

Präsenzblatt 3

Hinweis: Dieses Aufgabenblatt wurde von Tutor:innen erstellt. Die Aufgaben sind für die Klausur weder relevant noch irrelevant.

Aufgabe 3.1: Invarianten

Bestimmen Sie Invarianten für die folgenden Algorithmen und formulieren Sie ein Korrektheitsargument:

Algorithm 1: Mul

Input: $x, y \in \mathbb{N}$

```
1  $res \leftarrow 0;$ 
2  $y' \leftarrow y;$            // Eigentlich unnötigt, hilft aber die Invariante zu formulieren
3 while  $y > 0$  do
4    $res \leftarrow res + x;$ 
5    $y \leftarrow y - 1;$ 
6 return  $res;$ 
```

Algorithm 2: Div

Input: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}_+$

```
1  $r \leftarrow x;$ 
2  $q \leftarrow 0;$ 
3 while  $y \leq r$  do
4    $r \leftarrow r - y;$ 
5    $q \leftarrow q + 1;$ 
6 return  $q, r;$ 
```

Algorithm 3: Sqrt

Input: $x \in \mathbb{N}$

```
1  $y \leftarrow 0;$ 
2 while  $y \cdot y \leq x$  do
3    $y \leftarrow y + 1;$ 
4 return  $y - 1;$ 
```

Aufgabe 3.2: Gezinkte Münzen

Es sei eine Münze gegeben, welche zu 75 % auf der Kopf-Seite landet (Ausgabe 1) und zu 25 % auf der Zahl-Seite (Ausgabe 0).

Entwickeln Sie einen Algorithmus, um damit eine faire Münze ($P[H] = P[T] = 50\%$) zu simulieren. Was ist die erwartete Anzahl an Würfeln der gegebenen Münze?

Hinweis: Betrachten Sie hintereinander ausgeführte Münzwürfe.

Aufgabe 3.3: Shuffle

Entwickeln Sie einen randomisierten Algorithmus, um ein Feld A der Länge n in $o(n^2)$ zu vermischen. Ihr Algorithmus soll demnach eine Permutation der Eingabe ausgeben.

Was ist eine untere Schranke an alle Permutationsalgorithmen? Können Sie diese Schranke erreichen?

Aufgabe 3.4: Spezifisches Sortieren

Gegeben ein Feld A der Länge n mit Elementen $x \in [1, n^3]$, welchen Algorithmus sollte man zur Sortierung verwenden? Vergleichen Sie die erwartete Laufzeit verschiedener Sortieralgorithmen aus der Vorlesung.