FACULTAD DE LA ENERGÍA LAS INDUSTRIAS Y LOS RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES

CARRERA EN COMPUTACIÓN

# LÓGICA MATEMÁTICA


Docente: Ing. Mario Enrique Cueva H.

Email: mecueva@unl.edu.ec


Periodo: Octubre 2025 – Febrero 2026

# ¿Qué es la Lógica?

La lógica es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y la inferencia válida.1 La palabra «lógica» deriva del griego antiguo λογική logikḗ, que significa «dotado de razón, intelectual, dialéctico, argumentativo», que a su vez viene de λόγος (lógos), palabra, pensamiento, idea, argumento, razón o principio»


Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# ¿Qué es la Lógica Matemática?

Es una disciplina que trata de **métodos de razonamiento**. En un nivel elemental, la lógica **proporciona reglas y técnicas** para determinar si es o no válido un argumento dado. El razonamiento lógico se **emplea en matemáticas para demostrar teoremas**; en ciencias de la computación para **verificar si son o no correcta los programas**, en las ciencias **física y naturales**, para sacar **conclusiones de experimentos**; y en las ciencias sociales y en la vida cotidiana, para resolver una magnitud de problemas. Ciertamente se usa en forma constante e racionamiento lógico para realizar cualquier actividad

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

Una proposición lógica es un enunciado que puede ser falso(0) o verdadero(1) pero no ambas a la vez. La proposición es un elemento fundamental de la lógica matemática.

### Conectivos o Conectores Lógicos y Modificadores.

Se denominan Conectivos o Conectores Lógicos, a ciertas expresiones gramaticales tales como: "y", "o", "sí…entonces…", "…si y sólo si…", las cuales se usan para enlazar proposiciones.

Principales Conectivos Lógicos:

| Conector | Símbolo | Interpretación |
|---|---|---|
| Conjunción | | y, pero |
| Disyunción | | o |
| Condicional | | sí …entonces … |
| | | … implica … |
| Bicondicional | | … si y sólo si … |
| | | … equivale a … |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

Las expresiones gramaticales como "no es cierto que…", "no ocurre que…", "es falso que…", "no", que se usan para modificar el valor de verdad de una proposición, se llaman modificador negativo o modificador no.

| Símbolo | Interpretación |
|---|---|
| ~ | No<br>No es cierto que…<br>No ocurre que …<br>Es falso que … |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

El modificador negativo no es un conectivo lógico porque no enlaza proposiciones.

Los operadores lógicos sirven para construir proposiciones complejas.

# CONECTORES



| Nombre de la conectiva | Representación | Ejemplos de frases en las que aparece |
|---|---|---|
| Negación | $\neg p$ | no $p$<br>es falso $p$<br>no es cierto $p$ |
| Conjunción | $p \wedge q$ | $p$ y $q$<br>$p$ pero $q$<br>$p$ sin embargo $q$<br>$p$ no obstante $q$<br>$p$ a pesar de $q$ |
| Disyunción | $p \vee q$ | o $p$ o $q$ o ambos<br>al menos $p$ o $q$<br>como mínimo $p$ o $q$ |
| Condicional<br><br>(Implicación) | $p \rightarrow q$ | si $p$ entonces $q$<br>$p$ sólo si $q$<br>$q$ si $p$<br>$q$ cuando $p$<br>$q$ es necesario para $p$<br>para $p$ es necesario $q$<br>$p$ es suficiente para $q$<br>para $q$ es suficiente $p$<br>no $p$ a menos que $q$ |
| Bicondicional<br>(Equivalencia) | $p \leftrightarrow q$ | $p$ es necesario y suficiente para $q$<br>$p$ si y sólo si $q$ |

# Proposiciones Lógicas

Estos operadores pueden usarse una o varias veces en forma combinada o no para construir proposiciones más complejas, por ejemplo

$$p \vee (q \wedge (r \vee (\neg p)))$$

p y q son proposiciones simples

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

## Jerarquía de Operadores

Para reducir el número de paréntesis se conviene en una jerarquía de operadores para indicar el orden de precedencia de uno sobre otro.

