

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

з дисципліни

«Дискретна математика»

Варіант 11

Виконала:

студентка групи КН-112
Подопригора Х.І.

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема роботи: Моделювання основних операцій для числових множин.

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитися будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Варіант № 11

1. Для даних скінчених множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A \cap (B \cup C)$; б) $\overline{B} \Delta \overline{C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(\overline{C} \Delta B) \cap A$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірної твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

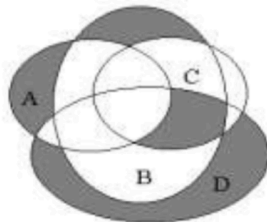
- а) $\{4, 5\} \subset \{\{1\}, 2, 3, 4, 5\}$; б) $N \in R$;
- в) $Q \cup N \subset N$; г) $Q \setminus Z \subset R$;
- д) якщо $A \subset B$ і $B \subset \overline{C}$, то $A \cap C = \emptyset$.

4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $((B \cap C) \Delta A) \setminus C \Delta B$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$(A \cup B) \cap \overline{C} \cup (\overline{A \cap B \cap C}) \cup (A \cap B \cap C).$$

8. У групі 35 студентів. З них 20 відвідують курси англійської мови, 11 німецької, а 10 студентів не відвідують жодних курсів. Скільки студентів відвідують лише курси англійської мови?

Розв'язок:

1. Подано множини:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

a) $A \cap (B \cup C)$

Зпишемо множини в комп'ютерному представленні відносно множини-універсуму і виконаємо операції над ними:

$$A = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

$$B = \{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$C = \{1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$$

$$(B \cup C) = \{1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$A \cap (B \cup C) = \{1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

b) $\neg B \Delta \neg C$

$$\neg B = \{1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\neg C = \{0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$$

$$\neg B \Delta \neg C = \{1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1\}$$

2. Для множин задачі 1 побудуємо булеан множини $(\neg C \Delta B) \cap A$ і знайдемо його потужність.

$$\neg C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$(\neg C \Delta B) = \{2, 5, 7, 9\}$$

$$(\neg C \Delta B) \cap A = \{2, 5, 7\}$$

$$P((\neg C \Delta B) \cap A) = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 5, 7\}\}$$

Потужність булеана $P((\neg C \Delta B) \cap A)$ має дорівнювати 2^n , де n - потужність отриманої скінченної множини. В нашому випадку потужність $|(\neg C \Delta B) \cap A| = 3$, а потужність булеана $|P((\neg C \Delta B) \cap A)| = 8$, з чого можемо зробити висновок, що булеан знайдено вірно.

3. Знаємо, що N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевіримо твердження:

- a) $\{4, 5\} \subset \{\{1\}, 2, 3, 4, 5\}$ є вірним. Позначимо множину $\{4, 5\}$ як A , а множину $\{\{1\}, 2, 3, 4, 5\}$ як B . Множина A дійсно є строго включеною в B , тому що всі її елементи належать B , але B не є рівною A .
- b) $N \in R$ є вірним, оскільки множина натуральних чисел належить множині дійсних чисел.
- c) $Q \cup N \subset N$ є хибним, тому що не всі елементи об'єднання натуральних і раціональних чисел будуть належати множині натуральних чисел (множина раціональних чисел не є підмножиною множини натуральних чисел). Вірним буде $Q \cup N \subseteq Q$.
- d) $Q \setminus Z \subset R$ є вірним, оскільки раціональні числа є підмножиною дійсних, але множина $Q \setminus Z$ не рівна R .
- e) **Якщо $A \subset B$ і $B \subset \neg C$, то $A \cap C = \emptyset$** є вірним, тому що оскільки множина A строго включена в B , то всі її елементи належать B , але одночасно B є строго включеною в $\neg C$, то жодний елемент B не входить до C , з чого випливає що перетин множин A і C буде порожнім. Проілюструємо це на прикладі. Нехай $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6\}$, $U = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, тоді отримаємо такий перетин: $\{1, 2, 3\} \cap \{-1, -2, -3, -4, -5, -6\} = \emptyset$.

4. Доведемо тотожність $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

Виконаємо перетворення

a) $A \setminus (B \cap C) =$

$= A \cap (\neg(B \cap C)) =$

за означенням різниці.

