

Simulasi Model SIR Menggunakan Metode *Runge-Kutta Orde 4*

Neyla Shakira
Departemen Teknik Elektro
Universitas Indonesia
Jakarta, Indonesia
neyla.shakira@ui.ac.id

Laura Fawzia Sambowo
Departemen Teknik Elektro
Universitas Indonesia
Jakarta, Indonesia
laura.fawzia@ui.ac.id

Grace Yunike Margaretha Sitorus
Departemen Teknik Elektro
Universitas Indonesia
Jakarta, Indonesia
grace.yunike@ui.ac.id

Putri Kiara Salsabila Arief
Departemen Teknik Elektro
Universitas Indonesia
Jakarta, Indonesia
putri.kiara@ui.ac.id

Abstract—Penelitian ini mensimulasikan penyebaran COVID-19 menggunakan model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) yang diselesaikan dengan metode numerik *Runge-Kutta Orde 4* (RK4). Model ini membagi populasi ke dalam tiga kompartemen dan menggambarkan dinamika penyakit secara sistematis. Dengan parameter $\beta = 1,63 \times 10^{-7}$ dan $\gamma = 0,125$ serta populasi awal 1 juta orang, simulasi selama 160 hari yang menunjukkan penurunan jumlah individu rentan dan peningkatan jumlah sembuh. Hasilnya menunjukkan bahwa metode RK4 efektif untuk menyelesaikan bahwa metode RK4 sangat efektif untuk menyelesaikan ODE dalam pemodelan epidemiologi.

Keywords—Model SIR, COVID-19, Runge-Kutta Orde 4, simulasi numerik, pemodelan epidemi.

I. PENDAHULUAN

COVID-19, yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2, berdampak besar pada kesehatan dan sosial ekonomi global. Untuk memahami penyebarannya, digunakan model matematika seperti SIR yang membagi populasi menjadi rentan (S), terinfeksi (I), dan sembuh (R). Model ini dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial nonlinier yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4). Proyek ini mengimplementasikan model SIR dengan RK4 dalam bahasa C++ dan memvisualisasikan hasilnya menggunakan Python, guna menganalisis dinamika penyebaran infeksi secara akurat.

II. STUDI LITERATUR

A. Model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*)

Model SIR diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada awal abad ke-20 dan menjadi salah satu model dasar dalam epidemiologi. Model ini membagi populasi ke dalam tiga kompartemen utama:

- Susceptible (S): Individu yang rentan terhadap infeksi.
- Infected (I): Individu yang sedang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit.
- Recovered (R): Individu yang telah sembuh dan memiliki kekebalan atau dikeluarkan dari sistem (termasuk yang meninggal).

Model ini dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$dS/dt = -\beta \cdot S \cdot I$$

$$dI/dt = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I$$

$$dR/dt = \gamma \cdot I$$

Persamaan ini menunjukkan laju perubahan dari masing-masing kompartemen berdasarkan parameter laju penularan (β) dan laju pemulihan (γ).

B. Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4) adalah salah satu teknik numerik paling populer untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE). Tidak seperti metode Euler yang sangat sederhana, RK4 menghitung empat kemiringan (slopes) pada setiap langkah iterasi, sehingga memberikan hasil yang jauh lebih akurat.

Untuk sebuah ODE umumnya $dy/dt = f(t, y)$, formula RK4 dinyatakan sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + (1/6) \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4)$$

yang dimana k_1 hingga k_4 merupakan nilai antara yang dihitung pada titik-titik berbeda dalam interval waktu.

