

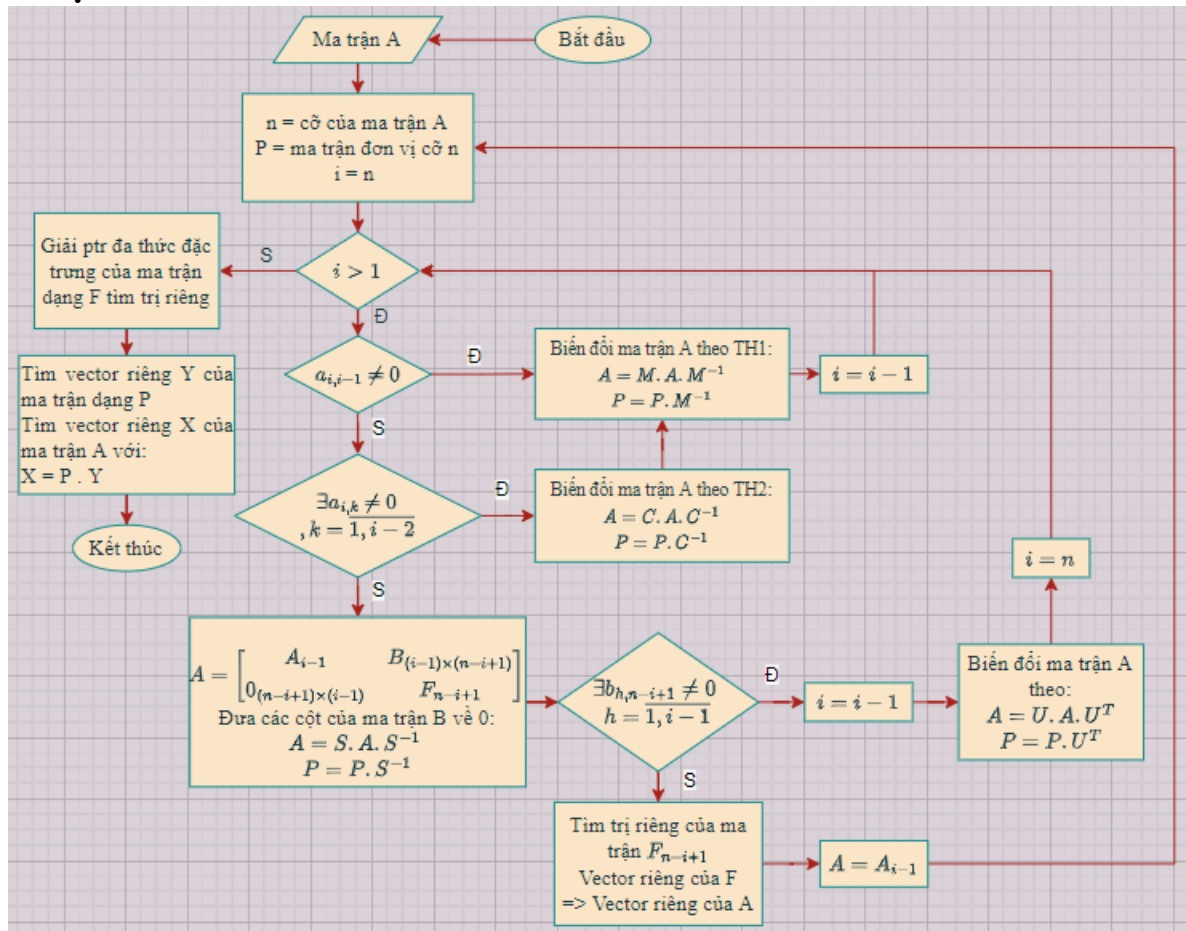
GVHD: Hà Thị Ngọc Yến

Họ và tên sinh viên: Trần Tuấn Kiệt

MSSV: 20206290

Phương pháp Danilevski để tìm đúng giá trị riêng và vector riêng của ma trận vuông

1. Thuật toán



- Các ma trận được dùng:
 - + Tại hàng thứ i với $a_{i,i-1} \neq 0$:

$$M_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \cdots & a_{i,i-1} & \cdots & a_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_i^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -\frac{a_{i,1}}{a_{i-1,1}} & -\frac{a_{i,2}}{a_{i-1,2}} & \cdots & \frac{1}{a_{i,i-1}} & \cdots & -\frac{a_{i,n}}{a_{i-1,2}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

