2}\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx =$$

$$= \frac{E_{my}^{2}}{4\rho_{H_{10}}} ab.$$

Учитывая, что поперечное волновое сопротивление для основной волны прямоугольного волновода

$$\rho_{H_{10}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}},$$

получим

$$P = \frac{E_{my}^2}{4\rho_0} a b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}.$$

Отсюда предельная мощность

$$P_{\text{пред}} = \frac{E_{\text{пред}}^2}{4\rho_0} a b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2},$$

где  $E_{\rm пред} = 30~{\rm кB/cm}$  – предельно допустимая напряженность электрического поля, при которой наступает электрический пробой такого диэлектрика, как сухой воздух, при нормальном атмосферном давлении. При снижении давления газа, заполняющего волновод,

 $E_{\rm пред}$  уменьшается. Данный факт необходимо учитывать при работе РЭС в условиях с пониженным атмосферным давлением, например при связи с летательными аппаратами, в горной местности.

Обозначим

$$\frac{E_{\text{пред}}^2}{4\rho_0} a b = P_{0 \text{пред}}.$$

Тогда можно получить следующее выражение:

$$\left(\frac{P_{\text{пред}}}{P_{0\,\text{пред}}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2.$$

Это уравнение окружности с радиусом, равным единице. Поэтому график зависимости

$$\frac{P_{\text{пред}}}{P_{0\,\text{пред}}} = f\left(\frac{\lambda}{2a}\right)$$

имеет вид, изображенный на рисунке 2.14.

Для анализа практической применимости рабочих длин волн на графике (рис. 2.14) выделим три характерные области.

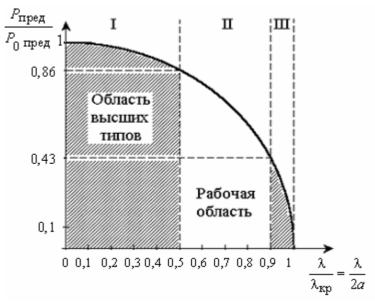


Рис. 2.14

В области І, где

$$\frac{\lambda}{2a} < 0.5 \iff \lambda < a$$
,

могут существовать различные типы волн (область высших типов). Поэтому эта область не является рабочей.

В области III, где

$$0.9 < \frac{\lambda}{2a} < 1 \iff 1.8 a < \lambda < 2 a,$$

происходит резкий спад предельной мощности  $P_{\rm пред}$ . По этой причине область III также не является рабочей.

Область II, где

$$0.5 < \frac{\lambda}{2a} < 0.9 \quad \Leftrightarrow \quad a < \lambda < 1.8a,$$

удовлетворяет практике и является рабочей.

Левая ее граница

$$\left(\frac{\lambda}{2a} = 0.5 \iff \lambda = a\right)$$

выбрана из условия исключения возможности возникновения волн высших типов, а правая -

$$\left(\frac{\lambda}{2a} = 0.9 \iff \lambda = 1.8 a\right) -$$

из условия, чтобы в пределах рабочей области мощность изменялась не более, чем в 2 раза.

Среднее значение рабочей длины волны равно

$$\lambda_{\rm cp} = \frac{a+1.8a}{2} = 1.4a \iff \frac{\lambda_{\rm cp}}{2a} = 0.7.$$

Однако на практике левая граница рабочей области определяется, исходя из условия

$$\lambda = 1.1 a$$
.

Данный факт объясняется тем, что в области

$$a < \lambda < 1,1a$$

кроме основной волны прямоугольного волновода существуют также медленно затухающие волны высшего типа  $H_{20}$  ( $\lambda_{\rm kp}=a$ ) и  $H_{01}$  ( $\lambda_{\rm kp}=2b$ ).

По волноводу нельзя передавать предельную мощность  $P_{\text{пред}}$  ввиду большой вероятности электрического пробоя. При электрическом пробое газ — диэлектрик переходит в новое состояние — плазму, которая является практически идеальным проводником. Электромагнитная волна отражается от границы раздела диэлектрик—проводник и распространения энергии от источника в нагрузку не происходит. Наличие отражения падающей волны от места, где произошел пробой, может привести к выходу из строя генератора (передатчика) ЭМЭ.

Спустя некоторое время (время необходимо для рассеивания свободных электронов) после электрического пробоя волновод восстанавливает свои свойства.

Увеличение уровня передаваемой средней мощности по реальной линии передачи приводит к увеличению мощности потерь в заполняющем диэлектрике, что сопровождается его нагреванием. Увеличение температуры может вызвать разрушение диэлектрика, т. е. наступит тепловой пробой.

Поэтому обычно допустимая мощность  $P_{\text{доп}}$  определяется из соотношения

$$P_{\text{доп}} = \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}\right) P_{\text{пред}}.$$

В линиях передачи с воздушным заполнением, работающих в импульсном режиме с высокой частотой следования импульсов, более опасен электрический пробой. В линиях с диэлектрическим заполнением, отличным от воздуха, а также если по линии передается большая мощность в непрерывном режиме, более опасен тепловой пробой.

При необходимости передачи по линии высокого уровня мощности используют воздушное заполнение или заполнение специальными газами (элегаз) или жидкими диэлектриками (например нонан, декан, гексан, гептан), которые имеют  $E_{\rm пред} > 100~{\rm kB/cm}$ . С этой же целью линии передачи заполняют воздухом или газом под давлением, в несколько раз превышающем атмосферное.

В идеальных ( $\sigma_{\rm M} = \infty$ ,  $\sigma_{\rm J} = 0$ ) волноводах при  $\lambda < \lambda_{\rm Kp}$  электромагнитные волны распространяются без затухания, т. е.  $\gamma = j\beta$ . В реальных волноводах  $\sigma_{\rm M} \neq \infty$ , хотя и большая, а  $\sigma_{\rm J} \neq 0$ , хотя и близка к нему. Это приводит к уменьшению амплитуды электромагнитной волны при ее распространении вдоль волновода. Ослабление энергии волны обусловлено тепловыми потерями в стенках волновода и диэлектрике. При этом постоянная распространения приобретает комплексный характер:

$$\gamma = \alpha_{\pi} + j\beta,$$

где  $\alpha_{\Pi} = \alpha_{\Pi.\ M.} + \alpha_{\Pi.\ Д.} -$  коэффициент затухания;

 $\alpha_{\text{п. м.}}$  – коэффициент затухания, учитывающий потери в металлических стенках волновода;

 $\alpha_{\Pi,\, \text{Д}}$  – коэффициент затухания, учитывающий потери в диэлектрике, заполняющем волновод;

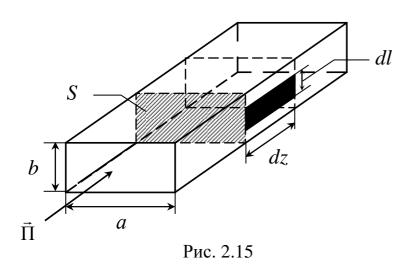
Волновой множитель имеет вид

$$e^{j\omega t - \gamma z} = e^{j\omega t - (\alpha_{\Pi} + j\beta)z} = e^{-\alpha_{\Pi}z} e^{j(\omega t - \beta z)}$$
.

Методика учета потерь предложена в 1940 году советским ученым С. Н. Рытовым.

Обычно волновод заполняется сухим воздухом или иным газом, имеющим высокие диэлектрические свойства, т. е.  $\alpha_{\Pi.\, Д} \approx 0$ . Поэтому можно предположить, что  $\alpha_{\Pi} \approx \alpha_{\Pi} = \alpha_{\Pi.\, M}$ .

Определим мощность потерь на единицу длины волновода (рис. 2.15). С этой целью выделим на боковой поверхности волновода ленту шириной dz. Длина этой ленты определяется периметром поперечного сечения прямоугольного волновода.



На поверхности ленты рассмотрим элементарную площадку, размеры которой  $dz \times dl$ .

Потери мощности в элементарной площадке стенки волновода ( $S_{9\pi} = dzdl$ ):

$$dP_{\text{ПОТ. ЭЛ}} = \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s S_{\text{ЭЛ}} =$$

$$= \frac{1}{2} J_{ms}^2 R_s dl dz,$$

где  $R_s$  – поверхностное сопротивление;

 $J_{m\,s}$  – плотность поверхностного тока проводимости.

Тогда потери мощности во всей ленте (по периметру волновода)

$$dP_{\Pi \text{OT}} = \oint_{l} dP_{\Pi \text{OT. 9JI}} dl = \oint_{l} \frac{1}{2} J_{ms}^{2} R_{s} dl dz = \frac{R_{s} dz}{2} \oint_{l} J_{ms}^{2} dl.$$

Учитывая граничное условие  $J_{S}=H_{\tau}$ , преобразуем полученное выражение к следующему виду:

$$\frac{dP_{\text{пот}}}{dz} = \frac{R_s}{2} \oint_I H_{m\tau}^2 dl.$$

Так как мощность потерь равна уменьшению мощности, проходящей через волновод, т. е.  $\frac{dP_{\text{пот}}}{dz} = -\frac{dP}{dz}$ , то

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{R_s}{2} \oint_I H_{m\tau}^2 dl.$$

Разделим это уравнение почленно на выражение

$$P = \frac{\rho}{2} \int_{S} H_{ms}^{2} ds,$$

определяющее мощность, переносимую вдоль волновода, и получим

$$-\frac{1}{P}\frac{dP}{dz} = \frac{R_s}{\rho} \frac{\int\limits_{l}^{l} H_{m\tau}^2 dl}{\int\limits_{s}^{l} H_{ms}^2 ds}.$$

Правая часть полученного выражения не зависит от координаты z. Обозначим ее через  $2\alpha_{_{\Pi,M}}$  , т. е.

$$\alpha_{\Pi.M} = \frac{R_s}{2\rho} \frac{\int H_{m\tau}^2 dl}{\int H_{ms}^2 ds},$$
(2.13)

где

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma_{\rm M}}}$$
 – поверхностное сопротивление.

Тогда получим

$$\frac{dP}{dz} + 2\alpha_{\text{II.M}} P = 0.$$

Решение этого дифференциального уравнения первого порядка имеет вид

$$P = P_0 e^{-2\alpha_{\text{II. M.}} z}, (2.14)$$

где  $\mathcal{D}_0$  – постоянная интегрирования. Она равна мощности, переносимой в сечении z=0.

Проведем анализ полученного выражения:

- 1. За счет потерь в стенках волновода передаваемая мощность убывает вдоль волновода по экспоненциальному закону. Коэффициент затухания  $\alpha_{\text{п.м}}$  характеризует скорость уменьшения амплитуды напряженности поля с увеличением расстояния z.
- 2. Величина затухания, согласно формуле (2.13), зависит от типа колебания. Действительно,  $H_{m\tau}$ , входящая в выражение (2.13), является тангенциальной составляющей амплитуды вектора напряженности магнитного поля у стенок волновода, величина которой зависит от структуры поля, т. е. типа колебания.
- 3. Чем меньше значение магнитного  $\vec{H}$  поля у стенок волновода по сравнению с его значением в середине, тем меньше затухание.
- 4. Величина  $\alpha_{_{\Pi,M}}$  затухания зависит от частоты, так как при изменении частоты  $\omega$  меняется поверхностное сопротивление  $R_{_S}$ .
- 5. Чем меньше периметр поперечного сечения волновода при одной и той же площади поперечного сечения, тем затухание меньше. Поэтому затухание в круглых волноводах меньше, чем в прямо-угольных при одинаковой площади поперечного сечения.

Для основной волны  $H_{10}$  прямоугольного волновода величина затухания определяется как

$$\alpha_{\Pi.\ M} = \frac{\frac{a}{b} + 2\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}{\sqrt{240\sigma_{\rm M}a^3}\sqrt{\frac{\lambda}{2a} - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^3}} \quad \frac{{\rm H}\pi}{{\rm M}}.$$

Для получения затухания в децибелах, необходимо воспользоваться следующим соотношением: 1 Hn = 8,686 дБ.

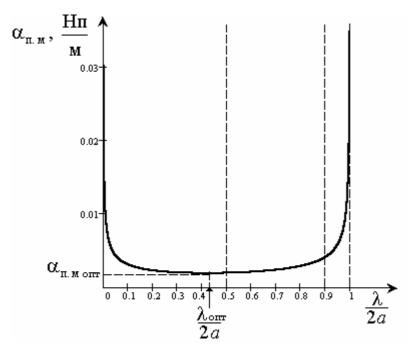


Рис. 2.16

График зависимости  $\alpha_{\Pi.M} = f\left(\frac{\lambda}{2a}\right)$  для основной волны пря-

моугольного волновода при размерах волновода a=7.2 см, b=3.4 см показан на рисунке 2.16. Из графика видно, что при некоторой  $\lambda_{\text{OПТ}}$  коэффициент затухания  $\alpha_{\text{П.м. ОПТ}}$  минимален и резко растет при приближении к  $\lambda_{\text{кр}}$ . С уменьшением длины волны (увеличением частоты) короче  $\lambda_{\text{ОПТ}}$  затухание также растет из-за роста поверхностного сопротивления  $R_s$ . Из рисунка 2.16 видно, что коэффициент затухания  $\alpha_{\text{п.м}}$  минимален в области, где  $\lambda < 0.5$  или  $\lambda < a$ , т. е. могут существовать различные типы волн (область высших типов).

С учетом ранее приведенных соображений рабочий диапазон длин волн прямоугольного волновода лежит в пределах  $1,1a < \lambda < 1,8a$ . В этих пределах коэффициент затухания  $\alpha_{\Pi.\,M}$  изменяется в два раза.

Следует отметить, что в случае заполнения волновода твердым диэлектриком его проводимость становится заметной, и потери в

диэлектрике оказываются больше, чем потери в металлических стенках волновода, т. е.  $\alpha_{\Pi.\,\Pi.} > \alpha_{\Pi.\,M.}$ 

Коэффициент  $\alpha_{\text{п. д.}}$  затухания электромагнитной энергии в диэлектрике определяется в соответствии с выражением

$$\alpha_{\Pi.~J.} = \frac{\sigma_{J}}{2} \frac{\sqrt{\frac{\mu_{a}}{\epsilon_{a}}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{Kp}}\right)^{2}}} \frac{H\pi}{M}.$$

В коротковолновой части сантиметрового диапазона потери в стандартных волноводах весьма велики. Например, при  $\lambda = \lambda_0 = 1$  см в стандартном волноводе с медными стенками для основной волны  $\alpha_{\Pi.\,M.} = 0,55$  дБ/м, т. е. при длине линии всего 10 м потери энергии будут составлять 5,5 дБ (более 70 % входящей мощности). Поэтому на волнах порядка 1 см и короче применение прямоугольных волноводов целесообразно только в виде коротких отрезков.

### 2.1.7. Волноводы П- и Н-образных сечений

Диапазонные свойства прямоугольных волноводов в ряде случаев оказываются недостаточными. Иногда (например в длинноволновой части сантиметрового диапазона ( $\lambda \approx 10\,$  см) и в дециметровом диапазоне ( $10\,$  см  $< \lambda < 1\,$  м) габариты прямоугольных волноводов настолько велики, что применение их оказывается нерациональным. В таких случаях применяют специальные типы волноводов волноводы П- и Н-образных сечений (рис. 2.17). Эти волноводы представляют собой видоизмененную конструкцию прямоугольных волноводов.

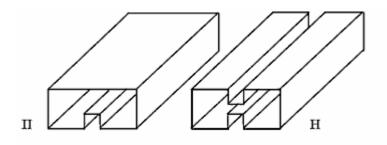


Рис. 2.17

Основными преимуществами П- и H-образных волноводов (иногда их называют гребенчатыми) являются:

- более широкий, чем у прямоугольных волноводов, диапазон рабочих частот  $\Delta f$  при работе на основной волне;
- габариты меньше при работе на той же средней длине волны  $\lambda_{cn}$  .

Доказать это можно при помощи нижеследующих рассуждений.

Ребра, введенные на середине стенки прямоугольного волновода a, существенно изменяют поле волны  $H_{10}$  и не влияют на поле  $H_{20}$ , так как расположены там, где проходит узловая плоскость волны  $H_{20}$  (рис. 2.18).

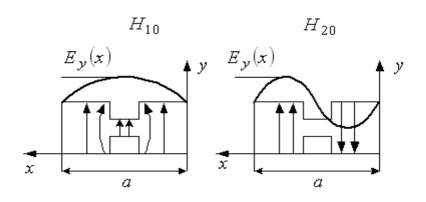


Рис. 2.18

Известно, что теоретический диапазон рабочих длин волн определяется выражением  $a < \lambda < 2a$ . Очевидно, что  $\lambda_{\text{кр}H_{20}}$  при введении ребер не изменится (они не влияют на поле волны  $H_{20}$ ).

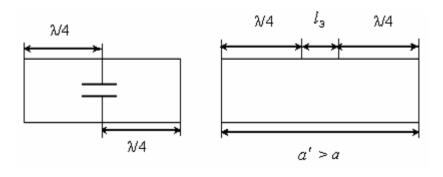


Рис. 2.19 Рис. 2.20

Чтобы выяснить, как изменится  $\lambda_{\rm kp}$   $H_{10}$ , т. е. диапазон рабочих длин волн, изобразим эквивалентную схему волновода с ребрами для волны  $H_{10}$  (рис. 2.19).

Эквивалентная схема сечения волновода представляет собой два четвертьволновых короткозамкнутых отрезка (как и для любого прямоугольного волновода). Концентрацию электрического поля между ребрами такого волновода учтем путем введения эквивалентной емкости (рис. 2.20).

Из теории длинных линий известно, что сосредоточенную емкость можно заменить разомкнутым отрезком линии длиной

$$l_{\mathfrak{Z}} < \frac{\lambda}{4}$$
.

Из рисунка 2.20 следует, что сечения H- и П- образных волноводов для волны  $H_{10}$  эквивалентно сечению прямоугольного волновода с размером широкой стенки a' > a. Поэтому для волновода с введенными ребрами

$$\lambda'_{\text{KP } H_{10}} = 2 a' > \lambda_{\text{KP } H_{10}} = 2a.$$

Таким образом, диапазон рабочих длин волн для волноводов с ребрами ( $\Delta\lambda_H$ ) увеличивается по сравнению с диапазоном для прямоугольного волновода ( $\Delta\lambda$ ):

$$\Delta \lambda_H = (\lambda'_{\text{Kp}H_{10}} - \lambda_{\text{Kp}H_{20}}) > \Delta \lambda = (\lambda_{\text{Kp}H_{10}} - \lambda_{\text{Kp}H_{20}}),$$

так как

$$\lambda_{\text{kp}H_{20}} = \lambda_{\text{kp}H_{20}}, \text{ a } \lambda_{\text{kp}H_{10}} > \lambda_{\text{kp}H_{10}}.$$

Чем больше эквивалентная емкость, внесенная ребром, т. е. чем больше высота ребер, тем больше величина  $\lambda_{\text{кр}H_{10}}$  и, следовательно, тем больше диапазон рабочих длин волн Н- и П-образных волноводов по сравнению с диапазоном прямоугольного волновода.

Перекрытие по диапазону для Н- и П-образных волноводов достигает

$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = 3...4, 5,$$

в то время, как для прямоугольных волноводов эта величина не превышает 1,7.

Благодаря указанным преимуществам, П- и H-образные волноводы могут использоваться как широкодиапазонные линии передачи, широкополосные согласующие переходы в волноводно-коаксиальных соединениях, малогабаритные волноводы и т. д.

Волновод типа H более предпочтителен для протяженных трактов, поскольку его проще деформировать, изготовлять гибкие волноводы, а также высота выступов у него в два раза меньше по сравнению с волноводом типа П.

Волновод типа П больше всего пригоден для переходов к коаксиальной линии, так как у него волновое сопротивление по напряжению в два раза меньше, чем у Н-волновода, т. е. ближе к волновому сопротивлению коаксиальной линии.

Недостатки по сравнению с прямоугольными волноводами:

– затухание электромагнитной энергии больше (дополнительные потери в металле ребер);

– меньшая величина предельной передаваемой мощности, так как в районе ребер раньше может наступить высокочастотный пробой.

П- и Н-образные волноводы в сантиметровом диапазоне волн применяются ограниченно.

## 2.2. Электромагнитные волны между параллельными плоскостями

Рассмотрим случай, когда плоскости бесконечные. При этом граничные условия вдоль оси y (рис. 2.21) не меняются, поэтому поле вдоль оси y однородно ( $\partial/\partial y = 0$ ), а функция распределения в поперечном сечении становится функцией одной переменной x.

Тогда решение мембранных уравнений (табл. 1.1) будем искать в виде

$$\vec{E}(x,z,t) = \vec{E}'(x)e^{j\omega t - \gamma z};$$

$$\vec{H}(x,z,t) = \vec{H}'(x)e^{j\omega t - \gamma z}.$$
(2.15)

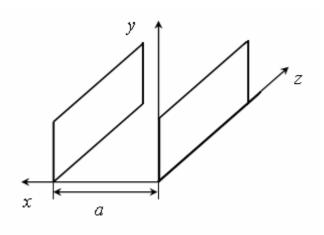


Рис. 2.21

Учитывая вышеизложенное, преобразуем таблицу 1.1 применительно к параллельным плоскостям как направляющей системе. Получим таблицу 2.1.

### 2.2.1. Волны типа ТЕ (Н) между параллельными плоскостями

Решение уравнения 1 таблицы 2.1 для волн типа H имеет вид

$$H'_z(x) = A\cos(k_S x) + B\sin(k_S x).$$

Производная этого выражения равна

$$\frac{d H_Z'(x)}{dx} = -Ak_S \sin(k_S x) + Bk_S \cos(k_S x).$$

Используя граничное условие 2 таблицы 2.1, получим при x=0  $Bk_s=0$ ;

при  $x = a - Ak_s \sin(k_s a) + Bk_s \cos(k_s a) = 0$ .

Таблица 2.1

	1 aonuga 2.1	
Электрические волны (Е)	Магнитные волны (Н)	
1. $\frac{d^2 E_z'(x)}{d x^2} + k_s^2 E_z'(x) = 0$	1. $\frac{d^2 H_z'(x)}{d x^2} + k_s^2 H_z'(x) = 0$	
$2 E_z' = 0  \text{при}  \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}$	2. $\frac{d H_z'(x)}{d x} = 0 $ при $\begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}$	
3. $E_z(x,z,t) = E'_z(x)e^{j\omega t - \gamma z}$	3. $H_z(x,z,t) = H'_z(x)e^{j\omega t - \gamma z}$	
$4. \gamma^2 = k_s^2 - \omega^2  \varepsilon_a  \mu_a$	4. $\gamma^2 = k_s^2 - \omega^2  \varepsilon_a  \mu_a$	
5. $\vec{E}_x(x,z,t) = -\frac{\gamma}{k_s^2} \vec{x}^0 \frac{\partial E_z(x,z,t)}{\partial x}$	5. $\vec{H}_x(x,z,t) = -\frac{\gamma}{k_s^2} \vec{x}^0 \frac{\partial H_z(x,z,t)}{\partial x}$	
6. $\vec{H}_{y}(x,z,t) = \frac{1}{\rho_{E}} \vec{y}^{o} E_{x}(x,z,t)$	6. $\vec{E}_{y}(x,z,t) = -\rho_{H} \vec{y}^{0} H_{x}(x,z,t)$	
$7. \ \rho_E = \frac{E_s}{H_s} = \frac{\gamma}{j \omega \varepsilon_a}$	7. $\rho_H = \frac{E_s}{H_s} = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma}$	

Эта система уравнений удовлетворяет ненулевому решению для  $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{z}}$  при

$$\begin{cases} B = 0, \\ \sin(k_s a) = 0. \end{cases}$$

Поэтому

$$H_Z'(x) = A\cos(k_S x),$$

$$\lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi}{k_{\rm s}} = \frac{2a}{m},$$

где 
$$k_s = \frac{m\pi}{a}$$
;  $m = 1, 2, 3, ...$ 

### Согласно уравнению 3 таблицы 2.1

$$H_z(x,z,t) = A\cos(k_S x)e^{j\omega t - \gamma z}$$

#### а согласно уравнениям 5 и 6 таблицы 2.1

$$H_x(x,z,t) = A \frac{\gamma}{k_s} \sin(k_s x) e^{j\omega t - \gamma z};$$

$$E_{y}(x,z,t) = -\rho_{H} A \frac{\gamma}{k_{s}} \sin(k_{s}x) e^{j\omega t - \gamma z},$$

где 
$$\rho_H = \frac{j \omega \mu_a}{\gamma}$$
.

Известно, что для распространяющихся волн постоянная распространения

$$\gamma = j\beta$$
.

Тогда, обозначив

$$E_{my} = \rho_H A \frac{\beta}{k_s},$$

переходя к вещественной форме записи и учитывая, что

$$\operatorname{Re}\left\{j e^{j(\omega t - \beta z)}\right\} = -\sin(\omega t - \beta z),$$

получим

$$H_z(x,z,t) = \frac{E_{my}}{\rho_H} \frac{k_s}{\beta} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_x(x,z,t) = -\frac{E_{my}}{\rho_H} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_y(x,z,t) = E_{my} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - \beta z).$$

Так как функция распределения поля в поперечном сечении изменяется только вдоль одной координаты x, то волны между параллельными плоскостями обозначаются только одним индексом m:  $TE_m (H_m)$ .

При m=1 структура поля волны  $H_1$  будет аналогична структуре поля волны  $H_{10}$ , при m=2 структура поля волны  $H_2$  аналогична структуре поля волны  $H_{20}$  и т. д. В этом можно убедиться, если сравнить полученные выражения для составляющих поля волн между параллельными плоскостями с выражениями (2.10).

#### 2.2.2. Волны типа ТМ (Е) между параллельными плоскостями

Проделав аналогичные преобразования над выражениями таблицы 2.1 для волн типа  $E_m$ , получим

$$E_{z} = H_{my} \rho_{E} \frac{k_{s}}{\beta} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{x} = H_{my} \rho_{E} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{y} = H_{my} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right),$$

где 
$$\rho_E = \frac{\beta}{\omega \varepsilon_a}$$
.

Структура поля волны  $E_1$  между параллельными плоскостями имеет вид, показанный на рисунке 2.22.

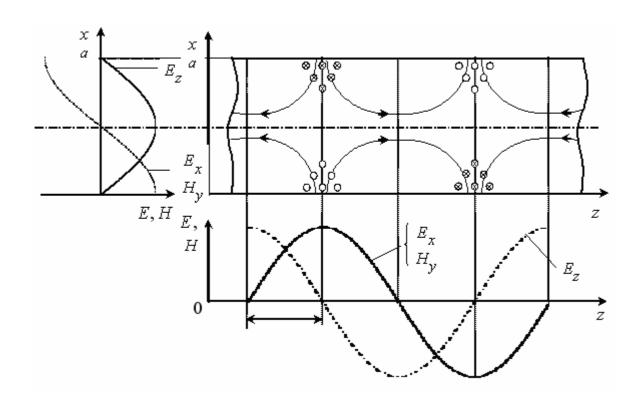


Рис. 2.22

#### 2.2.3. Волна типа Т между параллельными плоскостями

Первое и второе уравнения Максвелла в дифференциальном виде

$$rot \vec{H} = j\omega \varepsilon_{a} \vec{E} ,$$

$$\cot \vec{E} = j\omega \varepsilon_a \vec{H}$$

в проекциях на оси декартовой системы координат представим так:

$$a) \frac{\partial H_{z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y}}{\partial z} = j\omega \varepsilon_{a} E_{x}; \quad \delta) \frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial x} = j\omega \varepsilon_{a} E_{y};$$

$$B) \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} = j\omega \varepsilon_{a} E_{z}; \quad \Gamma) \frac{\partial E_{z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{y}}{\partial z} = -j\omega \mu_{a} H_{x}; \quad (2.16)$$

$$D) \frac{\partial E_{x}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z}}{\partial x} = -j\omega \mu_{a} H_{y}; \quad e) \frac{\partial E_{y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{x}}{\partial y} = -j\omega \mu_{a} H_{z}.$$

Учитывая, что для волн между параллельными плоскостями

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0$$

и что для волн типа T

$$H_z = E_z = 0,$$

выражения (2.16в, е) принимают вид

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0,$$

т. е. для волны типа T

$$H_{v}(x) = \text{const}; \quad E_{v}(x) = \text{const}.$$

Тогда из уравнения 6 таблицы 2.1 следует, что  $E_x$  и  $H_x$  также не изменяются вдоль координаты x, т. е.

$$E_x(x) = \text{const}; \quad H_x(x) = \text{const}.$$

Но, согласно граничным условиям на границе раздела с проводником,

$$E_{\tau}=0$$
,  $H_n=0$ .

Поэтому для волны T всюду

$$E_{y} = H_{x} = 0.$$

Таким образом, у волны T существует только две составляющие поля  $E_{x}$  и  $H_{y}$ , не изменяющиеся вдоль координаты x.

Тогда выражение (2.15) примет вид

$$E_x(z,t) = E_{mx} e^{j\omega t - \gamma z};$$

$$H_y(z,t) = H_{my} e^{j\omega t - \gamma z}$$
.

Так как для волны T  $E_z$  = 0, то из уравнения 5 таблицы 2.1 получим

$$k_{S}E_{X}=0.$$

Отсюда следует, что ненулевое решение будет при

$$k^2_s = \omega_2 \varepsilon_a \mu_a + \gamma_2 = 0,$$

ИЛИ

$$\gamma^2 = -\omega \varepsilon_a \mu_a$$

т. е.

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$$
,

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon_a \; \mu_a} \; , \qquad \alpha = 0 \, . \label{eq:beta}$$

Учитывая вышеизложенное, получим выражения для составляющих поля волны типа T в вещественной форме записи:

$$E_{x}(z,t) = E_{mx} \cos(\omega t - \beta z);$$

$$H_{y}(z,t)=H_{my}\cos(\omega t-\beta z),$$

где 
$$H_{my} = \frac{E_{mx}}{\rho_0}$$
.

Структура поля волны типа T между параллельными плоскостями показана на рисунке 2.23.

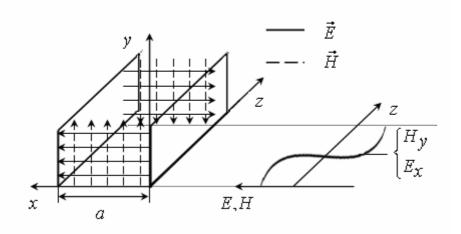


Рис. 2.23

Фазовая скорость волны типа T

$$V_{\Phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \, \varepsilon_a}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \, \varepsilon} \, \sqrt{\mu_0 \, \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \, \varepsilon}}$$

зависит только от параметров среды, заполняющей пространство между пластинами, и не зависит от частоты. Поэтому волна типа T является недиспергирующей. Ее критическая длина волны

$$\lambda_{\rm KP} = \frac{2\pi}{k_{\rm S}} = \infty.$$

Волновое сопротивление волны T

$$\rho_0 = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon_a} = \frac{j\omega\sqrt{\mu_a\varepsilon_a}}{j\omega\varepsilon_a} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}.$$

Таким образом, у волны типа T между параллельными плоскостями  $\beta$ ,  $V_{\varphi}$ ,  $\rho_0$  такие же, как и у волны, распространяющейся в пространстве.

#### 2.3. Круглый волновод

# 2.3.1. Определение продольных составляющих поля электрических и магнитных волн в круглом волноводе

Решим мембранное уравнение 1 таблицы 1.1 в цилиндрической системе координат

$$\nabla_s^2 \psi(r, \varphi) + k_s^2 \psi(r, \varphi) = 0,$$

где  $\psi(r, \varphi) = E_z'(r, \varphi)$  – для электрических волн;

$$\psi(r, \varphi) = H_z'(r, \varphi)$$
 – для магнитных волн;

 $E_z'(r, \varphi)$  — продольная составляющая комплексной векторной функции распределения электрического поля в поперечном сечении круглого волновода;

 $H_Z'(r, \varphi)$  — продольная составляющая комплексной векторной функции распределения магнитного поля в поперечном сечении круглого волновода.

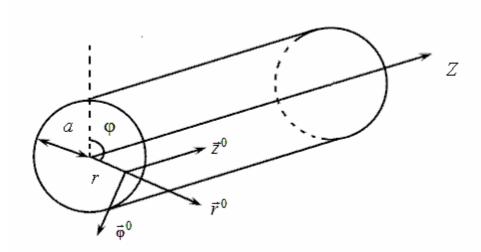


Рис. 2.24

Применяя оператор  $\nabla_s^2$  в цилиндрической системе координат, получим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + k_s^2 \Psi = 0.$$

Решение этого дифференциального уравнения второго порядка с использованием метода разделения переменных представим в виде

$$\psi(r, \varphi) = R(r) \Phi(\varphi).$$

Тогда

$$\Phi \frac{d^2R}{dr^2} + \frac{\Phi}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{R}{r^2} \frac{d^2\Phi}{d\Phi^2} + k_s^2 \Phi R = 0.$$

После преобразований можно получить следующее выражение:

$$\frac{1}{R} \left( r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + k_s^2 r^2 R \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2}.$$

Левая часть уравнения является функцией только координаты r, а правая — координаты  $\phi$ , поэтому равенство возможно, если каждая его часть равна некоторой общей постоянной  $m_2$ :

$$-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = m^2;$$

$$\frac{1}{R} \left( r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + k_s^2 r^2 R \right) = m^2$$

ИЛИ

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2\Phi = 0; (2.17)$$

$$r^{2}\frac{d^{2}R}{dr^{2}} + r\frac{dR}{dr} + \left(k_{s}^{2}r^{2} - m^{2}\right)R = 0.$$
 (2.18)

Уравнение (2.17) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Его решение имеет вид

$$\Phi(\varphi) = A\cos[m(\varphi - \varphi_0)],$$

где m = 0, 1, 2, ...

Для упрощения расчетов положим, что  $\phi_0 = 0$ . Таким образом,

$$\Phi(\varphi) = A\cos(m\varphi)$$
.

