

Bachelor plus MINT Präsenzübung, Blatt 6
Höhere Mathematik für (Naturwiss. und) Ingenieure II
Sommersemester 2020

Aufgabe 1. Berechnen Sie die unbestimmten Integrale

$$i) \int \arctan(x) \, dx, \quad ii) \int \frac{\sin(x)}{(1 + \cos(x))^2} \, dx, \quad iii) \int \sqrt{1 - 16x^2} \, dx.$$

Aufgabe 2. Berechnen Sie die bestimmten Integrale

$$i) \int_0^1 x^3 e^x \, dx,$$
$$ii) \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx.$$

[Hinweis: Berechnen Sie $\frac{d}{dx}(\frac{\ln(x)}{x})$.]

Aufgabe 3. Es sei

$$I_n = \int \cos^n(x) \, dx, \quad n \in \mathbb{N}.$$

i) Zeigen Sie durch partielle Integration dass

$$nI_n = \cos^{n-1}(x) \sin(x) + (n-1)I_{n-2} + C$$

für alle $n \in \mathbb{N}$.

ii) Folgern Sie, dass

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n(x) \, dx = \frac{\pi}{2} \prod_{k=1}^{n/2} \frac{2k-1}{2k}$$

für alle gerade natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$.