

# Programmierung 1 (WS 2020/21)

## Übungsblatt F

Lesen Sie im Buch Kapitel 6.4.1 - 7.6.3.

**Hinweis:** Über Aufgaben, die mit 🤔 markiert sind, müssen Sie eventuell etwas länger nachdenken. Falls Ihnen keine Lösung einfällt - kein Grund zur Sorge. Kommen Sie in die Office Hour, unsere Tutor:innen helfen gerne.

### Konstruktoren und Ausnahmen

#### Aufgabe F.1

Deklarieren Sie für den Typ `exp` aus der Vorlesung eine Prozedur `vars : exp → var list`, die zu einem Ausdruck vom Typ `exp` eine Liste liefert, welche die in dem Ausdruck vorkommenden Variablen enthält. Orientieren Sie sich an der Prozedur `subexps` aus dem Buch.

#### Aufgabe F.2

- (a) Schreiben Sie eine Prozedur `test : int → bool`, die testet, ob das Quadrat einer natürlichen Zahl im darstellbaren Zahlbereich Ihres Interpreters liegt.
- (b) Schreiben Sie eine Prozedur `maxSquare : unit → int option`, welche die größte ganze Zahl  $x$  bestimmt, so dass  $x^2$  ein in SML darstellbarer Wert ist.

#### Aufgabe F.3

Schreiben Sie eine Prozedur `instantiate : env → exp → exp` wie folgt: Zu einer Umgebung `env` und einem Ausdruck `e` liefert `instantiate env e` den Ausdruck, den man aus `e` erhält, indem man die in `e` vorkommenden Variablen gemäß `env` durch Konstanten ersetzt. Beispielsweise soll für die durch

```
1 val env = (fn "x" => 5 | "y" => 3 | _ => raise Unbound)
```

beschriebene Umgebung und den Ausdruck `A (V "x", V "y")` der Ausdruck `A (C 5, C 3)` geliefert werden. Orientieren Sie sich an der Prozedur `eval`.

#### Aufgabe F.4

Führen Sie zweistellige Sequenzialisierungen ( $e_1; e_2$ ) auf Abstraktionen und Applikation zurück.



#### Aufgabe F.5

Schreiben Sie eine Prozedur `optionEval`, welche die in der Vorlesung definierte Evaluationsprozedur `eval` sowie eine Umgebung `env` und eine expression `e` vom Typ `exp` erhält. Falls `e` eine ungebundene Variable enthält, soll `NONE` zurückgegeben werden, andernfalls `SOME v`, wobei  $v$  der Wert der expression ist. Sie können annehmen, dass `env` die Ausnahme `Unbound` wirft, falls einem Variablenbezeichner kein Wert zugeordnet ist.

#### Aufgabe F.6

Polynome über einer Variable sind durch den in der Vorlesung eingeführten Typ `exp` darstellbar. Sie sollen eine Prozedur schreiben, die Polynome über einer Variable nach dieser ableitet.

Hier ist ein Beispiel:

$$(x^3 + 3x^2 + x + 2)' = 3x^2 + 6x + 1$$

- (a) Schreiben Sie eine Deklaration, die den Bezeichner  $u$  an die Darstellung des Ausdrucks  $x^3 + 3x^2 + x + 2$  bindet. Der Operator  $+$  soll nach links gruppieren.
- (b) Schreiben Sie eine Prozedur **derive** : **exp**  $\rightarrow$  **exp**, die die Ableitung eines Ausdrucks gemäß den folgenden Regeln berechnet:

$$\begin{aligned} c' &= 0 \\ x' &= 1 \\ (u + v)' &= u' + v' \\ (u \cdot v)' &= u' \cdot v + u \cdot v' \\ (u^n)' &= n \cdot u^{n-1} \cdot u' \end{aligned}$$

Die Ableitung darf vereinfachbare Teilausdrücke enthalten (beispielsweise  $0 \cdot u$ ).