Mayor Jeraquía $\neg$ $\wedge$ $\vee$ Menor Jerarquía

Ante *una disputa de operandos* gana el que tiene una mayor jerarquía. Así

| La expresión | Se interpreta como |
|---|---|
| $p \vee q \wedge r$ | $p \vee (q \wedge r)$ |
| $\neg p \wedge q$ | $(\neg p) \wedge q$ |
| $p \wedge \neg s \vee \neg q \wedge r$ | $(p \wedge (\neg s)) \vee ((\neg q) \wedge r)$ |

Los paréntesis deben ser utilizados para forzar el orden de las operaciones.

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

## Uso de operadores

Supongamos que

$p$: Está caluroso

$q$: Está soleado

$r$: Está lluvioso

$s$: Está húmedo

Entonces la representación de las siguientes afirmaciones queda:

- Está lluvioso y soleado : $r \wedge q$
- Está soleado o está lluvioso : .
- Está soleado y no está caluroso :
- Ni está soleado ni está caluroso :
- Está soleado pero está lluvioso :
- Está lluvioso pero no está caluroso :

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

## Tabla de Verdad

Una tabla de verdad de una proposición es una descripción organizada de los valores de verdad de la proposición para todos los valores posibles de la variables proposicionales que aparecen en ella.

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| F | T |
| T | F |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

Negación

| p | ~p |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

Conjunción (Y)

| p | q | p ^ q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Disyunción (O)

| p | q | p v q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Disyunción Exclusiva

| p | q | p $\underline{\vee}$ q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Condicional

| p | q | p → q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

Bicondicional

| p | q | p ↔ q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

**TAUTOLOGÍA:** Una proposición compuesta es una tautología si es verdadera para todas las asignaciones de valores de verdad para sus proposiciones componentes. Dicho de otra forma, su valor V no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones sintácticas de unas con otras. Sea el caso:

| $A$ | $\neg A$ | $A \vee \neg A$ |
|---|---|---|
| $V$ | $F$ | $V$ |
| $F$ | $V$ | $V$ |

**CONTRADICCIÓN:** Se entiende por proposición contradictoria, o contradicción, aquella proposición que en todos los casos posibles de su tabla de verdad su valor siempre es F. Dicho de otra forma, su valor F no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones sintácticas de unas con otras. Sea el caso:

| $A$ | $\neg A$ | $A \wedge \neg A$ |
|---|---|---|
| $V$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $F$ |

# Proposiciones Lógicas

**CONTINGENCIA:** Se entiende por verdad contingente, o verdad de hecho, aquella proposición que puede ser verdadera o falsa, (combinación entre tautología y contradicción) según los valores de las proposiciones que la integran. Sea el caso:

| $A$ | $B$ | $C$ | $B \vee C$ | $A \wedge (B \vee C)$ |
|---|---|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $V$ | $F$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $V$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $F$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $V$ | $V$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $F$ | $V$ | $F$ |
| $F$ | $F$ | $V$ | $V$ | $F$ |
| $F$ | $F$ | $F$ | $F$ | $F$ |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

## Ejemplo de Tabla de Verdad

Calcule la tabla de verdad de $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$:

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| F | F | | | | |
| F | T | | | | |
| T | F | | | | |
| T | T | | | | |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# TABLAS DE VERDAD

**https://prezi.com/ja5q7d4-n9fz/logica-matematica-y-tablas-de-verdad/**

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# EJERCICIOS

| ( | p | -> | q | ) | & | ( | q | -> | r | ) | -> | ( | p | -> | r | ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | V | V | V | | V | | V | V | V | | V | | V | V | V | |
| | V | V | V | | F | | V | F | F | | V | | V | F | F | |
| | V | F | F | | F | | F | V | V | | V | | V | V | V | |
| | V | F | F | | F | | F | V | F | | V | | V | F | F | |
| | F | V | V | | V | | V | V | V | | V | | F | V | V | |
| | F | V | V | | F | | V | F | F | | V | | F | V | F | |
| | F | V | F | | V | | F | V | V | | V | | F | V | V | |
| | F | V | F | | V | | F | V | F | | V | | F | V | F | |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# EJERCICIOS

| ( | p | -> | q | ) | & | ¬ | p | -> | ¬ | q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | V | V | V | | V | F | V | V | F | V |
| | V | F | F | | F | F | V | V | V | F |
| | F | V | V | | F | V | F | F | F | V |
| | F | V | F | | V | V | F | V | V | F |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# EJERCICIOS

