

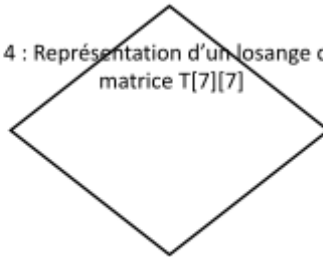
RECURSIVITE

Exercice 1

Etant donné une matrice carrée $T[N][N]$ où $N > 1$ et N est impair. On veut représenter un triangle dans la moitié supérieure de cette matrice en mettant à jour certaines cases de la matrice T .

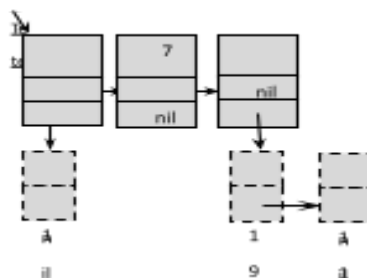
1. Écrire une action paramétrée **récurive** afin de représenter un triangle dans la moitié supérieure de la matrice T .
2. Écrire une action paramétrée **récurive** afin de représenter un triangle dans la moitié inférieure de la matrice T .
3. En s'inspirant des deux questions précédentes, écrire une action paramétrée **récurive** dans le but de représenter un losange (voir la figure ci-dessous).

Figure 4 : Représentation d'un losange dans une matrice $T[7][7]$



Exercice 2

1. Ecrire une action paramétrée **récurive** `Affiche_R1()` qui affiche les éléments d'une liste d'entier. On commence par afficher le dernier élément, avant dernier, ..., premier.
2. Ecrire une seconde action paramétrée **récurive** `Affiche_R2()` qui affiche les éléments de la structure de la figure ci-dessous. Penser à utiliser la fonction récursive `Affiche_R1()` dans le corps de la seconde action. Les nombres seront affichés dans cet ordre : **191** : **911 119 7** : **15** : **51**
3. Ecrire une action paramétrée **récurive** `Efface_R2()` qui libère l'espace mémoire occupé par la structure de la figure ci-dessous. Penser à utiliser le même principe donné par les questions 2 et 3. Les éléments seront libérés dans cet ordre : **911 119 191** **7** **51 15**



Exercice 3

Dans une **chaîne amiable**, chaque nouveau nombre est égal à la Somme des Diviseurs Propres (SDP) (autres que lui-même) du précédent. La somme du dernier étant égale au premier nombre. Le nombre en question est dit **sociable** (voir l'exemple donné dans le tableau 1).

N	DIVISEURS PROPRES	SDP
12496	1 2 4 8 11 16 22 44 71 88 142 176 284 568 781 1136 1562 3124 6248	14288
14288	1 2 4 8 16 19 38 47 76 94 152 188 304 376 752 893 1786 3572 7144	15472
15472	1 2 4 8 16 967 1934 3868 7736	14536
14536	1 2 4 8 23 46 79 92 158 184 316 632 1817 3634 7268	14264
14264	1 2 4 8 1783 3566 7132	12496

Tableau 1 : le nombre 12496 est sociable

1. Ecrire une **fonction récursive** qui vérifie si un nombre N est sociable ou non.
2. Dans le programme principal lisez un entier positif N et afficher le message suivant : N est sociale / N n'est pas sociable.

