

# RESULTATER

IT

*Numeriske Simuleringer og Eksperimenter med*

STEKING AV BACON I MIKROBØLGEOVN

IT

*Et - Matematikk Innen Anvendelser*

gruppe 5 - FUPARK -  $\forall \exists \wedge \vee$  - IT

IT

ÅSMUND ERVIK, JOAKIM JOHNSEN, KNUT HALVOR  
SKREDE, TURID SCHOONDERBEEK SOLBERG, PAUL VO

2011

## Sammendrag

Tekst som skal stå i sammendrag

## Forord

Tekst som skal stå i forord

Åsmund Ervik, Joakim Johnsen, Paul Vo,  
Knut Halvor Skrede, Turid Schoonderbeek Solberg  
*9. mars 2011*

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
1.1	Innledning . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Teori</b>	<b>3</b>
2.1	Det fysiske systemet . . . . .	3
2.2	Differensiallikninger . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Numerikk</b>	<b>5</b>
3.1	Von Neumann-analyse av Crank-Nicolson-skjemaet . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Eksperimenter</b>	<b>7</b>
4.1	Eksperimenter . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Numerikkresultater</b>	<b>9</b>
5.1	Numerikkresultater . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>11</b>
6.1	Konklusjon . . . . .	11

# Kapittel 1

## Innledning

### 1.1 Innledning

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus

vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

# Kapittel 2

## Teori

### 2.1 Det fysiske systemet

Det fysiske systemet som skal beskrives er en tynn, rektangulær plate med spekket svinekjøtt som utsettes for mikrobølgestråling med en effekt på rundt 750 W. Det som skal modelleres er temperatur, faseoverganger for fett, og transport av fett.

### 2.2 Differensiallikninger

De differensiallikningene som beskriver det fysiske systemet kan deles inn i to klasser: varmelikningen med kildeledd, og Navier-Stokes likning med kildeledd. Svinekjøttet deles inn i tre materialer: kjøtt, fast fett og flytende fett. Hver av disse materialene vil ha en egen varmelikning med ulike ledd, likn. (2.1):

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial T}{\partial t} - \alpha_m \nabla^2 T = J^{MW} \quad \text{m}, \quad (2.1)$$

$$\eta_s (\rho c_p)_s \frac{\partial T}{\partial t} - \eta_s \alpha_s \nabla^2 T = J^{MW} - J^{Smelting} \quad \text{s}, \quad (2.2)$$

$$\eta_l (\rho c_p)_l \frac{\partial T}{\partial t} - \eta_s \alpha_l \nabla^2 T - \eta_l (\rho c_p)_l (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = J^{MW} \quad \text{l}. \quad (2.3)$$

Her står m for kjøtt (meat), s for fast fett, og l for flytende fett.  $J^{MW}$  er mikrobølgeovnene, representert som et kildeledd. Dette modelleres i første omgang som et sylinder-symmetrisk effektivt ledd, med en radiell form gitt ved likn. (2.4),

$$J^{MW}(r) = 0.5 + 2.55008x - 0.588013x^2 + 0.032445x^3 + 0.00124411x^4 - 0.0000973516x^5, \quad (2.4)$$

altså et 5. gradspolynom. Dette er fra numeriske resultater fra [1].

Videre har vi leddene  $J^{Smelting}$  som er varmetapet på grunn av smelting av fast fett. Dette kan skrives på formen

$$\frac{L\rho}{T_2 - T_1} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad T \in (T_1, T_2),$$

der fettet smelter mellom temperaturene  $T_1$  og  $T_2$ . For  $T \notin (T_1, T_2)$  er dette leddet null. Vi ser da at dette leddet kun blir en modifikasjon av konstanten foran  $\frac{\partial T}{\partial t}$ -leddet, og dermed ikke en stor komplikasjon.

I den siste likningen har man også en konvektiv derivert, på formen  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)T$ . Dette representerer varme som transporteres



# Kapittel 3

## Numerikk

### 3.1 Von Neumann-analyse av Crank-Nicolson-skjemaet

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.1)$$

Ved å anvende Crank-Nicolson oppnås følgende iterasjonsskjema

$$u_i^{n+1} = u_i^n (1 - 2D) + D (u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}) + D (u_{i+1}^n + u_{i-1}^n) \quad (3.2)$$

$$D = \frac{1}{2} \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (3.3)$$

Innfører tilnærmelsen  $u_j^n \approx E_j^n$  hvor  $E_j^n = G^n e^{i\beta x_j}$ , her er  $n$  en potens. Innsatt i likn. (3.1):

$$G^{n+1} e^{i\beta x_j} = G^n e^{i\beta x_j} (1 - 2D) + G^{n+1} D (e^{i\beta x_{j+1}} - 2e^{i\beta x_j} + e^{i\beta x_{j-1}}) + G^n D (e^{i\beta x_{j+1}} + e^{i\beta x_{j-1}})$$

Hvis vi deler (3) på  $G^n e^{i\beta x_j}$  og benytter at  $x_{j+1} \approx x_j + h$  får vi

$$\begin{aligned} G [1 - D (2 \cos \beta h - 2)] &= 1 - 2D (1 - \cos \beta h) \\ \cos \beta h &= \frac{1}{2} \left( 1 - \sin^2 \frac{\beta h}{2} \right) \\ G \left( 1 + 4D \sin^2 \frac{\beta h}{2} \right) &= 1 - 4D \sin^2 \frac{\beta h}{2} \\ G &= \frac{1 - 4D \sin^2 \frac{\beta h}{2}}{1 + 4D \sin^2 \frac{\beta h}{2}} \end{aligned}$$

### 3.1. VON NEUMANN-ANALYSE AV CRANK-NICOLSON-SKJEMAET

---

Vi vet at den maksimale verdi av  $\sin^2 x$  er 1, og at iterasjonsskjemaet er stabilt dersom  $|G| \leq 1$ , innsatt:

$$|G| = \left| \frac{1 - 4D}{1 + 4D} \right| \quad (3.4)$$

Verdt å observere at så lenge  $D > 0 \Rightarrow |G| \leq 1$ , slik at Crank-Nicolson-skjemaet er *ubetinget stabilt*

# Kapittel 4

## Eksperimenter

### 4.1 Eksperimenter

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus

vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

# Kapittel 5

## Numerikkresultater

### 5.1 Numerikkresultater

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus

vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

# Kapittel 6

## Konklusjon

### 6.1 Konklusjon

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus

vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.



# Bibliografi

- [1] Yi Huang and Xu Zhu. Microwave oven field uniformity analysis. In *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE*, volume 3B, pages 217 – 220 vol. 3B, 2005.