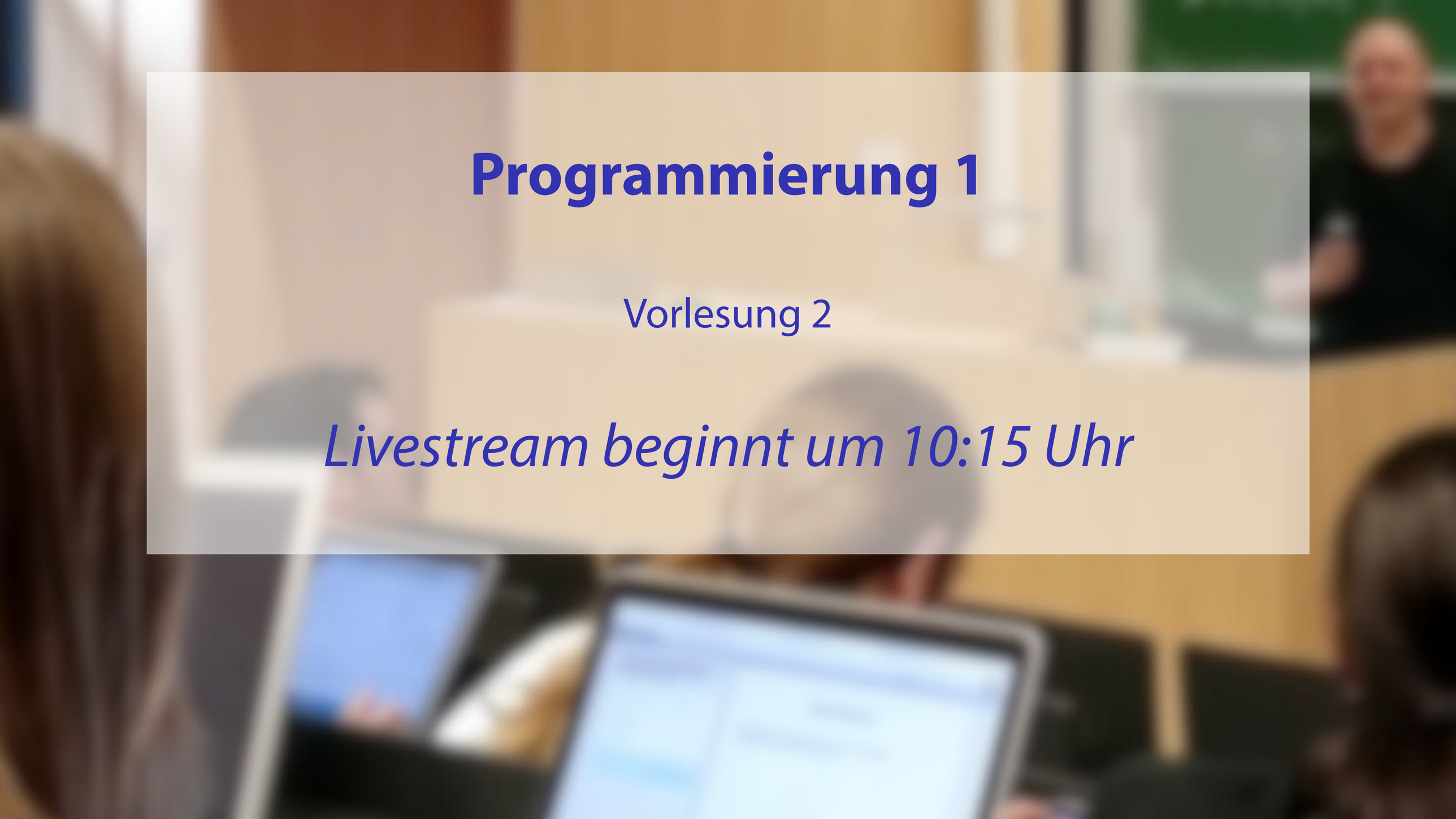


Programmierung 1

Vorlesung 2

Livestream beginnt um 10:15 Uhr

Schnellkurs, Teil 2

Programmierung 1

Prozeduren

$$quadrat(x) = x \cdot x$$

- Unter einer **Prozedur** verstehen wir eine Berechnungsvorschrift für eine Funktion.
- Prozeduren werden durch Gleichungen beschrieben.
- **Prozedurdeklaration:**