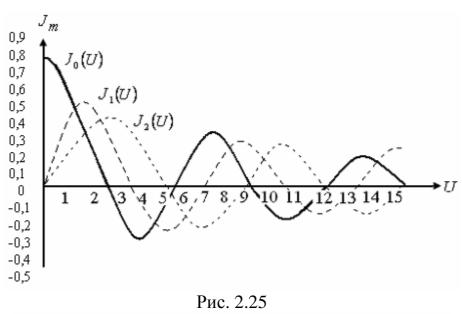
Уравнение (2.18) является уравнением Бесселя. Его решение имеет вид

$$R(r) = B_1 J_m(k_s r) + B_2 Y_m(k_s r),$$

где  $J_m(k_s r)$  – функция Бесселя первого рода порядка m;

 $Y_{m}(k_{s}r)$  – функция Бесселя второго рода порядка m.

Графики этих функций изображены соответственно на рисунках 2.25 и 2.26.



 $Y_m$ 0,9 0,8 0,7  $Y_0(U)$ 0,6 0,5  $Y_1(U)$  $Y_2(U)$ 0,4 0,3 0,2 0,1 0 -0,1 -0,2 -0,3 -0,4 -0,5 Рис. 2.26

Из рисунка 2.26 видно, что при аргументе  $u=k_S r$ , стремящемся к нулю, функция Бесселя второго рода стремится к  $-\infty$ , т. е.

если 
$$u = k_S r \to 0 \implies Y_m(u) \to -\infty$$
.

Это означает, что при учете второго слагаемого напряженность поля на оси волновода (при r=0) будет бесконечно велика, что физически лишено смысла. Следовательно, коэффициент  $B_2$  должен быть равен нулю, т. е.  $B_2=0$ . Тогда  $R(r)=B_1J_m(k_sr)$ . Отсюда решение мембранного уравнения 1 таблицы 1.1 в цилиндрической системе координат будет иметь вид

$$\psi(r,\varphi) = R(r) \Phi(\varphi) = A \cos(m\varphi) \cdot B_1 J_m(k_s r) =$$

$$= D J_m(k_s r) \cos(m\varphi)$$
(2.19)

где  $D = AB_1$ .

Для определения собственного  $k_s$  числа мембранного уравнения, воспользуемся уравнением 2 таблицы 1.1 (граничные условия). Для волн типа E граничные условия

$$[\psi(r,\varphi)]_C = \psi(r,\varphi)|_{r=a} = D J_m(k_s a) \cos(m\varphi) = 0.$$

Отсюда следует, что

$$J_m(k_s a) = 0.$$

Значения аргумента ( $k_s a$ ), при которых функция Бесселя равна нулю, являются ее корнями и обозначаются

$$u_{mn} = k_s a$$
.

Тогда

$$k_S = \frac{u_{mn}}{a},\tag{2.20}$$

где n — порядковый номер корня (n = 1, 2, 3, ...) функции Бесселя порядка m = 0, 1, 2, ...

Зная  $k_s$  (собственные числа мембранного уравнения), можно определить критические длины волн  $\lambda_{\rm kp}$  типа E в круглом волноводе:

$$\lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi a}{u_{mn}}.\tag{2.21}$$

Для волн типа H граничные условия имеют вид

$$\left. \left( \frac{\partial \psi(r, \varphi)}{\partial n} \right)_{C} = \frac{\partial \psi(r, \varphi)}{\partial r} \bigg|_{r=a} = D k_{s} J'_{m}(k_{s}a) \cos(m\varphi) = 0.$$

Отсюда следует, что

$$J'_m(k_s a) = 0$$
.

Значения  $(k_s a)$  аргумента, при которых производная  $J_m'$  функции Бесселя равна нулю, являются корнями производной функции Бесселя и обозначаются

 $u'_{mn} = k_S a$ .

Тогда

$$k_S = \frac{u'_{mn}}{a}; (2.22)$$

$$\lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2\pi a}{u'_{mn}},\tag{2.23}$$

где n — порядковый номер (n = 1, 2, 3, ...) корня производной функции Бесселя порядка m.

Производная функции Бесселя равна нулю в точках, где сама функция принимает экстремальные значения. Значения корней функций Бесселя и их производных находятся по графикам функций Бесселя или по таблицам (табл. 3 и табл. 4 прил. 1).

Выражения для мгновенных значений продольных составляющих поля, согласно уравнению 3 таблицы 1.1, имеют вид

$$E_{z}(r,\varphi,z,t) = DJ_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi) e^{j\omega t - \gamma z}, \qquad (2.24)$$

где 
$$k_s = \frac{u_{mn}}{a}$$
;

$$H_{z}(r,\varphi,z,t) = D J_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi) e^{j\omega t - \gamma z}, \qquad (2.25)$$

где 
$$k_S = \frac{u'_{mn}}{a}$$
.

# 2.3.2. Определение поперечных составляющих поля электрических и магнитных волн в круглом волноводе

Для определения поперечных составляющих поля воспользуемся формулами 5 и 6 таблицы 1.1.

Для волн типа E

$$\vec{E}_s = \frac{\gamma}{k_s^2} \nabla_s E_z.$$

Записывая  $\vec{E}_{\scriptscriptstyle S}$  и  $\nabla_{\scriptscriptstyle S}$  в цилиндрической системе координат, получим

$$\vec{r}^{O}E_{r} + \vec{\varphi}^{O}E_{\varphi} = -\frac{\gamma}{k_{s}^{2}} \left( \vec{r}^{O} \frac{\partial E_{z}}{\partial r} + \vec{\varphi}^{O} \frac{1}{r} \frac{\partial E_{z}}{\partial \varphi} \right).$$

Приравнивая одноименные составляющие векторов, находим

$$E_r = \frac{\gamma}{k_s^2} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi}; \qquad (2.26)$$

$$E_{\varphi} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi}.$$
 (2.27)

Согласно выражению 6 таблицы 1.1,

$$\vec{r}^{O}H_{r} + \vec{\phi}^{O}H_{\phi} = \frac{1}{\rho_{E}} \left[ \vec{z}^{O}, \vec{r}^{O}E_{r} + \vec{\phi}^{O}E_{\phi} \right] = \frac{1}{\rho_{E}} \vec{\phi}^{O}E_{r} - \frac{1}{\rho_{E}} \vec{r}^{O}E_{\phi}.$$

Приравнивая одноименные составляющие векторов, получим

$$H_r = -\frac{1}{\rho_E} E_{\varphi}; \tag{2.28}$$

$$H_{\varphi} = \frac{1}{\rho_E} E_r \,. \tag{2.29}$$

Подставим выражение (2.24) в формулу (2.26), а полученные результаты в формулу (2.27). Учитывая то обстоятельство, что при  $\lambda < \lambda_{\rm kp}$  постоянная распространения  $\gamma = j \, \beta$ , а также то, что

$$\frac{\gamma}{k_{s}} = \frac{j\beta}{k_{s}} = j \frac{\lambda_{\kappa p}}{\lambda_{B}},$$

получим выражения для мгновенных значений составляющих поля волн  $E_{mn}$  в комплексной форме.

Взяв от этих выражений реальную часть, запишем выражения для составляющих поля волн типа  $E_{mn}$  в круглом волноводе в вещественной форме:

$$E_z = D J_m(k_s r) \cos(m\varphi) \cos(\omega t - \beta z);$$

$$E_r = D \frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z);$$

$$E_{\varphi} = -mD \frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{R}} \frac{J_{m}(k_{S}r)}{k_{S}r} \sin(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z); \qquad (2.30)$$

$$H_r = \frac{m}{\rho_E} D \frac{\lambda_{KP}}{\lambda_B} \frac{J_m(k_S r)}{k_S r} \sin(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z),$$

$$H_{\phi} = \frac{1}{\rho_E} D \frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} J'_m(k_s r) \cos(m\varphi) \sin(\omega t - \beta z);,$$

где 
$$k_S = \frac{u_{mn}}{a}$$
.

Поперечные составляющие поля волн типа  $H_{mn}$  определяются по такой же схеме. Окончательно выражения для составляющих поля волн типа  $H_{mn}$  в вещественной форме записи имеют вид

$$H_{z} = DJ_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi)\cos(\omega t - \beta z);;$$

$$H_{r} = D\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{B}}J'_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z);;$$

$$H_{\varphi} = -mD\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{B}}\frac{J_{m}(k_{s}r)}{k_{s}r}\sin(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z);;$$

$$E_{r} = -\rho_{H}mD\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{B}}\frac{J_{m}(k_{s}r)}{k_{s}r}\sin(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z);;$$

$$E_{\varphi} = -\rho_{H}D\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{D}}J'_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z),;$$

$$E_{\varphi} = -\rho_{H}D\frac{\lambda_{KP}}{\lambda_{D}}J'_{m}(k_{s}r)\cos(m\varphi)\sin(\omega t - \beta z),,$$

где 
$$k_S = \frac{u'_{mn}}{c}$$
.

На основе анализа выражений (2.28) и (2.29) можно заметить следующее:

1. В круглых волноводах может распространяться целый спектр бегущих волн типа  $E_{mn}$  и  $H_{mn}$ , отличающихся между собой парами индексов m и n. Для этого достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\lambda < \lambda_{Kp}$$
.

- 2. Распределение поля в поперечном сечении вдоль радиуса (r) определяется функциями Бесселя первого рода, их первой производной или отношением  $\frac{J_m(k_s r)}{k_s r}$ , а по угловой координате  $\varphi$  функциями  $\cos{(m\varphi)}$  или  $\sin{(m\varphi)}$ .
- 3. В обозначениях составляющих полей  $E_{mn}$  и  $H_{mn}$  индекс m, с одной стороны, указывает на порядок функции Бесселя первого рода и их производных, а с другой определяет количество полных вариаций (пространственных периодов) поля по угловой координате  $\phi$ . Индекс n определяет порядковый номер корня функции Бесселя или ее первой производной.

# 2.3.3. Диаграмма типов волн в круглом волноводе. Выбор размеров волновода

В круглом волноводе для волн типа  $E_{mn}$ 

$$\lambda_{\rm Kp} = \frac{2\pi \ a}{u_{mn}},$$

а для волн типа  $H_{mn}$ 

$$\lambda_{\rm KP} = \frac{2\pi \, a}{u'_{mn}}.$$

Рассчитав  $\lambda_{kp}$  для различных типов волн (результаты расчетов сведены в табл 2.2), построим диаграмму типов волн в порядке убывания значения их критических длин волн  $\lambda_{kp}$  (рис. 2.27).

$E_{mn}$	$U_{mn}$	$\lambda_{\mathrm{KP}}$ , a	$H_{mn}$	$U'_{mn}$	$\lambda_{\kappa p}$ , a
$E_{01}$	2,405	2,61	$H_{01}$	3,832	1,64
$E_{02}$	5,52	1,14	$H_{02}$	7,016	0,898
$E_{11}$	3,832	1,64	$H_{11}$	1,841	3,41
$E_{12}$	7,016	0,898	$H_{12}$	5,332	1,18
$E_{21}$	5,136	1,22	$H_{21}$	3,054	2,06
$E_{22}$	8,417	0,747	$H_{22}$	6,706	0,94

Из рисунка 2.27 следует:

- основным типом волны в круглом волноводе является волна типа  $H_{11};$
- чтобы в круглом волноводе мог распространяться тот или иной тип волны, необходимо выбирать соответствующие размеры круглого волновода (размер a).

При выборе размеров круглого волновода должны быть учтены те же требования, что и при выборе размеров прямоугольного волновода. Но расчет размеров круглого волновода проще, так как его поперечное сечение характеризуется лишь одним размером — радиусом a.

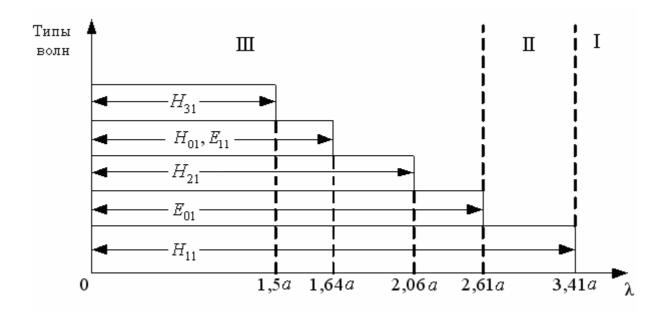


Рис. 2.27

Требования к круглым волноводам в отношении затухания ЭМВ обычно не являются жесткими, так как в волноводных трактах используются, в основном, короткие отрезки круглых волноводов.

Чаще других в круглых волноводах используются волны  $H_{11}$  и  $E_{01}$ .

При работе на волне  $H_{11}$  диаметр круглого волновода выбирается так, чтобы волна  $E_{01}$  не проходила. Для этого, как следует из диаграммы типов волн (рис. 2.27), необходимо обеспечить выполнение условия

$$2,61a < \lambda < 3,41a$$
.

Отсюда вытекает, что радиус a волновода должен быть приблизительно равен одной трети средней рабочей длины волны:

$$a \approx \frac{\lambda_{\rm cp}}{3}$$
.

Если же используется волна  $E_{01}$ , необходимо удовлетворить другому неравенству:

$$2,06 a < \lambda < 2,61a$$
.

Отсюда радиус круглого волновода

$$a \approx \frac{\lambda_{\rm cp}}{2.33}$$
.

#### 2.3.4. Структуры электромагнитных полей в круглом волноводе

### $2.3.4.1.\$ Структура поля волны $E_{01}$ в круглом волноводе

Построим структуру поля волны типа  $E_{01}$  в круглом волноводе.

- 1. Для этого воспользуемся методикой, приведенной в пункте 1.4. Для волны типа  $E_{01}$  индексы  $m=0,\,n=1.$
- 2. Используя из выражения (2.28) компонент полей для волн типа  $E_{mn}$ , запишем математические выражения при m=0, n=1:

$$E_Z = DJ_0\big(k_Sr\big)\cos\big(\omega t - \beta z\big)\;;$$
 
$$E_T = \frac{\lambda_{\rm KP}}{\lambda_{\rm B}}DJ_0'\big(k_Sr\big)\sin\big(\omega t - \beta z\big)\;;$$
 
$$H_{\phi} = \frac{1}{\rho E_{01}}\frac{\lambda_{\rm KP}}{\lambda_{\rm B}}DJ_0'\big(k_Sr\big)\sin\big(\omega t - \beta z\big),$$
 где  $k_S = \frac{U_{01}}{a} = \frac{2,405}{a}$ .

3. Используя известное равенство

$$J_0'(u) = -J_1(u),$$

перепишем полученные выражения в виде

$$E_{z} = DJ_{0} \left(\frac{2,405}{a}r\right) \cos \left(\omega t - \beta z\right);$$

$$E_{r} = -\frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} DJ_{1} \left(\frac{2,405}{a}r\right) \sin \left(\omega t - \beta z\right);;$$

$$H_{\varphi} = -\frac{1}{\rho_{E_{0.1}}} \frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} DJ_{1} \left(\frac{2,405}{a}r\right) \sin \left(\omega t - \beta z\right)..$$

- 4. Волна  $E_{01}$  имеет три отличные от нуля и не зависящие от  $\phi$  компоненты поля (две составляющие электрического и одну составляющую магнитного поля). Поэтому поле симметрично относительно оси z.
- 5. Зависимость компонент от координаты r определяется функциями Бесселя  $J_0(k_s r)$  и  $J_1(k_s r)$ .

- 6. Поскольку магнитное поле  $\vec{H}$  имеет одну составляющую, то целесообразно структуру поля строить в следующем порядке:
- распределить составляющие магнитного поля  $\vec{H}$  по координатам r,  $\phi$ , z;
- построить структуру магнитных силовых линий  $\vec{H}$  в поперечном и продольном сечениях волновода;
- построить силовые линии плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$ , поскольку магнитное поле  $\vec{H}$  замыкается вокруг них по правилу правого буравчика;
- сдвинув структуру плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  в сторону отрицательных значений оси z на величину  $\lambda_{\rm B}/4$ , построить структуру электрических силовых  $\vec{E}$  линий.
- 7. Магнитное поле имеет одну компоненту  $H_{\phi}$ . Поскольку она не зависит от координаты  $\phi$ , то магнитные линии представляют собой замкнутые кольца (концентрические окружности), расположенные в поперечной плоскости (рис. 2.28). Плотность их распределения вдоль координаты r определяется функцией  $J_1\left(2,405\frac{r}{a}\right)$ , т. е. амплитуда поля в центре волновода равна нулю, а вблизи поверхности волновода она максимальная.

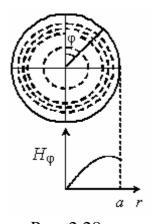


Рис. 2.28

- 8. В продольной плоскости распределение компоненты  $H_{\phi}$  вдоль координаты z определяется функцией  $\sin\left(\omega t \beta z\right)$  (рис. 2.29).
- 9. Построим силовые линии плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$ , поскольку магнитное поле  $\vec{H}$  замыкается вокруг них по правилу правого буравчика.

10. Сдвинув структуру плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$  в сторону отрицательных значений оси z на величину  $\lambda_{\rm B}/4$ , построим структуру электрических силовых линий  $\vec{E}$ .

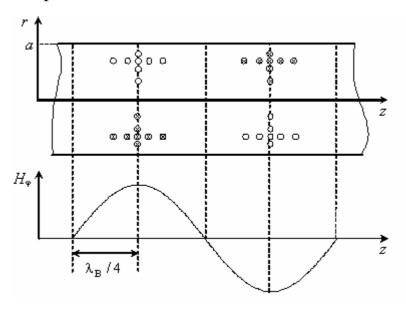


Рис. 2.29

11. На рисунке 2.30 представлена структура электромагнитного поля волны типа  $E_{01}$  в поперечной и продольной плоскостях соответственно. Возбуждение и отбор энергии, переносимой волной  $E_{01}$ , проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля через торцевую стенку (рис. 2.31).

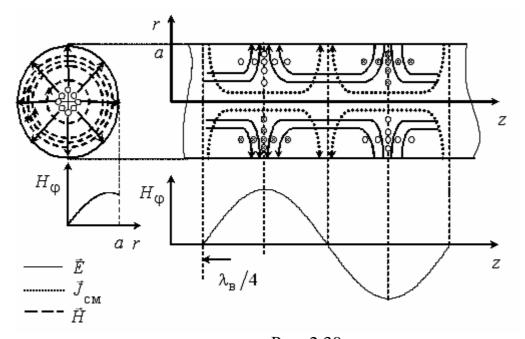


Рис. 2.30

12. При передаче энергии на волне  $E_{01}$  необходимо предусмотреть подавление волны основного типа  $H_{11}$ . Это связано с тем, что волна  $H_{11}$  может существовать одновременно с волной  $E_{01}$  (рис. 2.31), что нежелательно.

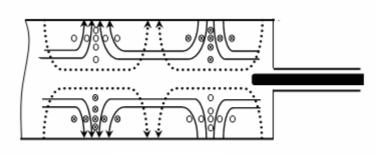


Рис. 2.31

13. Анализируя рисунок 2.30, можно увидеть, что структура ЭМП волны  $E_{01}$  обладает осевой симметрией. Это позволяет использовать ее во вращающихся сочленениях.

### $2.3.4.2.\$ Структура поля волны $H_{01}$ в круглом волноводе

Построим структуру поля волны типа  $H_{01}$  в круглом волноводе.

- 1. Для этого воспользуемся методикой, приведенной в пункте 1.4. Для волны типа  $H_{01}$  индексы  $m=0,\,n=1.$
- 2. Используя выражения компонент полей для волн типа  $H_{mn}$ , запишем математические выражения при m=0, n=1 и  $k_s=\frac{U'_{01}}{a}=\frac{3,83}{a}$ , при этом следует учесть, что

$$J_0'(u) = -J_1(u);$$

$$H_z = DJ_0 \left( \frac{3.83}{a} r \right) \cos (\omega t - \beta z);$$

$$E_{\varphi} = \rho_{H_{01}} \frac{\lambda_{\text{Kp}}}{\lambda_{\text{B}}} D J_1 \left( \frac{3.83}{a} r \right) \sin \left( \omega t - \beta z \right).$$

3. Как видно из полученных выражений, волна  $H_{01}$  имеет одну компоненту  $E_{\phi}$ , не зависящую от  $\phi$ . Следовательно, электрические силовые линии расположены в поперечной плоскости и имеют вид концентрических окружностей (рис. 2.32), а густота их распределения вдоль координаты r определяется функцией  $J_1\bigg(3,83\frac{r}{a}\bigg)$ .

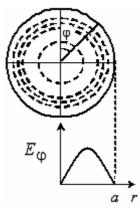
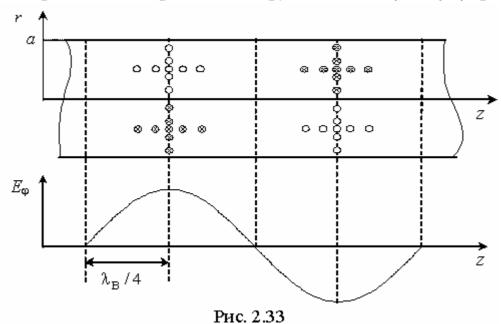


Рис. 2.32

4. В продольной плоскости распределение компоненты  $E_{\phi}$  вдоль координаты z определяется функцией  $\sin(\omega t - \beta z)$  (рис. 2.33).



- 5. Структура плотности токов смещения  $\vec{J}_{\text{CM}}$  повторяет структуру электрического поля, опережая его вдоль направления распространения на  $\lambda_{\text{B}}/4$ , а магнитные силовые линии замыкаются вокруг тока смещения.
- 6. Картина электромагнитного поля волны  $H_{01}$  в поперечной и продольной плоскостях представлена на рисунке 2.34.

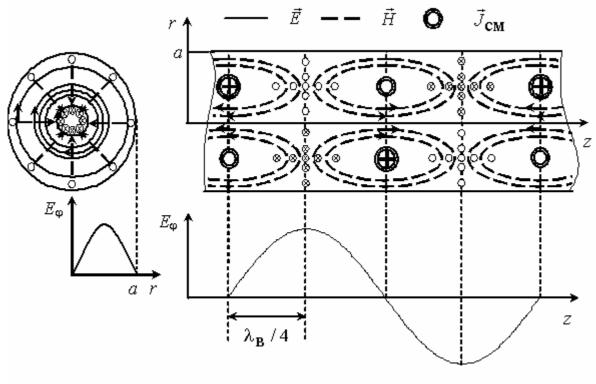


Рис. 2.34

- 7. Так как волна  $H_{01}$  имеет вблизи стенок волновода только продольную составляющую поля  $\left(\vec{H}_{\tau} = \vec{z}^{\, \mathrm{O}} H_{z}\right)$ , то линии поверхностного тока проводимости  $\left(\vec{J}_{s} = \left[\vec{n}^{\, \mathrm{O}} \times \vec{H}_{z}\right]\right] = \vec{\phi}^{\, \mathrm{O}} H_{z}$ ) представляют собой кольца радиуса a.
- 8. Поскольку линии поверхностного тока проводимости представляют собой кольца радиуса a, то при поперечном разрезе круглого волновода с волной  $H_{01}$  линии плотности поверхностного тока  $\vec{J}_s$  не будут пересекаться. Отсюда очевидно преимущество применения этой волны во вращающихся сочленениях, предназначен-

ных для канализации ЭМЭ от передатчика к вращающейся в азимутальной плоскости антенне.

- 9. Концентрация магнитного поля волны  $H_{01}$  у стенок намного меньше, чем в центре волновода, поэтому коэффициент затухания волны  $H_{01}$  мал, что позволяет использовать эту волну там, где недопустимы потери электромагнитной энергии в стенках волновода.
- 10. Применение волны типа  $H_{01}$  вызывает немалые трудности, связанные с необходимостью подавления волн  $H_{11}$ ,  $E_{01}$ ,  $H_{21}$  и  $E_{11}$ , которые являются низшими волнами (диаграмма типов волн, рис. 2.27) по отношению к  $H_{01}$  и могут существовать вместе с последней.

### $2.3.4.3.\ Основная\ волна\ H_{11}$ в круглом волноводе

Построим структуру поля волны типа  $H_{11}$  в круглом волноводе.

- 1. Для этого воспользуемся методикой, приведенной в пункте 1.4. Для волны типа  $H_{1\,1}$  индексы  $m=1,\,n=1.$
- 2. Используя из выражения компонент полей для волн типа  $H_{mn}$  (2.29), запишем математические выражения при m=1, n=1:

$$k_{s} = \frac{U'_{11}}{a} = \frac{1,84}{a};$$

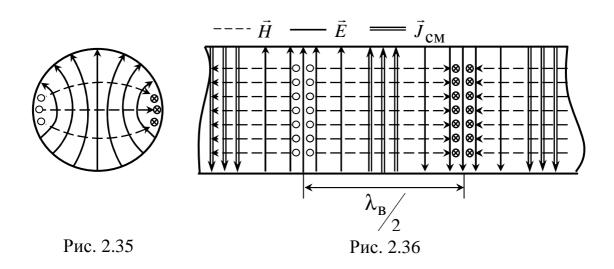
$$H_{z} = D J_{1} \left(\frac{1,84}{a}r\right) \cos \varphi \cdot \cos \left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H_{r} = \frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} D J'_{1} \left(\frac{1,84}{a}r\right) \cos \varphi \cdot \sin \left(\omega t - \beta z\right);$$

$$H\varphi = -D \frac{\lambda_{\text{KP}}}{\lambda_{\text{B}}} \frac{J'_{1} \left(\frac{1,84}{a}r\right)}{\frac{1,84}{a}r} \sin \varphi \cdot \sin \left(\omega t - \beta z\right);$$

$$\begin{split} E_{\tau} &= \rho_H \cdot H_{\phi}; \\ E_{\phi} &= -\rho_H \cdot H_{z}. \end{split}$$

- 3. Волна  $H_{11}$  имеет все пять составляющих поля и ее структуру точно построить сложно. Поэтому структуру поля волны  $H_{11}$  построим качественно исходя из следующих соображений.
- 4. Волна  $H_{11}$  имеет две составляющие электрического поля  $E_r$  и  $E_{\phi}$ , которые находятся в поперечном сечении волновода. Следовательно, электрические силовые линии должны располагаться в поперечном сечении.



- 5. Электрические силовые линии  $\vec{E}$  должны подходить к стенкам волновода перпендикулярно, согласно граничным условиям на границе с идеальным проводником. Значит, силовые линии электрического поля  $\vec{E}$  в поперечном сечении волновода можно изобразить в виде, показанном на рисунке 2.35.
- 6. По силовым линиям электрического поля  $\vec{E}$  можно найти силовые линии плотности токов смещения  $\vec{J}_{\text{CM}}$ , которые повторяют картину силовых линий электрического поля, но смещенную в сторону положительных значений z на величину  $\frac{\lambda_{\text{B}}}{4}$ .

- 7. После построения силовых линий плотности токов смещения  $\vec{J}_{\rm CM}$ , замкнув вокруг них по правилу правого буравчика магнитные силовые линии  $\vec{H}$ , получим качественную картину поля волны  $H_{11}$  в круглом волноводе (рис. 2.36).
- 8. Поле основной волны  $H_{11}$  в круглом волноводе сходно с полем основной волны  $H_{10}$ , поэтому, если прямоугольный волновод плавно переходит в круглый, то структура электромагнитного поля волны  $H_{10}$  будет плавно трансформироваться в структуру поля волны  $H_{11}$ . Такой плавный переход называют трансформатором типов волн  $H_{10} \Leftrightarrow H_{11}$ .
- 9. Возбуждение основной  $H_{11}$  волны круглого волновода проще всего осуществить посредством штыря, вводимого в пучность электрического поля (рис. 2.37).

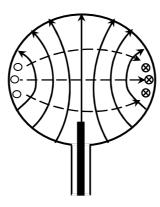


Рис. 2.37

10. Мощность, переносимая волной  $H_{11}$  по круглому волноводу, рассчитывается по формуле

$$P = \frac{E_m^2}{1590} \cdot S \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm KP}}\right)^2} ,$$

где  $E_m$  – амплитуда вектора  $\vec{E}$  на оси волновода; S – площадь поперечного сечения.

#### 2.3.5. Конструкция круглых волноводов

Круглые волноводы могут иметь как жесткую, так и гибкую конструкцию. Жесткие волноводы изготавливаются из металлических или пластмассовых (с внутренним металлическим покрытием) труб в виде отрезков с соединительными фланцами.

Изготовление круглого волновода из отдельных взаимно изолированных металлических колец производится не только для придания гибкости волноводу, но главным образом для ликвидации условий распространения всех нежелательных типов волн, кроме волны  $H_{01}$ . Дело в том, что потери энергии сигнала, передаваемого на волне  $H_{01}$ , можно разложить на две составляющие:

- тепловые потери непосредственно волны  $H_{01}$ ;
- потери на перерождение волны  $H_{01}$  в нерабочие типы ( $E_{11}$ ,  $H_{11}$ ,  $H_{21}$  и т. п.), которые не обладают аномальным характером затухания.

Анизотропная проводимость стенок волновода из колец приводит к тому, что все типы волн, имеющих продольные составляющие векторов плотности токов проводимости  $\vec{J}_s$  (такие составляющие имеют все типы волн, кроме  $H_{01}$ ), не могут распространяться в таком волноводе, а волна  $H_{01}$  не имеет продольных токов и потому распространяется беспрепятственно.

Для улучшения технологичности изготовления волноводов с поперечными разрезами вместо колец применяется плотная поперечная спиральная навивка из тонкого проводника. В результате получается спиральный волновод, шаг спирали которого значительно меньше диаметра волновода. Поэтому электрические свойства такого волновода мало отличаются от свойств волновода из колец.

Одним из недостатков линии передачи на круглом волноводе с основной волной  $H_{11}$  является неустойчивость поляризации. Из-за неоднородностей, изгибов и т. п. структура поля может повернуться вокруг продольной оси, тем самым нормальная работа линии передачи может быть нарушена. Для устранения этого недостатка поперечное сечение круглого волновода деформируют, делают его эллиптическим с небольшим эксцентриситетом. Электрические свой-

ства такого волновода оказываются промежуточными между свойствами круглого и прямоугольного волноводов.

Для придания определенной гибкости сплошному круглому (или эллиптическому) волноводу его делают гофрированным. Амплитуда (глубина) гофра значительно меньше диаметра волновода. Иногда такие волноводы изготавливаются в виде отрезков большой длины, а затем наматываются на специальные барабаны, что значительно упрощает прокладку протяженных линий передачи. Затухание в гофрированных волноводах несколько выше, чем в гладких.

#### 2.3.6. Эллиптический волновод

Наряду с круглыми волноводами начали использовать волноводы эллиптического поперечного сечения (рис. 2.38). Внутренняя поверхность эллиптических волноводов изготавливается из хорошо проводящей гофрированной медной фольги. Для придания гибкости снаружи волновод заключается в плотную резиновую или пластмассовую оболочку. Наличие гофров позволяет наматывать эллиптические волноводы, как коаксиальные кабели, на барабаны диаметром 1–2 м.

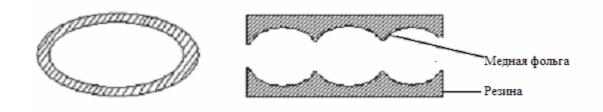


Рис. 2.38

Отрезки эллиптического волновода длиной в несколько десятков метров имеют фланцы только на концах, что облегчает их монтаж и герметизацию, а также существенно сокращает время развертывания антенно-фидерного тракта мобильных радиорелейных и тропосферных станций. Вместе с тем эллиптические волноводы обладают такими же размерами и потерями, как и прямо-угольные соответствующего диапазона (сотые доли децибела на метр в сантиметровом диапазоне).

Эксцентриситет поперечного сечения волновода

$$e_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{e}{a}\right)^2} \neq 0$$

обеспечивает поляризационную устойчивость поля в волноводе (в отличие от круглых волноводов, для которых он равен нулю).

В эллиптическом волноводе, как и в круглом, может существовать множество типов полей. На практике используется волна  $cH_{11}$ , структура поля которой близка к структуре поля волны  $H_{11}$  круглого волновода (рис. 2.39, a).

Для получения одномодового (одноволнового) режима используются волноводы с эксцентриситетом  $e_0 > 0.8$ . В этом случае критическая длина волны поля  $cH_{11}$  существенно превышает  $\lambda_{\rm kp}$  ортогонального поля  $sH_{11}$  (рис.2.39,  $\delta$ ).

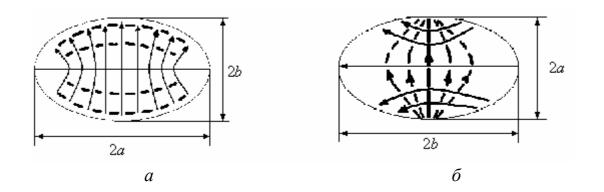


Рис. 2.39

Рабочий диапазон для одномодовой работы на основной волне у эллиптических волноводов ограничивается, как и у круглых, возбуждением волн высших типов. Для гофрированного эллиптического волновода рабочий диапазон составляет

$$2.1a < \lambda < 3.2a$$

где *a* – длина большой полуоси эллипса. Соответственно коэффициент перекрытия будет равен

$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{3.2}{2.1} = 1.52. \tag{2.32}$$

Коэффициент перекрытия у эллиптического волновода несколько больше, чем у круглого.

В эллиптическом волноводе, как и в круглом, могут существовать поля двух классов H и E, каждый из которых характеризуется отличной от нуля продольной составляющей магнитного или электрического поля соответственно.

Гибкие эллиптические волноводы с гладкой или гофрированной поверхностью используются для конструирования волноводов с минимальным количеством стыков, применяемых в качестве фидерных линий. Эти волноводы обладают поляризационной устойчивостью, но несколько большими потерями по сравнению с круглыми.

Поскольку волна  $cH_{11}$  имеет схожую структуру с волной  $H_{10}$  прямоугольного волновода, то соединение эллиптического и прямоугольного волноводов возможно с помощью плавного перехода.

## 2.3.7. Сравнение характеристик прямоугольных и круглых волноводов

Сравним круглые волноводы с прямоугольными.

Основное преимущество прямоугольных волноводов заключается в том, что они более диапазонные, чем круглые. Так, максимальное (теоретическое) перекрытие по диапазону  $\lambda_{min}/\lambda_{max}$  при передаче энергии основной волной в прямоугольном волноводе равно

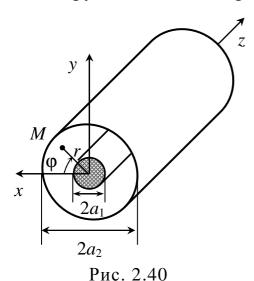
$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = 1.8,$$

а в круглом волноводе – только 1,3.

