Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 1

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II

Sommersemester 2020

Aufgabe 1.

i) Es sei $I \subset \mathbb{R}$ ein (evtl. verallgemeinertes) Intervall. Zeigen Sie: Sind $f\colon I \to \mathbb{R}$ und $g\colon I \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen, so ist auch Ihre Summe

$$f + g\colon I \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) + g(x)$$

stetig. Zeigen Sie außerdem: Sind f und g im Punkt $x_0 \in I$ differenzierbar, so ist auch die Funktion $f + g$ in x_0 differenzierbar mit

$$(f + g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0).$$

ii) Geben Sie zwei Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, die nicht stetig sind, deren Summe $f + g$ aber stetig ist.

Aufgabe 2.

i) Existieren die Grenzwerte

$$\text{(a)} \lim_{x\to 0} \frac{2x^3}{x^4+1}, \qquad \text{(b)} \lim_{x\to\infty} \frac{\cos(x)}{x}?$$

ii) Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die durch die Formel

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{für } x < 2 \\ x - 2 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

definierte Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig ist.

Bitte wenden.

Aufgabe 3.

i) Beweisen oder widerlegen Sie: Sind $I = (a, b)$ ein offenes Intervall und $f: I \to \mathbb{R}$ stetig, so nimmt die Funktion f in I ihr absolutes Maximum und ihr absolutes Minimum an.

ii) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x - 2} = 1$$

eine Lösung im Intervall $(-1, 1)$ und eine Lösung im Intervall $(1, 2)$ hat.

[Hinweis: Zwischenwertsatz.]

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

i) $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^x$

ii) $g: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \exp(\tan(x))$

iii) $h: (0, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}, \quad h(x) = (x \cos(x))^x.$