1. После i-й итерации внешнего цикла

в $a(mask)$ лежит $\sum a(submask)$, где $submask$ и $mask$

отличаются только первыми i битами.

База: $i=0$. Очевидно.

Переход: допустим для $0, 1, 2 \ldots i$ итераций верно.

$i+1$ итерация. Изменятся только $mask$, где $i+1$ бит

$=1$. $a'[mask] \mathrel{+}= a'[mask \wedge (1 \ll (i+1))]$

$\sum a[submask]$

$\sum a[submask]$

отличается от

где submask
отличается
в первых
i битах от mask, но
$(i+1)$ бит $= 1$

где submask от...
mask^(1<<(i+1)) в первых i
битах (а, значит, отличается
и от mask в первых i
битах), но $(i+1)$ бит $= 0$.

2. Представим W как W битов, разделенных на $\frac{W}{w}$ машинных слов. Будем идти по массиву предметов и $\forall i$ хранить массив от 1 до W, которые этими предметами можно набрать (отметим соотв. биты). Тогда на $i+1$ предмете в каждом слове сдвинем все биты на $w[i+1]$ вправо и возьмем "или" с ... чтобы иметь биты.

его предыдущим значением. Чтобы узнать
«перенесение» в слова правее, возьмем нужный битовый сдвиг влево нижнего слова и применим «или» полученных значений со словами справа (это могут быть не непосредственные соседи, но ясно, что этих слов будет не больше 2-х). Итого, $\frac{W}{\omega}$ операций для каждого из и эл-в массива.

Ответ найдем, взяв самое правое $\neq 0$ слово и самый правый $\neq 0$ бит - $\frac{W}{\omega}+\omega$ операций.

3. Обозначим за $f_n(a_1 \ldots a_k)$ кол-во хороших троек со значениями $\leq n$ и содержащих $a_1 \ldots a_k$.

Пусть a_n - искомое число.

Тогда $a_{n+1} = a_n + f_{n+1}(1)$. Это потому, что ко

Эл-м всех троек a_n можно прибавить 1 и получить тройку из a_{n+1}. Получится биекция со всеми тройками из a_{n+1} кроме $f_{n+1}(1)$.

Ясно, что $f_{n+1}(1) = f_n(1) + f_{n+1}(1, n+1)$.

В свою очередь $f_{n+1}(1, n+1) = f_n(1, n) + f_{n+1}(1, n, n-1)$,

потому что тройки из $f_{n+1}(1, n+1)$ без $n-1$ взаимно-однозначно соответствуют тройкам из $f_n(1, n)$

(биекция - заменяем $n+1$ на n).

Аналогично $f_{n+1}(1, n, n-1) = f_n(1, n-1, n-2) + f_{n+1}(1, n, n-1, n-2)$

И т.д. вплоть до $f_{n+1}(1, n, n-1, n-2 \ldots n-16) \underset{\text{при}}{=} f_{18}(1, 2 \ldots 18)$, и т.д. $n \geq 17$

которые можно предподсчитать.

Таким образом, будем хранить помимо a_{n+1} $f_{n+1}(1)$ $f_{n+1}(1,n)$ ... $f_{n+1}(1, n, n-1 \dots n-16)$ и пересчитывать их выше указанным способом.

Решение за $O(n)$.

Можно оптимизировать, использовав ДП на матрицах, заметив, что

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ & & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ f_n(1) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ f_{n+1}(1) \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} & & \vdots \\ 0 & 1 \cdots & 1 \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \\ f_n(1, n, n-1 \dots n-16) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \vdots \\ \\ f_{n+1}(1, n+1, n \dots n-15) \end{pmatrix}$$

Решение за $O(\log n)$.

Заметим, что $\begin{pmatrix} 1 & & & 1 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix}$ легко возводить в большую степень. Наша матрица равна $J_{19}^0 + J_{19} + J_{19}^2 + \dots + J_{19}^{18}$. Ясно, что $J_{19}^{18+\Delta} = 0_{19}$, поэтому в $(J_{19}^0 + J_{19} + \dots + J_{19}^{18})^n$ будет небольшое кол-во $\neq 0_{19}$ слагаемых с соответствую-

... Если

чисел положительными коэффициентами.

Все эти коэффициенты найти и по возможности сократить, задача сведется к поиску n, $n(n-1)$, $n(n-1)(n-2)$, ... $n(n-1)(n-2)\dots(n-17)$ и сложению этих чисел с соотв. коэффициентами.

Решение за $O(1)$