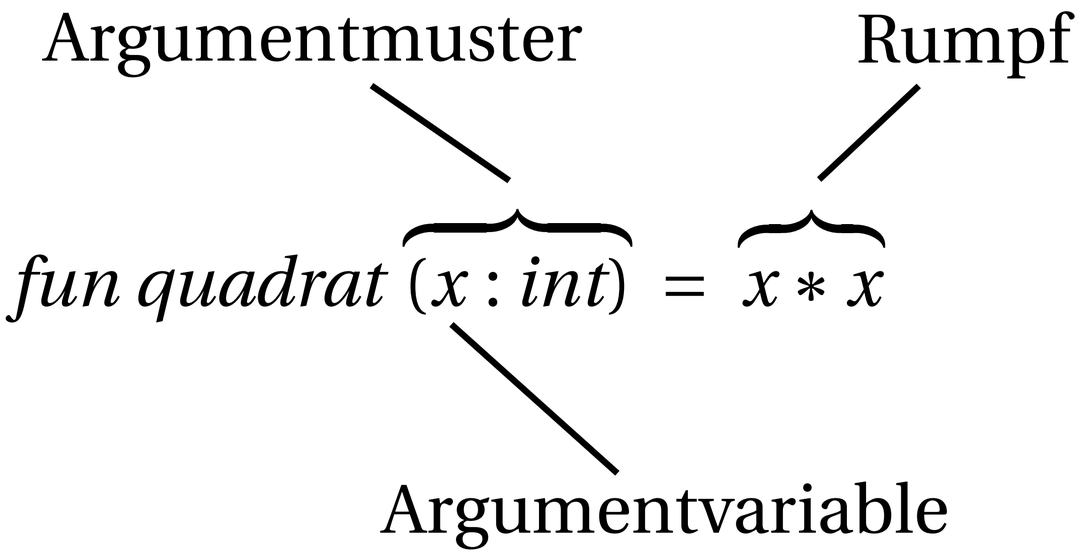
```
fun quadrat (x:int) = x*x
```

- **Ein und dieselbe Funktion kann durch verschiedene Prozeduren berechnet werden!**
- Eine Berechnungsvorschrift heißt **Algorithmus.**

Abū ʿAbdallāh Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī

(ca. 780 – 850)

http://www.muslimheritage.com/article/contribution-al-khwarizmi-mathematics-and-geography


Argumentmuster
Rumpf
fun quadrat (x : int) = x * x
Argumentvariable

Prozedurtypen

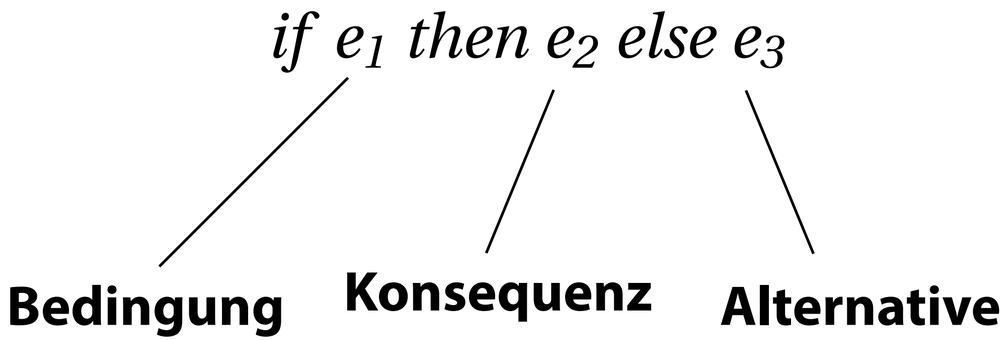
```
fun quadrat (x:int) = x*x
```

$val\ quadrat : int \rightarrow int$

- ein **Prozedurtyp** t1 → t2 besteht aus
  einem **Argumenttyp** t1 und
  einem **Ergebnistyp** t2.
- Eine Prozedur des Typs t1 → t2
  kann auf Argumente des Typs t1 angewendet werden
  und liefert Ergebnisse des Typs t2.