| p | v | q | -> | ( | r | v | s | -> | p | ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | | V | V | V | V | V | |
| V | V | V | V | | V | V | F | V | V | |
| V | V | V | V | | F | V | V | V | V | |
| V | V | V | V | | F | F | F | V | V | |
| V | V | F | V | | V | V | V | V | V | |
| V | V | F | V | | V | V | F | V | V | |
| V | V | F | V | | F | V | V | V | V | |
| V | V | F | V | | F | F | F | V | V | |
| F | V | V | F | | V | V | V | F | F | |
| F | V | V | F | | V | V | F | F | F | |
| F | V | V | F | | F | V | V | F | F | |
| F | V | V | V | | F | F | F | V | F | |
| F | F | F | V | | V | V | V | F | F | |
| F | F | F | V | | V | V | F | F | F | |
| F | F | F | V | | F | V | V | F | F | |
| F | F | F | V | | F | F | F | V | F | |

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

Comprueba la validez de la ley conmutativa:

$$\boxed{p \wedge q \equiv q \wedge p}$$

$$\boxed{p \vee q \equiv q \vee p}$$

Comprueba la validez de la ley asociativa:

$$\boxed{(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)}$$

$$\boxed{(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)}$$

Comprueba la validez de la ley distributiva:

$$\boxed{\alpha = p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) = \beta}$$

$$\boxed{\alpha = p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) = \beta}$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# Proposiciones Lógicas

Comprueba la validez de la ley de idempotencia:

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

Comprueba la validez de la ley de identidad:

$$p \wedge \mathrm{T} \equiv p$$

$$p \vee \mathrm{F} \equiv p$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

## LEYES DE LAS PROPOSICIONES

Las siguientes proposiciones son lógicamente equivalentes, se las considera como leyes y se las aplica para simplificar proposiciones grandes.

**Ley de Ídem potencia**

$$P \vee P \Leftrightarrow P$$
$$P \wedge P \Leftrightarrow P$$

**Ley de Complemento**

$$\neg F \Leftrightarrow V \qquad --P \Leftrightarrow P \qquad P \wedge \neg P \Leftrightarrow F$$
$$\neg V \Leftrightarrow F \qquad P \vee \neg P \Leftrightarrow V$$

**Leyes asociativas**

$$(P \vee Q) \vee R \leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$$
$$(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$$

**Leyes distributivas**

$$P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$
$$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

**Leyes conmutativas**

$$P \vee Q \leftrightarrow Q \vee P$$
$$P \wedge Q \leftrightarrow Q \wedge P$$

**Leyes de identidad**

$$P \wedge F \Leftrightarrow F \qquad P \vee F \Leftrightarrow P$$
$$P \wedge V \Leftrightarrow P \qquad P \vee V \Leftrightarrow V$$

**Leyes de Morgan**

$$\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow -P \vee -Q$$
$$\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow -P \wedge -Q$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