$= A \cap (\neg B \cup \neg C) =$

за законом де Моргана.

$= (A \cap \neg B) \cup (A \cap \neg C) =$

за законом дистрибутивності.

$= (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$

за означенням різниці.

Тепер в іншу сторону перетворення

a) $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) =$

$= (A \cap \neg B) \cup (A \cap \neg C) =$

за означенням різниці.

$= A \cap (\neg B \cup \neg C) =$

за законом дистрибутивності.

$= A \cap (\neg(B \cap C)) =$

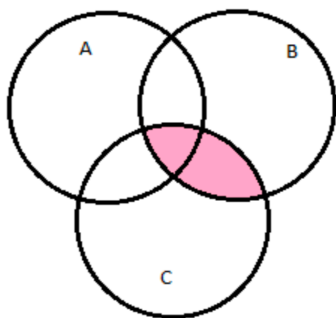
за законом де Моргана.

$= A \setminus (B \cap C).$

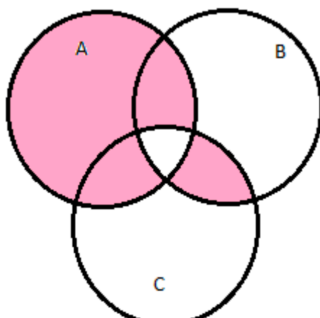
за означенням границі

5. Зобразимо на діаграмі Ейлера-Венна множину $((B \cap C) \Delta A) \setminus C$:

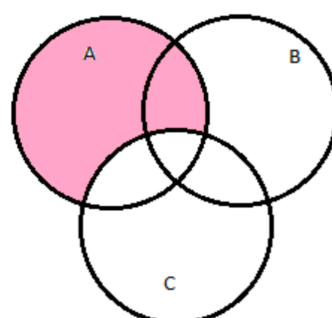
$(B \cap C)$



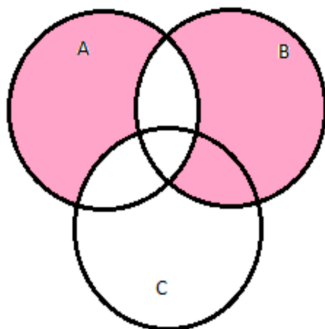
$(B \cap C) \Delta A$



$((B \cap C) \Delta A) \setminus C$



$((B \cap C) \Delta A) \setminus C$



6. Запишемо зображену множину за допомогою операцій і отримаємо:

$$(B \setminus (A \cup C \cup D)) \cup (D \setminus (A \cup C \cup B)) \cup (A \setminus (B \cup D)) \cup (((D \cap C) \setminus A) \cap B)$$

7. Спростимо множину, застосовуючи закони алгебри множин:

$$\begin{aligned} & ((A \cup B) \cap \neg C) \cup (\neg(A \cap B) \cap C) \cup (A \cap B \cap C) = \\ & = ((A \cup B) \cap \neg C) \cup (C \cap (\neg(A \cap B) \cup (A \cap B))) = \\ & = (((A \cup B) \cap \neg C) \cup C \cap U) = \\ & = (((A \cup B) \cap \neg C) \cup C) = A \cup B \cup C. \end{aligned}$$

8. У групі 35 студентів. З них 20 відвідують курси англійської мови, 11 німецької, а 10 студентів не відвідують жодних курсів. Потрібно знайти скільки студентів відвідують лише курси англійської мови?

Позначимо $|S|$ загальну кількість студентів, $|A|$ - кількість студентів, що відвідують курси англійської мови, $|D|$ - кількість студентів, що відвідують курси німецької, а $|Z|$ - тих, що не відвідують жодних. $|S \setminus Z|$ - це кількість всіх студентів, що відвідують мовні курси.

$$|S| = 35, |A| = 20, |D| = 11, |Z| = 10, |S \setminus Z| = 25.$$

- 1) $|A \cap D| = |A| + |D| - |S \setminus Z| = (20 + 11) - 25 = 6$ (студентів, що відвідують курси двох мов одночасно)
- 2) $|A| - |A \cap D| = 20 - 6 = 14$ (студентів, що відвідують лише курси англійської мови)

Завдання II.

