

Systemarchitektur SS 2021

Aufgabenblatt 2

Sie können Ihre Lösungen bis **Mittwoch, dem 05.05.2021, um 10:00 Uhr** im CMS abgeben.
Geben Sie auf Ihrer Lösung Ihr Tutorium sowie die Namen und Matrikelnummern aller Gruppenmitglieder an.

Aufgabe 2.1: Normalformen und PLAs

1. Die Boolesche Funktion f sei durch folgende Wertetabelle definiert.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Geben Sie einen Ausdruck in vollständiger disjunktiver Normalform an, der f beschreibt.

2. Definieren Sie die konjunktive Normalform analog zur disjunktiven Normalform. Wie kann ein Boolescher Ausdruck in konjunktiver Normalform konstruiert werden, der eine durch eine Wertetabelle definierte Funktion beschreibt? (Hinweis: Die Negation eines Ausdrucks in disjunktiver Normalform kann über De Morgansche Regeln einfach in konjunktive Normalform überführt werden.)
3. Geben Sie einen Ausdruck in vollständiger konjunktiver Normalform an, der f beschreibt.
4. Zeichnen Sie ein PLA, das die Boolesche Funktion f realisiert. Orientieren Sie sich dabei an der bereits hergeleiteten disjunktiven Normalform.
5. Geben Sie die primären und sekundären Kosten an.

Aufgabe 2.2: Boolesche Funktionen

Seien $f, g \in \mathbb{B}_n$ zwei Boolesche Funktionen. Beweisen Sie

$$f \cdot g \leq f \leq f + g$$

Aufgabe 2.3: Minimierung Boolescher Ausdrücke

Die Boolesche Funktion g sei durch folgende Wertetabelle definiert.

w	x	y	z	g
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

1. Verwenden Sie den Quine/McCluskey Algorithmus zur Bestimmung der Primimplikanten. Geben Sie Ihre Zwischenschritte ausführlich an.
2. Finden Sie nun ein Minimalpolynom. Formulieren Sie die Primimplikantentafel. Wenden Sie die vorgestellten Reduktionsschritte an, um zum Ergebnis zu gelangen.

System Architecture SS 2021

Assignment 2

You may submit your solutions via the CMS until **10:00 a.m. on Wednesday, May 5, 2021**.
Please state on your solutions your tutorial, and the names and matriculation numbers of all team members.

Problem 2.1: Normal Forms and PLAs

1. Let the Boolean function f be defined by the following truth table.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Give an expression in canonical disjunctive normal form that describes f .

2. Define the conjunctive normal form analogously to the disjunctive normal form. How can you construct a Boolean expression in conjunctive normal form that describes a function defined by a truth table? (Note: The negation of an expression in disjunctive normal form can be easily converted to conjunctive normal form via De Morgan's laws).
3. Give an expression in canonical conjunctive normal form that describes f .
4. Draw a PLA that implements the Boolean function f . Use the disjunctive normal form already derived as a guide.
5. State the primary and secondary costs.

Problem 2.2: Boolean Functions

Let $f, g \in \mathbb{B}_n$ be two Boolean functions. Prove that

$$f \cdot g \leq f \leq f + g$$

Problem 2.3: Minimization of Boolean Expressions

Let the Boolean function g be defined by the following truth table.

w	x	y	z	g
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

1. Determine the prime implicants using Quine/McCluskey's algorithm. Show all your intermediate steps in detail.
2. Now, find a minimal polynomial. First, determine the prime implicant table, and then, apply the reduction rules.