C. Aplikasi dalam Simulasi COVID-19

Dalam studi yang dilakukan oleh Danial Iskandar & Ong Chee Tiong (2022), metode RK4 diterapkan pada model SIR untuk memodelkan penyebaran COVID-19 di Malaysia. Studi tersebut membuktikan bahwa RK4 dapat menghasilkan hasil yang sebanding bahkan lebih akurat dibandingkan metode Euler. Nilai parameter yang digunakan dalam penelitian tersebut— $\beta = 1,63 \times 10^{-7}$ dan $\gamma = 0,125$ —juga digunakan dalam proyek ini untuk keperluan perbandingan dan validasi hasil simulasi.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Pada studi kasus ini, data yang digunakan bersumber dari simulasi numerik yang dilakukan terhadap model matematika penyebaran penyakit menular, yaitu model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*). Model ini merepresentasikan dinamika populasi yang terbagi menjadi tiga kelompok: individu yang rentan terhadap infeksi (S), individu yang terinfeksi (I), dan individu yang telah pulih (R). Ketiga kompartemen ini berubah seiring waktu sesuai sistem persamaan diferensial berikut:

$$dS/dt = -\beta \cdot S \cdot I$$

$$dI/dt = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I$$

$$dR/dt = \gamma \cdot I$$

Parameter β dan γ masing-masing menggambarkan tingkat penularan dan tingkat kesembuhan dalam populasi. Dalam

proyek ini, simulasi dilakukan untuk populasi berskala besar, dan hasilnya divisualisasikan dalam file `sir_output.csv` serta grafik hasil pemodelan menggunakan script Python `plot_sir_full.py`.

A. Kondisi Awal dan Parameter Model

Berikut adalah parameter awal yang digunakan:

TABLE I. PARAMETER AWAL

Parameter	Nilai	Keterangan
S0	999,990.00	Jumlah individu yang rentan (Susceptible) awal
I0	10.00	Jumlah individu terinfeksi awal
R0	0.00	Jumlah individu pulih awal
β	0.3	Laju penularan penyakit
γ	0.05	Laju kesembuhan penyakit
Durasi simulasi	160 hari	Simulasi dilakukan dari hari ke-0 hingga hari ke-160
h	1.0	Ukuran langkah waktu (dalam hari)

Model disimulasikan menggunakan metode numerik Runge-Kutta Orde 4 (RK4), yang dikenal memiliki akurasi tinggi dan stabilitas numerik baik sebagaimana dijelaskan oleh Chapman (2010) dalam *Numerical Methods for Engineers*. Implementasi metode RK4 dilakukan melalui kode C++ yang menghitung iterasi per hari untuk setiap nilai $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$.

B. Struktur Data dan Interpretasi Awal

Pada data file output `sir_output.csv` terdapat tiga kolom utama—S (susceptible), I (infected), R (recovered)—untuk masing-masing hari simulasi. Data menunjukkan evolusi penyebaran penyakit dalam suatu populasi besar yang awalnya hampir seluruhnya berada dalam kategori rentan. Berikut adalah cuplikan data pada hari-hari awal:

TABLE II. INTERPRETASI AWAL

Hari ke-	Rentan (S)	Terinfeksi (I)	Pulih (R)
0	999,990.00	10.00	0.00
1	999,988.34	10.39	1.27
2	999,986.61	10.79	2.60
3	999,984.82	11.21	3.97
4	999,982.96	11.64	5.40

Tren awal menunjukkan bahwa jumlah orang terinfeksi meningkat secara bertahap, seiring sedikit berkurangnya jumlah populasi rentan. Jumlah individu pulih bertambah secara eksponensial setelah infeksi menyebar secara signifikan, yang mencerminkan karakteristik dinamika infeksi yang umum pada model penyakit menular.

Puncak infeksi (jumlah I maksimum) dapat dilihat terjadi sekitar hari ke-160, dengan jumlah individu terinfeksi mencapai lebih dari 4.000 orang, sementara jumlah pulih sudah melebihi 13.000 orang. Hal ini mencerminkan transisi populasi dari fase rentan dan infeksi menuju dominasi kelompok yang telah sembuh.

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

Metode numerik yang digunakan dalam studi kasus ini adalah metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4), yang diterapkan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dari model SIR (Susceptible-Infected-Recovered). Model ini digunakan secara luas dalam epidemiologi matematis untuk menggambarkan laju penyebaran penyakit menular dalam populasi. Namun karena model ini berbasis pada sistem ODE (Ordinary Differential Equations) non-linear, maka tidak dapat diselesaikan secara eksak (analitik), melainkan perlu pendekatan numerik.

