



Potenciação

Por Daniel Duarte da Silva

Bacharel em Matemática (Mackenzie, 2015)
Licenciado em Matemática (Mackenzie, 2014)

Faça os exercícios!

A **potenciação** (ou **exponenciação**) é uma das operações básicas no universo dos números naturais onde um dado número é multiplicado por ele mesmo, uma quantidade n de vezes. Lembrando que para representar a soma de várias parcelas iguais, usamos a multiplicação, podemos recorrer à potenciação para expressar o produto de vários fatores iguais.

$$a^n = b$$

Onde:

- a = base;
- n = expoente;
- b = potência.

Assim, a base sempre será o valor do fator; o expoente é a quantidade de vezes que o fator repete; a potência é o resultado do produto.

Exemplo: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Uma potência **a** de grau n é o produto de n fatores iguais a **a** . Em outras palavras, dizemos que a está elevado à n ésima potência.

a^1 : dizemos que a está elevado à primeira potência.

a^2 : dizemos que a está elevado à segunda potência. Potências com expoente igual a 2 são conhecidas como "quadrado".

a^3 : dizemos que a está elevado à terceira potência. Potências com expoente igual a 3 são conhecidas como "cubo".

Definições

Todo número elevado à zero é igual a um

$$a^0 = 1$$

Potência com expoente 1

Qualquer número, elevado a 1 será igual a ele mesmo

$$a^1 = a$$

Toda potência de base 1 é igual ao próprio 1

Nas potências com base 1, dados por 1^n , sendo n pertencente aos reais, não importa o valor de " n ", será sempre 1.

$$1^n = 1$$

Potências com base igual a 0

Toda potência com base igual a 0, 0^n , sendo o expoente $n > 0$, será igual a zero.

$$0^n = 0$$

Propriedades da Potenciação

Multiplicação de potências de mesma base

Quando se multiplica potências de mesma base, têm-se uma nova potência onde a base é igual a base das parcelas e o expoente é a soma dos expoentes das parcelas.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Em uma multiplicação de potências com a mesma base, conservamos a base e somamos os expoentes.

Exemplo: $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Divisão de potências de mesma base

Quando se divide potências de mesma base, têm-se uma nova potência onde a base é igual a base do divisor e dividendo e o expoente é a diferença dos expoentes do divisor e dividendo.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$$

Em uma divisão de potências com a mesma base, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

Exemplo: $\frac{4^7}{4^5} = 4^{7-5} = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Potência com expoente negativo

Nas potências com expoente negativo, devemos inverter a base e inverter o sinal do expoente:

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m, a \neq 0$$

Exemplo: $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

Potência de uma multiplicação

A multiplicação de dois ou mais fatores elevados a um dado expoente é igual a multiplicação desses fatores, cada um elevado ao mesmo expoente:

$$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$$

Exemplo: $(2 \cdot 1 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 1^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36$

Potência de uma divisão

A divisão de dois fatores elevados a um dado expoente é igual a divisão desses fatores, cada um elevado ao mesmo expoente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

Exemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}$

Potência de uma potência

A potência n da potência m de um número a é igual à potência de a cujo expoente é o produto dos expoentes m e n, ou seja:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Exemplo: $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

Potência com expoente fracionário

Quando encontramos uma potência com expoente fracionário, devemos transformá-la em um radical, ou seja, em uma raiz, onde o numerador e o denominador do expoente serão respectivamente o índice e o expoente do radicando, assim:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, n \neq 0$$

Exemplo: $4^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$

Potência de uma Raiz

Quando a base é composta de uma raiz, o expoente da potenciação passa a ser o expoente do radicando:

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplo: $(\sqrt[2]{4})^3 = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$

Potência com base negativa

Observe os exemplos abaixo:

$$(-3)^2 = 9$$

$$-3^2 = -9$$

O sinal de negativo (-) na frente do 3 só fará parte da potenciação quando estiver dentro de um parêntese, caso contrário, ele continua no seu lugar no resultado.

Porém, no primeiro exemplo, o expoente é 2, número par, por isso o resultado final é positivo. Se fosse um número ímpar, o resultado seria negativo:

$$(-3)^3 =$$

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$$

$$9 \cdot (-3) = -27$$

se tirarmos os parênteses

$$-3^3 =$$

$$-3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$-9 \cdot 3 = -27$$

Referências:

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Ângela (org.). Por trás da porta, que a matemática acontece. Campinas: UNICAMP, 2001.

IMENES, Luiz; LELLIS, Marcelo. Matemática. 5a a 8a série. Scipione, 1998.