- (c) Schreiben Sie eine Prozedur **simplifyTop** : **exp**  $\rightarrow$  **exp**, die versucht, einen Ausdruck auf oberster Ebene durch die Anwendung einer der folgenden Regeln zu vereinfachen:

$$\begin{array}{ll} 0 + u \rightarrow u & u + 0 \rightarrow u \\ 0 \cdot u \rightarrow 0 & u \cdot 0 \rightarrow 0 \\ 1 \cdot u \rightarrow u & u \cdot 1 \rightarrow u \\ u^0 \rightarrow 1 & u^1 \rightarrow u \end{array}$$

Wenn keine der Regeln auf oberster Ebene anwendbar ist, soll der Ausdruck unverändert zurückgeliefert werden.

- (d) Schreiben Sie eine Prozedur **simplify** : **exp**  $\rightarrow$  **exp**, die einen Ausdruck gemäß der obigen Regeln solange vereinfacht, bis keine Regel mehr anwendbar ist. Gehen Sie bei zusammengesetzten Ausdrücken wie folgt vor:
- Vereinfachen Sie zuerst die Komponenten.
  - Vereinfachen Sie dann den Ausdruck mit den vereinfachten Komponenten mithilfe von **simplifyTop**.

## Bäume

### Aufgabe F.7

Geben Sie die graphische Darstellung des folgenden Baums an:

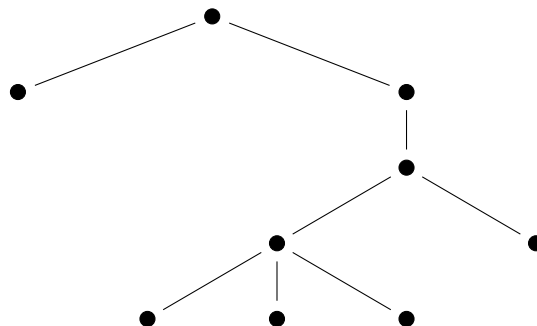
---

$T[T[T[]], T[T[T[T[]], T[]]], T[]]$

---

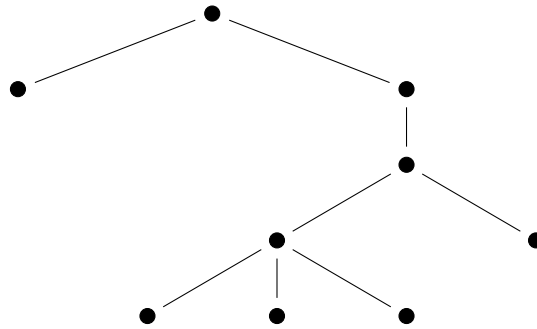
### Aufgabe F.8

Geben Sie die SML-Darstellung des folgenden Baums an.



### Aufgabe F.9

Die *Breite* eines Baums ist die Anzahl seiner Blätter. Beispielsweise hat der Baum



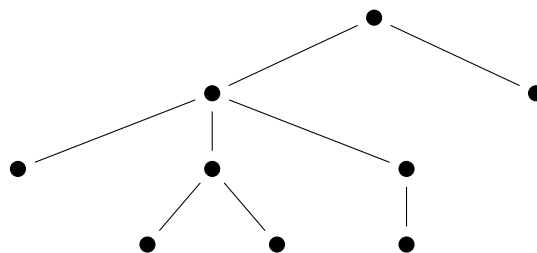
die Breite 5. Schreiben Sie eine Prozedur `breadth : tree → int`, welche die Breite eines Baums bestimmt. Schreiben Sie `breadth` auf zwei Arten: einmal ohne `fold` und einmal mit `fold`.

### Aufgabe F.10

Geben Sie die Gestalt (Buch Kapitel 7.1.2) des Ausdrucks  $(x+3)(y+7)$  an. Wandeln Sie den Ausdruck zunächst in einen Ausdruck vom Typ `exp` um.

