Grundzüge Datenstrukturen und Algorithmen (WS 2021/2022)

Probeklausur

Dies ist eine Probe für die Endklausur. Sie allerdings deutlich länger und beinhaltet sie fast doppelt so viele Fragen wie die tatsächliche Endklausur. Diese Probeklausur behandelt nicht alle Themen, die für die Klausur relevant sind (z.B. diverse Ansätze für Wörterbücher).

1. Aufgabe: (18 Punkte)

Ordnen Sie die folgenden 6 Funktionen nach ihrem asymptotischen Wachstum. Begründen Sie Ihre Antworten.

- $5 \log n$
- 1000
- $12n \log n$
- n^4
- 4^n
- $4n$

Hinweis: Für die Begründungen dürfen die in den Übungen besprochenen Grenzwertbetrachtungen verwendet werden.

2. Aufgabe: (18 Punkte)

Zeichnen Sie für jede der folgenden potentiellen Inhalte des Feldes $A[1..10]$ den entsprechenden durch $A[]$ implizit dargestellten binären Baum. Klassifizieren Sie jeden der drei Fälle als Heap, Beinahe-Heap, oder nicht Heap. Verwenden Sie hierbei Max-Heaps. Illustrieren Sie für den Fall des Beinahe-Heaps eine Heapify Operation.

1. $\langle 30, 17, 19, 3, 10, 12, 13, 1, 2, 5 \rangle$
2. $\langle 20, 3, 13, 10, 7, 17, 15, 4 \rangle$
3. $\langle 5, 19, 14, 13, 7, 12, 8, 3, 4, 6 \rangle$

3. Aufgabe: (12 Punkte) Es seien $A[]$ und $B[]$ zwei Felder, die jeweils n Schlüssel aus einem geordneten Schlüsseluniversum enthalten. Die Einträge in den beiden Feldern sind nicht notwendigerweise alle verschieden.

Entwerfen Sie ein Programm, das ein Feld $C[]$ erzeugt, dass genau jene Schlüssel enthält, die sowohl in $A[]$ wie auch in $B[]$ vorkommen. In $C[]$ soll es keine Duplikate geben.

Was ist die Laufzeit Ihres Programms (in Abhängigkeit von n) und warum?

4. Aufgabe: (15 Punkte) Es sei X eine Menge mit n (verschiedenen) Schlüsseln aus einem geordneten Schlüsseluniversum U. Wir nennen einen Schlüssel $z \in U$ einen 2/3-Splitter für X, wenn

$$|\{x \in X \,:\, x \leq z\}| \leq 2n/3 \qquad \text{und} \qquad |\{x \in X \,:\, x \geq z\}| \leq 2n/3\,.$$

Anders ausgedrückt, mindestens ein Drittel der Schlüssel in X müssen kleiner als z sein und mindestens ein Drittel muss größer sein.

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der für ein gegebenes Paar A, B von Mengen mit jeweils n verschiedenen Schlüsseln entscheidet, ob es einen Schlllüssel z gibt, der sowohl für A wie auch für B ein 2/3-Splliter ist.

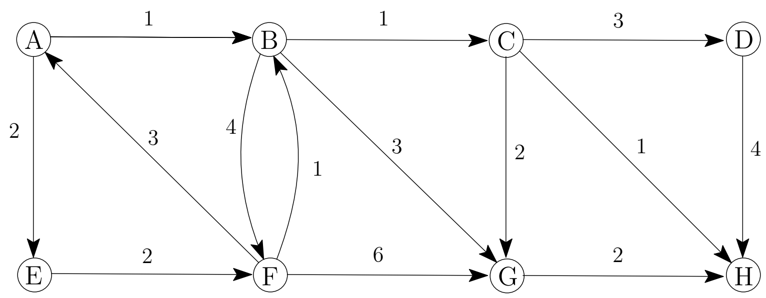
Was ist die Laufzeit Ihres Algorithmus und warum? Idealerweise sollte sie $O(n)$ sein.

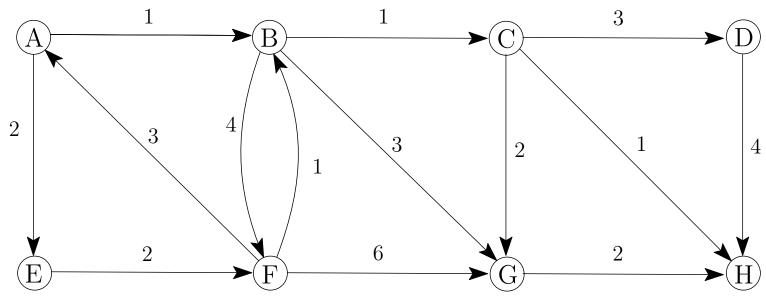
5. Aufgabe: (20 Punkte) Ein Balken der Länge L soll in n Stücke zerschnitten werden, und zwar von einem Ende des Balkens gemessen an den Stellen $0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < L$. Wegen Schwierigkeiten mit der Handhabung von langen Balken werden die Kosten des Zerschneidens eines Balkenstückes der Länge a in zwei Teilstücke mit a^2 angesetzt.