A. Model Matematis: SIR

Model SIR terdiri dari tiga persamaan diferensial sebagai berikut:

$$dS/dt = -\beta \cdot S \cdot I$$

$$dI/dt = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I$$

$$dR/dt = \gamma \cdot I$$

dengan:

- $S(t)$: jumlah individu rentan terhadap infeksi pada waktu t
- $I(t)$: jumlah individu yang terinfeksi
- $R(t)$: jumlah individu yang pulih
- β : laju penularan
- γ : laju kesembuhan

Ketiga persamaan tersebut membentuk sistem ODE non-linear yang saling bergantung. Penyelesaian sistem ini secara numerik dilakukan menggunakan metode RK4.

B. Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4)

Metode RK4 merupakan salah satu metode eksplisit yang banyak digunakan karena memberikan keseimbangan antara akurasi tinggi dan efisiensi komputasi. Menurut Chapman (2010), RK4 memiliki galat global sebesar $O(h^4)$ di mana h adalah ukuran langkah waktu, menjadikannya pilihan yang stabil dan andal untuk menyelesaikan sistem ODE seperti pada model SIR.

Secara umum, metode RK4 untuk menyelesaikan persamaan diferensial bentuk:

$$dy/dt = f(t,y)$$

Menggunakan rumus iterasi berikut:

$$k_1 = h \cdot f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = h \cdot f(t_n + h/2, y_n + k_1/2)$$

$$k_3 = h \cdot f(t_n + h/2, y_n + k_2/2)$$

$$k_4 = h \cdot f(t_n + h, y_n + k_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4)$$

Untuk model SIR yang terdiri dari tiga fungsi turunan (dS/dt , dI/dt , dR/dt), rumus ini diterapkan secara terpisah untuk setiap kompartemen dalam bentuk sistem.

C. Implementasi Metode RK4 dalam Proyek

Dalam file `sir_rk4.cpp`, implementasi RK4 dilakukan untuk menghitung nilai S , I , dan R pada setiap langkah waktu. Proses iterasi dimulai dari waktu $t = 0$ hingga $t = 160$, dengan ukuran langkah $h = 1.0$ (1 hari). Setiap nilai S , I , dan R pada waktu berikutnya dihitung berdasarkan nilai saat ini dan evaluasi gradien dengan empat tahap k-step seperti dijelaskan sebelumnya.

Langkah-langkah utama implementasi adalah sebagai berikut:

- Inisialisasi nilai awal untuk $S_0 = 999990$, $I_0 = 10$, dan $R_0 = 0$.
- Iterasi selama 160 hari dengan menghitung nilai RK4 untuk masing-masing variabel pada setiap langkah waktu.
- Ekspor hasil ke dalam file `sir_output.csv` untuk melakukan visualisasi dan analisis.

Semua operasi dilakukan dalam tipe data double untuk menjaga presisi numerik, dan hasil disimpan dalam format .csv dengan tiga kolom utama: hari ke- n , nilai S , nilai I , dan nilai R .

D. Alasan Pemilihan Metode RK4

Pemilihan metode RK4 didasarkan pada pertimbangan sebagai berikut:

- Model SIR merupakan sistem persamaan diferensial non-linear yang menggambarkan interaksi dinamis antara tiga variabel populasi dalam waktu kontinu. Metode Runge-Kutta Orde 4 sangat sesuai digunakan karena mampu menyelesaikan sistem seperti ini secara stabil tanpa perlu mengubah bentuk persamaannya menjadi linear atau menggunakan metode numerik tingkat dasar yang cenderung menghasilkan kesalahan yang menumpuk seiring iterasi. Selain itu, RK4 tidak memerlukan perhitungan turunan yang kompleks atau proses iteratif yang bergantung pada konvergensi, sehingga sangat cocok diimplementasikan dalam simulasi berbasis langkah waktu diskrit seperti pada proyek ini.
- RK4 mampu memberikan pendekatan dengan akurasi yang lebih tinggi dibanding metode Euler atau metode Runge-Kutta orde lebih rendah.
- RK4 terbukti stabil dalam menyelesaikan sistem ODE dengan perubahan nilai variabel yang cukup cepat, seperti dalam kasus infeksi epidemi.