+ Tại hàng i, $\exists a_{i,k} \neq 0$, $C = C^{-1}$:

$$C_{i,k} = [e_1 \quad \cdots \quad e_{k-1} \quad e_i \quad e_{k+1} \quad \cdots \quad e_{i-1} \quad e_k \quad e_{i+1} \quad \cdots \quad e_n]$$

+ Khử cột q, khi có q – 1 cột đầu của ma trận B gồm m cột là 0:

$$S_q = \begin{bmatrix} & & -b_{1,q} & \\ E_{n-m} & 0_{(n-m) \times q} & \vdots & 0_{(n-m) \times (n-m-q-1)} \\ & & -b_{n-m,q} & \\ 0 & & E_m & \end{bmatrix}$$

$$S_q^{-1} = \begin{bmatrix} & & b_{1,q} & \\ E_{n-m} & 0_{(n-m) \times q} & \vdots & 0_{(n-m) \times (n-m-q-1)} \\ & & b_{n-m,q} & \\ 0 & & E_m & \end{bmatrix}$$

+ nếu cột m của ma trận B(có m cột) khác 0:

$$U_{m+1} = \begin{bmatrix} E_{n-m-1} & 0 \\ 0 & W_{m+1} \end{bmatrix} = U_{m+1}^{-1}$$

$$W_{m+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

2. Ví dụ test

VD1: TH1:

- Kết quả test:

Ma trận đầu vào:

```
[[1. 2. 3. 4. 1.]
 [2. 1. 2. 3. 2.]
 [3. 2. 1. 2. 1.]
 [4. 3. 2. 1. 0.]
 [1. 4. 1. 3. 2.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 5,4

```
[[-3.33333333e-01 -3.33333333e+00 1.66666667e+00 1.33333333e+00
 -1.66666667e+00]
 [ 1.00000000e+00 -3.00000000e+00 1.00000000e+00 1.00000000e+00
 0.00000000e+00]
 [ 2.33333333e+00 -6.66666667e-01 3.33333333e-01 6.66666667e-01
 -3.33333333e-01]
 [ 1.70000000e+01 -1.10000000e+01 1.10000000e+01 9.00000000e+00
 -4.00000000e+00]
 [ 5.55111512e-17 2.22044605e-16 5.55111512e-17 1.00000000e+00
 0.00000000e+00]]
```

```

Case 1, vị trí đang xét: 4,3
[[-2.90909091e+00 -1.66666667e+00 1.51515152e-01 -3.03030303e-02
-1.06060606e+00]
[-5.45454545e-01 -2.00000000e+00 9.09090909e-02 1.81818182e-01
3.63636364e-01]
[-2.34545455e+01 -1.00000000e+01 1.09090909e+01 -2.18181818e+00
-2.43636364e+01]
[ 4.44089210e-16 5.55111512e-16 1.00000000e+00 0.00000000e+00
0.00000000e+00]
[-3.02788098e-17 2.77555756e-16 5.04646829e-18 1.00000000e+00
2.01858732e-17]]

```

```

Case 1, vị trí đang xét: 3,2
[[ 1.00000000e+00 1.66666667e-01 -1.66666667e+00 3.33333333e-01
3.00000000e+00]
[-6.49090909e+01 5.00000000e+00 5.78181818e+01 -3.83636364e+01
-1.22727273e+02]
[ 4.68312258e-16 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
0.00000000e+00]
[-8.57899610e-16 -5.55111512e-17 1.00000000e+00 -1.21115239e-16
-1.35245350e-15]
[-6.81273220e-16 -2.77555756e-17 3.07834566e-16 1.00000000e+00
-6.56040878e-16]]

```

```

Case 1, vị trí đang xét: 2,1
[[ 6.00000000e+00 4.20000000e+01 1.20000000e+01 -1.06000000e+02
-7.20000000e+01]
[ 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
0.00000000e+00]
[-7.21489473e-18 1.00000000e+00 4.17152095e-16 -2.76789598e-16
-8.85464353e-16]
[ 1.32169408e-17 -1.21595855e-16 1.00000000e+00 3.85934670e-16
2.69625592e-16]
[ 1.04958059e-17 -8.02346051e-17 -2.99013848e-16 1.00000000e+00
6.32080756e-16]]

```

Ma trận dạng Frobenius cuối cùng nhận được cỡ 5:

```

[[ 6.00000000e+00 4.20000000e+01 1.20000000e+01 -1.06000000e+02
-7.20000000e+01]
[ 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
0.00000000e+00]
[-7.21489473e-18 1.00000000e+00 4.17152095e-16 -2.76789598e-16
-8.85464353e-16]
[ 1.32169408e-17 -1.21595855e-16 1.00000000e+00 3.85934670e-16
2.69625592e-16]
[ 1.04958059e-17 -8.02346051e-17 -2.99013848e-16 1.00000000e+00
6.32080756e-16]]

```

Hệ số của đa thức đặc trưng là: [-1. 6. 42. 12. -106. -72.]

Giá trị riêng tìm được là: [-3.2923548714937634, -1.7144791414601406, -0.7709566340259015, 1.6304677803579912, 10.14732286662181]

```
Vector riêng ứng với trị riêng: -3.2923548714937634
[[ 5.15134977]
 [ 1.59351163]
 [-2.32486579]
 [-4.83096179]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: -1.7144791414601406
[[ 1.21956803]
 [-1.21211578]
 [-1.06328902]
 [ 0.32590166]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: -0.7709566340259015
[[-0.9463914 ]
 [ 0.6457949 ]
 [ 3.15685286]
 [-2.52153256]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: 1.6304677803579912
[[-0.2614037 ]
 [ 0.28766098]
 [-0.0370592 ]
 [-0.40723774]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: 10.147322866621815
[[0.9741322 ]
 [0.90867769]
 [0.82522389]
 [0.90441868]
 [1.          ]]
```

Kiểm tra kết quả:

$\lambda = -3.2923548714937634$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ [ 1.36484246e-09]
  [-3.20122950e-09]
  [-5.31055999e-09]
  [ 5.58349811e-09]
  [-1.28785871e-14]]
```

$\lambda = -1.7144791414601406$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ [ 1.38535405e-09]
  [-3.24929106e-09]
  [-5.39029976e-09]
  [ 5.66736724e-09]
  [-2.22044605e-16]]
```

$\lambda = -0.7709566340259015$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ [ 1.36485934e-09]
  [-3.20123000e-09]
  [-5.31056310e-09]
  [ 5.58353319e-09]
  [-1.77635684e-15]]
```

$\lambda = 1.6304677803579912$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ [ 1.24800986e-09]
  [-2.92717928e-09]
  [-4.85593194e-09]
  [ 5.10553078e-09]
  [-6.43929354e-15]]
```

$\lambda = 10.147322866621815$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ [ 1.36503253e-09]
  [-3.20194538e-09]
  [-5.31059285e-09]
  [ 5.58392799e-09]
  [ 2.57571742e-13]]
```

VD2: TH1 + TH2

- Kết quả test:

Ma trận đầu vào:

```
[[1. 2. 3. 4. 1.]  
 [2. 1. 2. 3. 2.]  
 [3. 0. 1. 2. 1.]  
 [4. 3. 2. 1. 0.]  
 [1. 4. 1. 0. 2.]]
```

Case 2, vị trí đang xét: 5, 4

```
[[1. 3. 2. 4. 0.]  
 [3. 1. 2. 2. 2.]  
 [2. 0. 1. 3. 1.]  
 [4. 2. 3. 1. 1.]  
 [0. 4. 1. 1. 2.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 5, 4

```
[[ 1. -13. -2. 4. -8.]  
 [ 3. -7. 0. 2. -2.]  
 [ 2. -12. -2. 3. -5.]  
 [18. -42. 0. 14. -14.]  
 [ 0. 0. 0. 1. 0.]]
```

Case 2, vị trí đang xét: 4, 3

```
[[ -2. -12. 2. 3. -5.]  
 [ 0. -7. 3. 2. -2.]  
 [-2. -13. 1. 4. -8.]  
 [ 0. -42. 18. 14. -14.]  
 [ 0. 0. 0. 1. 0.]]
```

