Fachrichtung Mathematik
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität des Saarlandes
Prof. Dr. Michael Bildhauer
M.Sc. Nils Gutheil

Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 2

Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II

Sommersemester 2020

Aufgabe 1.

i) Zeigen Sie, dass es keine zwei differenzierbaren Funktionen $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = g(0) = 0$ und $f(x)g(x) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gibt.

[Hinweis: Differenzieren Sie beide Seiten der Gleichung $f(x)(g(x) = x$.]

ii) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie: Ist f gerade, so ist $f'\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ungerade und ist f ungerade, so ist $f'\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gerade.

[Hinweis: Eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt *gerade*, falls $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und *ungerade*, falls $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.]

Aufgabe 2.

i) Finden Sie eine geschlossene Formel für die n-te Ableitung von

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto xe^{-x}$$

und beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Formel.

ii) Zeigen Sie, dass die Ableitung der Umkehrfunktion $\ln\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$ der Exponentialfunktion

$$\exp\colon \mathbb{R} \to (0, \infty), \quad x \mapsto e^x$$

gegeben ist durch

$$\ln'\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{x}.$$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die durch die Formel

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & x \in (-\infty, e], \\ \ln(x), & x \in (e, e^2], \\ \frac{1}{2}(x - 1 - e^2), & x \in (e^2, \infty) \end{cases}$$

definierte Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist.

[Hinweis: Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.]