Второе преимущество прямоугольных волноводов состоит в том, что в них устойчива поляризация поля, в то время как в круглых волноводах при деформации стенок возможен «паразитный» поворот плоскости поляризации. Следовательно, прямоугольные волноводы менее чувствительны к деформации, чем круглые. Поэтому они нашли в настоящее время более широкое применение.

#### 2.4. Коаксиальные волноводы

В длинноволновой части сантиметрового диапазона, а также на более длинных волнах вплоть до постоянного тока широко применяются коаксиальные волноводы, в которых поле распространяется в диэлектрике, заполняющем пространство между двумя проводящими круговыми цилиндрами с общей осью (рис. 2.40).



Как следует из общей теории регулярного волновода, в коаксиальной линии кроме волн типа E и H возможна волна типа T, распространяющаяся при любой частоте возбуждения и являющаяся основной волной. Именно она используется для передачи энергии, а волны типа E и H обычно исключаются соответствующим выбором поперечных размеров. Поэтому дальше будем рассматривать только волну типа T.

#### 2.4.1. Волна типа Т в коаксиальном волноводе

Пусть коаксиальная линия образована двумя сносными проводящими цилиндрами, радиусы которых  $a_1$  и  $a_2$  ( $a_1 < a_2$ ). Будем считать волновод идеальным:  $\sigma_{\pi} = 0$ ,  $\sigma_{\text{м}} = \infty$ .

Найдем векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электромагнитной волны типа T. Анализ поля в коаксиальном волноводе, как и в круглом, естественно производить в цилиндрической круговой системе координат r,  $\varphi$ , z (рис. 2.45). Запишем в этой системе уравнение Лапласа:

$$\frac{1}{r} \left( r \frac{\psi}{r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \psi}{dr^2} = 0, \tag{2.33}$$

а также составляющие векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ :

$$\vec{E}_r = \vec{r}^{\,0} \, \frac{dq}{dz} \frac{d\psi}{dr}; \qquad (2.34)$$

$$\vec{E}_{\varphi} = \vec{\varphi}^{O} \frac{dq}{dz} \frac{1}{r} \frac{d\psi}{d\varphi}; \qquad (2.35)$$

$$\vec{H}_r = \vec{r}^{\,0} j\omega \varepsilon_a \frac{q}{r} \frac{d\psi}{d\varphi}; \qquad (2.36)$$

$$\vec{H}_{\varphi} = -\vec{\varphi}^{O} j\omega \varepsilon_{a} q \frac{d\psi}{dr}. \tag{2.37}$$

Составляющая электрического поля  $\vec{E}_{\phi}$  является касательной составляющей к внутреннему и внешнему проводникам коаксиальной линии передачи и в силу общих граничных условий  $E_{\tau}=0$  на контуре C должна быть равна нулю при  $r=a_1,\ r=a_2,\ \mathrm{T.}$  е.  $E_{\phi}=0$  при  $r=a_1,\ r=a_2$ .

Преобразуя (2.33) и сокращая на отличные от нуля множители, получаем

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = 0$$
 при  $r = a_1, r = a_2.$ 

Равенство производной нулю свидетельствует о том, что функция  $\psi(r, \varphi)$  не зависит от угла  $\varphi$  при  $r = a_1$ ,  $r = a_2$ . Это дает основание предположить, что функция  $\psi$  также не зависит от угла  $\varphi$  при других значениях r, т. е. при  $a_1 < r < a_2$  и является лишь функцией r:  $\psi = \psi(r)$ . Тогда из уравнения (2.33) находим

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = 0$$
, или  $r \frac{\partial \Psi}{\partial r} = C_1$ .

Решение последнего дифференциального уравнения имеет вид

$$\psi = C_1 \ln r + C_2, \tag{2.38}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные.

Поскольку решение (2.36) удовлетворяет граничному условию  $\frac{\partial \psi}{\partial \phi} = 0$ , то найдено единственное решение и, следовательно, пред-

положение о независимости у от координаты ф справедливо и далее будет использовано.

Подставляя выражение (2.33) в уравнения (2.34)–(2.37), находим следующие выражения для поля волны типа T:

$$\vec{E}_{T} = \vec{E}_{r} = \vec{r}^{0} E_{m} \frac{a_{1}}{r} e^{-j\beta z},$$

$$\vec{H}_{T} = \vec{H}_{\phi} = \vec{\phi}^{0} \frac{E_{m}}{\rho_{c}} \frac{a_{1}}{r} e^{-j\beta z},$$
(2.39)

где  $E_m = \frac{j\beta AC_1}{a_1}$  — максимальная амплитуда напряженности электрического поля;  $\rho_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$  — характеристическое сопротивление.

При переходе от выражений (2.34)–(2.37) к формуле (2.39) учтено, что

$$q(z) = Ae^{-j\beta z},$$

а также что

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = 0$$
.

Структура волны типа T, рассчитанная по формуле (2.39), показана на рисунке 2.41.

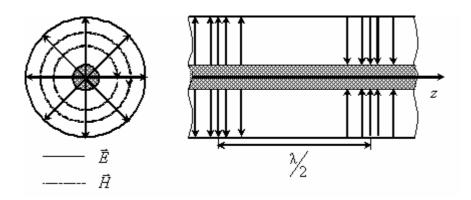
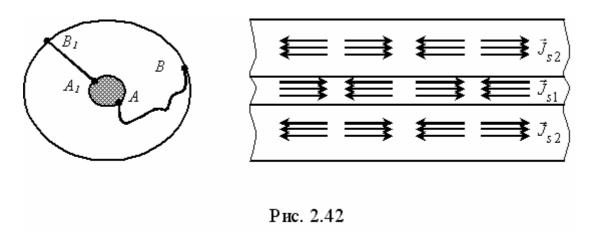


Рис. 2.41

Магнитное поле  $\vec{H}$  волны типа T целиком поперечное, поэтому векторы плотности токов проводимости  $\vec{J}_{S}$  на внутреннем и внешнем цилиндрах только продольные, причем в одном и том же сечении их направления на внешнем и внутреннем цилиндрах противоположны (рис. 2.42).



## 2.4.2. Электрические характеристики коаксиального волновода с волной типа Т

Особенностью волны типа T в любом многосвязном волноводе является то, что линейный интеграл

$$\int_{L} \vec{E} \, \vec{dl}$$

вдоль кривой L, лежащей в плоскости поперечного сечения, не зависит от формы пути интегрирования. Это обстоятельство позволяет

однозначно вычислить напряжение U между проводящими цилиндрами коаксиальной линии. В качестве пути интегрирования целесообразно взять не произвольную кривую L, а отрезок  $A_1 B_1$ , направленный по радиусу (рис. 2.42). Учитывая, что

$$\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{r}^{O} dr$$
,

получаем напряжение между проводниками

$$U = \int \vec{E} d\vec{l} = \int_{a_1}^{a_2} E_m \frac{a_1}{r} \vec{r}^{o} e^{-j\beta z} \vec{r}^{o} dr = E_m a_1 \ln \frac{a_2}{a_1} e^{-j\beta z}. \quad (2.40)$$

Применение формулы  $U = \int\limits_{L} \vec{E} \, \vec{dl}$  для вычисления напряжения

между различными точками волноводов с волнами типа E или H также возможно. Однако получающиеся результаты зависят как от формы пути интегрирования L, так и от положения начальной и конечной точек пути интегрирования.

В этом легко убедиться, вычисляя напряжение между различными точками прямоугольного волновода, например, с волной  $H_{10}$  можно получить любой результат в пределах от 0 до  $b \cdot E_m$ .

Эта неоднозначность снижает практическую ценность понятия напряжения для волн типа E и H.

#### 2.4.2.1. Ток проводимости

В коаксиальном волноводе векторные линии плотности токов проводимости  $\vec{J}_{\it S}$  на цилиндрах параллельны друг другу, поэтому определим полный ток проводимости.

Вычислим полный ток, протекающий по внутренней поверхности наружного цилиндра (рис. 2.42). Согласно граничным условиям, плотность поверхностного тока проводимости в некоторой точке численно равна напряженности касательной составляющей магнитного поля в этой точке:

$$J_{s2} = H_{\tau}|_{r=a_2} = \frac{E_m}{\rho_c} \frac{a_1}{a_2} e^{-j\beta z}.$$

Поскольку  $J_{s2}$  не зависит от угла  $\phi$ , то полный ток получаем умножением  $J_{s2}$  на длину окружности поперечного сечения внешнего цилиндра:

$$I_2 = 2\pi a_2 J_{s2} = \frac{E_m}{\rho_c} a_1 e^{-j\beta z}.$$
 (2.41)

Легко убедиться, что полный ток, протекающий по внешней поверхности внутреннего цилиндра, также равен (2.41), т. е.  $I_1 = I_2$ .

В линиях передачи, где в качестве рабочей используется волна либо типа E, либо типа H, также можно найти полные токи проводимости, текущие по стенкам. Как и при вычислении напряжения, при вычислении токов имеет место неоднозначность, но здесь она состоит в том, что одни типы волн имеют только продольные токи (все волны типа E), другие — только поперечные (например волны типа  $H_{0n}$  в круглом волноводе), третьи — и продольные, и поперечные токи (например волна  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе).

#### 2.4.2.2. Волновое сопротивление

Однозначное определение напряжения и тока для волны типа T позволяет ввести так называемое волновое сопротивление (в отличие от характеристического сопротивления по полю  $\rho_c = \frac{E_s}{H_s}$ ):

$$Z_{\rm B} = \frac{U}{I_2} = \frac{\rho_{\rm c}}{2\pi} \ln \frac{a_2}{a_1} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{a_2}{a_1} \approx \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \lg \frac{a_2}{a_1}.$$
 (2.42)

Приводимые в справочниках данные о коаксиальных линиях содержат значения волновых сопротивлений, рассчитанных по формуле (2.38). Знание величины  $Z_{\hat{a}}$  необходимо для согласования ко-

аксиального волновода с нагрузкой и источником поля, например генератором.

### 2.4.2.3. Мощность, передаваемая по коаксиальному волноводу волной типа Т

Для вычисления мощности можно воспользоваться формулой

$$P_{\rm cp} = \frac{1}{2\rho_{\rm c}} \int_{a_1}^{a_2} \int_0^{2\pi} \left| E_m \frac{a_1}{r} \right|^2 d\varphi \, r \, dr = \frac{\pi}{\rho_{\rm c}} (E_m a_1)^2 \ln \frac{a_2}{a_1}. \tag{2.43}$$

Эту же формулу можно получить из выражения

$$P_{\rm cp} = \frac{U^2}{2Z_{\hat{a}}} = \frac{I^2Z_{\hat{a}}}{2},$$

как это принято делать в теории электрорадиоцепей. Следует иметь в виду, что выражение (2.43) справедливо только для волн типа T.

Если напряженность  $E_m$  заменить предельной  $E_{\rm пред}$ , то получим формулу для расчета предельной мощности  $P_{\rm пред}$ . В коаксиальной линии допустимая мощность  $P_{\rm доп}$  обычно много меньше  $P_{\rm пред}$  и зависит главным образом от способа крепления внутреннего проводника. Если линия жесткая с воздушным заполнением, а крепление осуществляется посредством четвертьволновых металлических изоляторов, то

$$P_{\text{ДОП}} \approx \frac{P_{\text{пред}}}{6}$$
.

В случае крепления посредством диэлектрических опорных шайб

$$P_{\text{ДОП}} \approx \frac{P_{\text{пред}}}{20}.$$

Для гибких кабелей со сплошным диэлектрическим заполнением основную опасность представляет не электрический, а тепловой пробой, который обычно наступает раньше, чем электрический.

Потери мощности в волноводе определяются потерями в металле  $\alpha_{\Pi,\,M}$  и в диэлектрике  $\alpha_{\Pi,\,\Pi}$  .

Приведем без вывода приближенные расчетные выражения для  $\alpha_{\Pi.\,M.}$  и  $\alpha_{\Pi.\,Д.}$ :

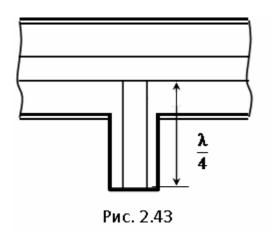
$$\alpha_{\text{II. M}} \approx \frac{8,686}{4\pi\rho_{\text{c}}} \left( \frac{R_{s1}}{a_1} + \frac{R_{s2}}{a_2} \right) \frac{\text{дB}}{\text{M}},$$
 (2.44)

где  $R_{s1}$  и  $R_{s2}$  — поверхностные сопротивления материала внутреннего и внешнего проводников соответственно.

В том случае, когда внешний проводник не гладкий (сплошной), а представляет собой проволочную оплетку, величину поверхностного сопротивления  $R_{s2}$  следует увеличить в 2–3 раза:

$$\alpha_{\Pi. \, J.} \approx 8,686 \pi \sqrt{\epsilon} \, \frac{\text{tg} \delta}{\lambda} \frac{\text{JB}}{\text{M}}.$$
 (2.45)

### 2.4.3. Конструкции коаксиальных волноводов



Коаксиальные волноводы выполняются в виде жестких и гибких конструкций. Жесткая линия состоит из внешнего и внутреннего жестких проводников чаще всего в виде трубок.

Точное центрирование внутреннего проводника осуществляется либо с помощью четвертьволновых металлических изоляторов (рис. 2.43), либо, ко-

гда размеры четвертьволновых изоляторов оказываются неприемлемо большими (например в метровом диапазоне), посредством диэлектрических опорных шайб (рис. 2.44).

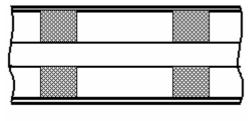


Рис. 2.44

Принцип действия четвертьволнового изолятора следует из свойств четвертьволнового короткозамкнутого отрезка. Пространство между цилиндрами заполняется воздухом, реже — инертным газом.

Гибкая коаксиальная линия (рис. 2.45) имеет наружный цилиндр в виде медной проволочной оплетки, а внутренний — чаще всего в виде жгута из нескольких тонких проводников. Пространство между внутренним и внешним цилиндрами заполняется гибким диэлектриком, реже — плотно прилегающими друг к другу шайбами. Снаружи гибкая линия покрывается слоем хлорвинила или другого материала для защиты от механических повреждений и метеофакторов.



Рис. 2.45

Гибкие линии по сравнению с жесткими, с воздушным заполнением, имеют большие потери и меньший уровнь пропускаемой мощности.

При выборе поперечных размеров коаксиальной линии обычно учитывают такие требования (одно или несколько):

- работа в заданном диапазоне длин волн только на волне типа T (условие единственности основной волны);
  - передача наибольшей мощности;
  - наименьшее затухание;
  - механическая прочность конструкции.

Анализ показывает, что из всех волн типа E наибольшей критической длиной волны обладает волна типа  $E_{01}$ , а из волн типа  $H_n$  – волна  $H_{11}$ . Обе эти волны будут отсутствовать (а также и все другие высшие типы), если выбрать поперечные размеры из условия

$$\lambda > 2\pi \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Для передачи больших уровней мощности применяются, как правило, линии с воздушным заполнением. Предположим, что по коаксиальному волноводу требуется передать  $P_{
m cp} = P_{
m пред} \, / K$  , где K > 1 — коэффициент запаса электрической прочности. Тогда выражение (2.39) приводится к виду

$$a_1^2 \ln rac{a_2}{a_1} = rac{
ho_c P_{
m cp} K}{\pi E_{
m пред}^2},$$
 Откуда 
$$a_2 = a_1 \, e^{rac{
ho_c \, P_{
m cp} \, K}{a_1 \, \pi \, E_{
m пред}^2}}.$$

Откуда

Анализ полученного выражения показывает, что радиус внешнего проводника  $a_2$  как функция  $a_1$  достигает минимального значения, равного

$$a_2 = a_1 \sqrt{e}$$

при

$$a_1 = \sqrt{\frac{2\rho_{\rm c} P_{\rm cp} K}{\pi E_{\rm пред}^2}}$$
.

Следовательно, коаксиальная линия с выбранными таким образом радиусами  $a_1$  и  $a_2$  обеспечивает передачу заданной мощности при минимальных поперечных размерах. Волновое сопротивление при этом составляет  $Z_{\hat{a}} = 30$  Ом.

Для обеспечения наименьшего затухания необходимо минимизировать выражение (2.37) как функцию  $a_1$  и  $a_2$ . Если зафиксировать радиус  $a_2$ , определяющий внешние размеры коаксиального волновода, то минимум  $\alpha_{\Pi,M}$  достигается при

$$a_1 = \frac{a_2}{3,591}$$
.

Волновое сопротивление при этом составляет  $Z_{\rm B} = 76,7\,{\rm Om}$ OM.

В каждом конкретном случае размеры поперечного сечения линии, ее волновое сопротивление следует выбирать в зависимости

от того, какое требование к линии является доминирующим. Повидимому, нецелесообразно использовать жесткие коаксиальные линии, волновые сопротивления которых лежат вне пределов 30...80 Ом. Среди гибких коаксиальных линий наибольшее распространение получили кабели с волновыми сопротивлениями 50 и 75 Ом.

Гибкие кабели используются главным образом в цепях с низким уровнем мощности.

Данные для некоторых стандартных гибких коаксиальных кабелей приведены в таблице 6 приложения 1.

На гибкие коаксиальные линии (кабели радиочастотные) разработаны соответствующие стандарты.

Например, стандартное обозначение коаксиального волновода РК 75-7-22 расшифровывается следующим образом:

РК – радиочастотный коаксиальный;

75 – волновое сопротивление в омах;

7 – наружный диаметр внутреннего диэлектрического заполнения в миллиметрах;

22 – первая цифра (2) указывает тип изоляции (в данном случае это фторопласт-4), а вторая (2) – порядковый номер конструкции.

#### 2.5. Полосковые линии передачи

В настоящее время к радиотехническим устройствам СВЧ-диапазона предъявляются жесткие требования по снижению стоимости, повышению надежности, уменьшению массогабаритных показателей. В связи с этим одной из актуальных задач современной радиоэлектроники являются миниатюризация и микроминиатюризация элементов и узлов СВЧ.

В аппаратуре сантиметрового и дециметрового диапазонов волн применяются главным образом волноводы и коаксиальные линии.

Волноводы отличаются сравнительно малыми потерями, обеспечивают полное экранирование и позволяют получить высокую добротность. Однако волноводная аппаратура тяжела, в ряде случаев громоздка, дорого стоит, и при ее изготовлении необходимо точно соблюдать заданные размеры.

Элементы коаксиальных линий имеют несколько меньшие размеры, но при их изготовлении также нужно соблюдать жесткие допуски, что делает их производство еще более дорогим и сложным.

Усложнение радиоэлектронной аппаратуры – характерная черта развития современной радиотехники (например, фазированные антенные решетки содержат до 106 и более компонентов). Большое число различных элементов также включают в себя малогабаритные многоканальные (на сотни и тысячи каналов) системы связи и т. д.

Совершенно очевидно, что для создания таких устройств необходимо использовать полосковые линии и системы, так как применение в них коаксиальных и волноводных линий приводит к значительному удорожанию и увеличению размеров устройств.

Сейчас полосковые линии – единственный перспективный тип линий передачи для осуществления микроминиатюризации в диапазоне СВЧ.

Полосковым называется волновод, у которого проводник ленточного, круглого или квадратного сечения расположен на некотором расстоянии от металлической плоскости (основания) или заключен между двумя металлическими основаниями.

Полосковые линии можно рассматривать как видоизмененные коаксиальные и двухпроводные линии передачи (рис. 2.46).

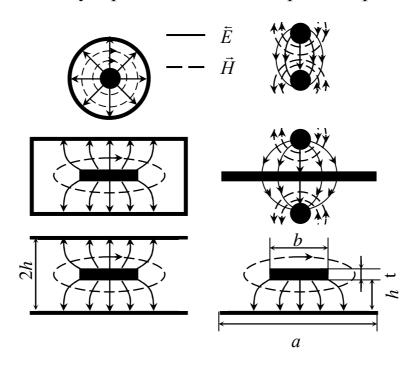


Рис. 2.46

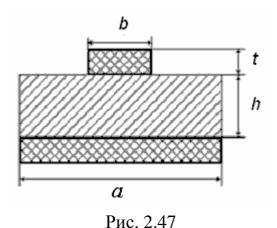
Пространство между проводником и основанием может быть заполнено воздухом или твердым диэлектриком (подложкой).

Волноводы с твердым диэлектрическим заполнением, выполненные печатным или аналоговым способом, называются печатными полосковыми волноводами.

Полосковые волноводы бывают симметричные и несимметричные.

Несимметричный (рис. 2.47) полосковый волновод представляет собой пластину диэлектрика, одна сторона (основание) которой полностью металлизирована, а на другой нанесены проводники (проводящие полоски) необходимой топологии (формы). Такая линия является простой в настройке, изготовлении и эксплуатации.

Недостатком несимметричного полоскового волновода считается неполная экранировка и, как следствие, повышенные потери на излучение. Однако если диэлектрическая проницаемость диэлектрика высока, то электрическое поле концентрируется в области между проводником и металлизированной пластиной, следовательно, потери резко уменьшаются. Это позволило успешно использовать несимметричные линии в интегральных СВЧ-схемах (микрополосковых линиях передачи).



Сокращение габаритов микрополосковых линий передачи достигается за счет выбора диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon > 10$ : чем выше относительная диэлектрическая проницаемость, тем меньше размеры.

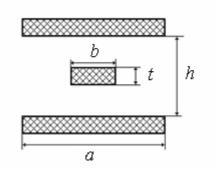


Рис. 2.48

В симметричном (рис. 2.48) полосковом волноводе центральный проводник заключен между двумя диэлектрическими пластинами с металлизированными внешними поверхностями. Такие волноводы обладают хорошей экранировкой, однако они более сложны в изготовлении и настройке, поскольку внутренний проводник изготовленного волновода труднодоступен для регулировки.

По сравнению с волноводными и коаксиальными линиями передачи полосковые линии обладают следующими достоинствами:

- для производства полосковых линий применима та же технология, что и при изготовлении печатных схем, поэтому стоимость их изготовления меньше, чем в 10 раз;
- малые продольные и поперечные размеры и, как следствие, малый вес;
  - значительно большая диапазонность.

Недостатки полосковых линий:

- пробивная мощность примерно одинакова с коаксиальной линией и в несколько раз меньше, чем у волновода;
- потери энергии больше, чем в коаксиальной линии и волноводах;
- повышенное излучение мощности (особенно для несимметричных линий);
- большие трудности в создании ряда устройств (например согласованная нагрузка, измерительная линия);
- техника измерений параметров ЭМВ значительно усложняется.

Полосковый волновод — это двух- или трехсвязный волновод, поэтому основной волной в нем является волна типа T, а при час-

тичном заполнении поперечного сечения твердым диэлектриком – волна квази T. Для этих типов волн критическая длина волны

$$\lambda_{\rm KP} = \frac{2\pi}{K_{\rm S}} = \infty \,,$$

т. е. они могут распространяться при любой длине волны  $\lambda_0$  генератора. Однако габариты полоскового волновода в области низких частот, сложности при изготовлении и уровень потерь в области высоких частот определили диапазон рабочих частот полоскового волновода:

100 М
$$\Gamma$$
ц  $< f <$  30 000 М $\Gamma$ ц

или

$$1 \text{ cm} < \lambda < 3 \text{ m}.$$

Длина волны  $\lambda_{B}$  в симметричном полосковом волноводе определяется в соответствии с выражением

$$\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Длина волны  $\lambda_{\rm B}$  в несимметричном полосковом волноводе определяется приближенной формулой

$$\lambda_{\rm B} \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{9\varphi\varphi}}},$$

$$\varepsilon_{\ni \Phi \Phi} \approx \frac{\varepsilon + 1}{2} + \frac{\varepsilon - 1}{2 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{10h}{b}\right)}}.$$

Эффективная относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{9\varphi\varphi} < \epsilon$ . Это объясняется тем, что поперечное сечение полоскового волновода имеет неоднородное диэлектрическое заполнение.

Волновое сопротивление полоскового волновода

$$Z_{\rm B} \approx \frac{377}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{h}{b} = 50...70$$
 Om.

Исходя из этих соображений отношение ширины b ленточного проводника к толщине h подложки должно быть

$$\frac{b}{h} \approx \frac{5,5...7,5}{\sqrt{\varepsilon}}$$
.

Большую точность в определении волнового сопротивления  $Z_{\rm B}$  за счет учета эффектов искажения ЭМП на краях полоски дает выражение

$$Z_{\rm B} = \frac{84,85}{\sqrt{\varepsilon + 1}} \left( \ln\left(\frac{8h}{b}\right) + \frac{1}{32} \left(\frac{b}{h}\right)^2 - \frac{\varepsilon - 1}{2(\varepsilon + 1)} + \left(0,452 + \frac{0,242}{\varepsilon}\right) \right).$$

Диэлектрик, используемый в качестве подложки, определяет как потери полоскового волновода, так и его поперечные размеры. Требования, предъявляемые к диэлектрику:

- $\epsilon > 10$ ;
- постоянство є в широкой полосе частот и температур;
- высокая степень чистоты.

Характеристики материалов, удовлетворяющих этим требованиям, приведены в таблице 2 приложения 1 (значения  $\epsilon$  и tg  $\delta$  приведены для f = 10  $\Gamma\Gamma$ ц).

В качестве проводниковых материалов используются:

- медная фольга толщиной  $0.035\pm0.003$  мм и 0.043-0.055 мм;
- медная рулонная фольга толщиной 0,015–0,05 мм;
- композиции мелкозернистых порошков металлов (золото, платина, серебро, палладий и др.);
- сплавы металлов (платина–золото, палладий–серебро, палладий–золото и др.).

### Глава 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НАПРАВЛЯЩИХ СИСТЕМАХ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

В предыдущих главах была рассмотрена работа линий передачи электромагнитной энергии бесконечной длины. На практике длина линий передачи всегда ограничена, т. е. используются их отрезки, которые связывают между собой источник электромагнитной энергии и нагрузку. В зависимости от соотношения внутренних характеристик (сопротивлений) источника и нагрузки линии передачи вдоль линии устанавливается то или иное распределение электрических величин – режим работы.

Режимы работы линий передачи энергии рассмотрим на примере двухпроводных линий. Все теоретические положения будут справедливы для любой линии передачи.

Когда говорят о режиме работы, то подразумевают, главным образом, закономерности распределения вдоль линии амплитуд напряжения и тока (напряженностей  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$ ), входного сопротивления и фазы напряжения и тока (напряженностей  $\overline{E}$  и  $\overline{H}$ ). Эти закономерности зависят только от характера нагрузки, так как нагрузкой определяются модуль и фаза коэффициента отражения, которые, в свою очередь, определяют амплитуду и фазу отраженной от нагрузки волны.

# 3.1. Представление регулярного волновода эквивалентной двухпроводной линией передачи

Полагаем, что отрезок регулярной линии передачи включен между источником электромагнитных колебаний (генератором) и конечным устройством (рис. 3.1).



Рис. 3.1

Предположим, что линия работает в одноволновом режиме. Обрыв линии передачи или включение нагрузки в общем случае эк-

вивалентны изменению граничных условий. В результате на конце линии образуется новая, соответствующая изменившимся граничным условиям структура электрических и магнитных полей по всей линии. Это изменение можно трактовать как появление в линии дополнительной волны, распространяющейся от конца линии к ее началу (отраженная волна), которая и является причиной изменения структуры полей в линии. Эта волна появляется в линии в дополнение к основной волне, бегущей к нагрузке (падающая волна).

Для удобства анализа физических процессов в линии передачи конечной длины перейдем от волноводов к двухпроводной линии передачи. При этом будут рассматриваться токи и напряжения в различных сечениях двухпроводной линии, которые являются интегральными характеристиками векторов ЭМП:

$$u = \int_{l} \overline{E} dl$$
;  $i = \oint_{l} \overline{H} d\overline{l}$ .

Следовательно, общность рассуждений при рассмотрении процессов на примере двухпроводной линии передачи нарушаться не будет.

В качестве эквивалентной замены регулярного волновода можно рассматривать и коаксиальную линию.

Двухпроводная и коаксиальная линии передачи относятся к многосвязным волноводам, или длинным линиям.

Линия передачи ЭМЭ называется длинной, когда ее физическая длина l соизмерима с длиной волны  $\lambda$  питающего источника электромагнитных колебаний и расстояние между проводами  $d << \lambda$ :

$$\frac{\lambda}{d << \lambda} t_{3a\pi} = \frac{l}{v} > \frac{\lambda}{v} = T.$$

Поэтому в длинных линиях электрические величины, например ток (I) и напряжение (U), являются функциями не только времени, но и координат, а физические процессы носят волновой характер.

Структура ЭМП в поперечном сечении имеет вид волны T, т. е. характеризуется наличием только поперечных составляющих электрического и магнитного полей (рис. 3.2).

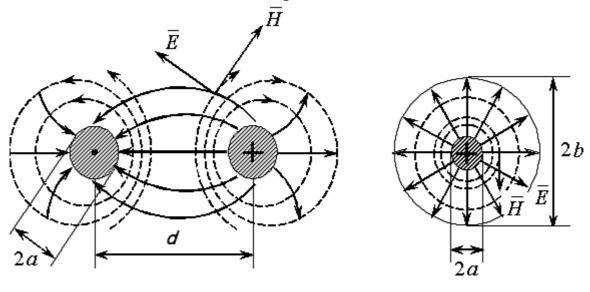
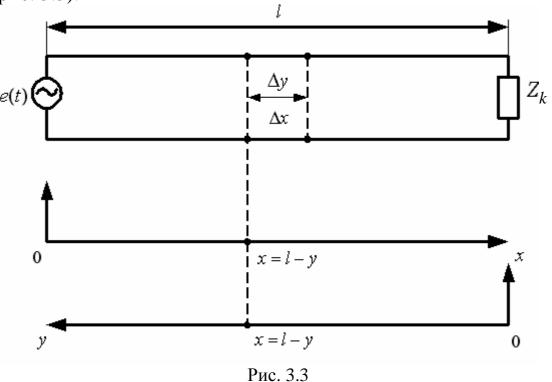


Рис. 3.2

Схематически длинная линия изображается следующим образом (рис. 3.3).



где  $Z_k$  – сопротивление, подключенное на конце линии, или сопротивление нагрузки.

В дальнейшем все обозначения с индексом «k» будут относиться к концу линии ( например  $U_k$ ,  $I_k$ ,  $P_k$  и т. д.).

Любой участок длинной линии  $\Delta x << \lambda$  можно считать обладающим сосредоточенными параметрами  $\Delta L, \Delta C, \Delta r, \Delta g$  (рис. 3.4).

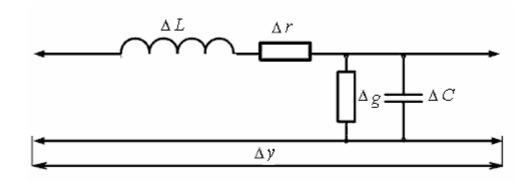


Рис. 3.4

Линию принято характеризовать погонными параметрами:

$$L_1 = \frac{\Delta L}{\Delta x}, \frac{\Gamma}{M}; \quad C_1 = \frac{\Delta C}{\Delta x}, \frac{\Phi}{M}; \quad r_1 = \frac{\Delta r}{\Delta x}, \frac{O_M}{M}; \quad g_1 = \frac{\Delta g}{\Delta x}, \frac{C_M}{M},$$

#### т. е. параметрами, приходящимися на единицу длины.

Дифференциальные (телеграфные) уравнения длинной линии можно получить с помощью уравнений Кирхгофа и они имеют вид

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = r_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t};$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g_1 U + C_1 \frac{\partial U}{\partial t}.$$
(3.1)

Таким образом, получена математическая модель линии передачи электромагнитной энергии.

#### 3.2. Суперпозиция прямых и обратных волн в линии передачи. Линия без потерь

При воздействии гармонической ЭДС  $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon}e^{j\omega t}$   $\left(U(x,t) = \dot{U}(x)e^{j\omega t}; i(x,t) = \dot{I}(x)e^{j\omega t}\right)$  уравнения (3.1) преобразуются к виду

$$\frac{\dot{U}}{x} = (r_1 + j\omega L_1) \quad \dot{I}(x);$$

$$\frac{\dot{I}(x)}{x} = (g_1 + j\omega C_1) \quad \dot{U}(x).$$
(3.2)

Уравнение (3.2) после преобразования принимает вид однородного, линейного, дифференциального, одномерного волнового уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2\dot{U}(x)}{dx^2} \quad \gamma^2 \dot{U}(x) = 0, \tag{3.3}$$

где  $\gamma = \sqrt{(r_1 + j \omega L_1) \cdot (g_1 + j \omega C_1)}$  имеет смысл для волнового числа  $K(\gamma = \alpha + j \beta; \alpha - \text{коэффициент затухания}; \beta - \text{коэффициент фазы})$  и называется постоянной распространения.

Решение уравнения (3.3) известно из математики:

$$\dot{U}(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}. (3.4)$$

Подставив выражение (3.4) в первое уравнение системы (3.2), получим

$$\dot{I}(x) = \frac{1}{W} \left( A e^{-\gamma x} - B e^{\gamma x} \right), \tag{3.5}$$

где  $W = \sqrt{\frac{r_1 + j \, \omega \, L_1}{g_1 + j \, \omega \, C_1}}$  называется волновым сопротивлением линии.

Постоянные интегрирования A и B характеризуют амплитуду напряжения и определяются из начальных (граничных) условий, т. е. значением этой величины при x=0.

Первое слагаемое в выражении (3.4) представляет собой бегущую гармоническую волну напряжения, распространяющуюся в положительном направлении оси x, т. е. от источника к нагрузке. Она называется прямой, или падающей, волной. Второе слагаемое в выражении (3.4) представляет собой обратную, или отраженную, волну, перемещающуюся от нагрузки к источнику. Фазовые скорости этих волн  $\upsilon_{\Phi} = \pm \frac{\omega}{\beta}$ .