Vergleiche und Konditionale

- ein **Vergleich** ist eine Operation, die testet, ob eine Bedingung wahr ist
- ein **Konditional** ist ein Ausdruck, der eine Fallunterscheidung realisiert



3<3

false : bool

3<=3

true : bool

3>=3

true : bool

3=3

true : bool

3<>3

false : bool

George Boole

(1815 – 1864)

Lokale Deklarationen, Hilfsprozeduren

```
val a = 2*2
val b = a*a
val c = b*b
```

- **Lokale Deklarationen:**

```
fun hoch8 (x:int) =
    let
        val a = x*x
        val b = a*a
    in
        b*b
    end
```

- **Hilfsprozedur:**

```
fun q (y:int) = y*y
fun hoch8 (x:int) = q (q (q x))
```

Tupel

```
(7, 2, true, 2)
```

$(7, 2, true, 2) : int * int * bool * int$

- **Tupel:** Folge von Werten $(v_1, \ldots, v_n)$
- **Positionen:** Zahlen $1,\ldots,n$
- **Komponenten:** Werte $v_1, \ldots, v_n$
- **Länge:** Anzahl der Positionen
- Der **Typ** eines Tupelausdrucks
  ergibt sich aus den Typen der Ausdrücke,
  die die Komponenten beschreiben.

Frage

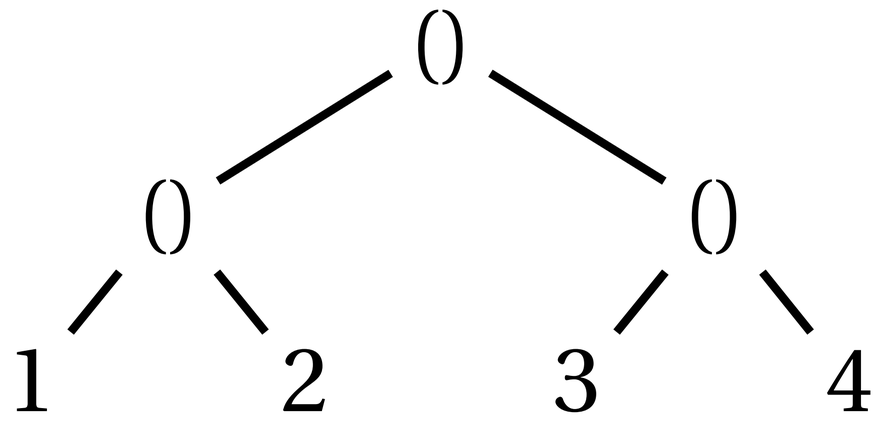
Welche der folgenden Tupel haben 3 Positionen und 2 Komponenten?

- (1,2,())
- (1,2)
- ((),2,())
- ((1),2,(3))

Geschachtelte Tupel

$$((1,2),\ (3,4)) \ :\ (int * int) * (int * int)$$

- **Baumdarstellung:**



Begriffe

- ***n*-stellige Tupel:** $(v_1, \ldots, v_n)$
- **Paare:** (1,2)
- **Tripel:** (1,(2,3),4)
- **Leeres Tupel:** () : unit
- **Projektion** aus Tupeln: #

  #2 (1,2,3)

Kartesische Muster

```
val (x,y) = (3,4)
```

$val\ x = 3 : int$

$val\ y = 4 : int$

```
val (x,y) = (y,x)
```

$val\ x = 4 : int$

$val\ y = 3 : int$

- **Kartesisches Argumentmuster:**

```
fun swap (x:int, y:int) = (y,x)
```

Rekursion

- **Rekursionsgleichung** für die Berechnung der Potenz x^n durch wiederholte Multiplikation:

- $x^0 = 1$

  $x^n = x \cdot x^{n-1} \qquad \text{für } n > 0$

- Die wiederholte Anwendung der zweiten Gleichung wird als **Rekursion** bezeichnet.