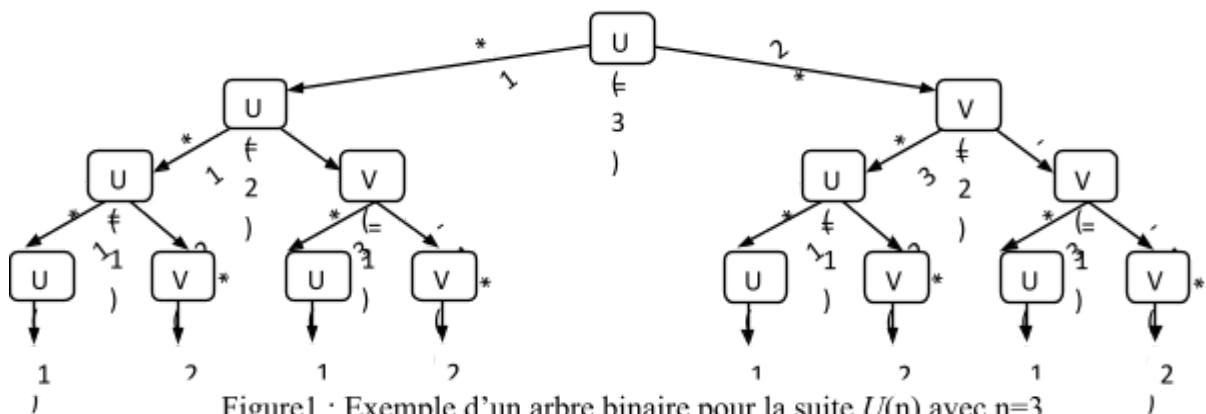
Remarque :

- Il est recommandé de créer une fonction qui retourne la **SDP** d'un entier N positif.
- Si N n'est pas sociable, la SDP de l' i ème élément ne sera jamais égale au premier. On prévoit alors de transmettre un autre paramètre : borne=100 à la fonction. Si le nombre d'éléments créés dépasse ce paramètre, alors N ne vérifie pas la définition d'une chaîne amiable.

Exercice 4:

En se référant à l'exemple donné par la figure 1 :

1. Donner l'écriture mathématique des suites : U_{n+1} et V_{n+1} pour $n \geq 0$
2. Donner le cas trivial (qui assure l'arrêt des appels) de chaque suite
3. Ecrire les actions **récursives** $U()$ et $V()$
4. Calculer U_5 et V_7



Exercice 5:

Dans cet exercice, on définit une matrice carrée $T(N,N)$ comme un tableau à deux dimensions où le nombre de lignes est égal au nombre de colonnes et $N > 1$. Étant donné les actions paramétrées ci-dessous, on vous demande de :

1. Dérouler l'action paramétrée F en tenant compte des initialisations suivantes : $L=5$, $CC=L$, $LL=L$, $DL=1$, $DC=1$. L et val sont des variables **globales** initialisées à 5 et à 1 respectivement. Remplissez la matrice $T[L][L]$ et décrire en quelques mots le résultat de cette action. Expliquer en quelques mots si cette action est récursive terminale ou non.
2. En laissant l'action F faire le même travail (question 1), transformer cette action afin qu'elle retourne le **nombre** de sous-matrice qu'on peut tirer à partir du centre de la matrice (la matrice initiale est incluse dans le compte). Dans le cas où le nombre de lignes est pair le centre est un point. Dans l'autre cas, le centre est une case (voir la figure 1). Dans l'algorithme principal, donner un exemple d'appel de cette action dans le cas où L est pair ($L=6$) et L impair ($L=7$).
3. Ecrire une action paramétrée **récursive** qui initialise une matrice carrée en suivant une spirale (voir la figure 2).

Procédure LGD($E/ T[L][L]$, DL CC :entier) Début k : entier pour k de DL à CC faire $T[DL][k]$ val ; ftang Fin	Procédure CHB($E/ T[L][L]$, DL , LL , CC :entier) Début k : entier pour k de $DL+1$ à LL faire $T[k][CC]$ val ; ftang Fin
Procédure CBH($E/ T[L][L]$, LL , DL , DC :entier) Début k : entier pour k de $LL-1$ à $DL+1$ pas-1 faire $T[k][DC]$ val ; ftang Fin	Procédure LDG($E/ T[L][L]$, CC , DC , LL :entier) Début k : entier pour k de $CC-1$ à DC pas-1 faire $T[LL][k]$ val ; ftang Fin
Procédure F ($E/ T[L][L]$, LL , CC , DL , DC :entier) Début si $(LL > DL$ et $CC > DC)$ alors LGD (T , DL , CC) ; CHB (T , DL , LL , CC) ; LDG (T , CC , DC , LL) ; CBH (T , LL , DL , DC) ;	

```

    val val+1 ;
    F (T, LL-1, CC-1, DL+1, DC+1) ;
Fsi
Fin
    
```

