Matemáticas Discretas

Descubre el mundo de las estructuras finitas, lógica proposicional y redes que fundamentan la computación moderna

Combinatoria

Secuencias

Lógica

Grafos

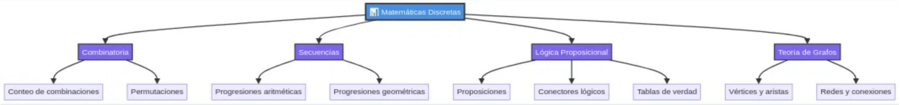
Presentado por:

- Darío Chillogallo
- Kiara Condoy
- Javier Guarnizo
- Domenica Narvaez
- José Valéncia

¿Qué son las Matemáticas Discretas?

Las matemáticas discretas estudian estructuras cuyos elementos están claramente separados e individualizados, a diferencia de las matemáticas continuas que trabajan con intervalos infinitos.

> **Discreto vs. Continuo:** Un conjunto discreto contiene elementos que pueden contarse uno por uno (ej: {0, 1, 2, 3}), mientras que uno continuo incluye infinitos valores entre dos puntos (ej: todos los números reales entre 0 y 1).



Pilares fundamentales:

- ✓ **Combinatoria:** Conteo de combinaciones y permutaciones
- ✓ **Secuencias:** Patrones numéricos ordenados
- ✓ **Lógica Proposicional:** Análisis de verdad y falsedad
- ✓ **Teoría de Grafos:** Redes y conexiones

Entonces, qué tiene que cumplir para ser Discreto?

1. Los elementos pueden contarse uno por uno
2. No hay valores intermedios entre dos elementos consecutivos
3. Los conjuntos discretos pueden ser finitos o infinitos numerables

Estructuras Discretas Fundamentales

Son los objetos matemáticos fundamentales que estudia la matemática discreta.

Conjuntos

Colecciones desordenadas de elementos.

A = {1, 2, 3}

Ejemplo:

A = {1,2,3,4}, B = {3,4,5,6}

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$A \cap B = \{3,4\}$$
$$A - B = \{1,2\}$$

Funciones

Reglas que asignan a cada entrada una salida

$f(x) = x^2$,
con dominio {1,2,3}

Genera el conjunto imagen:

{1, 4, 9}

Secuencias

Números ordenados con posición significativa

$a_n = n + 3$

$$a_1 = 4,$$
$$a_2 = 7,$$
$$a_3 = 10,$$
$$a_4 = 13.$$

Relaciones

Conexiones entre elementos mediante pares, triples, etc.

Sea A = {1, 2, 3} y definimos la relación "menor que":

$$R = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}.$$

Grafos

Vértices conectados por aristas

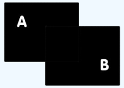
G = (V, E)

$$V = \{A, B, C\},$$
$$E = \{\{A, B\}, \{B, C\}, \{A, C\}\}.$$

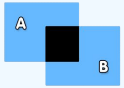
Estructuras Discretas Fundamentales

Son los objetos matemáticos fundamentales que estudia la matemática discreta.

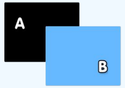
Conjuntos



Unión



Intersección

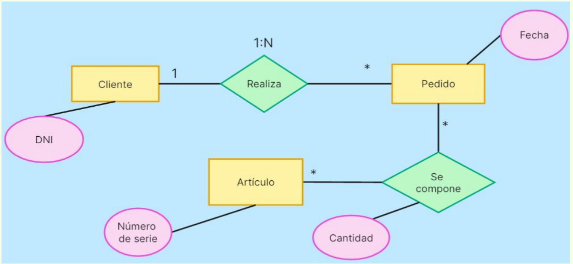


Diferencia

Funciones

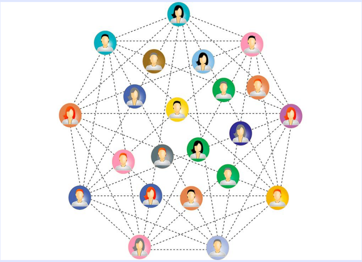
```
else:
    minuscula = False
    for minus in contraseña:
        if minus.islower()==True:
            minuscula = True
    if not minuscula:
        print("La contraseña debe contener al menos una minusculas")
    mayusculas = False
    for mayus in contraseña:
        if mayus.isupper()==True:
            mayusculas = True
    if not mayusculas:
        print("La contraseña debe tener al menos una mayuscula")
```

Relaciones



Secuencias

Grafos



Combinatoria: Contando Posibilidades

El Problema

En una fiesta con 10 personas, cada una se da la mano una vez con cada otra.
¿Cuántos apretones de mano se realizan?