- Clou: Größere Potenzen werden auf kleinere zurückgeführt!

Rekursion in ML

```
fun potenz (x:int, n:int) : int =
    if n>0 then x*potenz(x,n-1) else 1
```

*val potenz : int * int → int*

- Rumpf enthält **Selbstanwendung** (auch: **rekursive Anwendung**)
- Bei der Deklaration rekursiver Funktionen geben wir den **Ergebnistyp** an.

Ausführungsprotokoll

$$
\begin{aligned}
\underline{potenz(4,2)} &= if\ \underline{2>0}\ then\ 4*potenz(4,2-1)\ else\ 1 \\
&= \underline{if\ true\ then\ 4*potenz(4,2-1)\ else\ 1} \\
&= 4*potenz(4,\underline{2-1}) \\
&= 4*\underline{potenz(4,1)} \\
&= 4*(if\ \underline{1>0}\ then\ 4*potenz(4,1-1)\ else\ 1) \\
&= 4*\underline{(if\ true\ then\ 4*potenz(4,1-1)\ else\ 1)} \\
&= 4*(4*potenz(4,\underline{1-1})) \\
&= 4*(4*\underline{potenz(4,0)}) \\
&= 4*(4*(if\ \underline{0>0}\ then\ 4*potenz(4,0-1)\ else\ 1)) \\
&= 4*(4*\underline{(if\ false\ then\ 4*potenz(4,0-1)\ else\ 1)}) \\
&= 4*\underline{(4*1)} \\
&= \underline{4*4} \\
&= 16
\end{aligned}
$$

Verkürztes Ausführungsprotokoll

```
fun potenz (x:int, n:int) : int =
    if n>0 then x*potenz(x,n-1) else 1
```

$$
\begin{aligned}
potenz(4,2) &= 4 * potenz(4,1) \\
&= 4 * (4 * potenz(4,0)) \\
&= 4 * (4 * 1) \\
&= 16
\end{aligned}
$$

- **Rekursionsfolge:**

$$potenz(4,3) \rightarrow potenz(4,2) \rightarrow potenz(4,1) \rightarrow potenz(4,0)$$

Frage

Betrachten Sie die rekursive Prozedur

fun *r* (*x*:int) : int = if *x*<0 then 0 else *r* (*x*-1) + 1

Was ist der Wert von *r*(2)?

- 0
- 1
- 2
- 3

Terminierung

- **Reguläre Terminierung:** Die Ausführung des Programms **endet** nach endlich vielen Schritten **erfolgreich**.
- **Abbruch wegen Laufzeitfehler:** Eine Operation signalisiert einen **Fehler**.
- **Abbruch wegen Speichererschöpfung:** Der dem Interpreter zur Verfügung stehende **Speicherplatz** ist erschöpft.
- **Abbruch durch den Benutzer:** Die noch laufende Ausführung des Programms wird durch den **Benutzer** abgebrochen.

Divergenz

```
fun p (x:int) : int = p x
```

$$p\,x = p\,x = p\,x = p\,x = p\,x = \cdots$$

```
fun q (x:int) : int = 0 + q x
```

$$q\,x = 0 + (q\,x) = 0 + (0 + (q\,x)) = 0 + (0 + (0 + (q\,x))) = \ldots$$

- Eine Ausführung, die nach endlich vielen Schritten **endet**, heißt **terminierend.**

- Eine **nicht** terminierende Ausführung heißt **divergierend.**

Frage

Welche der folgenden Funktionen divergieren (für irgendein Argument)?

- fun f (x:int) : int = if (x<0) then 0 else f(x+1)
- fun f (x:int) : int = if (x<0) then 0 else f(x-1)
- fun f (x:int) : int = if (x<0) then f(x+1) else f(x-1)
- fun f (x:int) : int = if (x<0) then f(x-1) else f(x+1)

www.prog1.saarland