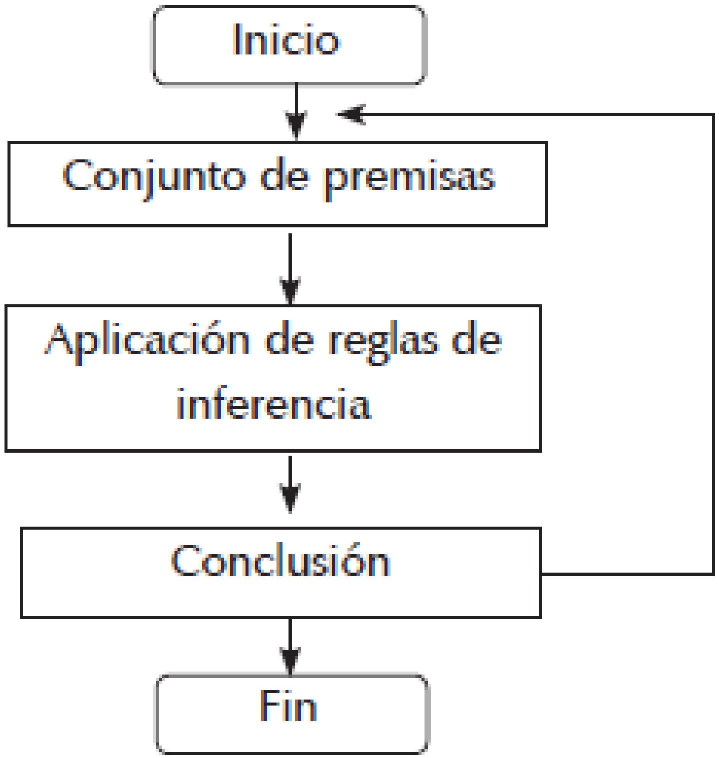
# INFERENCIA

Partiremos aclarando la interrogante ¿Qué es Inferencia?, pues bien podemos decir que inferencia no es más que una operación lógica que consiste en concluir una cierta proposición en forma inmediata sobre la base de una o dos proposiciones previamente asumidas llamadas premisas.

En las demostraciones matemáticas se utilizan una serie de argumentos, por ello es necesario determinar cuáles son válidos o no, y para esto conoceremos a continuación algunas estrategias de deducción

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# INFERENCIA




Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# REGLAS DE INFERENCIA

a. Modus Ponendo Ponens (afirmando - afirma).- Esta regla tiene como esquema:

$[(p \rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$, que escrito en forma vertical adopta la forma:

| | |
|---|---|
| $p \rightarrow q$ | Premisa 1; |
| $\underline{p \quad\quad}$ | Premisa 2; |
| $q$ | Conclusión. |

Sea abrevia: **M. P**

# REGLAS DE INFERENCIA

b. **Modus Tollendo Tollens (negando - niega).**- Esta regla tiene como esquema:

$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$, que escrito en forma vertical adopta la forma:

| | |
|---|---|
| $p \rightarrow q$ | Premisa 1; |
| $\underline{\neg q}$ | Premisa 2; |
| $\neg p$ | Conclusión. |

Se abrevia **M. T**

c. **Modus Tollendo Ponens (negando - afirma).**- Método que negando un elemento de una disyunción se afirma el otro elemento. Esta regla tiene como esquema:

$[(p \vee q) \wedge \neg q] \Rightarrow p$, o $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$, que escrito en forma vertical adopta la forma:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $p \vee q$ | Premisa 1; | $p \vee q$ | Premisa 1; |
| $\underline{\neg q}$ | Premisa 2; | $\underline{\neg p}$ | Premisa 2; |
| $p$ | Conclusión. | $q$ | Conclusión. |

Se abrevia **M.T. P**

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# REGLAS DE INFERENCIA

**d. Silogismo hipotético.**- Esta regla consiste en que si se conocen dos proposiciones condicionales como premisas, tal que el consecuente de la una sea igual al antecedente de la otra, entonces con ellas, se puede establecer una nueva condicional con el antecedente de la primera y el consecuente de la segunda. El esquema lógico es:

| | |
|---|---|
| $p \rightarrow q$ | Premisa 1. |
| $\underline{q \rightarrow r}$ | Premisa 2; |
| $p \rightarrow r$ | Conclusión. |


Tiene razón, la regla es muy similar al axioma de transitividad (si a = b y b = c, entonces a = c), sólo que en nuestro caso queda representado mediante el lenguaje de la lógica proposicional.

Su abreviatura: **S. H.**

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# REGLAS DE INFERENCIA

**e.** **Silogismo Disyuntivo.-** Esta regla consiste en que si se conoce una disyunción inclusiva entre dos proposiciones y dos condicionales que tienen como antecedente cada una de las proposiciones de la disyunción, entonces se concluye la disyunción entre los consecuentes de las condicionales. Su esquema lógico es:

| | |
|---|---|
| $p \vee q$ | Premisa 1. |
| $p \rightarrow r$ | Premisa 2 |
| $q \rightarrow s$ | Premisa 3; |
| $\overline{\quad r \vee s \quad}$ | Conclusión. |

Su abreviatura: **S. D.**

# REGLAS DE INFERENCIA

## REGLAS DE INFERENCIA

**MODUS PONENDO PONENS**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \quad q \end{array}$$

**MODUS TOLLENDO TOLLENS**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \quad \neg p \end{array}$$

**SILOGISMO HIPOTÉTICO**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \quad p \rightarrow r \end{array}$$

**MODUS TOLLENDO PONENS**

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \quad q \end{array}$$

**DILEMA CONSTRUCTIVO**

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \\ p \vee r \\ \hline \quad q \vee s \end{array}$$