11. Ввести з клавіатури множину дійсних чисел. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Побудувати булеан цієї множини. Знайти програмно його потужність.

Текст програми:

```
9  #include <iostream>
10 #include <math.h>
11
12 using namespace std;
13
14 void printSet(float* arr, int power_of_set, char name) {
15     cout << name << " = {";
16     for (int i = 0; i < power_of_set; i++) {
17         if (i == power_of_set-1) {
18             cout << arr[i] << " }" << endl;
19         }
20         else {
21             cout << arr[i] << " ";
22         }
23     }
24 }
25
26 int main() {
27     int power_A = 0, power_B = 0, power_U = 0;
28     cout << "Enter the number of elements in Universum: ";
29     cin >> power_U;
30     cout << "Type elements of Universum: ";
31     float* U = new float[power_U];
32     for (int i = 0; i < power_U; i++) {
33         cin >> U[i];
34     }
35     cout << "Enter the number of elements in your set: ";
36     cin >> power_A;
37
38     if (power_A < power_U) {
39         float *A_set = new float[power_A];
40         cout << "Type elements of your set: ";
41         for (int i = 0; i < power_A; i++) {
42             cin >> A_set[i];
43         }
44         printSet(U, power_U, 'U');
45         printSet(A_set, power_A, 'A');
46
47         float *B_set = new float[power_B];
48         for (int i = 0; i < power_U; i++) {
49             for (int j = 0; j < power_U; j++) {
50                 if (U[i] == A_set[j]) {
51                     i++;
52                     j=0;
53                 }
54                 else if (j == power_A - 1) {
55                     power_B++;
56                     B_set[power_B - 1] = U[i];
57                 }
58             }
59         }
60
61         printSet(B_set, power_B, 'B');
62
63         cout << endl;
64         cout << "Boolean of our set: {";
65         int amount = (pow(2, power_B));
66         for (int i = 0; i < amount; i++) {
67             cout << " {";
68             for (int j = 0; j < power_B; j++) {
69                 if (i & (1 << j)) {
70                     cout << " " << B_set[j] << " ";
71                 }
72             }
73             cout << " }";
74         }
75
76         cout << " }" << endl; }
77
78     else {
79         cout << "Incorrect number of elements!" << endl;
80     }
81
82     return 0;
83 }
```

Результати виконання програми:

```
Enter the number of elements in Universum: 5
Type elements of Universum: 3.2 5.5 4.2 2.1 8.3
Enter the number of elements in your set: 3
Type elements of your set: 3.2 4.5 3.2
U = {3.2 5.5 4.2 2.1 8.3 }
A = {3.2 4.5 3.2 }
B = {5.5 4.2 2.1 8.3 }

Boolean of our set: { { } { 5.5 } { 4.2 } { 5.5 4.2 } { 2.1 } { 5.5
2.1 } { 4.2 2.1 } { 5.5 4.2 2.1 } { 8.3 } { 5.5 8.3 } { 4.2
8.3 } { 5.5 4.2 8.3 } { 2.1 8.3 } { 5.5 2.1 8.3 } { 4.2 2.1
8.3 } { 5.5 4.2 2.1 8.3 } }
Program ended with exit code: 0
```

```
Enter the number of elements in Universum: 7
Type elements of Universum: 4.3 4.2 5.6 7.7 8.1 9.4 5.5
Enter the number of elements in your set: 4
Type elements of your set: 4.3 5.6 2.1 8.1
U = {4.3 4.2 5.6 7.7 8.1 9.4 5.5 }
A = {4.3 5.6 2.1 8.1 }
B = {4.2 7.7 9.4 5.5 }

Boolean of our set: { { } { 4.2 } { 7.7 } { 4.2 7.7 } { 9.4 } { 4.2
9.4 } { 7.7 9.4 } { 4.2 7.7 9.4 } { 5.5 } { 4.2 5.5 } { 7.7
5.5 } { 4.2 7.7 5.5 } { 9.4 5.5 } { 4.2 9.4 5.5 } { 7.7 9.4
5.5 } { 4.2 7.7 9.4 5.5 } }
Program ended with exit code: 0|
```

Висновок: після виконання лабораторної роботи я ознайомитись із основними поняттями теорії множин, навчилися будувати діаграми Ейлера-Венна для операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїла принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.