В идеальной линии (линии без потерь)  $r_1 \approx 0$  и  $g_1 \approx 0$ . Тогда

$$\gamma = \alpha + j \beta = j \omega \sqrt{L_1 C_1} = j \beta; \quad \alpha = 0; \quad \beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}; \quad W = \rho = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Для идеальной линии при отсчете от конца линии выражения для амплитуд тока и напряжения в комплексной форме будут иметь вид

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_{k}^{\Pi a \Pi} e^{j\beta y} \left( 1 + P_{k} e^{-j 2\beta y} \right);$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi a \Pi}}{\rho} e^{j\beta y} \left( 1 - P_{k} e^{-j 2\beta y} \right),$$
(3.6)

где  $P_k$  – коэффициент отражения по напряжению от конца линии:

$$P_{k} = \frac{\dot{U}_{k}^{\text{OTP}}}{\dot{U}_{k}^{\text{Пад}}} = \frac{\dot{U}_{k} - \dot{I}_{k}\rho}{\dot{U}_{k} + \dot{I}_{k}\rho} = \frac{\dot{I}_{k} \left(\frac{\dot{U}_{k}}{\dot{I}_{k}} - \rho\right)}{\dot{I}_{k} \left(\frac{\dot{U}_{k}}{\dot{I}_{k}} + \rho\right)} = \frac{Z_{k} - \rho}{Z_{k} + \rho}.$$
 (3.7)

Таким образом, получены выражения, характеризующие распределение электрических величин вдоль линии.

#### 3.3. Режимы работы линий передачи

#### 3.3.1. Режим бегущей волны

Модульное значение коэффициента отражения изменяется в пределах  $0 \le |P_k| \le 1$ .

В соответствии с этим различают три режима работы:

- 1) режим бегущей волны (полного поглощения)  $(|P_k| = 0)$ ;
- 2) режим стоячей волны (полного отражения)  $(P_k = 1)$ ;
- 3) режим смешанных волн (частичного отражения)  $(0 < |P_k| < 1)$ .

Рассмотрим подробно каждый из этих режимов. Для режима бегущей волны характерно  $|P_k|=0$ , т. е. отраженная от нагрузки волна отсутствует.

Из выражения 
$$P_k = \frac{Z_k - \rho}{Z_k + \rho}$$
 следует, что  $Z_k = r_k = \rho$ , т. е. сопро-

тивление нагрузки является чисто активным и равным волновому сопротивлению.

Выражение для комплексных амплитуд будет иметь вид

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_{k}^{\Pi \alpha \Pi} e^{j\beta y} = \dot{U}_{k} e^{j\beta y};$$

$$\dot{J}(y) = \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi \alpha \Pi}}{\rho} e^{j\beta y} = \frac{\dot{U}_{k}}{\rho} e^{j\beta y}.$$
(3.8)

Индекс «пад» опущен, так как отраженная волна отсутствует. Умножим выражения (3.8) на временной множитель  $e^{j\omega t}$  и возьмем реальную часть. В результате получим выражения для мгновенных значений:

$$U(y,t) = U_{mk} \cdot \cos(\omega t + \beta y + \varphi_k); \tag{3.9}$$

$$i(y,t) = \frac{U_{mk}}{\rho} \cdot \cos(\omega t + \beta y + \varphi_k),$$

где  $U_k$  – амплитуда,  $U_k = U_m$ ;

 $\phi_k$  – начальная фаза комплексной амплитуды на конце линии;

$$\frac{U_k}{\rho} = I_k$$
 – амплитуда тока,  $I_k = I_m$ .

Графики распределения электрических величин, соответствующие режиму бегущей волны, представлены на рисунке 3.5.

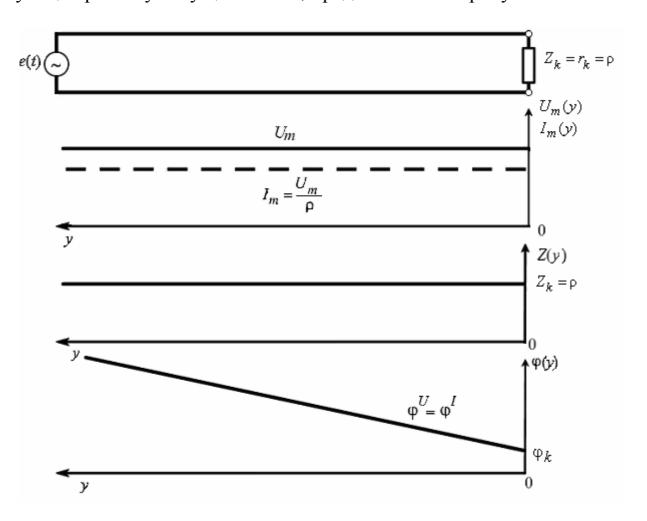


Рис. 3.5

На основании анализа полученных выражений (3.9) и графиков (рис. 3.5) можно указать характерные признаки режима бегущих волн:

- 1) амплитуды напряжения и тока не зависят от координаты y, т. е. не изменяются вдоль линии;
  - 2) входное сопротивление на любом сечении линии

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{J}(y)} = \rho_0;$$

3) напряжение и ток в любом сечении колеблются в фазе, и фаза изменяется по линейному закону  $\varphi(y) = \beta y + \varphi_k$  при t = 0.

В режиме бегущих волн вся энергия поглощается нагрузкой. Поэтому этот режим называется согласованным и используется для канализации (передачи) энергии к потребителю.

#### 3.3.2. Режим стоячей волны

Режим характеризуется значением  $|P_k|$  = 1, что соответствует полному отражению энергии. Это возможно в следующих случаях:

- 1) линия разомкнута ( $Z_k = ∞$ );
- 2) короткозамкнута ( $Z_k = 0$ );
- 3) нагружена на емкость  $\left(Z_k = \frac{1}{j \omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = x_l\right)$ ;
- 4) нагружена на индуктивность  $(Z_k = j \, \omega \, L = x_L)$  или на комбинацию из L и C.

Во всех этих случаях потребления энергии нет. В связи с тем, что  $P_k = |P_k| \cdot e^{j\psi_k} = 1 \cdot e^{j\psi_k}$ , естественно предположить, что  $\psi_k$  будет иметь различные значения в зависимости от характера нагрузки и ее величины. Рассчитать величину  $\psi_k$  можно по формуле (3.7).

Согласно формуле (3.6), выражения для комплексных амплитуд напряжения и тока можно записать так:

$$\dot{U}(y) = \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi \text{A} \Pi}}{\rho} \left( e^{j\beta y} + e^{-j\beta y} e^{j\psi k} \right) = \dot{U}_{k}^{\Pi \text{A} \Pi} \cdot e^{j\frac{\psi_{k}}{2}} \cdot \left[ e^{j\left(\beta y - \frac{\psi_{k}}{2}\right)} + e^{-j\left(\beta y - \frac{\psi_{k}}{2}\right)} \right];$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi \text{A} \Pi}}{\rho} \left( e^{j\beta y} - e^{-j\beta y} e^{j\psi_{k}} \right) = \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi \text{A} \Pi}}{\rho} \cdot e^{j\frac{\psi_{k}}{2}} \cdot \left[ e^{j\left(\beta y - \frac{\psi_{k}}{2}\right)} - e^{-j\left(\beta y - \frac{\psi_{k}}{2}\right)} \right] (3.10)$$

Воспользовавшись формулами Эйлера, получим

$$\dot{U}(y) = 2\dot{U}_{k}^{\Pi a \pi} e^{j\frac{\Psi_{k}}{2}} \cos\left(\beta y \frac{\Psi_{k}}{2}\right);$$

$$\dot{I}(y) = j 2\frac{\dot{U}_{k}^{\Pi a \pi}}{\rho} e^{j\frac{\Psi_{k}}{2}} \sin\left(\beta y \frac{\Psi_{k}}{2}\right).$$
(3.11)

Для режима стоячих волн характерно наличие падающей и отраженной волн одинаковой амплитуды.

Рассмотрим ряд частных случаев.

Линия, разомкнутая на конце

В данном случае  $Z_k = \infty$ ;

$$P_{k} = \frac{Z_{k} - \rho}{Z_{k} + \rho} = \frac{Z_{k} \left(1 - \frac{\rho}{Z_{k}}\right)}{Z_{k} \left(1 + \frac{\rho}{Z_{k}}\right)} = 1 = 1e^{j0};$$
(3.12)

$$\psi_k = \varphi_k^{\text{OTP}} - \varphi_k^{\text{пад}} = 0.$$

Тогда уравнение (3.11) запишется как

$$\dot{U}(y) = 2\dot{U}_{k}^{\Pi \alpha \beta} \cdot \cos \beta y;$$

$$\dot{I}(y) = j 2 \frac{\dot{U}_{k}^{\Pi \alpha \beta}}{\rho} \cdot \sin \beta y.$$
(3.13)

Откуда

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = -j \rho \operatorname{ctg} \beta y;$$

$$U(y,t) = 2U_k^{\Pi a \pi} \cdot \cos \beta y \cdot \cos (\omega t + \varphi_k);$$

$$i(y,t) = 2\frac{U_k^{\Pi a \pi}}{\rho} \cdot \sin \beta y \cdot \cos \left(\omega t + \varphi_k + \frac{\pi}{2}\right),$$
(3.14)

где

$$U_{m}(y) = 2U_{k}^{\Pi a \pi} \cdot |\cos \beta y|;$$

$$I_{m}(y) = 2\frac{U_{k}^{\Pi a \pi}}{\rho} \cdot |\sin \beta y|.$$
(3.15)

$$\varphi_u(y) = \omega t + \varphi_k;$$
  $\varphi_i(y) = \omega t + \varphi_k + \frac{\pi}{2}.$ 

Из анализа уравнений и графиков следуют свойства стоячих волн:

1. Амплитуды напряжений и токов распределены по законам модуля  $|\sin \beta y|$  или  $|\cos \beta y|$ .

Сечения, где амплитуды равны нулю, называются узлами. Сечения с максимальным значением амплитуды называются пучностями.

Физической основой для объяснения законов распределения амплитуд напряжения и тока вдоль линии является интерференция падающей и отраженной волн с учетом фазовых соотношений.

В тех сечениях, где сложение падающей и отраженной волн происходит в фазе, образуется максимум (пучность) напряжения или тока, где в противофазе – узел напряжения.

Любое произвольное соотношение между фазами даст промежуточное значение амплитуды между максимумом и минимумом:

Графики распределения электрических величин представлены на рисунке 3.6.

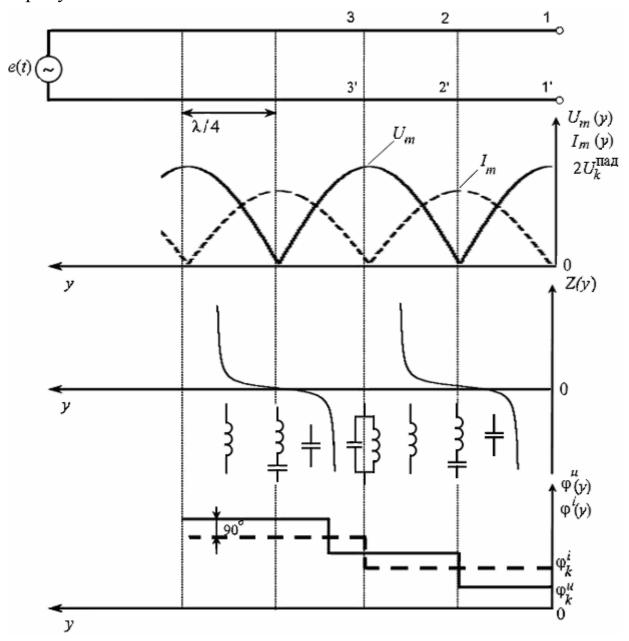


Рис. 3.6

2. Входное сопротивление линии является чисто реактивным. По причине и характеру оно зависит от электрической длины линии  $(l = \beta y)$  и изменяется по закону  $Z(y) = -j \rho \operatorname{ctg} \beta y$ .

В пределах каждой нечетной четверти сопротивление меньше 0, т. е. имеет емкостной характер, а каждой четной четверти – индуктивный.

В характерных сечениях (узлах и пучностях) сопротивление равно 0 или  $\infty$ , что эквивалентно последовательному или параллельному идеальному колебательному контуру, настроенному в резонанс.

3. Фазы напряжения и тока вдоль линии распределены равномерно, в узлах фаза скачком изменяется на  $\pi$ . В любом сечении разность фаз равна  $\frac{\pi}{2}$ . В этом случае движения энергии вдоль линии нет, а существует колебательный процесс, т. е. взаимное превращение энергии электрического поля в энергию магнитного и наоборот, как в колебательном контуре.

#### Короткозамкнутая линия

B данном случае  $Z_k = 0$ ;

$$P_{k} = \frac{Z_{k} - \rho}{Z_{k} + \rho} = -1 = 1 \cdot e^{j\pi};$$

$$\psi_{k} = \pi.$$
(3.16)

Тогда выражения для комплексных амплитуд, согласно выражению (3.11), примут следующий вид:

$$\dot{U}(y) = 2\dot{U}_{k}^{\Pi a \Pi} \cdot \sin \beta y;$$

$$\dot{I}(y) = 2\frac{U_{k}^{\Pi a \Pi}}{\rho} \cdot \cos \beta y;$$

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = j \rho \operatorname{tg} \beta y.$$
(3.17)

Физическое пояснение законов распределения электрических величин аналогично изложенному выше.

Графики распределения электрических величин представлены на рисунке 3.7.

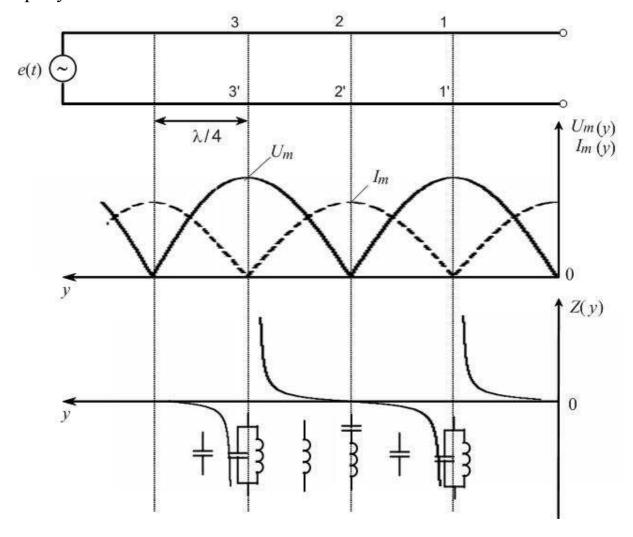


Рис. 3.7

### Линия, нагруженная на емкость

Можно показать, что в этом случае разность фаз между падающей и отраженной волнами на конце линии будет зависеть от величины емкости и находиться в пределах  $0<\psi_k<\pi$  при  $0< C<\infty$  .

Зная расстояние от нагрузки до ближайшего узла напряжения, можно рассчитать величину емкости по формуле

$$C = \frac{1}{\omega \rho \operatorname{ctg} \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l_0\right)}.$$
 (3.18)

Графики зависимости показаны на рисунке 3.8.

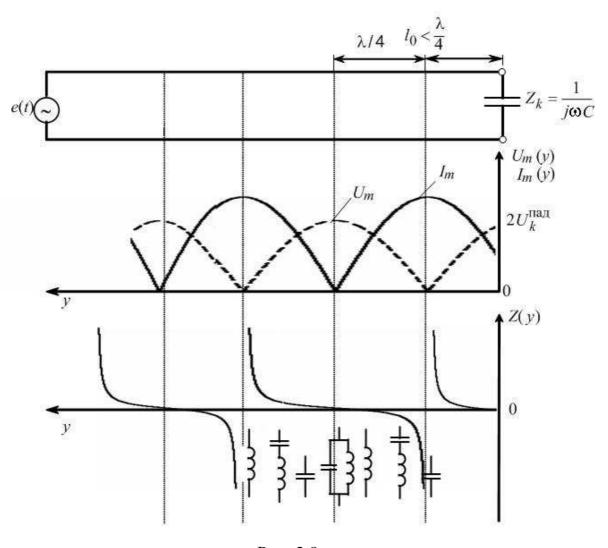


Рис. 3.8

### Линия, нагруженная на индуктивность

Графики зависимости показаны на рисунке 3.9.

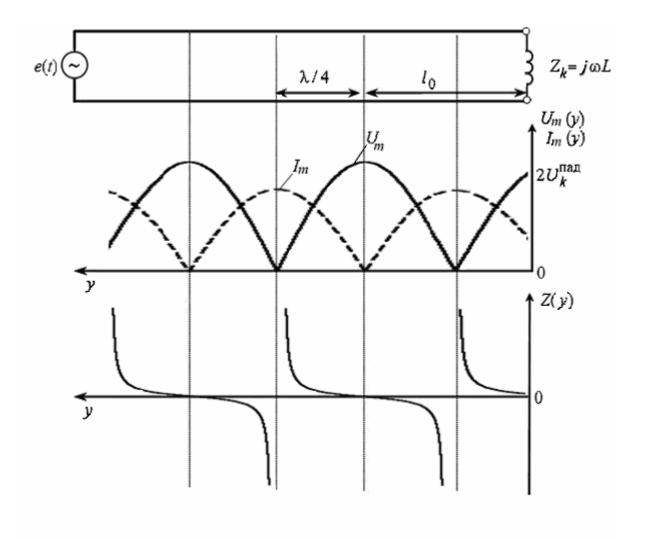


Рис. 3.9

Рассуждения, аналогичные и для определения емкости, приводят к выводу, что  $0<\psi_k<\pi$  при  $0< L<\infty$ . Величина индуктивности рассчитывается по формуле

$$L = \frac{\rho \operatorname{ctg} \beta \left(\frac{\lambda}{2} - l_0\right)}{\omega}.$$
 (3.19)

Рассмотренные законы распределения электрических величин вдоль линии для различных нагрузок в режиме стоячих волн нетрудно запомнить, если знать законы их распределения для линии, разомкнутой на конце:

1) для короткозамкнутой линии начало графиков надо сдвинуть влево на величину  $\frac{\lambda}{4}$ ;

- 2) для линии, нагруженной на емкость, начало графиков будет находиться в пределах первой части отрезка  $\frac{\lambda}{2}$  и зависеть от величины емкости (чем емкость меньше, тем величина напряжения на ней будет больше и наоборот);
- 3) для линии, нагруженной на индуктивность, начало графиков будет находиться в пределах второй четверти отрезка и зависеть от величины индуктивности (чем индуктивность меньше, тем величина напряжения на ней будет меньше и наоборот).

Отрезки длинных линий в режиме стоячих волн чаще всего используются в качестве реактивных элементов L и C в колебательных системах генераторов. Изменяя длину отрезков короткозамкнутой линии, можно изменять величину емкости или индуктивности в пределах от 0 до  $\infty$ .

Отрезки длиной, кратной  $\frac{\lambda}{4}$ , могут использоваться как металлические изоляторы, а также элементы устройств СВЧ.

## 3.3.3. Смешанный режим. Параметры, характеризующие режим работы линий передачи

Для передачи электромагнитной энергии от источника в нагрузку в линии передачи желательно существование режима бегущей волны. Однако на практике условия существования этого режима нарушаются в первую очередь из-за комплексного изменяющегося характера сопротивления нагрузки. В линии передачи устанавливается режим смешанных волн. Рассмотрим режим смешанных волн в линии, имеющей чисто активную нагрузку, не равную волновому сопротивлению  $r_k \neq \rho$ , и нагрузку комплексную.

Смешанный режим имеет место при значении модуля коэффициента отражения в пределах  $0 < |P_k| < 1$ .

Это означает частичное отражение энергии от конца линии.

Такое значение коэффициента отражения будет в том случае, если нагрузка является комплексной:

$$Z_k = r_k \pm j \cdot x_k$$

либо чисто активной, не равной волновому сопротивлению линии  $r_k \neq \rho$ . Этот режим является промежуточным между режимами бегущей и стоячей волн.

Характерным в законах распределения амплитуд является то, что изменение амплитуды вдоль линии будет происходить от минимального до максимального значений, которые определяются выражениями

$$U_{\text{max}} = U^{\Pi a \Pi} + U^{\text{OTP}} = U^{\Pi a \Pi} (1 + |P_k|),$$

$$U_{\text{min}} = U^{\Pi a \Pi} - U^{\text{OTP}} = U^{\Pi a \Pi} (1 - |P_k|).$$
(3.20)

Аналогичные выражения можно записать и для тока.

Для оценки, на сколько смешанный режим близок к режиму бегущей или стоячей волны, вводится понятие коэффициента бегущей волны ( $K_{
m C}$ ) и коэффициента стоячей волны ( $K_{
m C}$ ).

$$K_{6} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \frac{1}{1 + |P_{k}|}; \qquad 0 \le K_{6} \le 1;$$

$$K_{c} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1 + |P_{k}|}{1 + |P_{k}|}; \qquad 0 \le K_{c} \le \infty.$$
(3.21)

Рассмотрим распределение электрических величин вдоль линии для нескольких частных случаев режима смешанных волн.

*Нагрузка чисто активная*:  $r_k > \rho$ .

Не вдаваясь в подробный анализ математических выражений, на основе только физических соображений, построим графики зависимостей  $U_m(y)$ ,  $I_m(y)$ , Z(y) и  $\varphi(y)$  вдоль линии.

Для случая  $r_k > \rho$  коэффициент отражения

$$P_k = \frac{r_k - \rho}{r_k + \rho} > 0 \tag{3.22}$$

является вещественным положительным числом. Поэтому фаза коэффициента отражения по направлению  $\psi_k=0$ , а фаза отражения по току коэффициента  $\psi_k^i=\pi$ . Следовательно, на конце линии образуется максимальная амплитуда тока. В точке, отстоящей от конца линии на расстоянии  $\frac{\lambda}{4}$ , наоборот, имеют место минимальная амплитуда напряжения и максимальная амплитуда тока.

В точке, отстоящей от конца линии на расстоянии  $\frac{\lambda}{2}$ , повторяются условия, соответствующие условиям на конце линии (рис. 3.10) и т. д.

Сечения (1, 2, 3 ...) с максимальными и минимальными амплитудами напряжения и тока называются характерными (рис. 3.10). В этих сечениях разность фаз между напряжением и током равна нулю. Это означает, что в характерных сечениях входное сопротивление является чисто активным. Величину активного сопротивления в характерных сечениях 1, 2, 3 ... можно рассчитать по формулам

$$R_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{min}}} = \frac{U^{\text{пад}}(1 + |P_{k}|)}{I^{\text{пад}}(1 + |P_{k}|)} = \rho \cdot K_{c};$$

$$r_{\text{min}} = \frac{U_{\text{min}}}{I_{\text{max}}} = \frac{U^{\text{пад}}(1 + |P_{k}|)}{I^{\text{пад}}(1 + |P_{k}|)} = \rho \cdot K_{\delta}.$$
(3.23)

В остальных сечениях оно активно-емкостное или активно-индуктивное, т. е. комплексное:

$$Z(y) = \frac{\dot{U}(y)}{\dot{I}(y)} = \frac{\dot{U}_k \cos \beta y + j \dot{I}_k \rho \sin \beta y}{\dot{I}_k \cos \beta y + j \frac{\dot{U}_k}{\rho} \sin \beta y} =$$

$$= \rho \frac{Z_k + j \rho t g \beta y}{\rho + j Z_k t g \beta y} = r(y) + j x(y).$$
(3.24)

Нагрузка чисто активная:  $r_k < \rho$ .

В этом случае коэффициент отражения

$$P_k = \frac{r_k - \rho}{r_k + \rho} < 0 \tag{3.25}$$

и является вещественным отрицательным числом.

Графики распределения электрических величин для этого случая будут иметь вид, показанный на рисунке 3.10, если нагрузку поместить в сечение 2-2'.

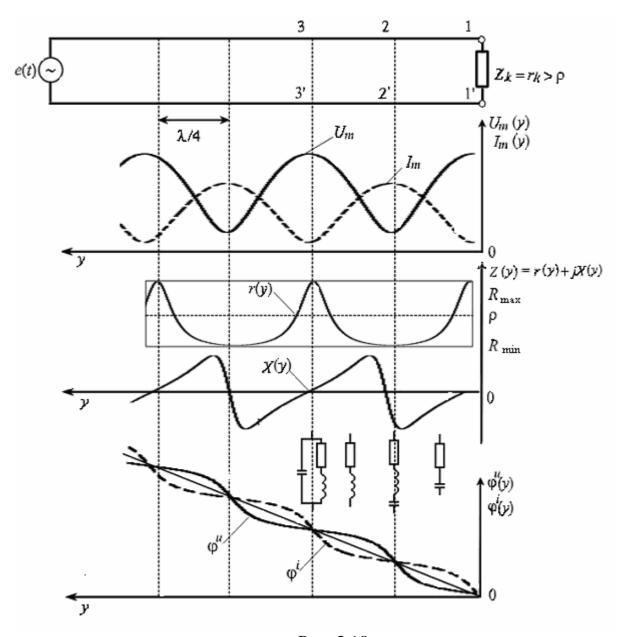


Рис. 3.10

Аргумент коэффициента отражения по направлению  $\psi_k = \pi$ , а по току  $\psi_k^i = 0$ . Поэтому на конце линии будут минимальная амплитуда напряжения и максимальная амплитуда тока.

Нагрузка комплексная:  $Z_k = r_k \pm j \cdot x_k$ .

По аналогии с предыдущими рассуждениями, для активноемкостной нагрузки начало графиков будет между сечениями 1–2, а величина напряжения и тока в конце линии зависит от величин активного и емкостного сопротивлений.

Для активно-индуктивной нагрузки начало графиков будет между сечениями 2–3.

На практике при использовании линий передачи чаще всего имеет место режим смешанных волн, так как нагрузка оказывается комплексной, например антенна РЭС.

## 3.4. Круговая диаграмма (диаграмма сопротивления, диаграмма проводимостей), ее применение для решения простейших задач

Круговая диаграмма используется для облегчения расчета электрических режимов линий передачи энергии (аналитический расчет из-за громоздкости формул сложен).

Она состоит из четырех семейств кривых (рис. 3.11):

- 1. Семейство линий постоянного значения  $K_{\rm c}$  ( $K_{\rm 0}$ ) или постоянного значения модуля коэффициента отражения P(y) концентрические окружности.
- 2. Семейство линий постоянной приведенной активной составляющей сопротивления r'(y) или проводимости  $g'(y) = \frac{1}{r'(y)} 3\kappa c$ центрические окружности.
- 3. Семейство линий постоянной приведенной реактивной составляющей сопротивления x'(y) или проводимости  $b'(y) = \frac{1}{x'(y)}$  веерообразные линии.

4. Семейство линий постоянного значения фазы  $\psi(y)$  или фазового расстояния  $\beta y$  — радиальные прямые (на диаграмме не показаны).

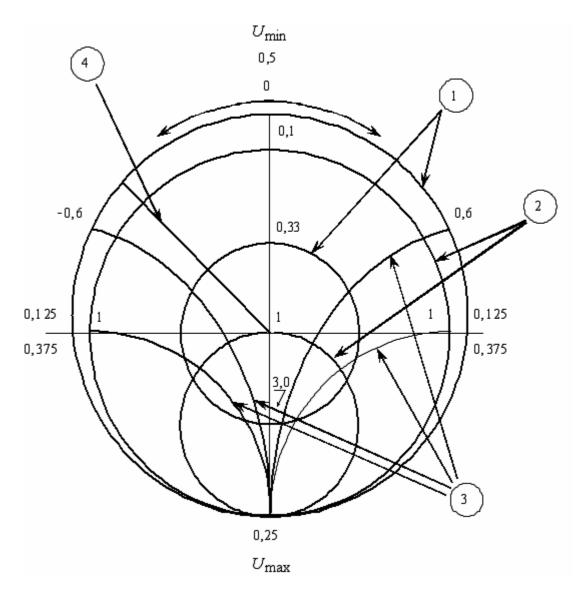


Рис. 3.11

Рассмотрим каждое из этих семейств.

Для каждой концентрической окружности первого семейства на диаграмме наносятся значения  $K_{6}$  и  $K_{c}$ . Оцифровка наносится на вертикальной прямой: сверху  $K_{6}$ ; от центра вниз  $K_{c}$ . Чтобы иметь возможность использовать круговую диаграмму для расчета линий с различными параметрами, оцифровки длины линии и сопротивления (проводимости) даны в относительных (приведенных) величинах.

Под приведенной длиной понимают отношение истинной длины линии к длине волны  $y' = \frac{y}{\lambda}$ .

Значения приведенной длины нанесены на внешней окружности в пределах от 0 до 0,5. Это соответствует изменению длины линии от 0 до  $\frac{\lambda}{2}$ .

Отсчет можно производить как по часовой стрелке (шкала «к генератору»), так и против часовой стрелки (шкала «к нагрузке»). Это сделано для удобства пользования диаграммой. Выбор той или иной шкалы зависит от следующего фактора: если в качестве неизвестного определяется величина, которая относительно известной расположена ближе к генератору, то движение на диаграмме происходит по часовой стрелке и пользуются шкалой «к генератору» и наоборот (например, задано сопротивление нагрузки, определить входное сопротивление — пользуются шкалой «к генератору»).

Под приведенным входным сопротивлением понимают отношение истинного входного сопротивления к волновому:

$$Z'(y) = \frac{Z(y)}{\rho} = \frac{r(y) \pm j \, x(y)}{\rho} = r'(y) \pm j \, x'(y). \tag{3.26}$$

Для линий активной составляющей сопротивления оцифровка приведена на вертикальной прямой и численно совпадает со значениями  $K_{\rm C}$  или  $K_{\rm G}$ .

Для линий реактивной составляющей сопротивления оцифровка произведена по внутренней окружности, причем правое семейство линий относится к реактивности индуктивного характера со знаком «+», а левое – к реактивности емкостного характера со знаком «-».

Под приведенной проводимостью понимают величину, обратную приведенному входному сопротивлению:

$$Y'(y) = \frac{1}{Z'(y)} = \frac{\rho}{Z(y)} = \rho \cdot Y(y) = g(y) \pm j \, b'(y). \tag{3.27}$$

Поэтому на круговой диаграмме приведенные проводимости находятся как диаметрально противоположные точки, соответствующие приведенным сопротивлениям. Семейство g'(y) полностью совпадает с семейством r'(y), а семейство b'(y) – с семейством x'(y).

С помощью круговой диаграммы можно определить следующие величины:

- 1) сопротивление (проводимость) нагрузки;
- 2) величину входного сопротивления (проводимости) в любом сечении линии;
- 3) длину отрезков длинных линий с заданной величиной входного сопротивления (проводимость);
  - 4) величины  $K_{\rm c}$ ,  $K_{\rm f}$  в линии и другие величины.

В качестве примера рассмотрим задачу расчета входного сопротивления и проводимости линии (рис. 3.12), если ее длина y=l=1,84 м,  $\rho=300$  Ом,  $Z_k=(150+j180)$  Ом, длина волны 10 м.

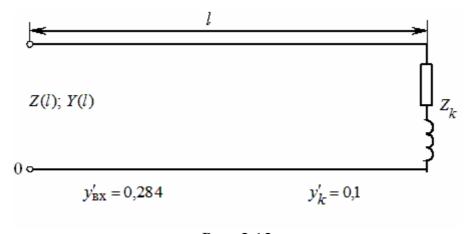


Рис. 3.12

1. Определяем приведенные величины  $Z_k'$  и l':

$$Z'_k = \frac{Z_k}{\rho} = \frac{150 + j180}{300} = 0,5 + j0,6;$$
  
$$l' = \frac{l}{\lambda} = \frac{1,84}{10} = 0,184.$$

2. Наносим точку  $Z_k'$  на диаграмму и определяем коэффициент стоячей (бегущей) волны :

$$K_{\rm c} = 3$$
  $(K_{\rm 0} = 0.33).$ 

- 3. Через точку  $Z_k'$  проводим радиальную прямую (линию постоянной фазы) и производим отсчет по шкале «к генератору»:  $y_k = 0,1$  (начало отсчета).
- 4. По шкале расстояний «к генератору» перемещаемся на величину  $l'=0,\!184.$  Это будет соответствовать показанию шкалы

$$y'_{BX} = 0.1 + 0.184 = 0.284.$$

- 5. Через сечение  $y'_{\rm BX} = 0.284$  проводим радиальную прямую. Она будет соответствовать искомому сечению на линии.
- 6. Находим сопротивление Z(l) как точку пересечения радиальной прямой с окружностью  $K_{\rm c}=3$  (  $K_{\rm 0}=0.33$ ):

$$Z'(l) = 2,2 - j0,2;$$

$$Z(l) = Z'(l) \cdot \rho = (660 - j360) \text{ Om}.$$

7. Определяем входную проводимость как диаметрально противоположную точку:

$$Y'(l) = 0.32 + j0.2;$$
 
$$Y(l) = \frac{Y'(l)}{\rho} = 0.0016 + j0.0006 \text{ cm}.$$

С помощью круговой диаграммы можно производить расчет режимов стоячих и смешанных волн, а также расчет согласующих устройств. Точность расчета оказывается достаточной для решения инженерной задачи. Использование круговой диаграммы во много раз сокращает время расчета.

# 3.5. Общий принцип согласования, методы устранения отраженной волны

При использовании длинных линий для канализации высокочастотной энергии желательно, чтобы в линии был режим бегущей волны. Но для этого требуется, чтобы нагрузка была чисто активной и равной волновому сопротивлению линии. В радиосвязи чаще всего нагрузка является величиной комплексной, например эквивалентное сопротивление антенны. Поэтому в линии будет существовать режим смешанных волн. Основные недостатки режима смешанных волн для передачи энергии:

- 1) не вся энергия генератора передается в нагрузку;
- 2) любое изменение частоты генератора вызывает изменение входного сопротивления линии в точках подключения к генератору, т. е. нагрузки на генератор. Это, в свою очередь, приводит к еще большему изменению частоты. (Сравнить графики входного сопротивления в режиме бегущей и смешанной волн);
- 3) уменьшается величина допустимой мощности, передаваемой по линии.

Имеется возможность получить в линии режим бегущей волны при нагрузках, обеспечивающих режим смешанных волн. Это достигается путем согласования нагрузки с линией. Различают методы поглощения (широкополосного согласования) и компенсации (узкополосного согласования) отраженной волны.

Физическая сущность широкополосного согласования состоит в использовании невзаимных ферритовых устройств, вентилей и циркуляторов. Волна, отраженная от нагрузки, поглощается в вентиле или отводится в поглощающую нагрузку при использовании циркулятора. Недостатком метода является поглощение части мощности генератора.

