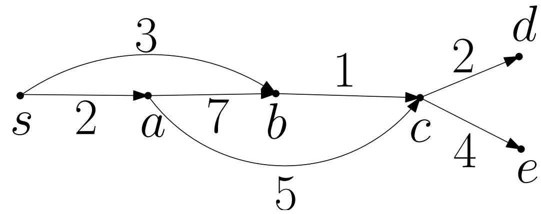
1. Berechnen Sie kürzeste Wege von s zu allen Knoten im gegebenen Graphen mit dem in der Vorlesung besprochenen Algorithmus. Geben Sie die Abstände an, und zeichnen Sie den Baum der kürzesten Wege ein.



2. Zeigen Sie anhand eines Beispiels, wie und warum Dijkstras Algorithmus nicht richtig funktioniert, wenn es negative Kanten gibt.

3. Nehmen wir an, wir hätten zwei ungerichtete Graphen $G = (V, E, w)$ und $G' = (V, E, w')$ mit Kantengewichten. Abgesehen von den Gewichten sind die beiden Graphen gleich. Bei den Gewichten gelte nun für jede Kante $e \in E$, dass $w'(e) = w(e) + 2$.

   Wie unterscheiden sich die minimalen aufspannenden Bäume von G und G'?

4. Wie sieht die Antwort zur analogen Frage bei kürzesten-Wege-Bäumen in gerichteten, gewichteten Graphen aus?

5. Es sei G ein ungerichteter Graph mit Kantengewichten, wobei jede nur einen von insgesamt zwei möglichen Werten annehmen kann (z.B. den Wert 1 oder 2). Wie schnell können Sie den minimalen aufspannenden Baum von G berechnen?

   Wie sieht es aus, wenn jede Kante eine von insgesamt k möglichen Werten annehmen kann?

6. Es sei G ein gerichteter Graph mit Kantengewichten aus der Menge $\{1, 2\}$. Zeigen Sie, dass man für einen beliebigen Startknoten s den kürzessten-Wege-Baum in Zeit $O(n + m)$ finden kann. Dabei ist n die Anzahl der Knoten und m die Anzahl der Kanten von G.

   Hinweis: Bedenken Sie die Invarianten des Algorithmus von Dijkstra und überlegen Sie sich eine Implementierung der nötigne Prioritätenschlange für die auftretenden ganzen Zahlen, die insgesamt nur $O(n + m)$ Zeit braucht.

7. Finden Sie einen minimalen aufspannenden Baum im folgenden Graphen. Bitte erklären Sie Ihre Vorgehensweise und illustrieren Sie sie an Hand der Folge von Graphbildern.