ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Непрерывная детерминированная модель

Задание. Пусть в некоторой плоскости имеются N тел ($2 \leq N \leq 10$). В текстовом файле **"Input.dat"** описывается состояние этой системы.

Вводятся построчно:
1. N – количество тел;
2. Δt – шаг дискретизации;
3. далее идет строка обозначающая колонки

$$M \;\; X_0 \;\; Y_0 \;\; V_0 \;\; Al_0 \;\; Q$$

и затем данные для каждого из тел (одна строка для каждого из тел)

4. масса тела (m); начальные координаты (x_0; y_0); величина и направление начальной скорости (v_0; α_0); заряд тела Q.

Построить динамическую модель этой системы при условии, что между телами действуют только силы электростатического взаимодействия по закону Кулона. При этом единицы длины, массы, времени и зарядов подобраны так, что коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен 1, т.е. величина силы воздействия на тело с номером i со стороны тела с номером j

$$F_{ij} = -\frac{Q_i \cdot Q_j}{R_{ij}^2},$$

где Q_i и Q_j – соответственно заряды этих тел, а R_{ij} – расстояние между ними. Направлена эта сила воздействия по прямой соединяющей эти тела. Знак минус указывает на то, что для одноименно заряженных тел это сила отталкивания, а для разноименно заряженных – притяжения.

Очевидно, что стандартными методами построения НД моделей воспользоваться нельзя (объясните почему?). Воспользуемся аппроксимацией НД модели в виде ДД модели (принцип Δt).

Математическая модель

Пусть в момент t i-е тело системы имело состояние: $x_i(t)$; $y_i(t)$ (координаты), $v_i(t)$ (его скорость), $\alpha_i(t)$ (угол, определяющий направление). Оценим состояние этой системы в момент $t + \Delta t$.

Вектор скорости i-го тела $\vec{v}_i(t)$ разложим на составляющие по осям x и y, $v_{xi}(t) = v_i(t) \cdot \cos\alpha_i(t); v_{yi}(t) = v_i(t) \cdot \sin\alpha_i(t)$.

Аналогично для сил, действующих на i-е тело со стороны j-го

$$F_{xij}(t) = F_{ij}(t) \cdot \cos\alpha - i(t); F_{yij}(t) = F_{ij}(t) \cdot \sin\alpha_i(t).$$

На каждое тело в любой момент времени t постоянно действуют силы со стороны всех остальных тел этой системы. Разложив вектора сил действующих на данное по осям x и y и сложив эти составляющие по всем телам взаимодействующих с данным, получим суммарные составляющие.

$$F_{xi}(t) = \sum_{j=1}^{N} F_{xij}(t); F_{yi}(t) = \sum_{j=1}^{N} F_{yij}(t).$$

Силы, действующие на тело массой m, вызывают соответствующие ускорения. Т.о. возникают ускорения вдоль осей координат

$$a_{xi}(t) = \frac{F_{xi}(t)}{m_i}, a_{yi}(t) = \frac{F_{yi}(t)}{m_i}.$$

Состояние системы в момент $t + \Delta t$ опишется как, опуская индекс указывающий на номер тела

$$x(t+\Delta t) = x(t) + v_x(t) \cdot \Delta t + a_x(t) \cdot \Delta t^2, y(t+\Delta t) = y(t) + v_y(t) \cdot \Delta t + a_y(t) \cdot \Delta t^2$$

$$v_x(t + \Delta t) = v_x(t) + a_x(t) \cdot \Delta t; v_y(t + \Delta t) = v_y(t) + a_y(t) \cdot \Delta t.$$

После чего момент, для которого было рассчитано состояние системы принимается за исходный, и рассчитываем для следующего, отстоящего на интервал Δt.