### Aufgabe F.11

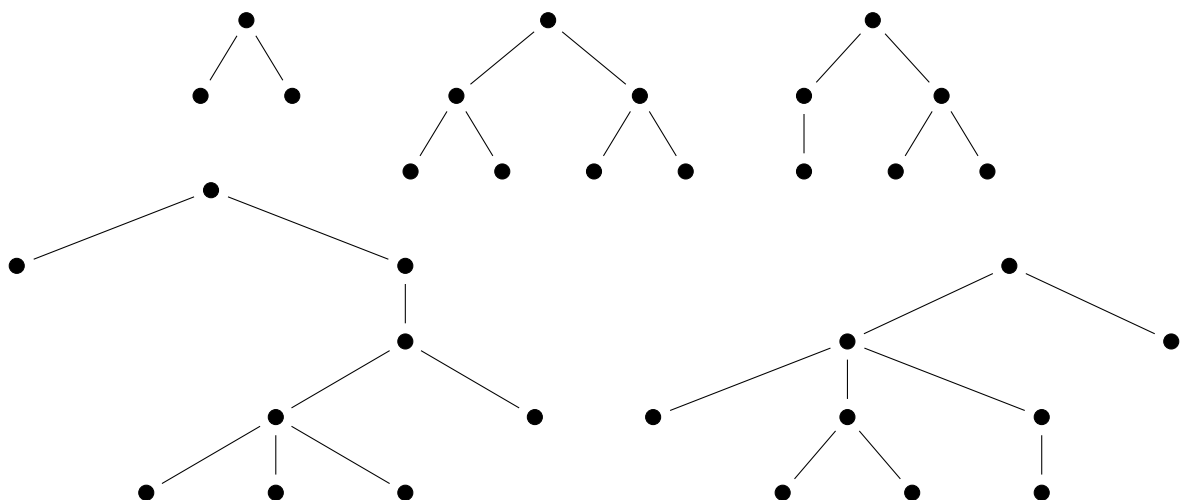
Der *Grad* eines Baums ist die maximale Stelligkeit seiner Teilbäume. Beispielsweise hat der Baum



den Grad 3. Schreiben Sie eine Prozedur `degree : tree → int`, die den Grad eines Baums bestimmt. Schreiben Sie `degree` auf zwei Arten: einmal ohne `fold` und mithilfe von `map`, und einmal mit `fold`.

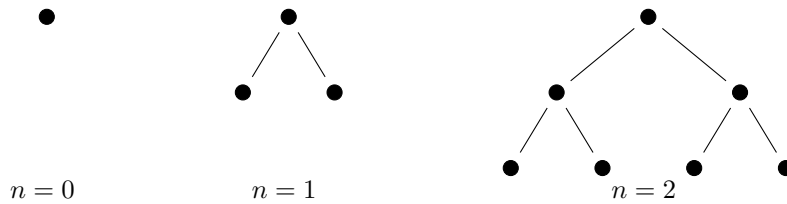
### Aufgabe F.12

Geben Sie die Adressen der folgenden Bäume an.



### Aufgabe F.13

Schreiben Sie eine Prozedur `tree : int → tree`, die für  $n \geq 0$  Binärbäume wie folgt liefert:



Achten Sie darauf, dass die identischen Unterbäume der zweistelligen Teilbäume jeweils nur einmal berechnet werden. Das sorgt dafür, dass Ihre Prozedur auch für  $n = 1000$  schnell ein Ergebnis liefert. Verwenden Sie die Prozedur `iter`.

### Aufgabe F.14

Schreiben Sie eine Prozedur

- (a) `node : tree → int list → bool`, die testet, ob es sich bei einer Adresse um einen Knoten eines Baums handelt.
- (b) `leaf : tree → int list → bool`, die testet, ob es sich bei einer Adresse um ein Blatt des Baumes handelt.
- (c) `inner : tree → int list → bool`, die testet, ob es sich bei einer Adresse um einen inneren Knoten des Baumes handelt.



### Aufgabe F.15

Schreiben Sie mithilfe von `fold` eine Prozedur `kanten : tree → int`, welche die Kanten eines Baumes zählt.

### Aufgabe F.16

Wir sprechen von einem gespiegelten Baum, wenn die Unterbäume *aller* Teilbäume reversiert sind. Schreiben Sie eine Prozedur `mirror : tree → tree`, die einen Baum spiegelt.



## kNobelpreis

Aufgrund der Klausur am Samstag wird es diese Woche keine neue kNobelaufgabe geben. Das Team freut sich schon, ab nächster Woche wieder mit Ihnen zu kNobeln.