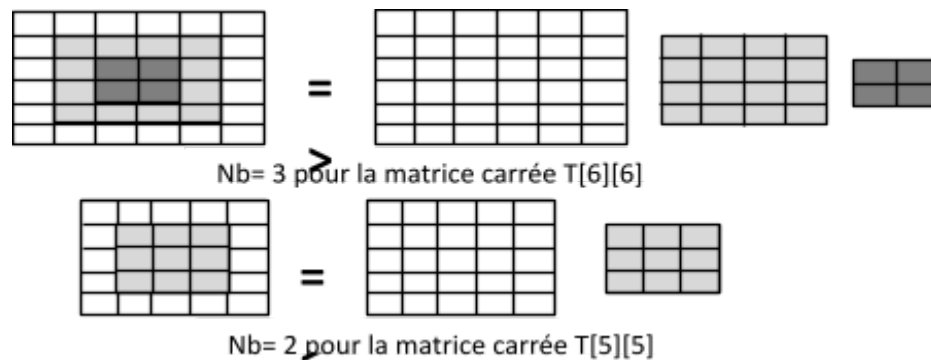


Figure 1 : exemples de sous-matrice dans le cas d'une matrice carrée T(6,6) et T(5,5)

1	2	3	4	5
16	17	18	19	6
15	24	25	20	7
14	23	22	21	8
13	12	11	10	9

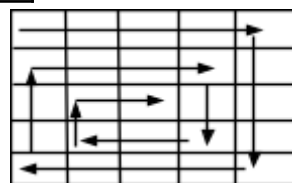


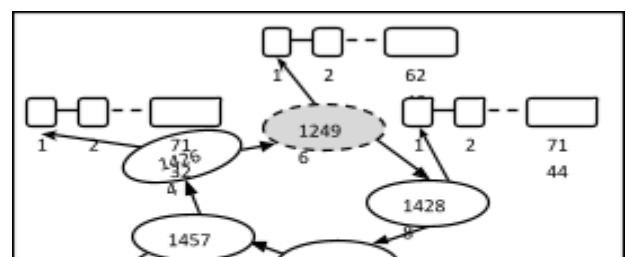
Figure 2 : initialisation de la matrice carrée T [5][5] en suivant une spirale

Interrogation 2018/2019

Dans une **chaîne amiable**, chaque nombre est égal à la Somme des **Diviseurs Propres** (SDP) (autres que lui-même) du précédent. La somme du dernier étant égale au premier nombre.

Exemple : la SDP de 12496 est 14288, la SDP de 14288 est 15472, la SDP de 15472 est 14576 la SDP de 14576 est 14264 et la SDP de 14264 est 12496 . Le nombre 12496 est dit **sociable**.

- Ecrire une fonction qui retourne la liste des **diviseurs** d'un entier positif transmis en paramètre.
- Ecrire une fonction qui retourne la somme des **diviseurs propres** où la tête de la liste est le seule paramètre à transmettre à la fonction



- Ecrire une fonction qui crée une chaîne amiable d'un entier positif transmis en paramètre. On transmet également un autre paramètre : borne. Si le nombre d'éléments créé dépasse le paramètre borne, le nombre transmis en paramètre ne vérifie pas la définition d'une chaîne amiable. Dans ce cas, détruisez toute la structure. Pour cela il faut au préalable:
 - créer une procédure **non récursive** qui supprime la chaîne amiable. Cette procédure utilise une autre **procédure récursive** qui supprime une liste des diviseurs.
- Dans le programme principal lisez un entier positif et affichez le message suivant : ce nombre est sociale / ce nombre n'est pas sociale. On fixe le paramètre borne à 100.