



# EiT - MiA

MATEMATIKK INNEN ANVENDELSER

## **Resultater fra Futhark, MiA 2011**

### **Steking av bacon i mikrobølgeovn**

Å. Ervik, K. H. Skrede, T. S. Solberg, P. Vo, J. Johnsen

Eksperter i Team, NTNU

13.04.2011

# Motivasjon



Figure: Mmmmm. . .

# Problemstilling

- Hvordan kan steking av bacon i en mikrobølgeovn modelleres matematisk?
- Hvordan vil dimensjonen på baconskiva påvirke steketida, og hvilken steketid er optimal?

# Planen

1. Varme
  2. Massetransport
  3. Nøyaktige grensebetingelser for mikrobølgeovn
- 
4. Elektromagnetiske grensebetingelser
  5. App - redusert modell

# Planen

- ✓ Varme
  - 2. Massetransport
  - ✓ Nøyaktige grensebetingelser for mikrobølgeovn
- 
- 4. Elektromagnetiske grensebetingelser
  - 5. App - redusert modell

# Difflikningar

## — Varmelikningar

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial T}{\partial t} - \alpha_m \nabla^2 T = J^{MW} \quad ,$$

$$\eta_s (\rho c_p)_s \frac{\partial T}{\partial t} - \eta_s \alpha_s \nabla^2 T = J^{MW} - J^{Melt} \quad ,$$

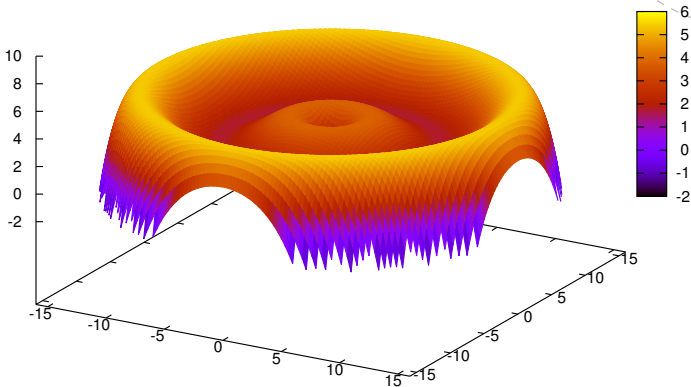
$$\eta_l (\rho c_p)_l \frac{\partial T}{\partial t} - \eta_s \alpha_l \nabla^2 T - \eta_l (\rho c_p)_l (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = J^{MW} \quad .$$

## — Massetransportlikning

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right) = - \frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f}$$

# Mikrobølgefeltet $J^{MW}$

Microwave field, 20cm x 20cm microwave



# Numerisk løsningsmodell

- Vi bruker Finite Difference Method (FDM) til å løse differensial-ligningene presentert i forrige slide.
- Vi bruker et vanlig grid. For å sikre stabilitet har vi valgt å bruke Crank-Nicolson:

$$u_m^{n+1} - \mu k \left( \frac{1}{h^2} \delta_x^2 u_m^{n+1} - \frac{1}{f^2} \delta_y^2 u_m^{n+1} - \frac{1}{g^2} \delta_z^2 u_m^{n+1} \right) =$$

$$u_m^n + \mu k \left( \frac{1}{h^2} \delta_x^2 u_m^n + \frac{1}{f^2} \delta_y^2 u_m^n + \frac{1}{g^2} \delta_z^2 u_m^n \right)$$

der

$$\delta_r^2 U_m^n = \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{\Delta r^2}, \quad \mu = \frac{\eta \alpha}{(\rho c_p)}$$



# Løsningskriterier

- **Q:** Hva får vår numeriske modell til å avslutte simuleringen?
- **Massedifferanse:** Baconpakning gir fettinnholdet ved start, massetransportligninger gjør det mulig å finne kritisk massetap (målt gjennom forsøk).
- **Temperatur:** Maillards reaksjoner sier at bruning starter ved  $154^{\circ}\text{C}$ . Kritisk temperatur.