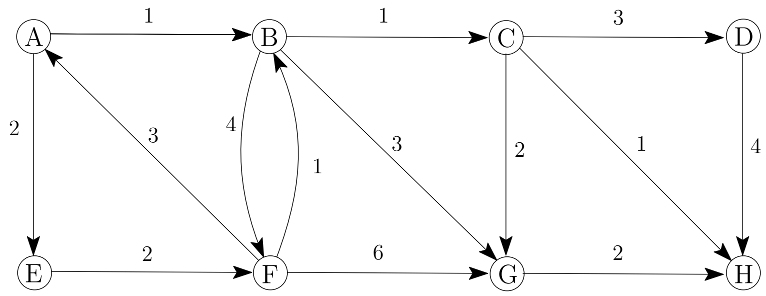
Geben Sie eine effiziente Methode an, um eine Schnittfolge mit minimalen Gesamtkosten für das Zerschneiden des Balkens in die geünschten Stücke zu berechnen. (Es reicht auch, wenn Sie nur die Kosten dieser optimale Schnittfolge berechnen.) Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?

6. Aufgabe: (12 Punkte) Führe im unten gezeichneten Graphen eine lexikographisch-kleinste-Wege-Suche durch (mit Startknoten A) und bestimme für jeden Knoten v die sich daraus ergebende Rangzahl $r[v]$ und Postorderzahl $p[v]$.

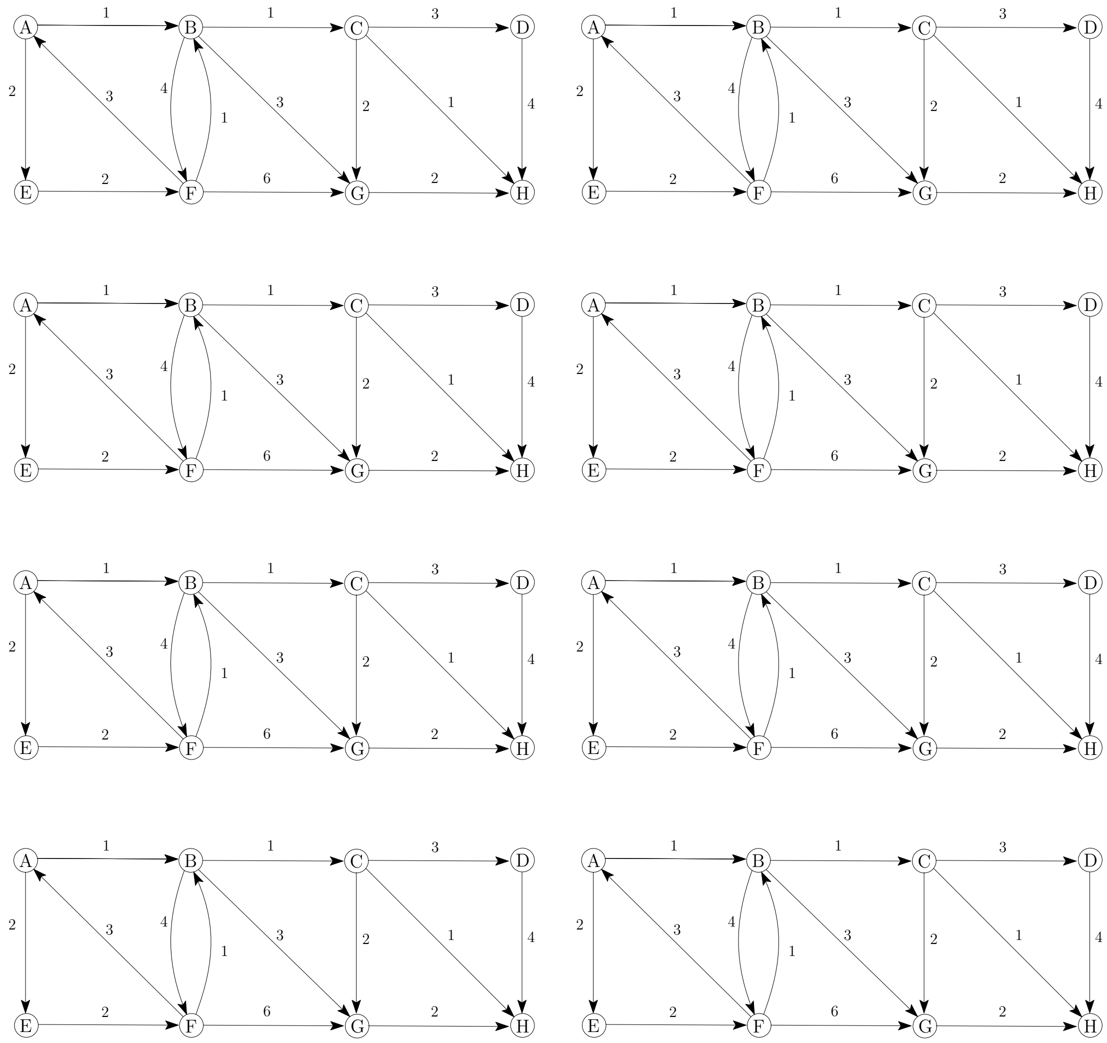
(zu Übungszwecken ist der Graph mehrmals wiedergegeben)







7. Aufgabe: (16 Punkte) Finde im unten gezeichneten Graphen einen kürzesten-Wege-Baum für Startknoten A. Verwenden Sie die Graphenfolge, um den Fortschritt des Algorithmus darzustellen.



8. Aufgabe: (15 Punkte) Finden Sie einen minimalen aufspannenden Baum im folgenden Graphen. Bitte erklären Sie Ihre Vorgehensweise und illustrieren Sie sie an Hand der Folge von Graphbildern.