Физическая сущность узкополосного согласования состоит в следующем: согласующие устройства представляют собой неоднородности, выбранные таким образом, что волна, отраженная от этих неоднородностей, равна амплитуде и противоположна по фазе волне, отраженной от нагрузки. В этом случае произойдет компенсация отраженной от нагрузки волны и в линии «от генератора» до согласующего устройства установится режим бегущей волны.

В качестве согласующих устройств используется  $\frac{\lambda}{4}$ - трансформатор, шлейф Татаринова, двухшлейфовый трансформатор и др.

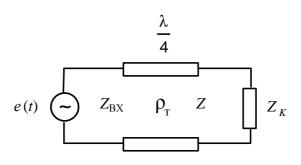
## Четвертьволновый трансформатор

Четвертьволновый трансформатор (рис. 3.13) представляет собой отрезок разомкнутой линии длиной  $l=\frac{\lambda}{4}$ , подключаемый в линию последовательно. Входное сопротивление отрезка равно

$$Z_{\text{BX}} = \rho_{\text{T}} \frac{Z_{\text{KT}} + j\rho_{\text{T}} \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} + \frac{\lambda}{4}}{\rho_{\text{T}} + jZ_{\text{KT}} \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} + \frac{\lambda}{4}} = \frac{\rho_{\text{T}}^2}{Z_{\text{KT}}},$$
(3.28)

где  $\rho_{\mathrm{T}}$  – волновое сопротивление  $\frac{\lambda}{4}$ -трансформатора;

 $Z_{
m KT}$  — сопротивление нагрузки трансформатора, им является входное сопротивление линии в месте подключения.



Согласование произойдет в том случае, если Zвх будет чисто активным сопротивлением и равным волновому сопротивлению линии.

Рис. 3.13

Из анализа полученного выражения видно, что  $Z_{\rm BX}$  будет чисто активным сопротивлением, если  $Z_{\rm KT}$  также чисто активное ( $\rho_{\rm T}$  – всегда активное сопротивление), поэтому трансформатор необходимо включать в ближайшее к концу линии характерное сечение, на-

пример с минимальной или максимальной амплитудой напряжения. В этих сечениях характер входного сопротивления линии чисто активный (рис. 3.10).

При включении трансформатора в сечение минимума напряжения  $U_{\min}$ 

$$Z_{\rm BX} = \frac{\rho_{\rm T}^2}{r_{\rm min}} = R_{\rm BX} = \frac{\rho_{\rm T}^2}{\rho \cdot K_{\rm G}} = \rho \rightarrow \rho_{\rm T} = \rho \sqrt{K_{\rm G}} \rightarrow \rho_{\rm T} < \rho.$$
 (3.29)

Если же трансформатор включать в сечение  $U_{\mathrm{max}}$ , то

$$Z_{\rm BX} = \frac{\rho_{\rm T}^2}{R_{\rm max}} = R_{\rm BX} = \frac{\rho_{\rm T}^2}{\rho \cdot K_{\rm C}} = \rho \rightarrow \rho_{\rm T} = \rho \sqrt{K_{\rm C}} \rightarrow \rho_{\rm T} > \rho.$$
 (3.30)

Из конструктивных соображений удобнее включать трансформатор ближайшими к нагрузке концами в сечение  $U_{\min}$ , когда  $\rho_{_{\mathrm{T}}} < \rho$ , так как при этом достаточно увеличить диаметр проводов линии на участке длины  $\frac{\lambda}{4}$ . Это видно из выражения

$$\rho_{\rm T} = 276 \lg \frac{d-a}{a} = 276 \lg \left(\frac{d}{a} - 1\right) \rightarrow a \uparrow \rightarrow \rho_{\rm T} \downarrow . \quad (3.31)$$

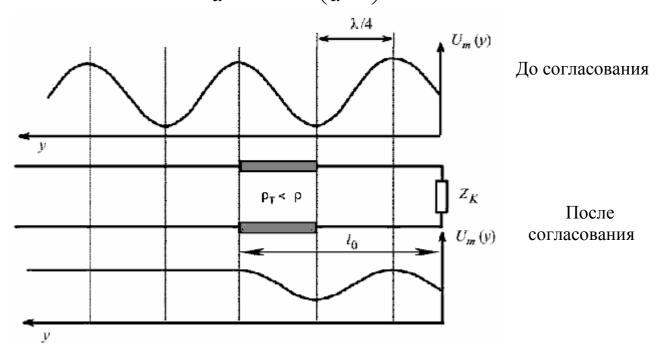


Рис. 3.14

Для согласования линии с генератором, с целью отбора от него максимальной мощности, можно включать второй  $\frac{\lambda}{4}$ -трансформатор в начале линии, чтобы обеспечить равенство входного сопротивления линии и сопротивления генератора.

Распределение амплитуды напряжения вдоль линии до согласования и после показано на рисунке 3.14.

#### Шлейф Татаринова

Шлейф Татаринова представляет собой короткозамкнутый отрезок линии (шлейф), включаемый параллельно в согласуемую линию вблизи нагрузки (рис. 3.15). В связи с этим расчет удобнее производить, работая с проводимостями. Расстояние до места включения и длина шлейфа являются расчетными величинами.

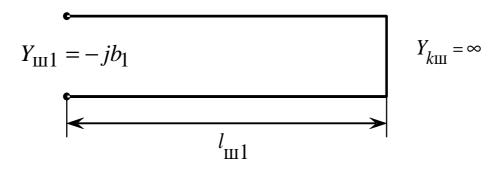


Рис. 3.15

Шлейф должен включаться в такие сечения на линии, где активная составляющая входной проводимости линии равна  $\frac{1}{\rho}$  (рис. 3.16). Эти сечения располагаются симметрично относительно характерных точек.

Длина шлейфа выбирается таким образом, чтобы его входная проводимость была равна по величине и противоположна по знаку реактивной составляющей входной проводимости.

Пусть на расстоянии  $l_1$  от нагрузки (сеч. 1–1) входная проводимость линии удовлетворяет следующему равенству:

$$Y_1(l_1) = g_1 + jb_1 = \frac{1}{\rho} + jb_1 \rightarrow Y'(l_1) = 1 + jb'_1.$$
 (3.32)

Тогда длину шлейфа  $l_{
m m1}$  необходимо выбрать такой, чтобы

$$Y_{\text{III}1}(l_{\text{III}1}) = -jb_1 \rightarrow Y'_{\text{III}1}(l_{\text{III}1}) = -jb'_1.$$
 (3.33)

При этом после подключения шлейфа суммарная проводимость в сечении 1–1 будет равна

$$Y_{1\Sigma} = Y_1(l_1) + Y_{III1}(l_{III1}) = g_1 + jb_1 - jb_1 = g_1 = \frac{1}{\rho},$$
 (3.34)

т. е. тем самым произведена трансформация проводимости (сопротивления) нагрузки к волновой проводимости линии. Поэтому левее шлейфа в линии будет устанавливаться режим бегущих волн.

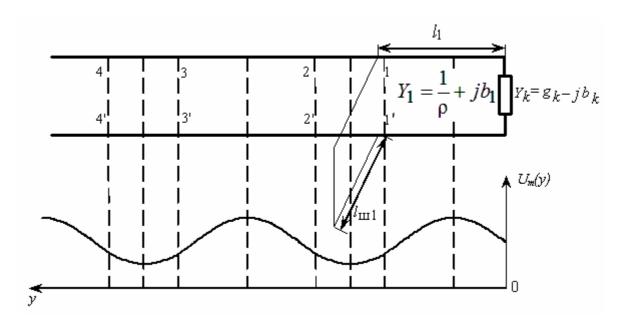


Рис. 3.16

Расчет данного согласующего устройства удобно производить с помощью круговой диаграммы. По ней определяют расстояние до места включения  $l_1$  и длину шлейфа  $l_{\rm III}$ . Аналогичный расчет проводится и для сечения 2-2', 3-3' и т. д.

#### 3.6. Резонансные отрезки линий передачи

Отрезки длинных линий в режиме стоячих волн, кратные  $\frac{\lambda}{4}$ , обладают резонансными свойствами. Входное сопротивление таких отрезков либо чисто активное, либо очень малое, либо очень большое (в зависимости от длины отрезка), что эквивалентно резонансному сопротивлению последовательного или параллельного колебательного контура, обладающего высокой добротностью. Рассмотрим, как определяется добротность подобных отрезков линий.

Добротность (Q) определяется отношением запасенной в системе энергии колебаний  $(W_{3 {\rm an}})$  к мощности потерь  $(P_{\rm n})$  за период колебаний (T):

$$Q = \omega_0 \frac{W_{3a\Pi}}{P_{\Pi}},\tag{3.35}$$

где  $P_{\Pi}$  включает в себя мощность собственных ( $P_{\text{собст}}$ ) и мощность внешних ( $P_{\text{внеш}}$ ) потерь:

$$P_{\Pi} = P_{\text{cofor}} + P_{\text{BHeIII}}, \tag{3.36}$$

где  $\omega$  – резонансная часть колебательной системы.

Добротность, определяемая по приведенной формуле, носит название «нагруженной» добротности. Если при определении добротности учитывать только собственные потери ( $P_{\rm cofct}$ ), то такая добротность будет называться «ненагруженной»:

$$Q_{\rm HH} = \omega_0 \frac{W_{3a\Pi}}{P_{\rm cofer}} = \frac{\omega_0 L_1}{r_1}, \qquad (3.37)$$

где  $L_1$  и  $r_1$  – погонные параметры линии.

Значение «ненагруженной» добротности исключается большими значениями.

Например:

$$f = 600 \text{ м}\Gamma$$
ц;  $L_1 = 15 \frac{\text{мк}\Gamma}{\text{м}}$ ;  $r_1 = 1 \frac{\text{Ом}}{\text{м}}$ ;  $Q_{\text{HH}} = \frac{6,28 \cdot 600 \cdot 10^6 \cdot 15 \cdot 10^{-6}}{1} \approx 60 000.$ 

Однако «нагруженная» добротность всегда значительно меньше полученной. Ее вычисление представляет определенную трудность, так как нет возможности учесть все потери энергии. Поэтому «нагруженная» добротность (Q) определяется по резонансным кривым.

Полуволновой отрезок короткозамкнутой линии эквивалентен последовательному колебательному контуру, поэтому уравнение резонансной кривой будет таким же, как для последовательного контура с сосредоточенными параметрами:

$$\frac{I_{\text{BX}}}{I_{\text{BX. pe3}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2}} \quad \text{или} \quad \frac{I_{\text{BX}}}{I_{\text{BX. pe3}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta l}{l_0}\right)^2}}, \quad (3.38)$$

где  $\lambda_0$  и  $l_0$  –резонансная длина волны и резонансная длина отрезка линии соответственно;

 $\Delta\lambda$  и  $\Delta l$  – расстройка от резонансных значений.

Из уравнений видно, что настройка в резонанс может производиться изменением либо частоты генератора, либо длины линии.

При точной настройке в резонанс

$$\lambda_{\Gamma} = \lambda_0$$
 или  $l = l_0$ .

В этом случае  $\Delta \lambda = 0$  или  $\Delta l = 0$ . При этом

$$\frac{I_{\rm BX}}{I_{\rm BX.\,pe3}} = 1.$$

Резонансные кривые, построенные по приведенным выражениям, изображены на рисунке 3.17, где  $2\Delta\lambda$  и  $2\Delta l$  — полосы пропускания на уровне  $0.707\approx\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Для уровня 0,707:

$$\frac{1}{\sqrt{1+Q^2 \left(\frac{2\Delta l}{l_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ \to \ 2 = 1+4Q^2 \left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2 \ \to \ Q^2 \left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2 = \frac{1}{4};$$
 
$$Q = \frac{l_0}{2\Delta l} \quad \text{или} \quad Q = \frac{\lambda_0}{2\Delta \lambda}.$$

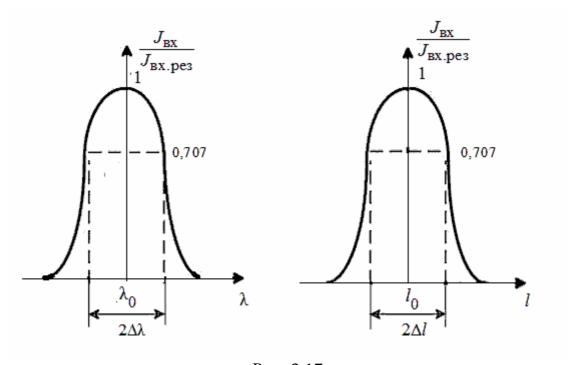


Рис. 3.17

Таким образом, «нагруженная» добротность может быть рассчитана, если произвести измерения полосы пропускания. В отличие от контуров с сосредоточенными параметрами резонанс в отрезке линии может наступать многократно, т. е. каждый раз, когда в линии будет укладываться целое число четвертей длин волн.

Резонансные отрезки могут применяться в качестве металлических изоляторов, например в коаксиальной линии для поддержания внутреннего проводника (рис. 3.18).

Режим работы линии передачи оказывает существенное влияние на параметры (мощность излучения, спектр сигнала, мощность сигнала на входе радиоприемного устройства) радиоэлектронного средства (РЭС) и во многом определяет его боеготовность.

Кроме того, согласование линий передачи энергии с целью получить режим работы, наиболее близкий к режиму бегущей волны, является важным моментом в решении проблемы электромагнитной совместимости.

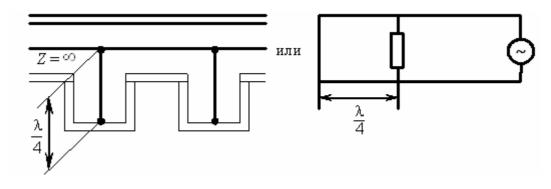


Рис. 3.18

При наличии в линии передачи режима смешанных волн за счет собственной нестабильности частоты генератора непрерывно будет изменяться входное сопротивление в фиксированных точках линии, а следовательно, и нагрузка на генератор. Это, в свою очередь, будет приводить к еще большей нестабильности работы генератора, что в конечном итоге влияет на изменение формы излучаемого сигнала и расширение его частотного спектра. Увеличивается так называемое внеполосное излучение РЭС, оказывающее отрицательное влияние на работу соседних РЭС.

#### Глава 4. ЭЛЕМЕНТЫ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ТРАКТОВ СВЧ

#### 4.1. Элементы волноводного тракта

#### 4.1.1. Волноводные сочленения

Для удобства монтажа и ремонта волноводный тракт собирают обычно из отдельных отрезков (секций). Волноводные сочленения служат для соединения секций с одинаковой формой поперечного сечения. Сочленения волноводов могут быть жесткими, гибкими и вращающимися.

Жесткое соединение волноводов осуществляется с помощью фланцев, припаиваемых к концам волноводных секций. Возможны два типа жестких сочленений: контактные и бесконтактные (дроссельно-фланцевые).

Контактное сочленение может осуществляться с помощью притертых фланцев или фланцевых соединений с бронзовыми пружинящими прокладками. В сочленении с притертыми фланцами (рис. 4.1) контакт обеспечивается за счет тщательной обработки и строгой параллельности поверхностей плоских фланцев, которые плотно стягиваются болтами. К недостаткам такого сочленения следует отнести низкую надежность при многократных разборках тракта, малую электрическую прочность, старение контакта, трудность достижения необходимых допусков при массовом изготовлении.

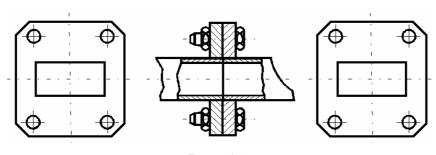


Рис. 4.1

Во фланцевом соединении с бронзовой прокладкой (рис. 4.2) электрический контакт осуществляется пружинящими лепестками прокладки, расположенными по периметру поперечного сечения

волновода. Герметизация сочленения достигается двумя резиновыми прокладками, расположенными в пазах обоих фланцев.

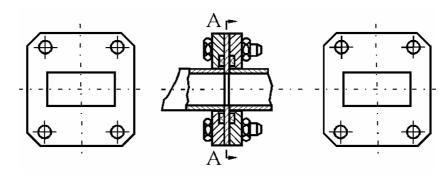
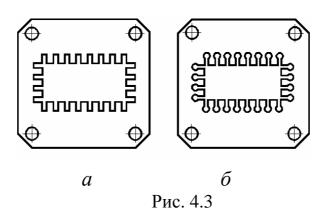


Рис. 4.2

В прокладке с простейшими просечками при сжатии лепестки могут слипаться и не пружинить. Для устранения этого недостатка просечки между лепестками делают шире (рис. 4.3, a). Чтобы избежать появления трещин, в концах просечек могут быть сделаны отверстия (рис. 4.3,  $\delta$ ), снимающие механические напряжения. Сочленение с пружинящей прокладкой конструктивно сложнее сочленения с притертыми фланцами, но надежнее в эксплуатации. Преимущество контактных сочленений заключается в том, что они не ухудшают диапазонных свойств тракта, а недостаток — в утечке энергии через зазоры между лепестками и фланцами, а также в несколько большим уровне потерь при контактах.



В тех случаях, когда не требуется большая полоса пропускания и волноводный тракт часто разбирается, применяются дроссельнофланцевые (бесконтактные) сочленения (рис. 4.4). В таком сочленении используется один обычный плоский фланец, а другой – дроссельный. При этом непосредственного контакта между

соединяемыми волноводами нет (отсюда название сочленения бесконтактное), а электрический контакт (в точке A) обеспечивается при помощи двух четвертьволновых отрезков линий.

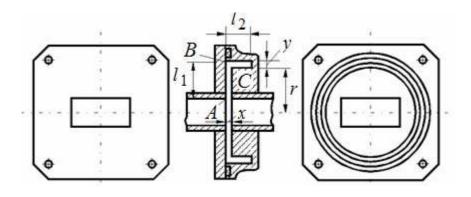


Рис. 4.4

Одним таким отрезком является радиальная линия AB, образованная плоскими частями фланцев. Другим отрезком является короткозамкнутая на конце (в точке C) коаксиальная линия BC, образованная кольцевой проточкой дроссельного фланца. Эти отрезки соединены между собой последовательно и образуют полуволновую линию ABC, закороченную на конце (рис. 4.5, a). Входное сопротивление такой линии равно нулю (при отсутствии потерь), поэтому в точке A обеспечивается электрический контакт между волноводами.

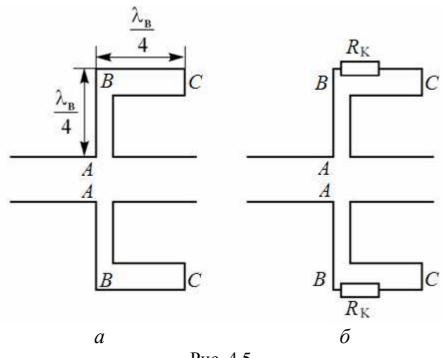


Рис. 4.5

Сопротивление контакта в точке B мало влияет на работу сочленения. Действительно, если в эквивалентную схему ввести последовательно включенное сопротивление контакта  $R_{\rm K}$  (рис. 4.5,  $\delta$ ), то сопротивление нагрузки первого четвертьволнового отрезка линии практически остается близким к бесконечности и электрический контакт в точке A не нарушится.

Таким образом, некоторый перекос или взаимное смещение сочленяемых отрезков не вызовет нарушения электрического контакта между волноводами.

Использование в сочленении резонансных отрезков ограничивает его полосу пропускания. При правильном выборе размеров можно добиться полосы  $\pm 15$  % при  $\hat{E}_{\tilde{N}} \leq 1,06$ . Уровень мощности, просачивающейся через сочленение, составляет (60÷80) дБ. Длины отрезков выбираются  $l_1 = \frac{\lambda_B}{4}$ ;  $l_2 \approx \frac{\lambda_B}{4}$ .

Зазор x между плоскими частями фланцев выбирается из конструктивных соображений и в зависимости от размеров поперечного сечения волноводов может быть порядка  $x = 0,2 \div 1$  m. Для увеличения диапазонности сочленения волновые сопротивления радиальной (AB) и кольцевой (BC) линий должны быть различны. Это достигается выбором ширины кольцевой проточки, которую обычно берут равной  $y = (2 \div 5) x$ .

**Гибкие сочленения** (гибкие волноводы) применяются в тех случаях, когда необходимо обеспечить небольшие перемещения волноводов относительно друг друга, а также для устранения передачи механических нагрузок (например вибрации) от одной части тракта к другой. Гибкие волноводы могут быть нерезонансными или резонансными.

К нерезонансным гибким волноводам относятся гофрированные и сетчатые волноводы. Гофрированные волноводы выполняются из тонкостенных металлических труб. Средние размеры поперечного сечения гофрированного волновода берутся такими же, как и у основного волновода. Для уменьшения паразитных отражений глубину и ширину гофрировки или величину ячеек сетки делают малыми по сравнению с длиной волны. При выполнении этих условий величина КС не превышает 1,1 и волновод имеет достаточную элек-

трическую прочность. Гибкие волноводы обычно покрываются резиновой оболочкой, что увеличивает их упругость и механическую прочность, а также предохраняет от коррозии.

Резонансный гибкий волновод (рис. 4.6) состоит из отдельных секций — коротких волноводов, контакт между которыми обеспечивается дроссельно-фланцевыми сочленениями. Секции соединяются в единое целое при помощи резиновой или пружинной оболочки. Чтобы уменьшить отражения, длина каждого отрезка берется равной четверти длины волны в волноводе. Для лучшей взаимной компенсации отражений сочленение должно содержать четное число стыков, т. е. нечетное число секций.

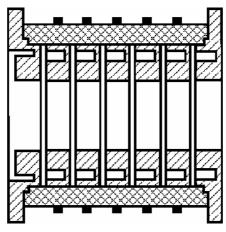


Рис. 4.6

Между соседними секциями допустимы небольшие смещения. В целом же на весь гибкий волновод можно получить довольно большое смещение или сгиб. Чем больше число элементов в таком волноводе, тем больше допустимое суммарное смещение.

**Вращающиеся сочленения** применяются для передачи электромагнитной энергии из неподвижного волновода во вращающий. Необходимость применения вращающегося сочленения возникает, например, в волноводном тракте РЭС, у которого антенная система вращается, а передающая и приемная аппаратура неподвижна. Чтобы при вращении одной части волноводного тракта относительно другой не происходило изменения величины передаваемой мощности, во вращающемся сочленении необходимо использовать такие типы волн, у которых структура электромагнитного поля имеет осевую симметрию:  $E_{01}$  в круглом волноводе и TEM в коаксиальной линии.

Во вращающемся сочленении, показанном на рисунке 4.7, используется волна  $E_{01}$  в круглом волноводе. Вращающееся сочленение состоит из двух трансформаторов типов волн, обеспечивающих преобразование волны  $H_{10}$  прямоугольного волновода в волну  $E_{01}$  круглого волновода и наоборот. Отрезки круглых волноводов обоих трансформаторов соединены между собой последовательно. Волна  $H_{10}$ , распространяющаяся в прямоугольном волноводе 1 возбуждает в круглом волноводе 2 волну  $E_{01}$ , которая, в свою очередь, возбуждает в прямоугольном волноводе 3 волну  $H_{10}$ .

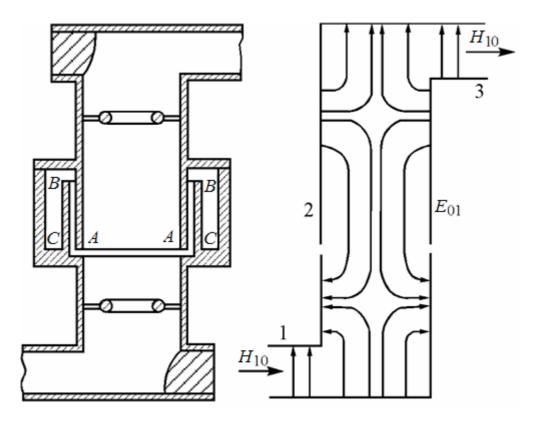


Рис. 4.7

Электромагнитное поле волны  $E_{01}$  имеет осевую симметрию, поэтому передача энергии из волновода 1 в волновод 3 (и наоборот) не зависит от их взаимного расположения. Электрический контакт между неподвижной и вращающейся частями круглого волновода обеспечивается при помощи дроссельного сочленения, образованного двумя четвертьволновыми отрезками AB и BC коаксиальной линии. Коаксиальная линия BC

закорочена на конце. Принцип работы этого сочленения не отличается от принципа работы дроссельно-фланцевого сочленения, рассмотренного выше. В обоих отрезках линии возбуждается волна TEM, поэтому их длина должна быть равна  $\frac{\lambda_{\rm B}}{4}$ . Для увеличения диапазонности так же, как и при дроссельно-фланцевом сочленении, волновые сопротивления отрезков берутся разными, что обеспечивается различным соотношением внутреннего и наружного диаметров линий. Диаметр круглого волновода вращающегося сочленения выбирают так, чтобы по нему могла распространяться волна  $E_{01}$ :  $0.77\lambda < d < 0.97\lambda$ .

При этом в круглом волноводе может распространяться и несимметричная волна  $H_{11}$  основного типа. За счет этой волны при вращении происходит изменение амплитуды выходного сигнала. Для подавления волны  $H_{11}$  применяются резонансные металлические кольца или короткозамкнутые шлейфы, которые устанавливаются в обоих трансформаторах. Расстояние между кольцами выбираются так, что отражения волны  $E_{01}$ , обусловленные кольцами, взаимно компенсируются. Для согласования вращающегося сочленения в круглом волноводе могут устанавливаться кольцевые диафрагмы, а в прямоугольном — индуктивная диафрагма, или штырь.

Вращающееся сочленение, в котором используется коаксиальная линия с волной TEM, представлено на рисунке 4.8. Волна  $H_{10}$ , распространяющаяся в прямоугольном волноводе 1, волноводнокоаксиальным переходом пуговичного типа трансформируется в волну TEM коаксиальной линии 2. Волна TEM при помощи пестикового коаксиально-волноводного перехода (возбуждающего устройства) преобразуется в волну  $H_{10}$  прямоугольного волновода 3. Аналогичное преобразование волн происходит при обратном направлении передачи энергии. Так как волна TEM имеет осевую симметрию поля, то коэффициент передачи энергии не зависит от взаимного расположения волноводов 1 и 3. Чтобы один волновод мог вращаться относительно другого, наружный проводник коаксиальной линии выполняется из двух частей. Электрический контакт между частями, как и в сочленении на круглом волноводе, обеспечивается при по-

мощи дроссельного сочленения, образованного двумя четвертьволновыми отрезками линий.

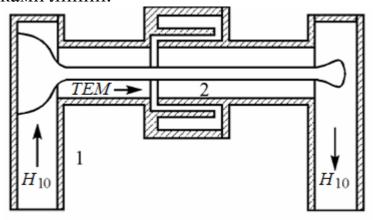


Рис. 4.8

Существенным недостатком такого сочленения является трудность центровки внутреннего проводника относительно вращающейся части коаксиальной линии. Нарушение осевой симметрии ведет к модуляции по амплитуде выходного сигнала и ухудшению электрической прочности.

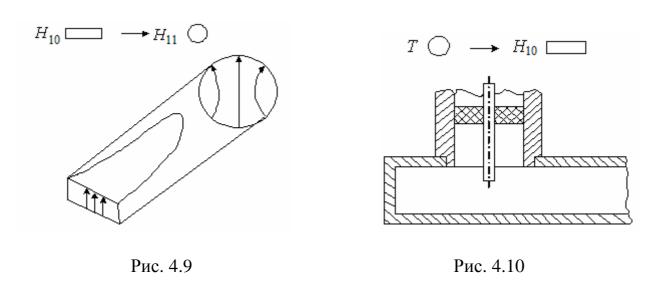
#### 4.1.2. Трансформаторы типов волн (волноводные переходы)

Включение вращающегося сочленения (рис. 4.7) в волноводный тракт, выполненный из прямоугольного волновода с волной  $H_{10}$ , требует специальных переходов. Волноводный переход трансформирует волну  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе в волну  $E_{01}$  в круглом. Круглый волновод (2), размеры которого выбираются из условия распространения волны  $E_{01}$ , соединяется с прямоугольным (1) через круглое отверстие, вырезанное на широкой верхней стенке волновода. В нижнюю стенку может вводиться штырь, расположенный аксиально по отношению к круглому волноводу. Для компенсации волн, отраженных от штыря и отверстия, служит согласующий короткозамыкающий поршень, положение которого подбирается путем настройки на бегущую волну.

Трансформация волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе в волну  $H_{11}$  в круглом волноводе может осуществляться с помощью плавного перехода (рис. 4.9). Постепенная деформация формы по-

перечного сечения от прямоугольной к круглой обеспечивает требуемое преобразование волн. Для достижения хорошего согласования в широкой полосе частот длина перехода должна превышать длину волны.

Во вращающемся сочленении (рис. 4.8) используется коаксиально-волноводный переход (рис. 4.10), преобразующий T-волну в волну  $H_{10}$ .



Основным элементом перехода является штырь, роль которого выполняет внутренний проводник коаксиала, введенный в полость прямоугольного волновода. Согласование осуществляется путем выбора геометрических размеров штыря и места его включения в волновод. Кроме того, используются и другие согласующие элементы: диафрагмы, ступенчатые переходы и т. д. Конструкции коаксиально-волноводных переходов в зависимости от требований, предъявляемых к ним, весьма разнообразны.

#### 4.1.3. Короткозамыкающие поршни

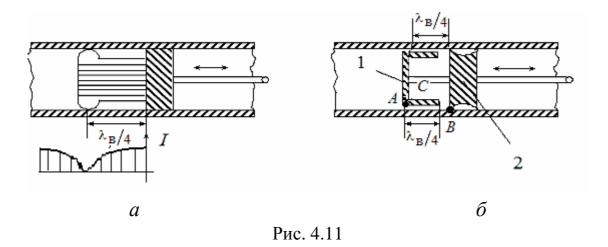
Назначение поршня – обеспечить перемещение в линии передачи плоскости короткого замыкания. Основным требованием, предъявляемым к поршню, является получение стоячей волны при коэффициенте отражения, близком к единице. Следовательно, потери при движении поршня должны быть минимальными. Качество

контакта не должно ухудшаться в процессе эксплуатации поршня. Недопустимо также искрение в месте контакта при работе с большими уровнями мощности. Контактный поршень, выполненный в виде пластины, повторяющей форму и размеры поперечного сечения волновода и обеспечивающей механический контакт по всему периметру поршня, распространения не получил из-за жестких требований к допускам на размеры и чистоте обработки, а также быстрого износа контактирующих поверхностей.

Лучшими электрическими характеристиками обладает поршень с пружинящими контактными лепестками (рис. 4.11, a). Контакт обеспечивается за счет упругости лепестков, причем место контакта вынесено на расстояние  $\lambda_{\rm B}/4$  от плоскости короткого замыкания в узел продольного тока. Недостатки лепесткового поршня — постепенный износ лепестков, непостоянство контакта при перемещении, искрение при больших мощностях — обусловлены наличием механического контакта поршня с волноводом.

Эти недостатки устраняются при использовании электрического контакта, реализуемого в дроссельном поршне. Способ обеспечения контакта такой же, как в дроссельном фланце. Одна из конструкций дроссельного поршня представлена на рисунке 4.11,  $\delta$ . Металлический колпачок 1 крепится к металлическому сухарю 2. Продольный размер колпачка и глубина его внутренней полости равны  $\lambda_{\rm B}/4$ . В результате образуется полуволновая короткозамкнутая линия  $AB{\rm C}$ , входное сопротивление которой в точке  $AZ_{\rm BX}$  A=0, т. е. между торцевой плоскостью колпачка и стенками волновода имеет место электрический контакт. Качество механического контакта между сухарем и волноводом не влияет на  $Z_{\rm BX}$ , так как точка контакта B находится в узле продольного тока.

Дроссельный поршень узкополосен. Улучшения диапазонных свойств можно достичь путем подбора размеров зазора между колпачком и волноводом. Несмотря на сложность конструкции, дроссельные поршни широко применяются в технике СВЧ в качестве согласующих и настроечных элементов.



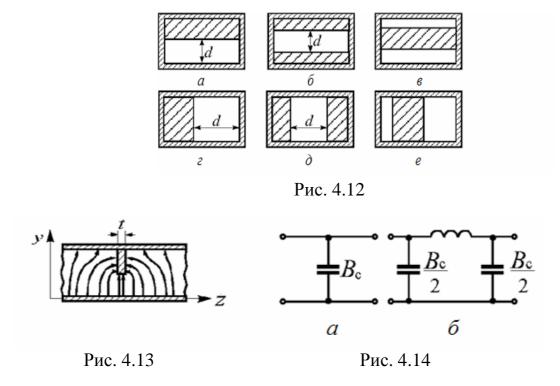
Исключение составляет круглый волновод с волной  $H_{01}$ , у которой отсутствуют продольные токи на стенках волновода. Контакт в этом случае необязателен, что позволяет применять как контактные, так бесконтактные плоские поршни.

### 4.1.4. Диафрагмы и штыри в волноводе

Диафрагма — металлическая пластинка, помещенная поперек волновода и частично перекрывающая его. Толщина пластины берется во много раз меньше длины волны в волноводе. Диафрагма создает в волноводе реактивную проводимость, характер которой определяется волнами высших типов, возбуждаемых диафрагмой.

В зависимости от характера проводимости различают емкостные (рис. 4.12, a,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) и индуктивные (рис. 4.12,  $\epsilon$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon$ ) диафрагмы, несимметричные и симметричные. Типы волн высших типов, а следовательно, и структура электромагнитного поля около диафрагмы определяются ее конфигурацией.

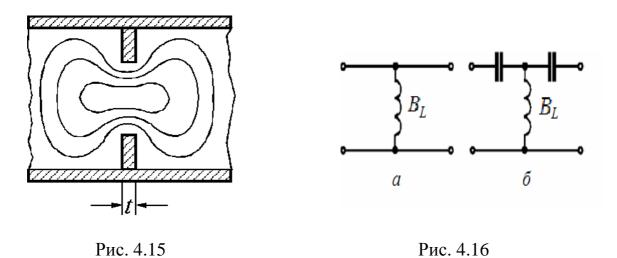
На рисунке 4.13 показана примерная структура электрического поля около несимметричной емкостной диафрагмы. Из рисунка видно, что около диафрагмы имеется продольная составляющая электрического поля, следовательно, диафрагма возбуждает волны высших типов  $E_{\rm mn}$ . Такая неоднородность имеет емкостный характер, поэтому и диафрагмы (рис. 4.12, a,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) называются емкостными. Эквивалентная схема для бесконечно тонкой емкостной диафрагмы приведена на рисунке 4.14, а для емкостной диафрагмы конечной толщины — на рисунке 4.14,  $\delta$ .