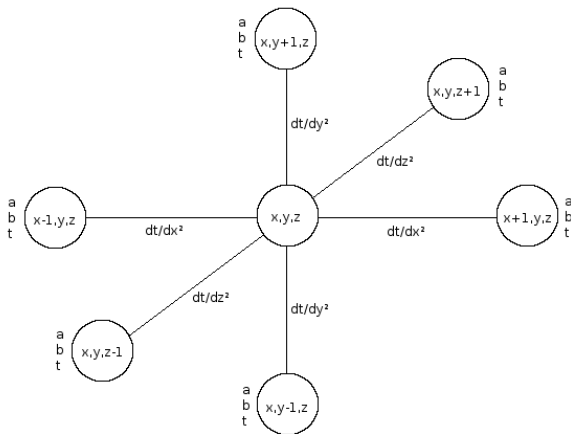
# Implementasjon i C++

```

...
// Initialize physical system
phys_sys::Init(nx, ny, nz, nt, dny,
               dx, dy, dz, dt,
               temperatures, alphas, betas,
               boundarys, diagonals, microfield);
// Set initial temperature
phys_sys::InitializeTemperature( initial_temp );
// Calculate heat boundary conditions
phys_sys::CalculateBoundaryConditions( outside_temp );
// calculate microwave field
phys_sys::CalculateWaveField( microwave_effect );
// Initialize conjugate gradient solver
cg_solver solver(b, temperatures, n, phys_sys::MultiplyMatrixVector);
// Print cross-sections of heat and flow state to file
DumpHeat(temperatures, nx, ny, nz, dx, dy, dz, 0);
// Main loop
for ( int i = 1; i < nt; i++ ) {
    // Update values depending on the current temperature
    phys_sys::UpdateAlphaBetaValues( );
    // Calculate diagonal of the matrix for the heat equation
    phys_sys::CalculateDiagonal( );
    // solve Bx for right-hand side of heat equation
    phys_sys::SetRightSigns();
    phys_sys::MultiplyMatrixVector(b, temperatures);
    // add boundary conditions and microwave heat to right-
    // hand side of heat equation
    for ( int j = 0; j < n; j++ ) {
        b[j] += 2 * boundarys[j]
              + microfield[j] * betas[j]
              * microwave_effect * dt / dx / dy / dz;
    }
    phys_sys::SetLeftSigns();
    solver.Solve();
}

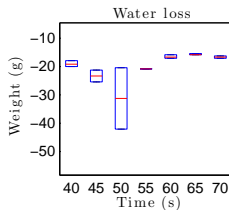
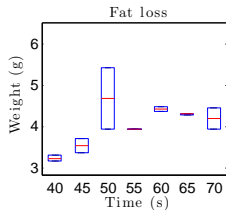
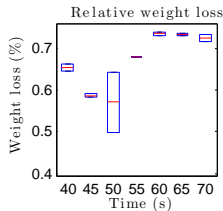
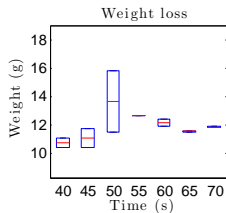
```

# Stencil



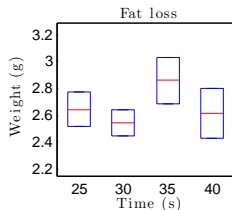
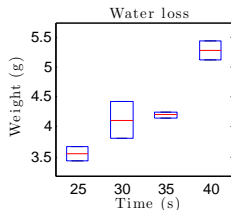
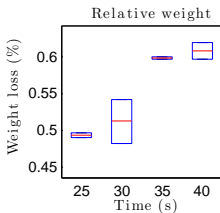
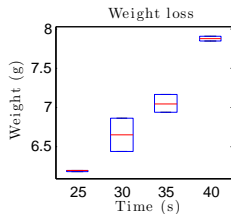
# Eksperimenter

- Vanlig bacon



# Eksperimenter

- Tykt bacon



# Konklusjon

- Modellering av bacon med varmelikningen gir eit realistisk resultat.
- Varme- og massetransport er utfordrende å implementere.
- Dimensjonen på baconet har mye å si.
- Optimal steketid ligg på rundt 40-60 s. med 750 Watt, avhengig av ønsket grad av sprøhet.