```

Case 1, vị trí đang xét: 4,3
[[-2.00000000e+00 -7.33333333e+00 1.11111111e-01 1.44444444e+00
  -3.44444444e+00]
 [ 0.00000000e+00 4.44089210e-16 1.66666667e-01 -3.33333333e-01
  3.33333333e-01]
 [-3.60000000e+01 -1.92000000e+02 8.00000000e+00 5.80000000e+01
  -1.44000000e+02]
 [ 0.00000000e+00 2.66453526e-15 1.00000000e+00 0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]

```

```

Case 1, vị trí đang xét: 3,2
[[-6.25000000e-01 3.81944444e-02 -1.94444444e-01 -7.70833333e-01
  2.05555556e+00]
 [ 2.25000000e+01 6.62500000e+00 3.30000000e+01 -5.22500000e+01
  -1.38000000e+02]
 [-7.88860905e-31 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [-4.99600361e-16 -1.38777878e-17 1.00000000e+00 8.04911693e-16
  -1.99840144e-15]
 [ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]

```

```

Case 1, vị trí đang xét: 2,1
[[ 6.00000000e+00 3.80000000e+01 -3.60000000e+01 -1.88000000e+02
  -4.00000000e+01]
 [ 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [-3.50604847e-32 1.00000000e+00 1.15699599e-30 -1.83191032e-30
  -4.83834689e-30]
 [-2.22044605e-17 1.33226763e-16 1.00000000e+00 -3.55271368e-16
  -5.06261699e-15]
 [ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]

```

Ma trận dạng Frobenius cuối cùng nhận được cỡ 5:

```

[[ 6.00000000e+00 3.80000000e+01 -3.60000000e+01 -1.88000000e+02
  -4.00000000e+01]
 [ 1.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [-3.50604847e-32 1.00000000e+00 1.15699599e-30 -1.83191032e-30
  -4.83834689e-30]
 [-2.22044605e-17 1.33226763e-16 1.00000000e+00 -3.55271368e-16
  -5.06261699e-15]
 [ 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]

```

Hệ số của đa thức đặc trưng là: [-1. 6. 38. -36. -188. -40.]

Giá trị riêng tìm được là: [-3.575588932430926, -2.111258507044988, -0.22463561711637464, 2.5085994608176274, 9.4028835565868]


```
Vector riêng ứng với trị riêng: -3.5755888932430926
[[-1.28912632]
 [-1.02248955]
 [-0.19650436]
 [ 1.88325107]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: -2.111258507044988
[[ 0.91414308]
 [-0.84309346]
 [-1.65302773]
 [ 0.70028367]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: -0.22463561711637464
[[-0.34712741]
 [-1.85465721]
 [ 5.54112062]
 [-3.37223571]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: 2.5085994608176274
[[-0.20278073]
 [ 0.21764285]
 [-0.15919119]
 [-0.31590676]
 [ 1.          ]]
```

```
Vector riêng ứng với trị riêng: 9.402883556586827
[[1.39155806]
 [1.26926404]
 [0.93426933]
 [1.33794106]
 [1.          ]]
```

Kiểm tra kết quả:

$\lambda = -3.5755888932430926$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 1.33226763e-14]
 [ 4.44089210e-16]
 [-3.80806497e-14]
 [ 7.99360578e-15]
 [-8.88178420e-16]]
```

$\lambda = -2.111258507044988$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 1.24826749e-09]
 [ 9.36193789e-10]
 [-4.99307173e-09]
 [ 2.18445950e-09]
 [-2.22044605e-15]]
```

$\lambda = -0.22463561711637464$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 6.23112673e-15]
 [-4.21884749e-15]
 [-9.76996262e-15]
 [ 6.66133815e-16]
 [-1.27675648e-15]]
```

$\lambda = 2.5085994608176274$

$A.X - \lambda.X =$

```
[-2.78652201e-09]
 [-2.08988937e-09]
 [ 1.11460889e-08]
 [-4.87641516e-09]
 [-1.33226763e-15]]
```

$\lambda = 9.402883556586827$

$A.X - \lambda.X =$

```
[ 3.20697975e-08]
 [ 2.40522997e-08]
 [-1.28278822e-07]
 [ 5.61218645e-08]
 [ 1.59872116e-14]]
```

VD3: TH1 + TH3(không đưa được ma trận B về ma trận 0)

- Kết quả test:

Ma trận đầu vào:

```
[[1. 2. 3. 4. 1.]  
 [2. 1. 2. 3. 2.]  
 [0. 0. 1. 2. 1.]  
 [0. 0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 0. 1. 0.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 5,4

