

Exercice 3 :

1^{ère} question :

F et G sont équivalents : F est une couverture de G et G est une couverture de F

On a $F = \{A \rightarrow B \text{ (1)}, CE \rightarrow H \text{ (2)}, C \rightarrow E \text{ (3)}, A \rightarrow CH \text{ (4)}\}$

$G = \{C \rightarrow EH \text{ (5)}, A \rightarrow BC \text{ (6)}\}$

F couverture de G:

$C \rightarrow EH$: $C \rightarrow E$ existe dans DF 3

$A \rightarrow B$: existe dans DF 1

$A \rightarrow C$: existe dans DF 4

$C \rightarrow H$: $C \rightarrow E$ par augmentation $C \rightarrow CE$ et $CE \rightarrow H$ alors $C \rightarrow H$ (ou par pseudo transitivité)

G couverture de F :

$A \rightarrow B$: existe dans DF 6

$C \rightarrow E$: existe dans DF 5

$A \rightarrow C$: existe dans DF 6

$A \rightarrow H$: $A \rightarrow C$ et $C \rightarrow H$ donc par transitivité $A \rightarrow H$

$CE \rightarrow H$: $C \rightarrow H$ par augmentation $CE \rightarrow EH$ alors par décomposition $CE \rightarrow H$

Alors F et G sont équivalents

2^{ème} question :

Clé candidate de R :

A une clé candidate ? vérifie l'unicité et l'irréductibilité

1. Unicité :

$A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow H, A \rightarrow E$

2. Irréductibilité :

A est élémentaire

Clé primaire : A, c'est la seule clé candidate

Trouver la clé candidate avec la Super clé :

A B C E H

$CE \rightarrow H : A B C E$

$C \rightarrow E : A B C$

$A \rightarrow BC$ (par décomposition $A \rightarrow B$ et $A \rightarrow C$) : A

Exercice 4 :

Les DFs :

$AB \rightarrow C,$

$C \rightarrow A,$

$BC \rightarrow D,$

$ACD \rightarrow B,$

$BE \rightarrow C,$

$CF \rightarrow BD,$

$CE \rightarrow FA,$

$D \rightarrow EF$

1^{ère} étape: Singleton à droite

$AB \rightarrow C, 1$

$C \rightarrow A, 2$

$BC \rightarrow D, 3$

$ACD \rightarrow B, 4$

$BE \rightarrow C, 5$

$CF \rightarrow B, 6$

$CF \rightarrow D, 7$

$CE \rightarrow F, 8$

$CE \rightarrow A, 9$

$D \rightarrow E, 10$

$D \rightarrow F, 11$

2^{ème} étape: Irréductibilité à gauche

$C \rightarrow A : DF 2$ donc $DF 4$ devient $CD \rightarrow B$

3^{ème} étape : Enlever les DFs redondantes

$C \rightarrow A$ par augmentation $CE \rightarrow AE$ et par décomposition $CE \rightarrow A$, enlever DF 9

$CF \rightarrow B$ par augmentation $CF \rightarrow BC$ et $BC \rightarrow D$ par transitivité $CF \rightarrow D$, enlever DF 7

$D \rightarrow F$ par augmentation $CD \rightarrow CF$ et $CF \rightarrow B$ par transitivité $CD \rightarrow B$, enlever $CD \rightarrow B$

$CF \rightarrow D$ par augmentation $CF \rightarrow CD$ et $CD \rightarrow B$ par transitivité $CF \rightarrow B$, enlever DF 6

Il existe 2 couvertures minimales :

1^{ère} :

$AB \rightarrow C$

$C \rightarrow A$

$BC \rightarrow D$

$BE \rightarrow C$

$CF \rightarrow B$

$CE \rightarrow F$

$D \rightarrow E$

$D \rightarrow F$

2^{ème} :

$AB \rightarrow C$

$C \rightarrow A$

$BC \rightarrow D$

$BE \rightarrow C$

$CD \rightarrow B$

$CE \rightarrow F$

$D \rightarrow E$

$D \rightarrow F$

Exercice 5 :

Soit une relation $R(A,B,C,D,E,F,G)$ et l'ensemble des DFs :

$\{A \rightarrow EG, B \rightarrow D, EF \rightarrow G, CD \rightarrow F, E \rightarrow C, C \rightarrow B\}$

1. Donner la ou les clés candidates de R :

A clé candidate ?

a. Unicité :

$A \rightarrow E, A \rightarrow G, A \rightarrow B, A \rightarrow D, A \rightarrow C, A \rightarrow F$

b. Irréductibilité : vérifiée A est élémentaire

A est une clé primaire, c'est la seule clé candidate

2. Calculer la couverture minimale :

1^{ère} étape : Singleton à droite

$A \rightarrow E$, 1
 $A \rightarrow G$, 2
 $B \rightarrow D$, 3
 $EF \rightarrow G$, 4
 $CD \rightarrow F$, 5
 $E \rightarrow C$, 6
 $C \rightarrow B$, 7

2^{ème} étape: Irréductibilité à gauche

$C \rightarrow B$ et $B \rightarrow D$ par transitivité $C \rightarrow D$, DF 5 devient $C \rightarrow F$
 $E \rightarrow C$ et $C \rightarrow F$ par transitivité $E \rightarrow F$, DF 4 devient $E \rightarrow G$

$A \rightarrow E$, 1
 $A \rightarrow G$, 2
 $B \rightarrow D$, 3
 $E \rightarrow G$, 4
 $C \rightarrow F$, 5
 $E \rightarrow C$, 6
 $C \rightarrow B$, 7

3^{ème} étape : Enlever les DFs redondantes

$A \rightarrow E$ et $E \rightarrow G$ par transitivité $A \rightarrow G$, enlever DF 2

Couverture minimale :

$A \rightarrow E$
 $B \rightarrow D$
 $E \rightarrow G$
 $C \rightarrow F$
 $E \rightarrow C$
 $C \rightarrow B$