В плоскости индуктивной диафрагмы электрическое поле имеет такой же характер, как и в основном волноводе, а магнитные силовые линии деформируются (рис. 4.15). Это объясняется тем, что за счет токов, наводимых на диафрагме, в волноводе возбуждаются волны  $H_{mn}$  высших типов. Для нераспространяющихся колебаний типа  $H_{mn}$ , как видно из рисунка 4.15, волновое сопротивление волновода реактивно и имеет индуктивный характер. За счет этого вблизи диафрагмы преобладает магнитная энергия. Такие диафрагмы (рис. 4.12,  $\varepsilon$ ,  $\vartheta$ ,  $\varepsilon$ ) называются индуктивными. На рисунке 4.16,  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$ 0 изображены эквивалентные схемы для бесконечно тонкой индуктивной диафрагмы и индуктивной диафрагмы конечной толщины соответственно.

Величина реактивной проводимости диафрагм зависит от размера d окна. Чем меньше размер окна, тем больше реактивная проводимость диафрагмы, тем больше отражение от нее. Если d=0, то проводимость диафрагмы равна бесконечности, что соответствует короткому замыканию волновода (полное отражение). Наиболее часто применяются симметричные диафрагмы. Величина приведенной проводимости таких диафрагм определяется их формой, толщиной и месторасположением.

Емкостная диафрагма применяется редко, так как она резко ухудшает электрическую прочность волновода, что связано с концентрацией электрического поля на краях диафрагмы.



Реактивный штырь можно рассматривать как частный случай диафрагмы (термин «штыревая диафрагма»). Штыри представляют собой круглые металлические стержни, расположенные в поперечном сечении волновода перпендикулярно его стенкам. Штырь, расположенный параллельно широким стенкам (рис. 4.17, а), имеет емкостную проводимость, а штырь, расположенный параллельно узким стенкам (рис. 4.17, б), – индуктивную проводимость. Величина проводимости штырей зависит от их диаметра: при увеличении диаметра проводимость увеличивается. Проводимость индуктивного штыря, кроме того, зависит от места его расположения в поперечном сечении, так как интенсивность электромагнитного поля вдоль широкой стенки не одинакова. Максимальную проводимость индуктивный штырь имеет, если его включить в центре поперечного сечения.

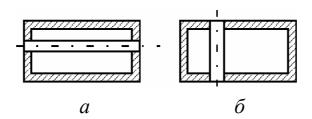


Рис. 4.17

Емкостный штырь, как и емкостная диафрагма, в значительной степени снижает электрическую прочность волновода и применяется редко.

Рассмотренные диафрагмы и штыри имеют общий недостаток – их нельзя перестраивать в процессе эксплуатации тракта. На практике часто требуется изменять вносимую в волновод реактивность. Это необходимо, например, при окончательной заводской настройке отдельных волноводных элементов (фильтров, мостов и пр.), при перестройке элементов тракта в процессе эксплуатации, а также настройке измерительной аппаратуры. В качестве перестраиваемых реактивных элементов в волноводах используются штыри с изменяемой глубиной погружения. Обычно такие штыри устанавливаются в центре широкой стенки волновода (рис. 4.18, a). Величина реактивности, вносимой штырем, зависит от его диаметра и длины (глубины погружения). Кроме того, при изменении глубины погружения изменяется не только величина, но и знак реактивности штыря. Теоретически и экспериментально показано, что при длине  $l < \frac{\lambda}{4}$  штырь создает емкостное сопротивление, а при  $l > \frac{\lambda}{4}$  — индуктивное.

Если длина штыря равна  $l=\frac{\Lambda}{4}$ , то реактивное сопротивление равно нулю, т. е. штырь оказывается эквивалентным последовательному колебательному контуру, настроенному в резонанс. Поэтому участок волновода с построечным штырем замещается отрезком длинной линии с параллельно включенным последовательным колебательным контуром (рис. 4.18,  $\delta$ ).

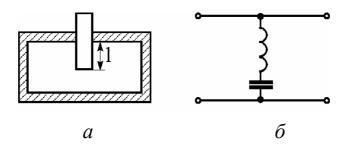


Рис. 4.18

Для эффективного согласования в диапазоне частот иногда устанавливают несколько (до 4–5) штырей, разнесенных на расстояние  $\frac{\lambda_B}{4}$  друг от друга.

Комбинированная диафрагма, сочетающая индуктивную и емкостную диафрагмы, называется резонансной диафрагмой, или резонансным окном. Ее эквивалентной схемой является параллельный колебательный контур.

Диафрагмы в качестве отражающих элементов служат для согласования, применяются в фильтрах СВЧ для реализации реактивных элементов и резонансных контуров.

# 4.2. Согласующие устройства в волноводах

Оптимальным режимом работы линии передачи является режим согласования (режим бегущих волн), когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению  $Z_{\rm H} = \rho$ .

Однако часто сопротивление оконечной нагрузки (например антенны) не равно волновому сопротивлению волновода, поэтому в тракте появляется отраженная от нагрузки волна.

Для устранения отраженной волны устанавливают согласующие устройства, представляющие собой неоднородности в волноводе. Волна, отраженная от этих неоднородностей, компенсирует отраженную от нагрузки волну. При согласовании волноводов используются те же методы, что и при согласовании длинных линий:

- включение в волновод реактивных элементов;
- включение в волновод четвертьволновых трансформаторов.

Согласование волноводов с помощью реактивных элементов по своей идее ничем не отличается от метода реактивного шунта Татаринова (см. пункт 3.5), применяющегося при согласовании длинных линий. Сущность его состоит в том, что находят такое сечение волновода, в котором активная составляющая проводимости равна волновой проводимости волновода (см. выражение 3.32), т. е.

$$Y = \frac{1}{\rho} \pm jB$$
 или  $Y' = 1 \pm jB'$ . В это сечение включают реактивный

элемент, проводимость которого  $Y_{\rm p.~9}$  равна по величине и противоположна по знаку реактивной проводимости в данном сечении вол-

новода (выражение 3.33). Суммарная проводимость  $Y_{\Sigma}$  в этом сечении будет активной и равной волновой проводимости волновода:

$$Y_{\Sigma} = Y + Y_{\text{p.}\,\Theta} = \frac{1}{\rho} \pm jB \mp jB = \frac{1}{\rho},$$

или в приведенных значениях

$$Y'_{\Sigma} = Y' + Y'_{p. \, 9} = 1 \pm jB' \mp jB' = 1$$
.

В качестве реактивных элементов в волноводе используются диафрагмы, штыри, короткозамкнутые шлейфы.

### 4.2.1. Согласующие диафрагмы и штыри

Конструкции диафрагм и штырей рассмотрены в пункте 4.1.4. Расчет согласующих диафрагм сводится к определению их размеров и места включения. Размер диафрагмы и место ее включения зависят от амплитуды и фазы отраженной волны в волноводе. По аналогии с длинными линиями место включения диафрагмы и величину ее проводимости можно определить с помощью круговой диаграммы проводимостей (см. пункты 3.4, 3.5). Для этого необходимо знать сопротивление нагрузки или характер распределения поля в волноводе, волновое сопротивление волновода и рабочую длину волны. Расчет производится в следующей последовательности. Определяется приведенное сопротивление нагрузки

$$Z'_{\rm H} = \frac{Z_{\rm H}}{\rho_{\rm H}} = R'_{\rm H} \pm jX'_{\rm H},$$

и на диаграмме находится точка, соответствующая этому сопротивлению. Переходя к диаграмме проводимостей, получим точку приведенной проводимости, диаметральную точке приведенного сопротивления. Для определения места включения согласующей проводимости нужно перемещаться от нагрузки в сторону генератора по линии постоянного КСВ на такое приведенное расстояние, чтобы выполнялось условие выражения (3.33), т. е.  $Y' = 1 \pm jB'$ . На диаграмме это условие выполняется в двух точках, соответствующих

пересечению окружности постоянного значения КСВ с окружностью приведенной активной проводимости, равной единице.

В сечении волновода, соответствующем первой точке пересечения, реактивная составляющая проводимости имеет индуктивный характер, следовательно, в соответствии с выражением (3.33) в это сечение необходимо включать емкостную диафрагму. Расстояние от нагрузки до места включения диафрагмы будет равно  $l_1 = l_1' \lambda_B$ .

Если согласование производится с помощью индуктивной диафрагмы, то ее следует включать в то сечение волновода, где реактивная составляющая проводимости имеет емкостный характер. При этом величина приведенной проводимости диафрагмы равна по величине и противоположна по знаку реактивной проводимости в месте включения, а расстояние до места включения  $l_2 = l_2' \lambda_{\rm B}$ . Зная приведенное значение проводимости, можно рассчитать размер окна диафрагмы. Согласование реактивными штырями осуществляется так же, как и диафрагмами.

#### 4.2.2. Согласующие шлейфы

Волноводный шлейф представляет собой короткозамкнутый отрезок волновода, включенный в широкую (рис. 4.19, a) или узкую (рис. 4.19,  $\delta$ ) стенку основного волновода.

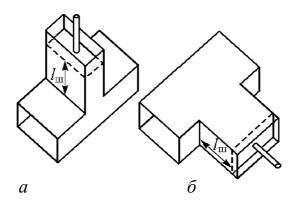
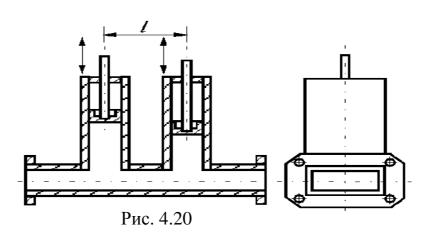


Рис. 4.19

Это по существу волноводный E- или H- тройник, боковое плечо которого закорочено подвижным поршнем. Нужную величину реактивности, вводимой в волновод, получают изменением положения поршня. Расчет шлейфа можно производить с помощью круговой диаграммы, используя известную методику (см. главу 3). Одна-

ко такой расчет является приближенным. Поэтому полученные при расчете данные надо уточнить экспериментально. Шлейф, подобно диафрагме, является узкополосным, так как для согласования в полосе частот нужно подбирать не только длину, но и место его включения. Перемещение шлейфа в процессе работы практически невозможно, поэтому для согласования в полосе частот используют два или три шлейфа. В первом случае (рис. 4.20) расстояние между шлейфами берется равным нечетному числу  $\frac{\lambda_B}{8}$ , т. е.  $l=(2m+1)\frac{\lambda_B}{8}$ , где  $m=0,1,2,\ldots$  Чаще всего принимают  $l=\frac{3}{8}\lambda_B$ , так как при этом обеспечивается согласование в более широком диапазоне частот.



Если применяются три шлейфа, то расстояние между ними берется равным  $\frac{\lambda_B}{4}$ . В литературе такие согласующие устройства называются волноводными шлейфовыми трансформаторами (соответственно одно-, двух- и трехшлейфовыми). Они более широкополосны, чем другие согласующие устройства, меньше ухудшают электрическую прочность волновода, но они громоздки. Применение шлейфовых трансформаторов ограничено.

# 4.2.3. Согласующие трансформаторы

Для согласования волноводных трактов так же, как и длинных линий, широко применяются четвертьволновые трансформаторы. Принцип работы такого согласующего устройства и порядок их расчета рассмотрен в пункте 3.5.

Волноводный четвертьволновый трансформатор представляет собой участок волновода длиной  $\frac{\lambda_{\rm B}}{4}$  с волновым сопротивлением, отличающимся от волнового сопротивления согласуемого волновода. Для изменения волнового сопротивления по напряжению нужно изменять размеры a и b поперечного сечения волновода. При согласовании волновода обычно уменьшают размер узкой стенки путем введения в волновод четвертьволновой металлической вставки (рис. 4.21).

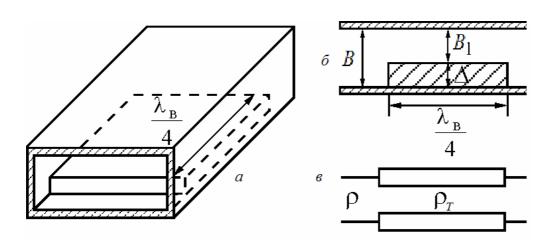


Рис. 4.21. Волноводный четвертьволновый согласующий трансформатор: a — общий вид;  $\delta$  — разрез в продольной плоскости;  $\epsilon$  — эквивалентная схема

Для такого трансформатора величина  $\rho_T$  меньше, чем волновое сопротивление волновода, поэтому, как следует из пункта 3.5, его нужно включать в минимум напряженности электрического поля. Толщину  $\Delta$  вставки можно определить, воспользовавшись выражениями

$$b_1 = b\sqrt{K_{6}};$$
  $\Delta = b - b_1 = b - b\sqrt{K_{6}}$  или  $\Delta = b(1 - \sqrt{K_{6}}).$ 

Расстояние до места включения трансформатора определяется по круговой диаграмме. Эти расчеты основываются на использовании упрощенной (не учитывающей волн высших типов) схемы замещения (рис. 4.21,  $\theta$ ), поэтому они должны уточняться экспериментально.

Четвертьволновые трансформаторы применяются также при соединении волноводов с различными размерами поперечных сече-

ний (рис. 4.22). В этом случае волновое сопротивление трансформатора определяется по формуле  $\rho_T = \sqrt{\rho_1 \rho_2}$ . При этом предполагается, что волновод 2 согласован. Одноступенчатые трансформаторы применяются в том случае, когда размеры поперечных сечений отличаются незначительно. В противном случае используются многоступенчатые трансформаторы, обеспечивающие получение максимальной полосы пропускания при минимальной длине перехода. Это требование выполняется за счет выбора оптимального закона изменения волнового сопротивления ступенек трансформатора. Наибольшее распространение получили ступенчатые трансформаторы с чебышевской или максимально плоской частотной характеристикой.

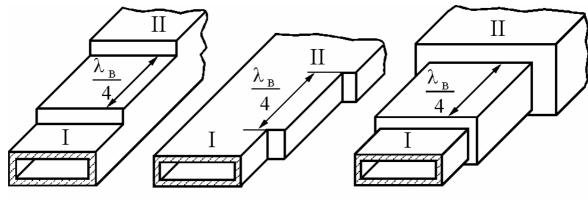


Рис. 4.22

Для сочленения волноводов с различными размерами поперечных сечений, кроме ступенчатых, применяются плавные трансформаторы или переходы (рис. 4.23, a,  $\delta$ ). Они являются более широкополосными из всех рассмотренных устройств, но имеют большую длину.

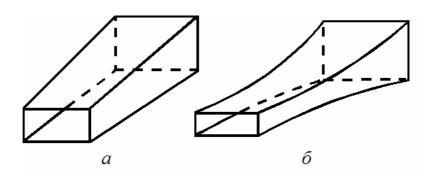


Рис. 4.23

Кроме указанных двух методов волноводных трактах находит применение метод согласования, основанный на поглощении отраженной волны. Для этой цели применяются так называемые невзаимные волноводные устройства: вентили и циркуляторы.

#### 4.3. Частотные фильтры СВЧ

Частотные фильтры СВЧ предназначены для пропускания колебаний определенной полосы частот  $\Delta f$  и представляют собой устройства, обладающие резко выраженной зависимостью коэффициента передачи от частоты f:

$$\dot{S}_{21} = S_{21}(f)e^{j\phi_{21}(f)},$$
  
 $S_{21} = |\dot{S}_{21}| - A4X, \quad \phi_{21}(f) - \Phi4X.$ 

В полосе пропускания (прозрачности) фильтра  $S_{21}(f) \approx 1$ , а зависимость  $\phi_{21}(f)$  — приблизительно линейная. В полосе заграждения (непрозрачности)  $S_{21}(f) << 1$ .

Основные параметры фильтров СВЧ:

- $-f_0$  резонансная (средняя) частота полосы пропускания;
- полоса пропускания  $2\Delta f$ ;
- добротность  $Q = \frac{f_0}{2\Delta f}$ ;
- вносимое ослабление  $L = -20 \lg S_{21}(f)$ .

Полоса пропускания — это полоса частот  $2\Delta f$ , на границах которой мощность, проходящая через фильтр, уменьшается вдвое. В полосе пропускания вносимое ослабление L не должно превышать некоторой допустимой величины. Вне полосы пропускания вносимое ослабление должно быть как можно большим. Фильтр с высокой добротностью Q обладает узкой полосой пропускания  $2\Delta f$  и наоборот.

Волноводные частотные фильтры имеют не только конструктивные, но и принципиальные отличия от частотных фильтров НЧ. Наибольшее распространение на СВЧ получили полосовые и заграждающие (режекторные) фильтры.

**Полосовые частотные фильтры** представляют собой отрезки волноводов с реактивными неоднородностями в виде диафрагм или штырей. Расположение неоднородностей и их проводимости выбирают так, чтобы на резонансной частоте  $f_0$  фильтра волны, отраженные от неоднородностей, компенсировали друг друга, т. е. при  $f = f_0$  входная проводимость фильтра равна волновой.

В этом случае коэффициент отражения фильтра равен нулю, поэтому вся подводимая мощность будет проходить через фильтр к нагрузке. На других частотах равенство выполняться не будет, следовательно, появится отраженная волна и проходящая через фильтр мощность уменьшится. Зависимость мощности, проходящей через фильтр, от частоты определяется частотной характеристикой  $F(f) = \frac{P}{P_0}$ , где  $P_0$  и P — мощности на входе и выходе фильтра соответственно.

Примерный вид частотной характеристики полосового фильтра показан на рисунке 4.24.

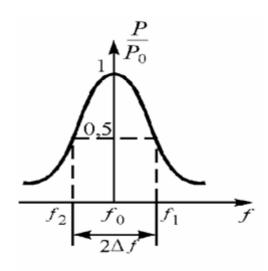


Рис. 4.24

Простейшим полосовым частотным фильтром является резонансная диафрагма в волноводе, представляющая комбинацию емкостной и индуктивной диафрагм (рис. 4.25), а ее эквивалентную схему удобно представить в виде параллельного колебательного контура. При равенстве емкостной и индуктивной проводимостей колебательный контур будет настроен в резонанс, его сопротивле-

ние бесконечно велико (если нет потерь), и он не влияет на распространение энергии в линии.

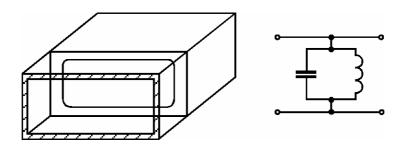


Рис. 4.25

При отклонении от резонансной частоты диафрагма имеет емкостную или индуктивную проводимость, поэтому часть проходящей по волноводу мощности отражается. Следовательно, резонансная диафрагма является полосовым частотным фильтром. Резонансная частота фильтра зависит от размеров и формы окна диафрагмы. Диафрагма резонирует, если периметр отверстия примерно равен длине волны. Так как резонансные диафрагмы имеют небольшую добротность, они не позволяют получить узкую полосу пропускания и хорошую избирательность. Их электрическая прочность мала.

Наибольшее распространение получили полосовые фильтры, образованные несколькими реактивностями, включенными в волновод на определенном расстоянии друг от друга. Две соседние реактивности образуют волноводную резонансную камеру. В зависимости от числа реактивностей различают однокамерные и многокамерные фильтры.

Однокамерный полосовой фильтр представляет собой отрезок, ограниченный двумя одинаковыми диафрагмами. Расстояние между диафрагмами называется длиной камеры. Для увеличения добротности нужно увеличивать проводимость диафрагм, т. е. уменьшать размер окон и увеличивать длину камеры. Камера может быть образована несимметричными индуктивными или емкостными диафрагмами. В последнее время широко применяются полосовые фильтры, у которых резонансные камеры образованы индуктивными

штырями. Такие камеры имеют высокую добротность, так как штыри вносят меньшие потери, чем диафрагмы. Однокамерные полосовые фильтры не позволяют получить достаточно узкую (менее 10 %) полосу пропускания, частотная характеристика однокамерного фильтра пологая, поэтому его избирательность мала. Чтобы получить узкую полосу пропускания и хорошую избирательность, применяют многокамерные фильтры.

Многокамерные волноводные фильтры образуются из двух, трех, четырех и большего числа резонансных камер, связанных между собой. Число резонансных частот равно числу камер фильтра. Поэтому частотная характеристика имеет несколько максимумов, соответствующих числу резонансных частот. Расположение максимумов зависит от степени связи камер. В зависимости от способа связи соседних камер различают многокамерные фильтры с непосредственной и объемной связями. В фильтрах с непосредственной связью камеры связаны через общую реактивность, величина которой определяет степень связи.

При объемной связи камеры соединяются отрезками волноводов. Степень связи в этом случае зависит от длины отрезков. Многокамерные фильтры образуются из одинаковых камер или из камер, параметры которых изменяются по определенному закону.

Форма частотной характеристики (рис. 4.26) зависит от числа резонансных камер и величины связи между ними.

Волноводные полосовые фильтры с непосредственной связью применяются там, где требуется очень узкая полоса пропускания и необходимы сравнительно небольшие габариты. Обычно в таких фильтрах более четырех камер не применяют.

Волноводный полосовой фильтр с объемной связью состоит из самостоятельных резонансных камер, соединенных между собой отрезками волноводов, длина которых примерно равна  $\frac{2m+1}{4}\lambda_{\rm B}$ . Потому часто такие фильтры называются фильтрами с четвертьволновыми связями.

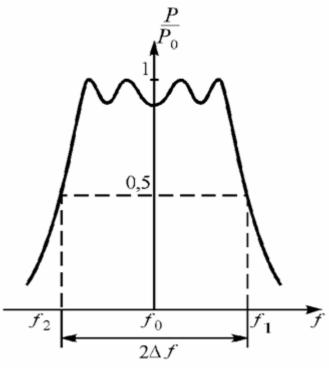
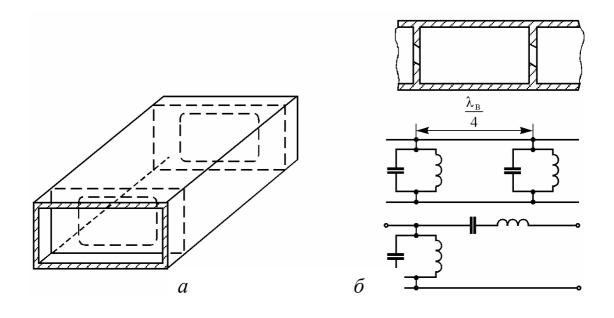


Рис. 4.26

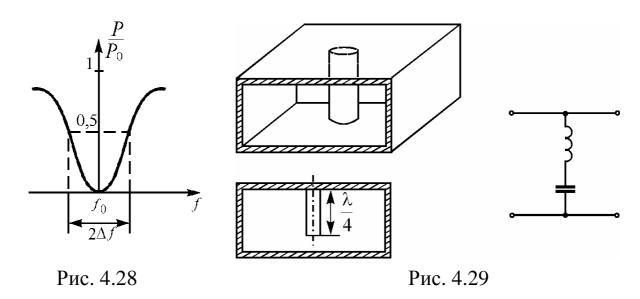
В технике СВЧ используются фильтры, состоящие из двух резонансных диафрагм, включенных на расстоянии  $\frac{\lambda_{\rm B}}{4}$  друг от друга (рис. 4.27, a). Камера, образованная двумя диафрагмами, эквивалентна  $\Gamma$ -образному полузвену полосового фильтра (рис. 4.27,  $\delta$ ). Часто такие камеры выполняют две функции: фильтра и высокочастотного разрядника. Многокамерные полосовые фильтры с объемными связями более просты в производстве, так как отдельные камеры могут настраиваться независимо друг от друга.

Недостатком таких фильтров является увеличение габаритов на 25–40 % больше по сравнению с фильтрами с непосредственной связью. В этом отношении более целесообразно использовать в многокамерных фильтрах с объемной связью резонансные диафрагмы. Однако, как уже указывалось, они имеют малую добротность и не могут применяться в узкополосных фильтрах.



# Заграждающ большое затухания зрачны (имеют ма вид частотной хар рисунке 4.28.

**ильтры** обеспечивают тот и практически прох частотах. Примерный его фильтра показан на



В волноводе простейшей сосредоточенной неоднородностью, эквивалентной последовательному контуру, является штырь длиной  $\frac{\lambda}{4}$  (рис. 4.29). На практике чаще применяются резонансный элемент в виде емкостного штыря и штыря связи, а также резонансные эле-

менты с распределенными неоднородностями в виде закороченных E- или H-шлейфов, связанных с волноводом через щель, прорезанную в стенке, поэтому он представляет собой резонансную камеру.

## 4.4. Направленные ответвители

**Направленным ответвителем** (НО) называется устройство, позволяющее ответвлять из основного тракта раздельно мощность падающей и отраженной волн.

Волноводный направленный ответвитель представляет собой

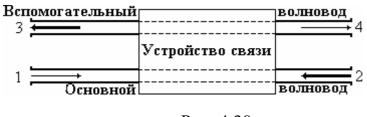


Рис. 4.30

два волновода, соединенных одним или несколькими элементами связи, позволяющими ответвить часть энергии из основного волновода во вспомогатель-

ный. Обобщенная эквивалентная схема направленного ответвителя в виде восьмиполюсника изображена на рисунке 4.30. На эквивалентной схеме основной волновод изображен линией 1–2, а вспомогательный волновод – линией 3–4.

Если ответвитель возбуждается со стороны плеча 1, то при отсутствии отраженной волны в основном волноводе энергия ответвляется только в одно плечо вспомогательного волновода (например плечо 4). При возбуждении НО со стороны плеча 2 энергия будет ответвляться только в плечо 3. Фаза колебаний во вспомогательном волноводе отстает на угол  $\varphi = 90^\circ$  от фазы колебаний в основном волноводе.

Наибольшее распространение получили два типа направленных ответвителей: с отверстиями связи в узкой стенке волновода и крестообразной формы.

Направленный ответвитель с двумя отверстиями связи в узкой стенке волновода изображен на рисунке 4.31.

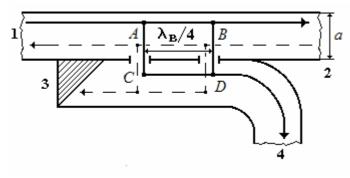


Рис. 4.31

НО имеет два отверстия связи в узкой стенке волновода, расположенных на расстоянии  $\frac{\lambda_B}{4}$  друг от друга. При распространении прямой волны из плеча 1 в плечо 2 часть энергии из основного волновода через отверстия связи попадает во вспомогательный волновод. При этом поле  $E_C$  в точке C будет определяться суперпозицией двух полей  $E_{AC}$  и  $E_{ABDC}$ , а  $E_D$  (в точке  $E_{ABDC}$ ) — суперпозицией  $E_{AED}$  и  $E_{ACD}$ . Поля  $E_{AC}$  и  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в поступает, поля  $E_{ACD}$  и  $E_{ABD}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в поступает, поля  $E_{ACD}$  и  $E_{ABD}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в поступает, поля  $E_{ACD}$  и  $E_{ABD}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в поступает в плечо  $E_{ABDC}$  в плечо  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в точке  $E_{ABDC}$  в поступает в плечо  $E_{ABDC}$  в

При распространении обратной волны из плеча 2 в плечо 1 часть энергии из основного волновода через отверстия связи попадает во вспомогательный волновод. Рассуждая аналогичным образом, можно убедиться, что ответвленная энергия отраженной волны поступит в плечо 3 вспомогательного волновода и не поступит в плечо 4.

Недостатками НО с двумя отверстиями связи является его узкополосность и малая ответвляемая мощность. Для устранения недостатков увеличивают количество отверстий связи в узкой стенке.

**Направленный ответвитель крестообразной формы** (рис. 4.32) имеет два крестообразных отверстия связи, прорезанные в общей части широкой стенки двух взаимно перпендикулярных волноводов.

Для уяснения принципа работы такого HO рассмотрим, как ведет себя вектор  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля основной волны прямоугольного волновода в его поперечном сечении.

Рис

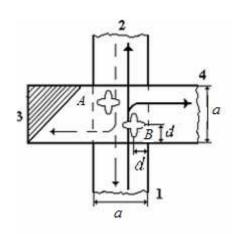


Рис. 4.32

Магнитное поле основной волны  $H_{10}$  прямоугольного волновода имеет продольную  $H_Z$  и поперечную

 $H_{\chi}$  составляющие:

$$H_{Z} = D\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)\sin\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$H_{\chi} = -D \frac{\beta}{K_s^2} \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\omega t - \beta z\right).$$

Эти составляющие могут быть рассмотрены как два линейно поляризованных колебания, плоскости поляризации которых взаимно перпендикулярны, а начальные фазы отличаются на  $\pi/2$ , амплитуды произвольны, а частоты равны. Очевидно, что магнитное поле имеет вращающуюся поляризацию во всех точках, за исключением средней плоскости волновода (x=0.5a). Круговая поляризация имеет место при таких значениях x, когда амплитуды  $H_x$  и  $H_z$  взаимно перпендикулярных колебаний равны, т. е.

$$D\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) = -D\frac{\beta}{K_S^2}\frac{\pi}{a}\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right).$$

Из данного выражения видно, что магнитное поле имеет круговую поляризацию в точках плоскостей, отстоящих от узких стенок волновода (рис. 4.33) на расстоянии

$$d = \frac{a}{\pi} \arctan\left(\frac{K_S^2 a}{\beta \pi}\right) = \frac{a}{\pi} \arctan\left(\frac{\lambda_B}{2a}\right) \approx \frac{a}{4}.$$

При этом, результирующий вектор магнитного поля  $\vec{H}$  вращается в сторону отстающей по фазе компоненты, т. е. если смотреть на волновод сверху вниз при распространении ЭМВ в сторону положительных значений z, то справа от середины волновода вектор  $\vec{H}$  вращается по часовой стрелке, а слева — против часовой.

Применительно к HO крестообразной формы можно утверждать, что при распространении ЭМВ из плеча 1 в плечо 2 в точке A

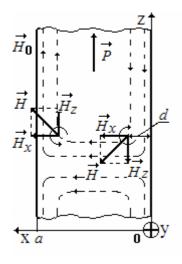


Рис. 4.33

вектор  $\vec{H}$  вращается против часовой стрелки, а в точке B — по часовой стрелке. Если же ЭМВ будет распространяться в обратном направлении (из плеча 2 в плечо 1), то вращение вектора  $\vec{H}$  в точках A и B будет противоположно.

Пусть ЭМВ распространяется в основном волноводе из плеча 1 в плечо 2. Через отверстия A и B часть энергии поступает во вспомогательный волновод с той же поляризацией, что и в основном волноводе. Таким образом, в отверстии A вспомогательного волновода вектор  $\vec{H}$  будет вращаться против часовой стрелки, а в от-

верстии B — наоборот. Следовательно, волна, ответвленная из основного волновода, будет во вспомогательном волноводе распространяться в сторону плеча 4 и не поступать в плечо 3.

Вместо крестообразного отверстия может применяться отверстие другой формы (круглое, эллиптическое). Иногда применяют крестообразные НО только с одним отверстием связи. Принцип его работы аналогичен принципу работы ответвителя с двумя отверстиями связи.

В реальном ответвителе за счет различных погрешностей энергия, ответвленная из основного волновода, поступает не только в прямом, нужном направлении, но часть ее передается и в обратном направлении.

Для характеристики НО вводятся следующие параметры.

**Коэффициентом передачи** S направленного ответвителя называется отношение комплексной амплитуды колебаний на выходе

ответвителя к комплексной амплитуде колебаний на входе. Например, если НО возбуждается со стороны плеча 1, то

$$S_{12} = \frac{E_2}{E_1}; \quad S_{13} = \frac{E_3}{E_1}; \quad S_{14} = \frac{E_4}{E_1} \iff S_{1n} = \frac{E_n}{E_1}.$$

**Переходное ослабление** C показывает, какая доля мощности ответвляется из основного волновода во вспомогательный.

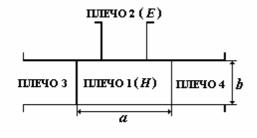
**Направленностью ответвителя** D называется отношение мощности  $P_4$ , распространяющейся в прямом направлении, к мощности  $P_3$ , распространяющейся в обратном направлении вспомогательного волновода. Направленность ответвителя и переходное ослабление измеряются в децибелах:

$$C = 10 \lg \left(\frac{P_1}{P_4}\right) = 10 \lg \left(\frac{1}{|S_{14}|^2}\right); D = 10 \lg \left(\frac{P_4}{P_3}\right).$$

Направленность реальных направленных ответвителей находится обычно в пределах D = (20...50) дБ.

#### 4.5. Мосты СВЧ

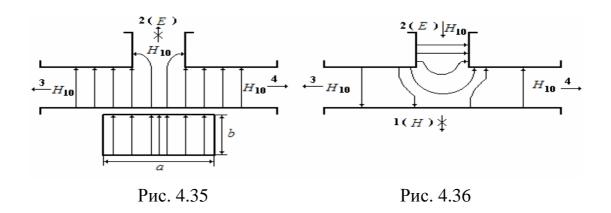
# 4.5.1. Двойной волноводный тройник (Т- мост)



Двойной волноводный тройник (ДВТ) (рис. 4.34) представляет собой комбинацию H- (плечи 1, 3, 4) и E-тройников (плечи 2, 3, 4). Его свойства определяются свойствами E- и H-тройников (при одинаковых нагрузках плеч):

- Рис.4.34 1. При питании ДВТ из плеча H в его боковых 3-м и 4-м плечах возбуждаются синфазные волны с равными амплитудами, плечо E не возбуждается (рис. 4.35).
- 2. При питании ДВТ синфазными волнами равных амплитуд из плеча 3 и 4 возбуждается плечо H, а плечо E не возбуждается (на основании принципа взаимности).

- 3. При питании ДВТ из плеча E в боковых плечах 3 и 4 возбуждаются противофазные волны одинаковой амплитуды. Плечо H не возбуждается, так как оно является запредельным для волны  $H_{20}$  (рис. 4.36).
- 4. При питании ДВТ противофазными волнами одинаковой амплитуды из плеч 3 и 4 возбуждается плечо E, плечо H не возбуждается (принцип взаимности).