```
[[1. 2. 3. 4. 1.]  
 [2. 1. 2. 3. 2.]  
 [0. 0. 1. 2. 1.]  
 [0. 0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 0. 1. 0.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 4,3

```
[[1. 2. 3. 4. 1.]  
 [2. 1. 2. 3. 2.]  
 [0. 0. 1. 2. 1.]  
 [0. 0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 0. 1. 0.]]
```

Case 3, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  2.  0. 11.  1.]  
 [ 2.  1.  0. 11.  2.]  
 [ 0.  0.  1.  2.  1.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 3, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  2.  0.  0. 34.]  
 [ 2.  1.  0.  0. 35.]  
 [ 0.  0.  1.  2.  1.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 3.1, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  0.  0. 34.  2.]  
 [ 0.  1.  2.  1.  0.]  
 [ 0.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 2.  0.  0. 35.  1.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 5,4

```
[-9.42857143e-01  0.00000000e+00  0.00000000e+00  9.71428571e-01  
 1.02857143e+00]  
[-5.71428571e-02  1.00000000e+00  2.00000000e+00  2.85714286e-02  
 -2.85714286e-02]  
[ 0.00000000e+00  1.00000000e+00  0.00000000e+00  0.00000000e+00  
 0.00000000e+00]  
[-1.88571429e+00  0.00000000e+00  3.50000000e+01  2.94285714e+00  
 2.05714286e+00]  
[ 6.24500451e-17  0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00  
 0.00000000e+00]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 4,3

```
[[-9.42857143e-01  0.00000000e+00  0.00000000e+00  9.71428571e-01
  1.02857143e+00]
 [ 5.06122449e-02  1.00000000e+00  5.71428571e-02 -1.39591837e-01
 -1.46122449e-01]
 [ 1.77795918e+00  3.50000000e+01  2.94285714e+00  2.25306122e-01
 -1.93959184e+00]
 [ 4.16333634e-17  0.00000000e+00  1.00000000e+00  0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [ 6.24500451e-17  0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 3,2

```
[[-9.42857143e-01  0.00000000e+00  0.00000000e+00  9.71428571e-01
  1.02857143e+00]
 [-1.68289213e+00  3.94285714e+00 -7.17551020e-01 -5.32345190e+00
 -1.34593586e+00]
 [ 8.32667268e-17  1.00000000e+00  0.00000000e+00  0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [ 4.16333634e-17  0.00000000e+00  1.00000000e+00  0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [ 6.24500451e-17  0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00
  0.00000000e+00]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 2,1

```
[ [ 3.00000000e+00  3.00000000e+00 -6.00000000e+00 -8.00000000e+00
  -3.00000000e+00]
 [ 1.00000000e+00  4.44089210e-16  0.00000000e+00  0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [-4.94783507e-17  1.00000000e+00 -3.55032410e-17 -2.63395620e-16
  -6.65946865e-17]
 [-2.47391753e-17  9.75430342e-17  1.00000000e+00 -1.31697810e-16
  -3.32973432e-17]
 [-3.71087630e-17  1.46314551e-16 -2.66274308e-17  1.00000000e+00
  -4.99460148e-17]]
```

Ma trận dạng Frobenius cuối cùng nhận được cỡ 5:

```
[ [ 3.00000000e+00  3.00000000e+00 -6.00000000e+00 -8.00000000e+00
  -3.00000000e+00]
 [ 1.00000000e+00  4.44089210e-16  0.00000000e+00  0.00000000e+00
  0.00000000e+00]
 [-4.94783507e-17  1.00000000e+00 -3.55032410e-17 -2.63395620e-16
  -6.65946865e-17]
 [-2.47391753e-17  9.75430342e-17  1.00000000e+00 -1.31697810e-16
  -3.32973432e-17]
 [-3.71087630e-17  1.46314551e-16 -2.66274308e-17  1.00000000e+00
  -4.99460148e-17]]
```

Hệ số của đa thức đặc trưng là: [-1. 3. 3. -6. -8. -3.]

Giá trị riêng tìm được là: [-1, 2.147899035660858, 3.00000000002568]

Vector riêng ứng với trị riêng: -1

```
[[-1.00000000e+00]
 [ 1.00000000e+00]
 [-1.38777878e-17]
 [ 2.77555756e-17]
 [-5.20417043e-17]]
```

Vector riêng ứng với trị riêng: 2.147899035660858

