ВМ-1. Лекція 4 за 05.10.20.

Лекцію 4 переписати в зошит для конспекту лекцій з ВМ-1 (ЛА-АГ).

Обов'язково на кожній сторінці конспекту напишіть у верхньому правому куті сторінки ваше прізвище та ініциали. Зробіть якісне фото кожної сторінки Л-4 на **Office Lens,** підпишіть файл: **pdf.** Ваше прізвище. Л-4, та розмістіть на Google диску групи в вашій **особистій папці Лекції** до п'ятниці 09.10.20. Не забувайте при переписуванні написати, як заголовок , **Лекція 4. Методи розв'язку… .05.10.20,** та переписувати назви розділів лекції, виділені в тексті блакитним кольором.

Лекція 4. **Методи розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).** 05.10.20.

4.1. Формули Крамера.

Далі з файлу Дубовик, Юрик. Вища математика.pdf стр. 21-23 переписати наступне.

Стр. 21. Починаєте переписувати з **3.2. Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера.** Цю назву переписувати не треба,бо є вже в **4.1.** Починаєте так:

Нехай задано систему двох лінійних рівнянь з двома невідомими x і y:

Не забувайте писати в рядках з формулами номер формули (10), (11), (12), $\cdots$.

Стр. 22. Переписуєте до формули (15) включно:

Доведемо, наприклад, другу з формул (15). Помножимо перше, $\cdots$ і далі текст на стр. 22 переписувати не треба.

Стр. 23. Переписуєте всю сторінку 23 з прикладами а) та б) включно.

Зауваження.* 1. *Щоб не зробити помилки при розв'язку систем за формулами Крамера записуйте *визначник* $\Delta = detA$ основної матриці системи *по стовпцям,* наприклад, для системи (14): 1-й стовпець – це стовпець коефіцієнтів при змінній x; 2-й стовпець – це стовпець коефіцієнтів при змінній y; 3-й стовпець –це стовпець коефіцієнтів при змінній z.

2. У формулах (17) для всіх $i = 1, 2, \cdots n$. $\Delta_i -$ це визначник, отриманий з визначника Δ заміною його $i -$ го стовпця стовпцем вільних членів, всі інші стовпці не змінюються.

3. Формули Крамера застосовують в основному тільки для систем (10) та (14). Коли $n \geq 4$, розв'язують методом Гауса.

4.2. Матричний метод.

Далі з файлу Дубовик, Юрик. Вища математика.pdf переписати стр. 24 до Прикладу. Раджу Приклад переглянути.

Назву **3.3. Матричний запис системи лінійних рівнянь і її розв'язування** переписувати не треба,бо є вже в **4.1.** Починаєте так:

Нехай задано систему (16), яка містить n *лінійних рівнянь* n *з невідомими.*

4.3. Критерій сумісності СЛАР.

Елементарними перетвореннями СЛАР називають:

1) переставляння рівнянь;

2) множення обох частин якого-небудь рівняння на число, відмінне від нуля;

3) додавання до рівняння іншого рівняння, помноженого на деяке число.

Елементарні перетворення СЛАР призводять до відповідних елементарних перетворень рядків матриці та розширеної матриці системи.

Системи лінійних алгебричних рівнянь, одержані одна з одної елементарними перетвореннями, називають *еквівалентними.* Еквівалентні СЛАР *рівносильні*.

Розв’язати систему — це означає:
1) з’ясувати, чи є система сумісною або несумісною;
2) якщо система сумісна, то знайти множину її розв’язків.

Нехай задано систему m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (1)$$

Складаємо основну A і розширену матрицю $(A|B)$даної системи:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, (A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right),$$

розширену матрицю $(A|B)$ ще позначають $\left(A\middle|\vec{b}\right)$, де $\vec{b} = B -$ стовпець вільних членів.
Відповідь на запитання про існування розв’язку системи (1) дає наступна теорема.

Теорема (Кронекера - Капеллі). Для того щоб система лінійних алгебраїчних рівнянь була *сумісною*, необхідно і достатньо, щоб ранг її основної матриці дорівнював рангу розширеної матриці, тобто $rangA = rang(A|B)$.

Наслідки з теореми Кронекера - Капеллі.
1) Якщо ранг основної матриці дорівнює рангу розширеної матриці і дорівнює числу невідомих:

$$rangA = rang(A|B) = n,$$

то система мав *єдиний розв’язок*.
2) Якщо ранг основної матриці дорівнює рангу розширеної матриці, але менший числа невідомих:

$$rangA = rang(A|B) = r < n,$$

то система має *безліч розв'язків*.
Одним з найпоширеніших методів розв’язування систем (1) є метод послідовного виключення невідомих, або метод Гауса, який розглянемо на лекції 5. ■