- 5. При питании ДВТ синфазными волнами одинаковой амплитуды из плеч E и H возбуждается плечо 4, а плечо 3 не возбуждается (наложить друг на друга, рис. 4.35 и рис. 4.36).
- 6. При питании ДВТ из плеча 4 в плечах E и H возбуждаются синфазные волны одинаковой амплитуды. Плечо 3 не возбуждается (принцип взаимности).
- 7. При питании ДВТ противофазными волнами из плеч E и H, возбуждается плечо 3, а плечо 4 не возбуждается.
- 8. При питании ДВТ из плеча 3 в E и H возбуждаются противофазные волны одинаковой амплитуды. Плечо 4 не возбуждается (принцип взаимности).

Из анализа матрицы рассеяния следует, что любые противоположные плечи взаимно развязаны. Применяя дополнительно согласующие устройства в E и H плечах возможно добиться развязки (30...50) дБ при  $K_c = 1,2$ . При этом тройник называется дважды согласованным.

Практический интерес представляет случай питания тройника одинаковыми амплитудами (мощностями P) со стороны плеча E и H, но различной фазы. При этом мощности  $P_4$  и  $P_3$  сигналов, выходя-

щих соответственно из плеч 4 и 3, зависят от разности  $\Delta \phi$  фаз колебаний в плечах E и H и определяются в соответствии с выражениями

$$P_3 = 2P\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right);$$

$$P_4 = 2P\cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right).$$

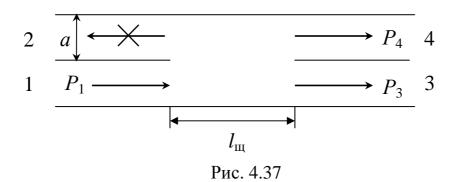
Из анализа зависимости мощностей  $P_4$  и  $P_3$  от разности  $\Delta \varphi$  фаз видно, что практически перераспределять мощности между плечами 3 и 4 можно изменением разности фаз  $\Delta \varphi$  колебаний в плечах E и H.

Еще больший практический интерес представляет случай питания ДВТ со стороны плеч 3 и 4 синфазными колебаниями разной амплитуды. В этом случае в плечо H ответвляется суммарное колебание, а в плечо E — разностное. Это свойство ДВТ определило его применение в устройствах суммарно-разностной обработки сигналов на СВЧ. На базе ДВТ также конструируются смесители, антенные переключатели и другие устройства техники СВЧ.

# 4.5.2. Волноводно-щелевой мост

Конструктивно волноводно-щелевой мост (ВЩМ) (рис. 4.37) представляет собой два прямоугольных волновода, имеющих общую узкую стенку. Часть общей стенки вырезана, и на этом участке образуется расширенный волновод.

Основное свойство ВЩМ заключается в том, что мощность  $P_1$  ЭМВ, поступившая в плечо 1, делится поровну между плечами 3 и 4, не ответвляясь при этом в плечо 2, т. е.  $P_1 = P_3 + P_4$ ,  $P_3 = P_4 = \frac{P_1}{2}$ ; а волны на выходе плеч 3 и 4 сдвинуты по фазе на 90°:  $\Delta \phi = |\phi_3 - \phi_4| = 90^\circ$ . Полагаем, что мост запитывается из плеча 1, а остальные плечи (2, 3, 4) нагружены на согласованную нагрузку.



Размер a широкой стенки волноводов, образующих плечи моста выбран таким образом, чтобы на заданной длине волны  $\lambda_0$  в плечах распространялись только колебания основного типа  $H_{10}$ . На участке ВЩМ, где прорезана щель, размер широкой стенки увеличивается в два раза и равняется 2a. Поэтому, согласно диаграмме типов волн, на этом участке кроме колебания основного типа  $H_{10}$ , также распространяется колебание типа  $H_{20}$ .

Теоретически и экспериментально доказано, что на участке щели колебания типа  $H_{10}$  и  $H_{20}$  переносят одинаковую мощность. Поскольку в плечо 2 колебания типа  $H_{10}$  и  $H_{20}$  приходят в противофазе, то они компенсируют друг друга, и плечо 2 не возбуждается. Таким образом, вся энергия  $P_1$ , поступающая из плеча 1, будет передаваться волнами  $H_{10}$  и  $H_{20}$  в направлении плеч 3 и 4.

Для колебаний, распространяющихся в районе щели, имеем

$$\lambda_{\text{Kp } H_{10}} = 4a$$
, a  $\lambda_{\text{Kp } H_{20}} = 2a$ .

Следовательно, фазовые  $V_{\phi}$  скорости распространения этих волн будут тоже различными:

$$V_{\oplus H_{20}} > V_{\oplus H_{10}}.$$

Вследствие этого ко входу плеч 3 и 4 волны  $H_{10}$  и  $H_{20}$  придут с разными фазами:

$$\Delta \varphi = \varphi_{H_{10}} - \varphi_{H_{20}} = \frac{2\pi l_{\text{III}}}{\lambda} \left( \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{4a}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \right).$$

В плечах 3 и 4 волны  $H_{10}$  и  $H_{20}$  возбуждают синфазные и противофазные соответственно колебания основного типа одинаковой амплитуды:

$$E_{3 H_{10}} = E_{4 H_{10}} = \frac{E_1}{2}; \ \phi_{3 H_{10}} = \phi_{4 H_{10}},$$

$$E_{3 H_{20}} = E_{4 H_{20}} = \frac{E_1}{2}$$
;  $\varphi_{3 H_{20}} = \varphi_{4 H_{20}} + \pi$ .

При этом результирующие  $E_3$  и  $E_4$  колебания в плечах 3 и 4 будут определяться как суперпозиция этих волн. Следовательно, результирующие амплитуды полей в плечах 3 и 4 определяются в соответствии с выражениями

$$E_3 = E_3 H_{10} \frac{\sin(\Delta \varphi)}{\sin(\frac{\Delta \varphi}{2})} = \frac{E_1}{2} \frac{\sin(\Delta \varphi)}{\sin(\frac{\Delta \varphi}{2})},$$

$$E_4 = E_4 H_{10} \frac{\sin(\Delta \varphi)}{\cos(\frac{\Delta \varphi}{2})} = \frac{E_1}{2} \frac{\sin(\Delta \varphi)}{\cos(\frac{\Delta \varphi}{2})},$$

а их отношение зависит от величины разности фаз  $\Delta \phi$ , определяемой длиной  $l_{\rm III}$  щели.

При работе рассматриваемого устройства в качестве моста необходимо, чтобы результирующие  $E_3$  и  $E_4$  амплитуды в плечах 3 и 4 были одинаковы, что имеет место при  $\Delta \phi = 90^\circ$ .

Если возбуждать ВЩМ одновременно через плечи 1 и 2 колебаниями одинаковой амплитуды ( $E_1 = E_2$ ), но произвольного сдвига  $\Delta \phi_{12} = \phi_1 - \phi_2$  фаз, то мощность  $P_3$  и  $P_4$  ЭМВ в плечах 3 и 4 определяется в соответствии с выражениями (4.1) и (4.2):

$$P_3 = 2P\sin^2\left(\frac{90 + \Delta\phi_{12}}{2}\right);\tag{4.1}$$

$$P_4 = 2P\sin^2\left(\frac{90 - \Delta\phi_{12}}{2}\right). \tag{4.2}$$

В реальности из-за неоднородностей, обусловленных концами щели и рядом других факторов, плечо 2 также возбуждается. Развязка между плечами 1 и 2 достигает 30...35 дБ.

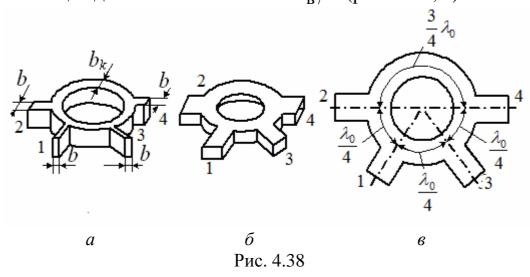
Для получения высокой развязки, хорошего согласования и выравнивания мощностей в выходных плечах применяются небольшое сужение расширенного волновода и подстройка с помощью емкостного штыря в середине щели.

ВЩМ может служить регулируемым или фиксированным делителем мощности в любом отношении, для чего необходимо менять любым образом величину  $\Delta \varphi$ .

Таким образом, изменяя входы ВЩМ и их количество, а также регулируя фазовые соотношения колебаний при возбуждении плеч, можно добиваться различных выходных эффектов, необходимых на практике.

# 4.5.3. Кольцевой волноводный мост

Кольцевой мост представляет собой свернутый в кольцо прямоугольный волновод, к которому либо в плоскости E (рис. 4.38, a), либо в плоскости H (рис. 4.38,  $\delta$ ) подключены четыре ответвления. Длина кольца вдоль оси составляет  $3\lambda_{\rm B}/2$  (рис. 4.38,  $\epsilon$ ).



Соединение плеч моста с кольцевым волноводом представляет собой E-тройник в конструкции на рисунке 4.38, a и H-тройник — на рисунке 4.38,  $\delta$ . От каждого плеча моста, к которому подключается источник, по кольцу распространяются две волны, движущиеся в противоположных направлениях. В начале пути эти волны противофазны в E-тройнике или синфазны в H-тройнике. Соответствующее соотношение фаз данных волн на входе других плеч является условием сложения мощностей этих волн, что позволяет рассматривать принцип действия кольцевого моста независимо от его конструкции, анализируя дополнительные фазовые сдвиги волн, приобретаемые ими при распространении по кольцу.

Пусть возбуждается плечо 1. Обозначим фазу волны, движущейся по часовой стрелке, через  $\phi^+$ , а против часовой стрелки –  $\phi^-$ . На входе плеча 2 волны приобретают дополнительные сдвиги фаз, равные  $\phi_{12}^+ = 90^\circ$ ,  $\phi_{12}^- = 450^\circ$ . Разность фаз  $\phi_{12}^- - \phi_{12}^+ = 360^\circ$  соответствует сложению мощностей этих волн. Аналогичное сложение имеет место у входа плеча 3, так как  $\phi_{13}^+ = 450^\circ$ ,  $\phi_{13}^- = 90^\circ$  и  $\phi_{13}^+ - \phi_{13}^- = 360^\circ$ .

На входе плеча 4  $\phi_{14}^+ = 360^\circ$ ,  $\phi_{14}^- = 180^\circ$ ,  $\phi_{14}^+ - \phi_{14}^- = 360^\circ$ , т. е. волны противофазны и компенсируют друг друга. Итак, мощность, подводимая к плечу 1, разделяется поровну между плечами 2 и 3, плечи 1 и 4 развязаны. При возбуждении любого другого плеча мощность делится поровну между соседними плечами и не проходит в противоположное плечо.

Наличие разветвлений приводит к появлению отражений от каждого из них. Для согласования кольцевого моста достаточно уменьшить размер узкой стенки кольцевого волновода в  $\sqrt{2}$  раз, т. е.  $b_{\rm K}=b/\sqrt{2}$  (рис. 4.38, a).

Недостатками кольцевого моста являются узкополосность и неудобство компоновки узлов, содержащих мосты. Преимуществом перед другими мостами является возможность построения кольце-

вого моста на коаксиальных и полосковых линиях, применяемых в длинноволновой части СВЧ-диапазона.

## 4.6. Волноводные аттенюаторы и фазовращатели

**Аттенюаторами** (ослабителями) называются устройства, предназначенные для ослабления и регулировки мощности сигнала, проходящего по тракту СВЧ. В технике в основном используется понятие «аттенюатор».

По характеру вносимого ослабления различают переменные и постоянные аттенюаторы, по принципу действия — поглощающие и предельные. Аттенюаторы применяются в измерительной технике, для развязки генератора и тракта СВЧ, согласования и т. д.

# 4.6.1. Аттенюаторы поглощающего типа

Принцип действия аттенюатора поглощающего типа основан на поглощении части мощности электромагнитной волны, распространяющейся в волноводе. В полость волновода вводится поглощающий элемент, выполненный из материала с высокой удельной электропроводностью, в котором под действием электрического поля возбуждаются токи проводимости, вызывающие тепловые потери. Величина мощности потерь, т. е. уровень вносимого ослабления, зависит от материала поглощающего элемента и его расположения в волноводе.

Регулировка ослабления осуществляется перемещением поглощающего элемента в направлении изменения напряженности электрического поля в волноводе или изменением объема (площади) рассеяния поглощающего элемента.

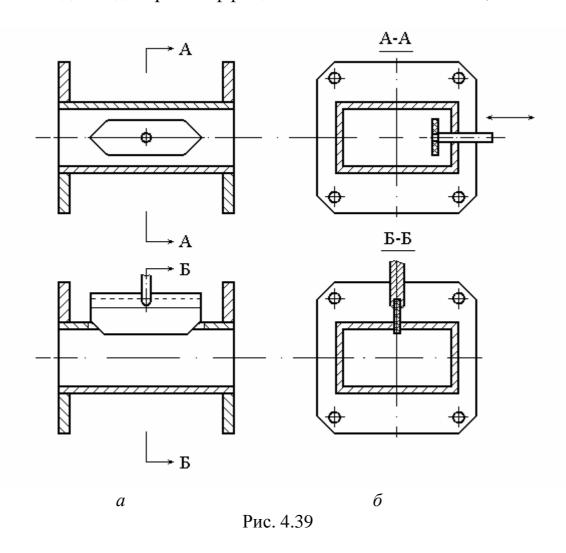
На рисунке 4.39 представлены наиболее характерные конструкции поглощающих аттенюаторов.

Регулировка ослабления в конструкции на рисунке 4.39, a обеспечивается перемещением пластины от боковой стенки, где для основной волны  $H_{10}$  поле отсутствует, к центру волновода, т. е. в область наибольшего значения  $E_m$ . В аттенюаторе ножевого типа (рис. 4.39,  $\delta$ ) поглощающая пластина погружается в волновод через 194

продольную щель, прорезанную в центре широкой стенки волновода. При этом увеличивается площадь, участвующая в рассеянии энергии волны, и соответственно растет ослабление.

Поглощающие пластины изготовляются путем нанесения на диэлектрическую основу тонкого слоя графита или окиси олова либо напыления на нее металла, например платины. Профиль пластин выбирается из условия минимизации отражений.

Поглощающие аттенюаторы имеют пределы изменения ослабления от 0 до 40 дБ при коэффициенте стоячей волны ≤1,2.



4.6.2. Предельные аттенюаторы

Для создания аттенюатора предельного типа используется режим не распространяющихся волн (запредельный волновод). Поле

затухает по экспоненциальному закону  $e^{-\alpha z}$  с коэффициентом ослабления:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_{\kappa p}} \sqrt{1 - (\lambda_{\kappa p}/\lambda)^2} .$$

Для устранения зависимости ослабления поля от частоты размеры волновода выбираются таким образом, чтобы обеспечить  $\lambda >> \lambda_{KP}$  и  $\alpha \approx 2\pi/\lambda_{KP}$  .

Конструктивно предельные аттенюаторы выполняются из отрезков волноводов, возбуждаемых элементами связи (зондами). Наиболее широко используются аттенюаторы на основе круглых волноводов (рис. 4.40). В аттенюаторе, изображенном на рисунке 4.40, a, в волноводе возбуждается волна  $E_{01}$  с помощью емкостного зонда, а на рисунке 4.40,  $\delta$  – волна  $H_{11}$  с помощью петли связи. В обоих вариантах круглый волновод на входе и выходе соединен с коаксиальными волноводами. Ослабление пропорционально длине запредельного волновода  $l_0$ , изменение которой реализуется перемещением выходного коаксиального волновода.

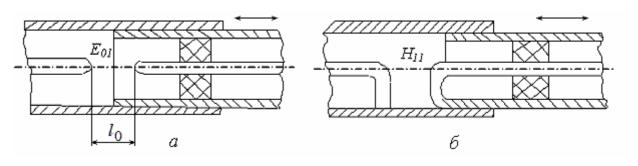


Рис. 4.40

Широкого применения предельные аттенюаторы не получили из-за значительного начального ослабления. Нижний предел затухания находится в пределах 20...25 дБ. Используют эти аттенюаторы, когда требуется регулировка ослабления в широких пределах (до 100...120 дБ и более).

Недостаток предельных аттенюаторов – реактивное входное сопротивление, вызывающее рассогласование с трактами. Для по-

давления отраженных от входа и выхода запредельного волновода волн применяют различные поглотители.

## 4.6.3. Поглощающие (согласованные) нагрузки

Одним из наиболее распространенных элементов трактов СВЧ являются согласованные нагрузки, предназначенные для полного поглощения передаваемой по тракту мощности. Поглощающую нагрузку можно рассматривать как разновидность поглощающего аттенюатора. Отличие состоит в том, что поглощающая нагрузка является оконечным устройством высокочастотного тракта.

Конструктивно нагрузки выполняются из короткозамкнутого волновода, в который введены поглощающие вставки (рис. 4.41). Поглотители профилируются так, чтобы отражения были минимальными. Обычно нагрузки характеризуются величиной  $K_{\rm C}$  не выше 1,02...1,05 в полосе порядка 30 % средней частоты; возможно получение нагрузок с  $K_{\rm C}$  не более 1,01 в той же полосе.

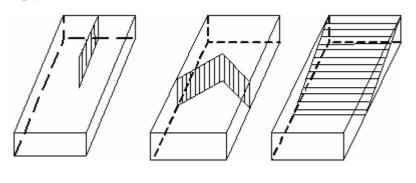


Рис. 4.41

Различают поглощающие нагрузки низкого (менее 1 Вт) и высокого (более 1 Вт) уровней поглощаемой мощности. В конструкциях нагрузок, служащих для поглощения больших уровней мощности, предусматриваются специальные меры для отвода тепла: ребристые радиаторы на наружном корпусе нагрузки, водяное охлаждение внутри поглотителя и др.

# 4.6.4. Волноводные фазовращатели

**Фазовращателем** называется устройство, обеспечивающее изменение фазы проходящей через него волны. Фазовращатели не должны вносить потерь и вызывать отражения.

Разность фаз между входом и выходом отрезка волновода длиной l определяется выражением

$$\Delta \phi = \beta l - 2\pi l/$$
  $\lambda_{\rm B}$ , где  $\lambda_{\rm B} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm KP}}\right)^2}}$  .

Следовательно, изменить  $\Delta \phi$  можно путем изменения длины фазовращателя l или длины волны  $\lambda_{\rm B}$ . Фазовращатели, принцип действия которых основан на изменении геометрической длины, содержат перемещающиеся тем или иным способом отрезки волноводов, например фазовращатели тромбонного типа на основе круглого волновода.

Фазовращатели, основанные на изменении длины волны  $\lambda_{\rm B}$ , используют зависимость длины волны от параметров заполняющей среды. Конструктивно такие фазовращатели выполняются аналогично аттенюаторам (рис. 4.41), поглощающая пластина в которых заменяется диэлектрической. В качестве диэлектрика применяются материалы с малыми потерями и большим  $\epsilon$ . Диэлектрическая пластина, введенная в волновод, является фазовращателем, так как фазовая скорость волны в диэлектрике и воздухе различна. Диэлектрические фазовращатели обеспечивают фазовый сдвиг  $\Delta \phi$  до нескольких сотен градусов.

На СВЧ широко используются полупроводниковые фазовращатели, обеспечивающие как плавное, так и дискретное изменение фазы. В качестве управляющих элементов используются полупроводниковые диоды со структурой p-n или p-i-n.

Диоды структуры p-i-n в фазовращателях выполняют роль ключей, т. е. обеспечивают дискретное изменение фазы за счет подключения дополнительных отрезков линии передачи. Для регулировки фазы в них используется изменение активного сопротивления под действием управляющих сигналов. Такие фазовращатели легко сопрягаются с ЭВМ и могут использоваться в ФАР.

#### Глава 5. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

## 5.1. Общие сведения о резонаторах

В радиотехнике низких частот в качестве колебательного контура (резонатора) применяется соединение сосредоточенных C и Lэлементов. Колебательный процесс в такой системе возникает в результате обмена энергией между электрическим полем конденсатора и магнитным полем катушки индуктивности. Геометрические размеры C и L должны быть пренебрежительно малы по сравнению с длиной волны. При несоблюдении данного условия в контуре появляются неучтенные реактивности. Так, в катушках индуктивности возникают емкости между витками, а в конденсаторах - индуктивности выводов. С другой стороны, увеличение частоты в соответст-

вии с условием  $\omega = \frac{1}{\sqrt{I.C}}$  требует уменьшения индуктивности и ем-

кости. Это приводит к возникновению частотного ограничения, связанного с минимально возможными реализуемыми реактивностями. В ряде схем метрового диапазона резонатор состоит только из катушки индуктивности и емкости электронных и полупроводниковых приборов.

Рассмотренное частотное ограничение не является единственным. На СВЧ ЭМП концентрируется в тонком поверхностном слое (поверхностный эффект). Поверхностное сопротивление  $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\pi}}$ увеличивается с ростом частоты. При этом добротность колебательного контура на сосредоточенных элементах снижается. Резко возрастают потери на излучение, так как размеры катушки индуктивности и конденсатора становятся соизмеримыми с длиной волны. Кроме того уменьшение C и L приводит к уменьшению колебательной мощности. Таким образом, на СВЧ невозможно получить колебательную систему с сосредоточенными параметрами.

Построение колебательной системы на СВЧ вытекает из рассмотрения физических процессов в линии передачи в режиме стоячих волн (рис. 5.1). При полном отражении ЭМВ от нагрузки в линии возникают узлы напряженности электромагнитного поля. Между этими узлами существуют колебания электромагнитной энергии. Линия представляет собой последовательность колебательных ячеек длиной  $\frac{\lambda_B}{2}$ .

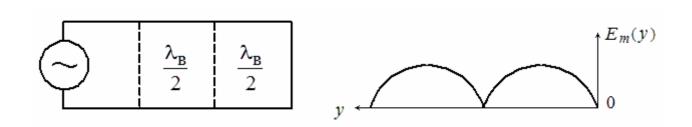


Рис. 5.1

Для того чтобы выделить одну ячейку, достаточно поставить в узлах напряженности поперечного электрического поля (для соблюдения граничных условий) поперечные металлические стенки. Колебания в таком резонаторе представляют собой процесс обмена энергией между электрическим и магнитным полями. Резонатор называют объемным.

Объемные резонаторы (OP) обладают следующими достоинствами:

- возможность работы в широком диапазоне частот, включая оптический;
  - полное отсутствие излучений;
- малые потери энергии, так как проводимость внутренних поверхностей велика;
- высокие значения собственной добротности OP, достигающие значений  $10^9 \dots 10^5$ .

Особенностью ОР так же, как и волноводов, на которых они строятся, является ограничение частотного диапазона снизу.

Таким образом, короткозамкнутый отрезок волновода может использоваться в качестве колебательной системы диапазона СВЧ (объемного резонатора).

Основными параметрами резонаторов являются:

- резонансные (собственные) длины волн (частоты);
- структуры полей в резонаторе;
- собственная добротность  $Q_0$ ;

– полоса пропускания 
$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q_0}$$
.

Объемные резонаторы можно разделить на следующие группы:

- а) резонаторы простой формы (регулярные резонаторы);
- б) резонаторы сложной формы (близкие к квазистационарным);
- в) твердотельные резонаторы;
- г) открытые резонаторы.

К резонаторам простой формы относятся резонаторы, которые получаются из отрезков волноводов, коаксиальных или полосковых линий передачи, замкнутых с торцов поперечными металлическими перегородками (прямоугольный, цилиндрический, коаксиальный, полосковый резонаторы). К этой же группе резонаторов относятся и кольцевые резонаторы бегущей волны, спиральные и другие резонаторы.

Резонаторы сложной формы — колебательные системы, представляющие собой соединения отрезков линий передачи СВЧ различных типов, комбинации таких отрезков и элементов с сосредоточенными параметрами, квазистационарные резонаторы.

Твердотельными являются диэлектрические и ферритовые резонаторы. Форма и размер твердотельных резонаторов выбираются так, чтобы в них на заданной частоте выполнялись условия объемного резонанса электромагнитной волны за счет полного внутреннего отражения.

Открытые резонаторы представляют собой резонансную систему, ограниченную двумя торцевыми параллельными пластинами и открытую с боков (резонатор Фабри-Перо). Иногда вместо плоских пластин в них используются сферические зеркала.

# 5.2. Резонаторы простой формы

# 5.2.1. Свободные колебания в резонаторах простой формы

Рассмотрим короткозамкнутый прямоугольный волновод без потерь ( $\sigma_{\text{Д}} = 0$ ,  $\sigma_{\text{M}} = \infty$ ), в котором распространяется бегущая электромагнитная волна. При этом кроме бегущей (падающей) возникает отраженная волна.

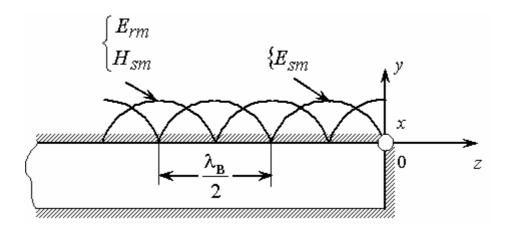


Рис. 5.2

Выражение для поперечной составляющей интерференционной волны электрического поля будет иметь вид

$$\overline{E}_{s} = \overline{E}_{s}^{+} + \overline{E}_{s}^{-} = A_{1}\overline{E}_{s}'e^{j(\omega t - \beta z)} + A_{2}\overline{E}_{s}'e^{j(\omega t + \beta z)}.$$
 (5.1)

Здесь первое слагаемое  $\overline{E}_s^+$  описывает составляющую падающей волны, а второе  $\overline{E}_s^-$  – отраженной.

Вектор  $\overline{E}_{s}$  является тангенциальным к закорачивающей пластине, поэтому, согласно граничным условиям,

$$\overline{E}_s\big|_{z=0} = \overline{E}_{\tau}\big|_{z=0} = 0.$$

Тогда, согласно выражению (5.1), получим

$$A_2 = -A_1.$$

Это означает, что вектор  $\overline{E}$  при отражении изменяет направление (фазу) на  $180^{\circ}$ .

Поэтому выражение (5.1) принимает вид

$$\overline{E}_{s} = -A_{1}\overline{E}'_{s} \cdot \left(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}\right) \cdot e^{j\omega t} = -2j A_{1} \sin(\beta z) \cdot \overline{E}'_{s} \cdot e^{j\omega t}. \tag{5.2}$$

Так как вектор  $\overline{\Pi} = [\overline{E}_S, \overline{H}_S]$ , то вектор  $\overline{H}_S$  поперечной составляющей магнитного поля при отражении не изменяет своего направления, т. е.  $A_2 = A_1$ .

Поэтому, согласно уравнению 
$$\overline{H}_{s} = \frac{1}{\rho} \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{s} \right]$$
, имеем
$$\overline{H}_{s}^{+} = \frac{1}{\rho} A_{1} \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{s}' \right] \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}; \quad \overline{H}_{s}^{-} = \frac{1}{\rho} A_{1} \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{s}' \right] \cdot e^{j(\omega t + \beta z)};$$

$$\overline{H}_{s} = \overline{H}_{s}^{+} + \overline{H}_{s}^{-} = \frac{A_{1}}{\rho} \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{s}' \right] \cdot \left( e^{j\beta z} + e^{-j\beta z} \right) \cdot e^{j\omega t} =$$

$$= \frac{2A_{1}}{\rho} \cos(\beta z) \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{s}' \right] \cdot e^{j\omega t}. \tag{5.3}$$

Найдем продольные составляющие поля. Из теории волноводов имеем

$$j\omega\varepsilon_{a}\overline{E}_{z} = [\nabla_{s}, \overline{H}_{s}] = \operatorname{rot}_{s}\overline{H}_{s}.$$

Отсюда

$$\overline{E}_{z} = -j \frac{1}{\omega \varepsilon_{a}} \operatorname{rot}_{s} \overline{H}_{s} = -j \frac{2A_{1}}{\omega \varepsilon_{a} \cdot \rho} \cos(\beta z) \operatorname{rot}_{s} \left[ \overline{Z}^{0}, \overline{E}_{z}' \right] \cdot e^{j\omega t}. \tag{5.4}$$

По принципу перестановочной двойственности

$$\overline{H}_z = j \frac{1}{\omega \mu_a} \operatorname{rot}_s \overline{E}_s = \frac{2A_1}{\omega \mu_a} \sin(\beta z) \operatorname{rot}_s \overline{E}' e^{j\omega t}. \tag{5.5}$$

Из выражений (5.2), (5.3), (5.4) и (5.5) следует, что амплитуды компонент поля изменяются вдоль волновода по гармоническому закону  $\sin(\beta z)$ ,  $\cos(\beta z)$ , т. е. имеют место стоячие волны.

Установим на расстоянии z = -l вторую плоскость так, чтобы для любой из компонент (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) выполнялись граничные условия

$$\overline{E}_{s}\big|_{z=l} = 0; \qquad \overline{H}_{z}\big|_{z=-l} = 0;$$

$$\frac{\partial \overline{H}_{s}}{\partial z}\Big|_{z=-l} = 0; \qquad \frac{\partial \overline{E}_{z}}{\partial z}\Big|_{z=-l} = 0.$$

Это будет иметь место при условии

$$\sin(\beta l) = 0;$$
  $\beta l = p\pi;$   $\beta = \frac{p\pi}{l},$  где  $p = 0, 1, 2, ...$ 

Откуда следует, что данные граничные условия выполняются, если вторую закорачивающую пластину ставить в сечении

$$l = \frac{p\pi}{\beta} = \frac{p\pi}{\frac{2\pi}{\lambda_{\rm B}}} = p\frac{\lambda_{\rm B}}{2}.$$
 (5.6)

Подставляя значение  $\beta$  из выражения (5.6) в выражения (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), получим для мгновенных значений компонент поля в волноводном резонаторе в вещественной форме записи:

$$\vec{E}_{s} = 2A_{1}\overline{E}'_{s}\sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right)\cdot\sin(\omega t);$$

$$\vec{H}_{s} = \frac{2A_{1}}{\rho}\left[\overline{Z}^{0},\vec{E}'_{s}\right]\cdot\cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right)\cdot\cos(\omega t);$$

$$\overline{E}_{z} = \frac{2A_{1}}{\omega\varepsilon_{a}\cdot\rho}\cot_{s}\left[\overline{Z}^{0},\overline{E}'_{s}\right]\cdot\cos\left(\frac{p\pi}{l}z\right)\cdot\sin(\omega t);$$

$$\overline{H}_{z} = \frac{2A_{1}}{\omega\mu_{a}}\cot_{s}\overline{E}'\sin\left(\frac{p\pi}{l}z\right)\cdot\cos(\omega t).$$
(5.7)

Из выражений (5.7) вытекают следующие свойства полей в волноводных резонаторах:

1. В поперечном сечении резонатора закон распределения амплитуд компонент поля такой же, как и у соответствующего волновода в режиме бегущих волн, так как используется одна и та же функция распределения  $\overline{E}_S'$ .

- 2. Вдоль оси резонатора амплитуды компонент поля распределяются по закону стоячих волн  $\sin\left(p\frac{\pi}{l}z\right)$  или  $\cos\left(p\frac{\pi}{l}z\right)$ . Индекс р определяет количество стоячих полуволн, укладывающихся вдоль оси волноводного резонатора. Поэтому в волноводных резонаторах поля обозначаются тремя индексами  $E_{mnp}$  и  $H_{mnp}$ . Индексы m и n имеют тот же смысл, что и в волноводах. Таким образом, в резонаторах по всем трем координатам имеют место стоячие волны.
- 3. Все компоненты электрического поля изменяются во времени по закону  $\sin(\omega t)$ , а магнитного по закону  $\cos(\omega t)$ . Это означает, что когда электрическое поле достигнет своего максимального значения, магнитное поле равно нулю и вся энергия сосредоточена в электрическом поле и наоборот.

Таким образом, колебания в резонаторах во времени совершаются по гармоническим законам.

4. Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_z = 2A_1 \left[ \vec{E}_s' \sin(\beta z) + \frac{1}{\omega \varepsilon_a \cdot \rho} \cot_s \left[ \vec{Z}^0, \vec{E}_s \right] \cdot \cos(\beta z) \right] \cdot \sin \omega t.$$

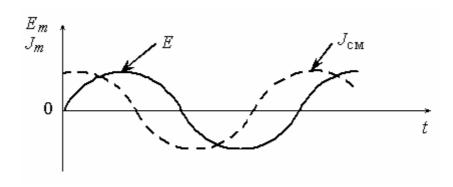
Тогда плотность тока смещения

$$\vec{J}_{\text{CM}} = \varepsilon_{a} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 2A_{1} \varepsilon_{a} \omega \left[ \vec{E}_{S}' +_{S} \sin(\beta z) + \frac{1}{\omega \varepsilon_{a} \cdot \rho} \operatorname{prot}_{S} \left[ \vec{z}^{0}, \vec{E}_{S} \right] \cdot \cos(\beta z) \right] \cdot \cos \omega t.$$

Из сравнения этих выражений следует:

а) ток смещения опережает электрическое поле во времени на величину  $\frac{T}{4}$ , так как

$$E \sim \sin \omega t$$
, a  $J_{cm} \sim \cos \omega t$ ;



б) в объемных резонаторах структура тока смещения не только повторяет структуру электрического поля, как в волноводах, но и не имеет пространственного сдвига.

В реальных резонаторах колебания с течением времени затухают из-за наличия потерь.

## 5.2.2. Собственные длины волн резонаторов

Для волноводных резонаторов, согласно выражению (5.6),

$$eta = rac{2\pi}{\lambda_{
m B}} = rac{p\pi}{l},$$
 откуда  $\lambda_{
m B} = rac{2l}{p} = rac{\lambda_{
m pe3}}{\sqrt{1-\left(rac{\lambda_{
m pe3}}{\lambda_{
m Kp}}
ight)^2}},$ 

где  $\lambda_{pe3}$  – резонансная длина волны.

Решив это выражение относительно  $\lambda_{pe3}$ , имеем

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{Kp}}}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}}.$$
 (5.8)

Тогда

$$\omega_{\text{pe3}} = \frac{2\pi}{T_{\text{pe3}}} = \frac{2\pi v}{\lambda_{\text{pe3}}} = 2\pi v \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{Kp}}}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2} = \omega_{mnp}.$$

Отсюда видно, что при фиксированных l и p каждой резонансной частоты спектра  $\omega_{mnp}$  соответствует своя  $\lambda_{kp}$ , а следовательно, и своя структура поля, соответствующая волнам типа H и E в волноводах. Поэтому в выражениях (5.7) частота выражает одну из частот дискретного спектра.