Combinaciones: C(n, k)

$$C(n, k) = n! / (k!(n-k)!)$$

Para nuestro problema: $C(10, 2) = 10! / (2! \times 8!) =$ **45 apretones**

C **Combinaciones:** El orden no importa. {A, B} es igual a {B, A}

P **Permutaciones:** El orden sí importa. (A, B) es diferente de (B, A)

10 Personas en la Fiesta

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Total de apretones de mano:

45

Cada persona saluda a 9 otras: $(10 \times 9) / 2 = 45$

Resuélvelo dinámicamente:

🌭 **Secuencias**
En un concurso de hot dogs, cada participante come dos más que el anterior. Alex comió 1, Nando comió 3, Carlos comió 5, y así sucesivamente. La pregunta es: ¿cuántos hot dogs comió Alejandro, el concursante número 26? Además, ¿cuántos hot dogs se comieron en total entre todos los participantes?

🌐 **Teoría de grafos**

Cinco pueblos quieren conectarse entre sí con carreteras, pero no se permite que las carreteras se crucen ni que se usen túneles o puentes. La pregunta es: ¿es posible conectar cada pueblo con los otros cuatro sin que se produzcan intersecciones?

Secuencias: Patrones Numéricos

Una secuencia es una lista ordenada de números donde cada elemento ocupa una posición específica (n). Los elementos pueden repetirse y su orden es fundamental.

Notación: Una secuencia se representa como $\{a_n\}$ o $a_n = f(n)$, donde n es la posición y a_n es el valor en esa posición.

Progresión Aritmética

Diferencia constante entre términos consecutivos. Ejemplo: 1, 3, 5, 7...

Progresión Geométrica

Razón constante entre términos consecutivos. Ejemplo: 2, 4, 8, 16...

Progresión Aritmética:

$a_n = a_1 + (n-1)d$

donde d es la diferencia común

Suma de Progresión Aritmética:

$S_n = n(a_1 + a_n)/2$

Concurso de Hot Dogs

Cada participante come 2 hot dogs más que el anterior. Alex comió 1, Nando 3, Carlos 5...

Participante	Posición (n)	Hot Dogs
Alex	1	1
Nando	2	3
Carlos	3	5
...	...	...
Alejandro	26	?

$$a_n = 1 + (n-1)\times 2 = 2n - 1$$

¿Cuántos hot dogs comió Alejandro (posición 26)?

51

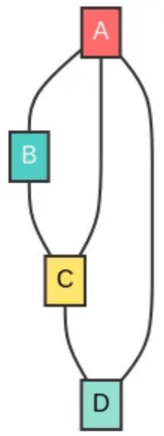
$a_{26} = 2(26) - 1 = 51$

¿Total de hot dogs en el concurso?

676

$S_{26} = 26(1 + 51)/2 = 676$

Teoría de Grafos: Redes y Conexiones



¿Qué es un grafo?

Una estructura matemática formada por un conjunto de vértices (nodos) conectados por aristas (líneas), usada para representar relaciones y redes.

Componentes fundamentales:

- V **Vértices (V):** Puntos o nodos que representan elementos o entidades
- E **Aristas (E):** Líneas que conectan vértices, representando relaciones

Problema de los 5 pueblos: ¿Pueden conectarse 5 pueblos con carreteras sin que se crucen? Este es un problema de planaridad de grafos. La respuesta depende de la estructura del grafo.

Aplicaciones prácticas:

Redes:

Internet, redes sociales, telecomunicaciones

Transporte:

Rutas, logística, planificación de viajes

Computación:

¿Qué es la Lógica?

La lógica es una rama de la filosofía y de las matemáticas que analiza la estructura del razonamiento y los principios que permiten determinar si una inferencia es correcta.

📚 Tipos de lógica

- **Lógica formal:**
  Estudia las formas o estructuras del razonamiento, sin importar el contenido.
  Ejemplo: lógica proposicional, lógica de predicados.

- **Lógica informal:**
  Analiza los razonamientos en el lenguaje cotidiano, detectando errores o falacias.

- **Lógica matemática:**
  Aplica la lógica formal a las matemáticas y la computación.

Sirve Para:

- Pensar con claridad.
- Argumentar correctamente.
- Resolver problemas.
- Fundamentar la programación y la inteligencia artificial.

Lógica Proposicional

Pensar con precisión, razonar con verdad.