**DILEMA DESTRUCTIVO**

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \\ \neg q \vee \neg s \\ \hline \quad \neg p \vee \neg r \end{array}$$

**SIMPLIFICACIÓN**

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \quad p \end{array}$$

**CONJUNCIÓN**

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \quad p \wedge q \end{array}$$

**ADICIÓN**

$$\begin{array}{l} p \\ \hline p \vee q \end{array}$$

**CONMUTACIÓN**

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \hline \quad q \vee p \end{array}$$

**LEY DE ABSORCIÓN**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \hline p \rightarrow (p \wedge q) \end{array}$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# APLICACIONES TECNOLÓGICA

- **La lógica se aplica en tres aspectos:**

- Las contingencias se usan para hacer circuitos de control y automatismo; las tautologías y contradicciones para probar la **consistencia lógica interna en los algoritmos de computación**.

- Las reglas de inferencia lógica se utilizan como **test de prueba** de las consistencia lógica interna de los algoritmos de computación.

- La propiedades algebraicas y transformaciones de las sentencias lógicas en función de sólo una u otra conectiva, **se utilizan como ventaja para la construcción de circuitos integrados** (CI) comerciales, utilizando el **NOT, AND Y OR.**

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# APLICACIONES TECNOLÓGICAS

- **Tablas de verdad del NAND, NOR, XOR**

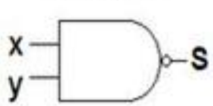
ANTICONJUNCION

- NAND

Tabla de verdad

| x | y | $\overline{x.y}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Símbolo




ANTIDISYUCCIÓN

- NOR

Tabla de verdad

| x | y | $\overline{x+y}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

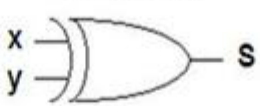
Símbolo


- XOR

Tabla de verdad

| x | y | $x \oplus y$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Símbolo

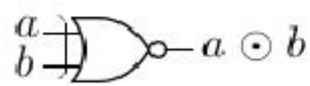



ANTIDISYUCCIÓN EXCLUSIVA

- XNOR

Tabla de verdad

| $a$ | $b$ | XNOR |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |




Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# CONJUNTO COMPLETOS DE CONECTIVAS

- Cualquier proposición compuesta se puede expresar en un conjunto completo usando sólo conectores { ^, ~} y {v,~} a esto se denomina conjunto de operaciones funcionalmente completos, es decir toda proposición se la puede expresar en función de las anti-conjunciones y anti-disyunciones.

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# CONJUNTO COMPLETOS DE CONECTIVAS

- Convertir todas las conectivas lógicas en anti-conjunciones { ^, ~}

$$p \vee q = \sim(\sim p \wedge \sim q)$$

$$p \oplus q = \sim[\sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim p \wedge q)]$$

$$p \rightarrow q = \sim(p \wedge \sim q)$$

$$(p \leftrightarrow q) = \sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim p \wedge q)$$

- Convertir todas las conectivas lógicas en anti-disyunciones {v,~}

$$(p \wedge q) \leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$$

$$(p \oplus q) \leftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \vee \sim(p \vee \sim q)$$

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim[\sim(\sim p \vee q) \vee \sim(p \vee \sim q)]$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.

# FORMAS NORMALES

- Las expresiones proposicionales pueden adoptar dos formas denominadas formas normales (forma normal disyuntiva y la forma normal conjuntiva.

| $p$ | $q$ | Término conjuntivo | Término disyuntivo |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $\sim p \wedge \sim q$ | $p \vee q$ |
| 0 | 1 | $\sim p \wedge q$ | $p \vee \sim q$ |
| 1 | 0 | $p \wedge \sim q$ | $\sim p \vee q$ |
| 1 | 1 | $p \wedge q$ | $\sim p \vee \sim q$ |

La forma normal disyuntiva completa es:

$$[(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow 1$$

La forma normal conjuntiva completa es:

$$[(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)] \leftrightarrow 0$$

Ing. Mario Cueva, Mg. Sc.