Так как в реальном резонаторе имеются потери, то для поддержания колебаний необходимо пополнить его энергию от генератора.

Если плавно изменять частоту генератора  $\omega_{\text{ген}}$ ,, то всякий раз резонансным будет тот тип колебаний, для которого собственная частота резонатора равна частоте генератора.

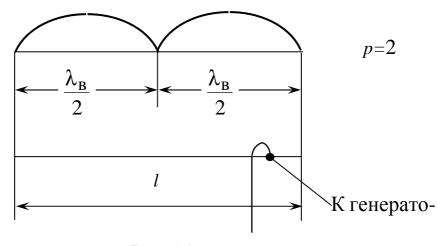


Рис. 5.4

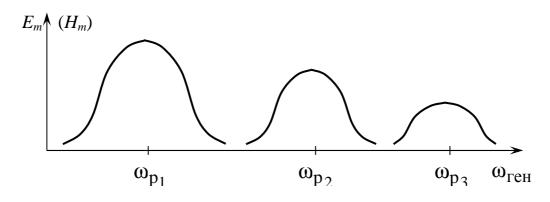


Рис. 5.5

При фиксированной частоте генератора можно, изменяя длину (l) резонатора, добиваться многократного резонанса.

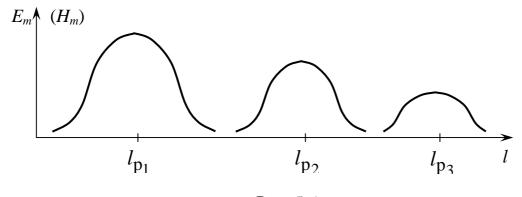


Рис. 5.6

Резонансная длина резонатора равна целому числу полуволн, т. е.

$$l_{\text{pe3}} = p \frac{\lambda_{\text{B}}}{2} = p \frac{\lambda_{\text{pe3}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{pe3}}}{\lambda_{\text{Kp}}}\right)^2}}.$$

Резонансная длина волны  $\lambda_{pe3}$  рассчитывается в соответствии с (5.8) с учетом  $\lambda_{KD}$  .:

для резонаторов прямоугольного сечения

тогда

$$\lambda_{\text{kp}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}};$$
(5.9)

для цилиндрических резонаторов при колебаниях типа  $E_{mnp}$ 

$$\lambda_{\rm kp} = \frac{2\pi a}{U_{mn}},$$

тогда

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}}{\pi a}\right)^2}}.$$
 (5.10)

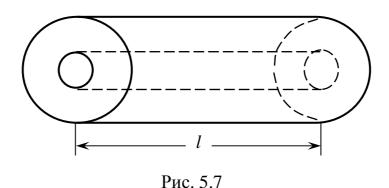
При колебаниях типа  $H_{mnp}$ 

$$\lambda_{\rm KP} = \frac{2\pi a}{U'_{mn}},$$

поэтому

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U'_{mn}}{\pi a}\right)^2}};$$
 (5.11)

для коаксиального резонатора, работающего на основной волне типа T,  $\lambda_{\rm Kp} = \infty$ , поэтому  $\lambda_{\rm pe3} = \frac{2l}{p}$ .



Таким образом, получены математические выражения для резонансных длин волн резонатора.

# 5.2.3. Прямоугольный резонатор

Прямоугольный резонатор представляет собой закороченный с обоих концов отрезок прямоугольного волновода.

Как было показано в пункте 5.2.2, собственные длины волн прямоугольного резонатора определяются выражением (5.9):

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}.$$

Индекс p для полей класса H не может быть равным нулю, так как при p=0 поле должно быть неизменным вдоль всего резонато-

ра, а поскольку на замкнутых торцах  $\vec{E}_{S}$  этого поля равна нулю, значит она будет отсутствовать на протяжении всего резонатора.

В прямоугольном резонаторе основными колебаниями являются:

- $-H_{101}$  при b < a и b < l;
- $-H_{011}$  при a < b и a < l;
- $-E_{110}$  при l < a и l < b.

Обычно наименьшим размером является b.

Прямоугольные резонаторы находят широкое применение в волноводных трактах, построенных на прямоугольных волноводах. Они используются в качестве элементов фильтров различного назначения, являются колебательными системами усилителей высокой частоты и т. п.

# 5.2.4. Цилиндрический резонатор

Цилиндрический резонатор представляет собой отрезок круглого волновода, замкнутый с обоих концов проводящими пластинами. Собственные длины волн для резонаторов круглого сечения колебаний классов E и H определяются выражениями (5.10) и (5.11) соответственно:

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U_{mn}}{\pi a}\right)^2}}; \qquad \lambda_{\text{pe3}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{U'_{mn}}{\pi a}\right)^2}}.$$

Основным колебанием в цилиндрическом резонаторе в зависимости от соотношения a и l может быть либо  $E_{010}$  (при  $\frac{l}{a}$  < 2,03 — «короткий» резонатор), либо  $H_{111}$  (при  $\frac{l}{a}$  > 2,03 — «длинный» резонатор).

Для полей класса H индекс p не может быть равным нулю. Волна  $H_{01}$  в круглом волноводе имеет весьма малые потери. Поэтому резонатор, в котором укладывается одна или несколько полуволн колебания  $H_{01p}$ , обладает достаточно высокой добротностью.

Это позволяет использовать цилиндрический резонатор с колебанием  $H_{011}$  в качестве высокочастотного волномера (одна из торцевых стенок выполняется в виде бесконтактного поршня, служащего для настройки резонатора).

# 5.2.5. Коаксиальный и полосковый резонаторы

Коаксиальный резонатор представляет собой отрезок коаксиальной линии, замкнутый с обоих концов проводящими пластинами. В резонаторе, как и коаксиальной линии передачи, используются поперечные электромагнитные поля, т. е. поля класса T.

Для того чтобы в коаксиальном резонаторе не возникали поля высших типов (классов E и H), необходимо обеспечить условия одномодового режима работы:  $\pi(a_1 + a_2) < \lambda < \infty$ .

Так как у волны класса T  $\lambda_{\rm kp} = \infty$ , то резонансные длины волн будут определяться выражением

$$\lambda_{\text{pe3}} = \frac{2l}{p},$$

а в обозначение колебаний входит только индекс p, например поле  $T_2$ .

Полосковый резонатор представляет собой отрезок полосковой линии, на обоих концах которого обеспечен режим холостого хода.

Резонансные длины волн определяются так же, как и у коаксиального резонатора. Вследствие того, что на концах полоскового резонатора наблюдается концентрация электрического поля, что эквивалентно включению некоторых емкостей, то длина резонатора l

выбирается несколько меньше: 
$$\lambda_{pe3} = \frac{2l}{p}$$
.

Коаксиальный и полосковый резонаторы используются в дециметровом и нижней части сантиметрового диапазонов волн. Коаксиальный резонатор, например, широко применяют в качестве волномеров, колебательных контуров в радиопередающих устройствах, фильтрах и других приборах. Одним из недостатков этих резонаторов является их значительная длина, которая может быть уменьшена приданием резонаторам специальных конструкций.

# 5.3. Резонаторы сложной формы

# 5.3.1. Коаксиальный резонатор с зазором

Коаксиальный резонатор с зазором представляет собой замкнутый с обеих сторон отрезок коаксиальной линии, причем между центральным проводником и одной из торцевых стенок имеется узкий зазор величиной d (рис. 5.8). При  $d << \lambda$  в области зазора обеспечивается повышенная концентрация электрического поля, т. е. зазор эквивалентен конденсатору, подключенному к линии. Таким образом, в рассматриваемом резонаторе можно выделить коаксиальную и емкостную области, в которых соответственно сосредоточены электрическое и магнитное поля.

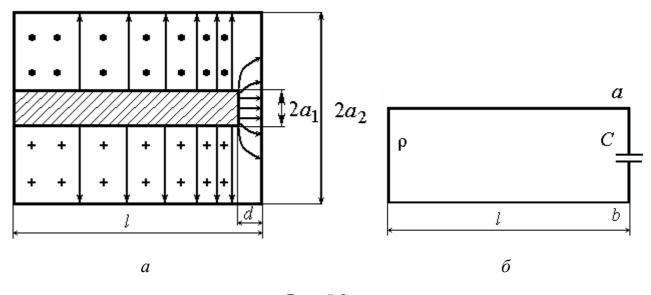


Рис. 5.8

При длине резонатора  $l >> (a_2 - a_1)$  и  $\lambda > \pi \cdot (a_1 + a_2)$  волна класса T является основным типом колебаний. Эквивалентная схема резонатора может быть представлена длинной линией с волновым сопротивлением  $\rho$ , закороченной на одном конце и нагруженной емкостью на другом.

Условие резонанса для данной схемы выражается равенством нулю полной проводимости в точках подключения емкости a-b эквивалентной схемы, которое записывается в виде

$$Y_{ab} = i\omega C + \frac{1}{i\rho \cdot \lg kl} = 0,$$

где  $i\omega C$  – емкостная проводимости зазора;

 $\frac{1}{i 
ho \cdot \mathrm{tg} \; k l}$  — проводимость отрезка короткозамкнутой линии.

Так как  $k = \omega \sqrt{\mu_a \varepsilon_a}$ , то данное выражение есть трансцендентное уравнение относительно частоты ю. После преобразований получают уравнение

$$Akl = \operatorname{ctg} kl$$
.

Решения данного уравнения находят графическим способом, определяя точки пересечения линий  $y_1 = Akl$  и  $y_2 = \operatorname{ctg} kl$ . Эти решения обусловливают резонансные частоты, которых в коаксиальном резонаторе с зазором может существовать бесконечное множество. Наличие емкости на конце резонатора приводит к укорочению его длины.

Перестройка резонатора с зазором осуществляется в широком диапазоне частот изменением величины зазора путем перемещения центрального стержня резонатора. Однако при приближении d к нулю зависимость частоты от величины становится чрезмерно резкой.

Резонаторы с зазором целесообразно использовать на дециметровых и даже метровых волнах. Они применяются в качестве резонансных систем в усилителях и генераторах, выполняемых на металлокерамических лампах, а также в волномерах.

# 5.3.2. Тороидальный резонатор

В электронных приборах СВЧ, в частности в клистронах, широко используются тороидальные резонаторы (рис. 5.9, а). Тороидальный резонатор является неволноводным резонатором.

В данном резонаторе, как и во всяком другом полом объеме, возможно существование ряда типов колебаний, каждому из которых соответствуют свои структура поля и резонансная частота. Определение компонент полей и нахождение собственных чисел, а следовательно, резонансных частот, являются весьма трудной задачей. Для инженерной практики наибольший интерес представляет колебание основного типа, когда электрическое поле в основном сосредоточивается в центральной части резонатора, а магнитное — в расширенной, причем магнитные силовые линии представляют собой концентрические окружности, охватывающие центральную часть резонатора (рис. 5.9,  $\delta$ ).

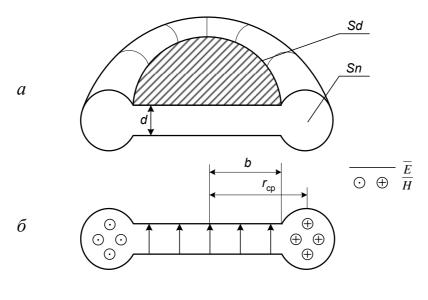


Рис. 5.9

Концентрация электрического поля в центральной части и сравнительно малое расстояние d между основаниями радиуса b позволяют обеспечить эффективное взаимодействие поля резонатора с электронным пучком, пролетающим через сетки резонатора.

Ввиду того, что электрическое и магнитное поля в пространстве разделены, можно применить квазистационарный подход и рассматривать центральную часть резонатора как некоторую сосредоточенную емкость  $C_9$  расширенную часть – как индуктивность  $L_9$ , а затем рассчитывать резонансную частоту  $\omega_0$ .

Произведем расчет частоты  $\omega_0$ , полагая, что  $d << b << \lambda$ . В этом случае допустимо пользоваться формулой емкости плоского конденсатора. Тогда

$$C_{\mathfrak{I}} \approx \frac{\varepsilon_a S_d}{d},$$
 (5.12)

где  $S_d = \pi b^2$ .

При расчете эквивалентной индуктивности  $L_3$  будем полагать, что магнитный поток имеется только в расширенной части. Эквивалентную индуктивность рассчитаем с помощью соотношения

$$L_{\acute{Y}} = \frac{\Phi}{I},\tag{5.13}$$

где  $\Phi$  – поток вектора магнитной индукции через сечение  $S_n$  расширенной части резонатора;

I — суммарный ток проводимости, текущий по стенкам резонатора и сцепленный с магнитным потоком  $\Phi$ .

Магнитный поток рассчитаем как произведение средней для поперечного сечения магнитной индукции  $B_{\rm cp}$  на площадь  $S_n$  сечения

$$\Phi = B_{\rm cp} S_n = \mu_{\rm a} H_{\rm cp} S_n. \tag{5.14}$$

Величину сцепленного с потоком  $\Phi$  тока I вычислим с помощью закона полного тока. При этом будем полагать, что на средней окружности тороидального резонатора напряженность магнитного поля равна  $H_{\rm cp}$ . В этом случае

$$I = \oint \overline{H}d\overline{l} = H_{\rm cp} 2\pi r_{\rm cp}. \tag{5.15}$$

Подставив выражения (5.14) и (5.15) в уравнение (5.13), получим

$$L_{9} = \frac{\mu_{a} S_{n}}{2\pi r_{\rm cp}}.$$
 (5.16)

Значение собственной частоты  $\omega_0$  найдем, подставив выражения (5.12) и (5.16) для величин эквивалентных емкости и индуктивности в  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{cp}} \cdot d}{\varepsilon_a \cdot \mu_a \cdot S_n \cdot S_d}} = c \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{\text{cp}} \cdot d}{S_n \cdot S_d}}.$$
 (5.17)

Резонансная длина волны тороидального резонатора

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} = \sqrt{\frac{2\pi S_n S_d}{r_{\rm cp} d}}.$$
 (5.18)

Полученная формула позволяет рассчитать примерное значение  $\lambda_0$  для тороидального резонатора с любой формой сечения расширенной части. Так, например, для резонатора с прямоугольной расширенной частью (рис. 5.10)

$$r_{\rm cp} = \frac{a+b}{2}$$
,  $S_n = (a-b)h$ ,  $S_d = \pi b^2$ ,

следовательно,

$$\lambda_0 = 2\pi b \sqrt{\frac{(a-b)h}{(a+b)d}}. (5.19)$$

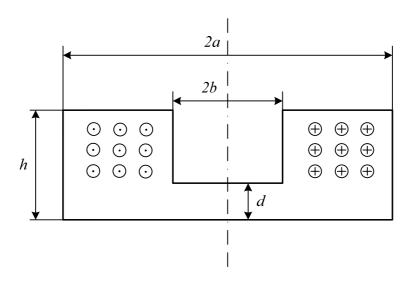


Рис. 5.10

При расчете резонансной длины волны не учитывались краевые эффекты в местах расширения тороидального резонатора, а также существующее в зазоре магнитное поле. Поэтому формулы 216

(5.12) и (5.16) дают несколько заниженные значения эквивалентных емкости и индуктивности.

В результате расчетное значение резонансной длины волны приблизительно на 10–15 % меньше истинного.

Перестройку (изменение  $\lambda_0$ ) резонатора можно производить, как это видно из формулы (5.18), изменением его геометрических размеров. Чаще всего перестройку резонатора осуществляют, деформируя резонатор или ввинчивая специальные винты — настроечные плунжеры.

Сжатие расширенной части, а также ввинчивание плунжеров уменьшают площадь поперечного сечения  $S_n$  и эквивалентную индуктивность  $L_{\ni}$  резонатора. При этом, как видно из выражения (5.18), резонансная длина волны  $\lambda_0$  резонатора уменьшается. При уменьшении зазора d увеличивается эквивалентная емкость резонатора и возрастает резонансная длина волны  $\lambda_0$ .

## 5.3.3. Резонатор типа «щель-отверстие»

Резонаторы типа «щель-отверстие» широко используются в замедляющих системах магнетронов. Конструкция резонатора представлена на рисунке 5.11.

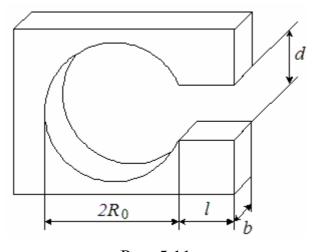


Рис. 5.11

Для основного типа колебания электрическое поле сосредоточено в основном в области щели, а магнитное – в области отверстия.

Электрическое и магнитное поля разнесены в пространстве, поэтому для расчета резонансной частоты можно применить ту же методику, что и для тороидального резонатора.

В соответствии с выражения (5.12) эквивалентная емкость за счет электрического поля щели

$$C_9 = \varepsilon_a \frac{lb}{d}.$$
 (5.20)

Эквивалентная индуктивность, обусловленная магнитным полем отверстия, рассчитывается с помощью соотношения (5.16).

Диаметр отверстия резонатора  $2R_0 << \lambda$ , поэтому в отверстии  $B \approx B_{\rm cp} = {\rm const}$ . Магнитный поток, как и в случае тороидального резонатора, определяется выражением

$$\Phi = B_{\rm cp} S_{\rm II} = \mu_{\rm a} H_{\rm cp} \pi R_0^2. \tag{5.21}$$

Плотность тока, протекающего по поверхности, ограничивающей отверстие, численно равна напряженности магнитного поля у поверхности. Поскольку магнитные силовые линии направлены по касательной к поверхности и перпендикулярно к отверстию, то

$$J_{ms} = H_{cp}$$
.

Поскольку в отверстии величину  $H_{\rm cp}$  считаем постоянной, ток вдоль поверхности, ограничивающей отверстие, определяется как

$$I = J_{ms}b = H_{cp}b.$$

Подставив значения потока  $\Phi$  и тока I, получим в соответствии с выражением (5.13) значение эквивалентной индуктивности:

$$L_{9} = \frac{\Phi}{I} = \frac{\pi \mu_{a} R_{0}^{2}}{h}.$$
 (5.22)

Резонансная частота определится соотношением

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}} = \frac{c}{R_0} \sqrt{\frac{d}{\pi l}},\tag{5.23}$$

где c — скорость света.

Заметим, что в случае, когда поле постоянно по ширине b блока, резонансная частота не зависит от размера b.

Полученное значение резонансной частоты, как и в тороидальном резонаторе, оказывается несколько завышенным, так как при расчете не учитывались краевые поля.

# 5.4. Способы возбуждения и настройки резонаторов

Объемные резонаторы на практике всегда связаны с внешними устройствами. Возбуждение резонаторов и отбор мощности из них осуществляются с помощью элементов связи. Для связи резонатора с генератором и нагрузкой используют такие устройства, как штырь, петля, щель (окно связи), а также возбуждение колебаний электронным потоком переменной плотности. Величина связи регулируется глубиной погружения штыря или поворотом плоскости петли.

Условиями возбуждения объемных резонаторов являются обеспечение равенства частоты (длины волны) генератора и частоты (длины волны) собственных колебаний резонатора и выбор оптимальных величин связи резонатора со входной и выходной цепями, которые обеспечивали бы требуемое значение добротности резонатора при выбранной длине волны резонатора и типа поля в нем.

Амплитуда колебаний в резонаторе тем больше, чем ближе частота генератора к собственной частоте резонатора. Настройка резонатора в резонанс с частотой генератора производится изменением объема резонатора, например с помощью поршня, а перестройка в небольших пределах — деформацией резонатора или ввинчиванием металлических пробок — плунжеров.

Плунжер, ввинченный в область, где сконцентрировано электрическое поле, эквивалентен параллельному подключению емкости, так как на нем концентрируются заряды. При этом эквивалентная емкость увеличивается. Если же он ввинчивается в область, где сконцентрировано магнитное поле, то произойдет концентрация магнитных силовых линий. Это эквивалентно параллельному вклю-

чению индуктивности. В этом случае эквивалентная индуктивность  $L_{9}$  уменьшается, поэтому частота  $\omega_{0}=\frac{1}{\sqrt{L_{9}C_{9}}}$  изменяется.

Отверстие, прорезанное в области концентрации электрического поля, уменьшает эквивалентную емкость  $C_9$ , а в области магнитного поля — увеличивает эквивалентную индуктивность  $L_9$ . Таким образом, изменяя объем резонатора или деформируя ЭМП, можно изменять частоту настройки.

## 5.5. Добротность резонаторов

Для любой колебательной системы

$$Q = \frac{\omega_0 W_0}{P_{\text{mot}}},\tag{5.24}$$

где  $W_0 = \int_V \frac{\mu_a H_m^2}{2} dV$  — энергия, запасенная в резонаторе;

 $P_{\rm \Pi O T} = P_{0\ {\rm \Pi O T}} + P_{\rm BH.\ \Pi O T}$  — сумма собственных потерь резонатора ( $P_{0\ {\rm \Pi O T}}$ ) и потерь на внешней нагрузке.

Рассмотрим собственную добротность резонатора  $Q_0$ , когда нагрузка отключена, т. е. когда  $P_{\mathrm{BH.\ \PiOT}}=0$ . При этом

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W_0}{P_{\text{HOT}}}. (5.25)$$

Пренебрегая потерями в диэлектрике резонатора, имеем

$$P_{0 \text{ пот}} = \int_{S} \frac{1}{2} J_{ms}^{2} R_{s} dS = \frac{R_{s}}{2} \int_{S} H_{m\tau}^{2} R_{s} dS$$
 (5.26)

(так как  $J_{ms} = H_{m\tau}$ ).

Поверхностное сопротивление  $R_s = \frac{1}{\delta \sigma}$ ,

где  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_a \sigma}}$  — эквивалентная глубина проникновения поля в металл.

Подставляя значение  $W_0$  и  $P_{0\, {
m not}}$  в выражение (5.25), получим

$$Q_{0} = \frac{\omega_{0}\mu_{a} \int H_{m}^{2} dV}{R_{s} \int H_{m\tau}^{2} dS} = \frac{2}{\delta} \frac{V}{\int H_{m\tau}^{2} dS}.$$
 (5.27)

В сантиметровом диапазоне волн соотношение интегралов составляет единицы сантиметров, а глубина проникновения — тысячные доли миллиметров. Поэтому собственная добротность резонаторов сантиметрового диапазона составляет десятки тысяч.

Из выражения (5.27) следует, что добротность зависит от типа колебаний. При работе на колебаниях, у которых магнитное поле в основном сосредоточено в центре резонатора, добротность больше, так как интеграл в знаменателе мал.

Рассмотрим теперь добротность нагруженного резонатора  $Q_{\rm H}$  . Разделив  $P_{\rm пот} = P_{0\;{\rm пот}} + P_{\rm BH,\; пот}$  на величину  $\omega_0 W_0$  , получим

$$\frac{1}{Q_{\rm H}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\rm BH}},\tag{5.28}$$

где  $Q_{\mathrm{BH}} = \frac{\omega_0 W_0}{P_{\mathrm{BH.\,\PiOT}}}$  – внешняя добротность.

Отсюда нагруженная (эффективная) добротность всегда меньше собственной:

$$Q_{\rm H} = \frac{Q_0 Q_{\rm BH}}{Q_0 + Q_{\rm BH}}.$$
 (5.29)

Поэтому полоса пропускания нагруженного резонатора шире, чем ненагруженного (рис. 5.12).

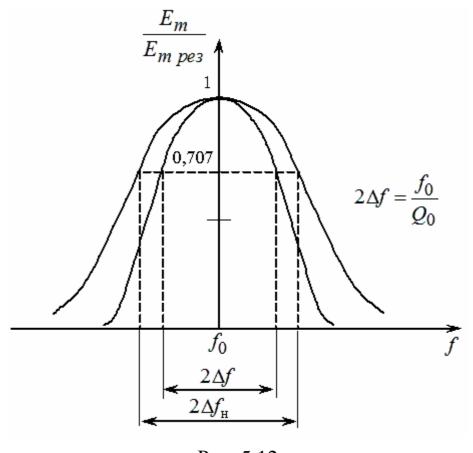


Рис. 5.12

Объемные резонаторы широко применяются в качестве колебательных систем генераторов и усилителей СВЧ, эталонов частоты, различных элементов волноводных трактов, в аппаратуре функционального контроля для измерения частоты.

### Заключение

В учебном пособии рассмотрены общая теория линий передачи электромагнитной энергии, линии передачи диапазона СВЧ различных типов, электромагнитные волны в линиях передачи конечной длины, элементы трактов СВЧ, объемные резонаторы.

Прямоугольные волноводы широко используются в сантиметровом и миллиметровом диапазонах волн. В этих диапазонах работают станции космической и радиорелейной связи, радионавигационные системы, авиационные бортовые РЛС, зенитные ракетные системы и комплексы, значительная часть РЛС контроля воздушного и космического пространства. Круглые волноводы находят применение во вращающихся сочленениях, в качестве основы элементов фазированных антенных решеток, возбудителей антенн с круговой поляризацией. Коаксиальные волноводы широко применяются в качестве линий передачи дециметрового и метрового диапазонов. Микрополосковые волноводы используются в миниатюрных приемных и маломощных передающих устройствах.

Режимы работы линий передачи электромагнитной энергии конечной длины, рассмотренные в учебном пособии, находят применение в трактах передачи электромагнитной энергии. Режим бегущей волны широко используется для передачи электромагнитной энергии от радиопередающего устройства к антенне и от антенны— к радиоприемному устройству. Режим стоячей волны возникает в объемных резонаторах, колебательных системах генераторов СВЧ, резонансных и согласующих элементах.

Разнообразные элементы СВЧ и объемные резонаторы широко используются в системах радиосвязи, комплексах и средствах специального назначения для передачи и приема, модуляции и демодуляции, частотной и поляризационной фильтрации, перераспределения электромагнитной энергии, решения других задач в трактах СВЧ.

# Размеры стандартных прямоугольных волноводов для различных диапазонов волн

Тип вол- новода	Δλ, см	aх $b$ , мм	Толщина стенок, мм	$P_{\Pi  m peg}, \  m MBr$	α <sub>п.м</sub> , дБ/м
МЭК-8	3346,8	292,1×146,1	3,18	200	0,0027
МЭК-12	20,531,2	195,58×97,79	3,18	85	0,005
МЭК-22	11,4517,45	109,22×54,61	2,03	27	0,012
МЭК-32	7,611,55	72,14×34,04	2,03	10,5	0,0199
МЭК-48	5,017,62	47,55×22,149	1,63	7,86	0,031
МЭК-70	3,675,58	34,85×15,799	1,63	2,29	0,0633
МЭК-81	4,569	28,499×12,624	1,63	1,56	0,0725
МЭК-100	2,53,66	22,86×10,16	1,27	0,99	0,117
МЭК-220	1,1251,7	10,668×1,318	1,02	0,22	0,346
МЭК-320	0,751,135	7,112×3,556	1,02	_	_

Таблица 2 Характеристики диэлектриков, применяемых при изготовлении полосковых и микрополосковых волноводов

Морко ни	Характеристики диэлектрика							
Марка ди- электрика	3	tg δ·10 <sup>-4</sup>	пробивное напря- жение, мВ/м	плотность, г/см <sup>3</sup>				
	Органические диэлектрики							
CT-10	10±0,5	20	15	1,852,1				
ПКТ-10	10±0,5	45	12	2,2				
CT-16	16±0,8	30	10	2,42,76				
ФЛАН-16	16±0,8	15	8	2,52,7				
Неорганические диэлектрики								
Сапфир	9,411,7	1	Ι	3,98				
TM-15	15±1	1	8	_				
TM-25	25±1,5	5	8	_				
ТЛ/25	25±1,5	_	_	_				

# Окончание таблицы 2

				,		
Морко ни	Характеристики диэлектрика					
Марка ди- электрика	ε	tg δ·104	пробивное напряжение, мВ/м	плотность, г/см <sup>3</sup>		
Неорганические диэлектрики						
ТЛ/75	50±2	6	8	_		
МГ-60	58,7±1,8	2	15	3,9		
ТЛ/750	100±10	2	8	_		
ТЛ/250	250±30	30	5	_		

Значения корней функций Бесселя

Таблица 3

n	m						
	0	1	2	3	4		
1	2,405	3,832	5,136	6,379	7,588		
2	5,52	7,016	8,417	9,761	11,06		
3	8,65	10,17	11,62	13,02	14,37		
4	11,79	13,32	14,8	16,22	17,62		

Таблица 4 Значения корней производной функций Бесселя

n	m						
	0	1	2	3	4		
1	3,832	1,841	3,054	4,201	5,317		
2	7,016	5,332	6,706	8,015	9,282		
3	10,17	8,536	9,965	11,85	12,682		
4	13,32	11,71	13,17	_	_		

Таблица 5 Удельная проводимость некоторых веществ при 20 °C

ВЕЩЕСТВО	σ, см/м	ВЕЩЕСТВО	о, см/м
Серебро	6,2·107	Стекло	1.10 – 12
Медь	5,7.107	Фарфор	3.10 – 13
Золото	4,1.107	Слюда	1.10 – 13
Алюминий	3,6.107	Стеатит СК-1	1.10 – 15
Железо	1.107	Фторопласт-4	1.10 – 16
Сталь	1,7.107	Кварц плавленный	$2 \cdot 10 - 17$
Латунь	0,8.107	Полиэтилен	$1 \cdot 10 - 17$

Таблица 6 Характеристики гибких стандартных коаксиальных кабелей

Марка кабеля	$2a_2$ , MM	2 <i>a</i> <sub>1</sub> , мм	$Z_{\mathbf{R}}$ , Om	Затухание в дБ/м при частоте		$U_{ m paб.доп},$
	2,	1,	<b>D</b> /	200 МГц	3 ГГц	кВ
PK-50-2-13	2,2±0,1	0,68	50±2	0,3	2	1
PK-50-4-13	4,6±0,2	1,37	50±2	1,4	3,5	1,5
PK-50-7-15	7,3±0,3	2,28	50±2	0,17	1,25	1
PK-50-9-12	9±0,5	2,7	50±2	0,2	0,85	4,6
PK-75-4-15	4,6±0,2	0,72	75±3	0,18	1,3	3
PK-75-4-16	4,6±0,2	0,78	75±3	0,2	1,5	2
PK-75-9-12	9±0,3	1,35	75±3	0,12	0,8	5,5
PK-100-7-13	7,3±0,3	0,6	00±5	0,12	1	4,5

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

- 1. Скалярное произведение двух векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  есть скаляр C, определяемый равенством.
  - 2.  $C = (\vec{A}, \vec{B}) = AB \cdot \cos \phi = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

где  $\phi$  — угол между векторами  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  .

3. Векторное произведение двух векторов  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  есть вектор  $\vec{C}$  , перпендикулярный векторам  $\vec{A}$  и  $\vec{B}$  , составляющий с ними правую тройку и определяемый равенством

$$\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}] = \vec{c}^{O} A B \sin = \begin{vmatrix} \vec{x}^{O} & \vec{y}^{O} & \vec{z}^{O} \\ A_{x} & A_{y} & A_{z} \\ B_{x} & B_{y} & B_{z} \end{vmatrix}.$$

где  $\vec{c}^{\,\,0}$  – орт нормали к плоскости, в которой лежат оба вектора.

4. Смешанное произведение трех векторов  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$  есть скаляр, равный объему параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ , и взятый со знаком «+», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «-», – если наоборот:

$$\begin{bmatrix} \vec{A} \times \vec{B} \end{bmatrix} \vec{C} = \vec{A} \begin{bmatrix} \vec{B} \times \vec{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{B} \times \vec{C} \end{bmatrix} \vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{C} \times \vec{A} \end{bmatrix} \vec{B} = \begin{vmatrix} A_{X} & A_{Y} & A_{Z} \\ B_{X} & B_{Y} & B_{Z} \\ C_{X} & C_{Y} & C_{Z} \end{vmatrix}.$$

5. Двойное векторное произведение есть вектор, который может быть вычислен по формуле

$$\begin{bmatrix} \vec{A} \begin{bmatrix} \vec{B} \times \vec{C} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \vec{B} \begin{pmatrix} \vec{A}, \vec{C} \end{pmatrix} \quad \vec{C} \begin{pmatrix} \vec{A}, \vec{B} \end{pmatrix}.$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Кокорин, А. М.* Линии передачи диапазона / А. М. Кокорин, А. А. Филонов. Тверь: ВУ ПВО, 2001.
- 2. **Техническая** электродинамика; под ред. Ю. В. Пименова. М.: Высшая школа, 1992.
- 3. *Баскаков*, *С. И.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высшая школа, 1992.
- 4. *Гальперович*, *Д. Я.* Радиочастотные кабели / Д. Я. Гальперович, А. А. Павлов, И. И. Хренков. М.: Энергоиздат, 1990.
- 5. Электродинамика и техника СВЧ. Ч. 1. Теория электромагнитного поля; под ред. Б. И. Курилина. М.: Воениздат, 1983.
- 6. *Воропаев*, *Ю. П.* Электродинамика и техника СВЧ. Ч. 2. Техника сверх высоких частот/ Ю. П. Воропаев, О. Ю. Юрцев. М:. Воениздат, 1985.
  - 7. *Левин, Л.* Теория волноводов. М.: Радио и связь, 1981.
- 8. **Техника** сверхвысоких частот; под ред. Б. И. Штительмана. Киев, КВИРТУ, 1970.
- 9. **Фельдитейн, А. Л.** Справочник по элементам волноводной техники/ А. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов. М.: Советское радио, 1967.
- 10. Справочник по волноводам; пер. с англ., под ред. Я. Н. Фельда. М.: Советское радио, 1952.

## Учебное издание

Ерёменко Владимир Тарасович Фисун Александр Павлович Кокорин Алексей Михайлович Алешин Михаил Геннадьевич Илюхин Александр Александрович

# ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ И ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Учебное пособие

Печатается в авторской редакции

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»

Подписано к печати 26.12.2017 г. Формат 60×90 1/16. Усл. печ. л. 14,3. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета на полиграфической базе ОГУ имени И.С. Тургенева 302026, г. Орел, ул. Комсомольская, 95.