La lógica proposicional es una rama de la lógica que estudia proposiciones y las relaciones lógicas entre ellas mediante conectores lógicos.

Lógica Proposicional: Fundamentos

¿Qué es una proposición?🤔
una oración que puede ser verdadera (V) o falsa (F), pero no ambas simultáneamente.

Principio de Bivalencia:

Verdad (1); Falso (0)

✓ **Ejemplos de Proposiciones:🧠**

Válida (V)
"5 es mayor que 3"

Válida (V)
"Ecuador está en América"

✗ **No son Proposiciones:**

Interrogativa
"¿Cómo te llamas?"

Exclamativa
"¡Espérame!"

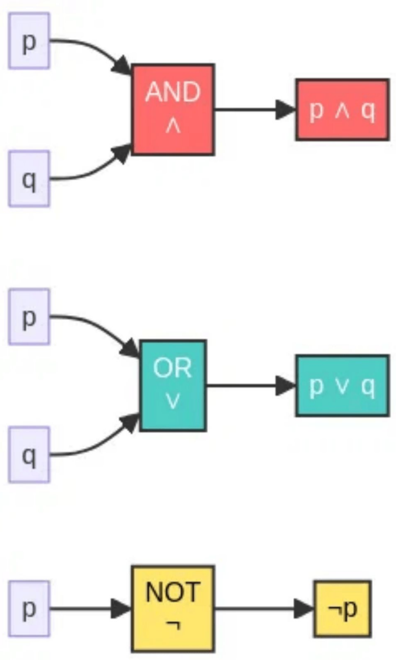
Simples: Una sola proposicion
Compuestas: Una o más proposiciones

Estructura de una proposición
Variables: p, q, r, s
Conectores lógicos: Representan palabras como y, o, si y solo si

🧩Logica proposicional:

Estudia las estructuras de las proposiciones y sus relaciones
Se enfoca en como las proposiciones se combinan

Usamos conectores lógicos para unir proposiciones simples y formar proposiciones compuestas.



Conectores Lógicos Esenciales

Símbolo	Nombre	Se lee	Condición de verdad
$\neg p$	**Negación**	*"no p"*	Verdadera si p es falsa
$p \wedge q$	**Conjunción**	*"p y q"*	Verdadera solo si ambas son verdaderas
$p \vee q$	**Disyunción inclusiva**	*"p o q"*	Verdadera si al menos una es verdadera
$p \rightarrow q$	**Condicional**	*"si p, entonces q"*	Falsa solo cuando p es V y q es F
$p \leftrightarrow q$	**Bicondicional**	*"p si y solo si q"*	Verdadera cuando tienen igual valor

Tablas de Verdad

Una tabla de verdad es una herramienta fundamental que muestra todos los posibles valores de verdad de una proposición compuesta según los valores de sus proposiciones simples.

Símbolo	Conectiva	Expresión
$\wedge$	Conjunción	Y
$\vee$	Disyunción	O
$\neg$	Negación	No
$\longrightarrow$	Condición	Si...Entonces
$\longleftrightarrow$	Bicondicional	Si y sólo si

> **Construcción: Para n proposiciones simples, hay 2^n combinaciones posibles de Verdadero (V) y Falso (F).**

Ejemplo con dos proposiciones (p y q):

p	q	¬p	p ∧ q	p ∨ q	p → q	p ↔ q
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

Pasos para construir una tabla:

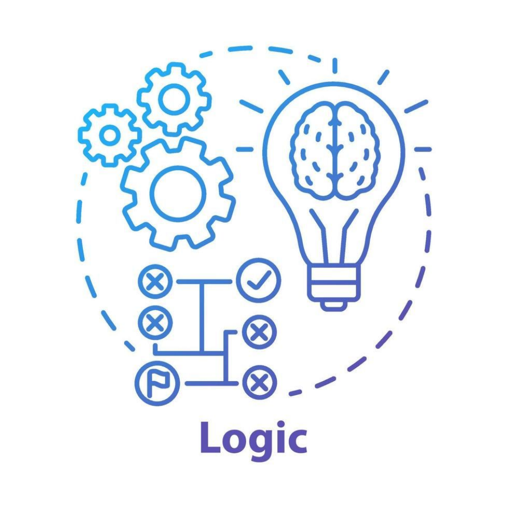
1. Identificar proposiciones simples (p, q, r...)
2. Calcular combinaciones (filas): 2^n
3. Listar todas las combinaciones V/F
4. Aplicar conectores según **reglas**
5. Evaluar columna por columna

Tautología, contradicción y contingencia

Una *tautología* es **siempre verdadera**, como

Una *contradicción* es **siempre falsa**, como

Una *contingencia* puede ser **verdadera o falsa**, dependiendo de los valores, como



Estos conceptos nos ayudan a entender si una proposición es universalmente válida, imposible o depende de las circunstancia.