```
[[ 0.5753456 ]
 [ 0.62072763]
 [-0.11439493]
 [-0.05325899]
 [-0.02479585]]
```

Vector riêng ứng với trị riêng: 3.00000000002568

```
[[ 1.00000000e+00]
 [ 1.00000000e+00]
 [ 1.53501101e-11]
 [-6.94236335e-12]
 [ 1.04753949e-11]]
```

Kiểm tra kết quả:

$\lambda = -1$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 4.44089210e-16]
 [ 3.33066907e-16]
 [-2.42861287e-17]
 [ 1.38777878e-17]
 [-2.42861287e-17]]
```

$\lambda = 2.147899035660858$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 2.81598744e-10]
 [-2.75130585e-10]
 [-2.68352840e-11]
 [ 2.84619411e-11]
 [-3.01870265e-11]]
```

$\lambda = 3.00000000002568$

$A.X - \lambda.X =$

```
[[ 3.57914143e-10]
 [-3.49693163e-10]
 [-3.41095520e-11]
 [ 3.61772001e-11]
 [-3.83685479e-11]]
```

VD4: TH1 + TH3(ma trận B đưa được về ma trận 0):

- Kết quả test:

Ma trận đầu vào:

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 5,4

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 4,3

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 3, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 3, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Case 3.2, vị trí đang xét: 3, 2

```
[[ 1.  2.  0.  0.  0.]  
 [ 3.  1.  0.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  7. -6.]  
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]  
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]]
```

Ma trận dạng Frobenius nhận được là:

```
[[ 0.  7. -6.]  
 [ 1.  0.  0.]  
 [ 0.  1.  0.]]
```

Hệ số của đa thức đặc trưng là: $[-1. \ 0. \ 7. \ -6.]$

Giá trị riêng tìm được là: $[-3.0, 1, 2]$

Vector riêng ứng với trị riêng(case3.2): -3.0

```
[[ 0.]  
 [ 0.]  
 [ 9.]  
 [-3.]  
 [ 1.]]
```

Vector riêng ứng với trị riêng(case3.2): 1

```
[[0.]  
 [0.]  
 [1.]  
 [1.]  
 [1.]]
```

Vector riêng ứng với trị riêng(case3.2): 2

```
[[0.]  
 [0.]  
 [4.]  
 [2.]  
 [1.]]
```

Ma trận A sau khi tách khối Frobenius:

```
[[1. 2.]  
 [3. 1.]]
```

Case 1, vị trí đang xét: 2,1

```
[[2. 5.]  
 [1. 0.]]
```

Ma trận dạng Frobenius cuối cùng nhận được cỡ 2:

```
[[2. 5.]  
 [1. 0.]]
```

Hệ số của đa thức đặc trưng là: [1. -2. -5.]

Giá trị riêng tìm được là: [-1.4494897427875517, 3.4494897427875517]

Vector riêng ứng với trị riêng: -1.4494897427875517

```
[[ -0.81649658]  
 [ 1.          ]  
 [ 0.          ]  
 [ 0.          ]  
 [ 0.          ]]
```

Vector riêng ứng với trị riêng: 3.4494897427875517

```
[[ 0.81649658]  
 [ 1.          ]  
 [ 0.          ]  
 [ 0.          ]  
 [ 0.          ]]
```

Kiểm tra kết quả:

```
lamda = -3.0
A.X - lamda.X =
[[0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]]
```

```
lamda = 1
A.X - lamda.X =
[[0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]]
```

```
lamda = 2
A.X - lamda.X =
[[0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]]
```

```
lamda = -1.4494897427875517
A.X - lamda.X =
[[-7.14184267e-12]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]]
```

```
lamda = 3.4494897427875517
A.X - lamda.X =
[[-7.14228676e-12]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00]]
```

3. Nhận xét về phương pháp:

- ❖ Đây là 1 phương pháp giải đúng nhưng sẽ có sai số bởi cách ta giải đa thức đẳng trưng.
- ❖ Nếu chưa thể lập trình phương pháp có thể giải ra nghiệm phức của đa thức bậc cao thì Danileski cũng sẽ không thể cho ra các giá trị riêng, vector riêng phức.
- ❖ Khó lập trình.