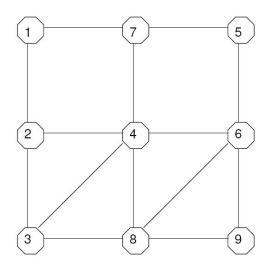


- 1. (5 Punkte) Entwerfen Sie eine Datenstruktur für die Darstellung von gerichteten Graphen. Diese soll einerseits erlauben, für jeden gegebenen Knoten u die Menge der von u ausgehenden Kanten aufzuzählen, und zwar in Zeit proportional zu deren Anzahl (also  $O(\mathsf{outdeg}(u))$ ). Andereseits soll es auch möglich sein, für jedes gegebene Knotenpaar u, v in konstanter erwarteter Zeit zu testen, ob [u, v) eine Kante des Graphen bildet. Der Platzverbrauch der Datenstruktur soll insgesamt aber nur proportional zu Anzahl der Knoten plus Anzahl der Kanten sein.
- 2. (15 Punkte) Betrachten wir den unten abgebildeten ungerichteten Graphen.
  - (a) Zeichnen Sie den entsprechenden augmentierten gerichteten Graphen mit einer validen Kantenbeschriftung.
  - (b) Zeichnen Sie den lexikographisch kleinsten Wegebaum bzgl. Ihrer validen Kantenbeschriftung und beschriften Sie jeden Knoten mit seinem Rang in der lex-kleinsten-Wege-Ordnung und seinem d und f Wert. sewie dem  $\pi$  Wert.



3. (10 Punkte) Es sei G ein augmentierter gerichteter Graph mit einer validen Kantenbeschriftung. Zeigen Sie, dass G genau dann einen gerichteten Zyklus besitzt, wenn es eine Kante im Graphen gibt, die von einem Knoten zu einem seiner Ahnen im lex-kleinsten-Wege-Baum  $T_{\Diamond}$  führt.