Leyes de Equivalencia Lógica

Dos proposiciones son equivalentes si tienen los mismos valores de verdad en todas las combinaciones. Algunas leyes importantes son:

De Morgan:

$\neg(p \land q) \equiv (\neg p \lor \neg q)$

Doble negación:

$\neg(\neg p) \equiv p$

Idempotencia:

$(p \land p) \equiv p$

$(p \lor p) \equiv p$

Conmutatividad:

$(p \land q) \equiv (q \land p)$

$(p \lor q) \equiv (q \lor p)$

Distributividad:

$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$

Contraposición:

$(p \to q) \equiv (\neg q \to \neg p)$

Negación del condicional:

$\neg(p \to q) \equiv (p \land \neg q)$

Bicondicional:

$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \to q) \land (q \to p)$

Aplicaciones en Informática

Algoritmos

Las matemáticas discretas son la base del diseño y análisis de algoritmos eficientes.

Aplicaciones:

Optimización de recursos

Estructuras de Datos

Conjuntos, relaciones y grafos fundamentan las estructuras de datos modernas.

Aplicaciones:

Grafos y Árboles

Criptografía

La lógica proposicional y la teoría de números discretos protegen la información digital.

Aplicaciones:

Encriptación de mensajes de WhatsApp

Bases de Datos

Las relaciones matemáticas son el fundamento de las bases de datos relacionales.

Aplicaciones:

Las aplicaciones como Spotify utilizan esta base de datos para seleccionar canciones

Ejemplo Práctico - Experimental

Los valores booleanos son un tipo de dato que solo puede tener dos posibles valores: 1 y 0 (True, False) .
En lógica, el “o” es inclusivo (se cumple si al menos una proposición es verdadera).
El “o exclusivo” (xor) se usa en informática y se cumple solo si una de las proposiciones es verdadera, pero no ambas.

- Elaborar un programa en Visual Studio Code, en el lenguaje C (nombre_archivo.c) que demuestra los tres operadores lógicos (AND, OR, NOT), usando valores booleanos (0 y 1):

C costo_por_galones.c   C Calculo_gastos_productos.c   C ejemplo_md.c ×

C ejemplo_md.c > main()

```c
#include <stdio.h>

int main() {
    int p, q;

    printf("Demostracion de operadores logicos AND, OR, NOT en C\n\n");

    // Pedimos los valores de p y q
    printf("Ingrese el valor de p (1 = verdadero, 0 = falso): ");
    scanf("%d", &p);
    printf("Ingrese el valor de q (1 = verdadero, 0 = falso): ");
    scanf("%d", &q);

    // Mostrar resultados
    printf("\nResultados:\n");
    printf("p AND q (p && q) = %d\n", p && q);
    printf("p OR  q (p || q) = %d\n", p || q);
    printf("NOT p (!p)       = %d\n", !p);
    printf("NOT q (!q)       = %d\n", !q);

    return 0;
}
```

```
PS C:\Users\Usuario iTC\Documents\io> gcc ejemplo_md.c -o ejemplo_md
PS C:\Users\Usuario iTC\Documents\io> .\ejemplo_md.exe
Demostracion de operadores logicos AND, OR, NOT en C

Ingrese el valor de p (1 = verdadero, 0 = falso): 0
Ingrese el valor de q (1 = verdadero, 0 = falso): 0

Resultados:
p AND q (p && q) = 0
p OR  q (p || q) = 0
NOT p (!p)       = 1
NOT q (!q)       = 1
PS C:\Users\Usuario iTC\Documents\io>
```

Conclusión: Impacto y Relevancia

Las matemáticas discretas son el fundamento invisible del mundo digital moderno

Combinatoria

Secuencias

Lógica

Grafos

¿Por qué importan las matemáticas discretas?

- ✓ Fundamentan algoritmos y estructuras de datos
- ✓ Optimizan redes y sistemas de transporte
- ✓ Permiten análisis lógico de sistemas complejos
- ✓ Protegen la información mediante criptografía
- ✓ Modelan decisiones estratégicas en teoría de juegos
- ✓ Impulsan la inteligencia artificial y machine learning