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EXPERIMEN

Simulasi model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) telah dilakukan menggunakan metode numerik Runge-Kutta Orde 4 (RK4) yang diimplementasikan dalam bahasa pemrograman C++. Data hasil simulasi kemudian divisualisasikan menggunakan Python dengan bantuan pustaka Matplotlib.

Tujuan utama dari eksperimen ini adalah untuk memahami dinamika penyebaran penyakit dalam populasi

tertutup, berdasarkan parameter penularan ($\beta = 0.3$) dan pemulihan ($\gamma = 0.05$), serta mengamati bagaimana populasi berpindah dari status rentan, menjadi terinfeksi, lalu pulih.

A. Populasi Rentan (Susceptible)

Pada awal simulasi, mayoritas individu berada dalam kategori rentan, yaitu sebanyak 999.990 orang dari total populasi 1.000.000. Hanya 10 orang yang terinfeksi pada hari pertama. Seiring berjalannya waktu, populasi rentan mulai menurun karena terjadi infeksi yang menyebabkan individu berpindah ke kategori terinfeksi.

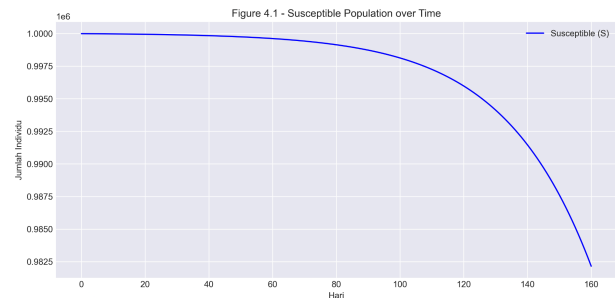


Fig. 1. Grafik populasi rentan (Susceptible) terhadap waktu.

Grafik menunjukkan bahwa penurunan terjadi secara perlahan namun konsisten. Hal ini mencerminkan bahwa meskipun penyebaran terjadi, jumlah individu yang masih belum terpapar tetap dominan selama periode 160 hari simulasi. Penurunan ini dikendalikan oleh nilai β yang relatif tinggi (0.3), menyebabkan peluang kontak yang menghasilkan infeksi juga tinggi.

B. Populasi Terinfeksi (Infected)

Jumlah individu yang terinfeksi meningkat dari hanya 10 orang menjadi sekitar 4.044 orang pada hari ke-160.

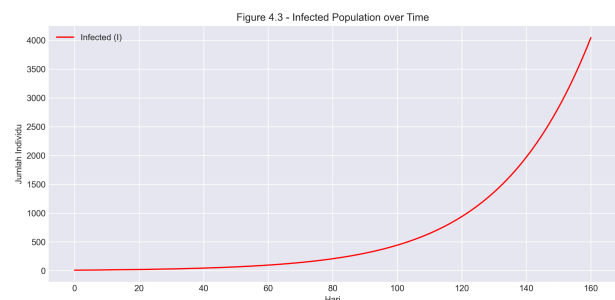


Fig. 2. Grafik populasi terinfeksi (Infected) terhadap waktu.

Kenaikan ini terjadi karena adanya perpindahan individu dari kelompok rentan ke terinfeksi. Meskipun peningkatan ini terlihat signifikan, kurva belum mencapai puncak pandemi. Artinya, dengan durasi simulasi yang terbatas, infeksi masih dalam fase pertumbuhan dan belum mencapai titik maksimum. Puncak infeksi kemungkinan akan terjadi setelah hari ke-160 jika simulasi diperpanjang.

C. Populasi Sembuh (Recovered)

Seiring berjalannya waktu, individu yang telah terinfeksi akan sembuh atau dikeluarkan dari siklus penularan. Dengan $\gamma = 0.05$, sekitar 5% dari populasi terinfeksi pulih setiap hari. Ini menciptakan peningkatan populasi dalam kategori Recovered secara eksponensial.

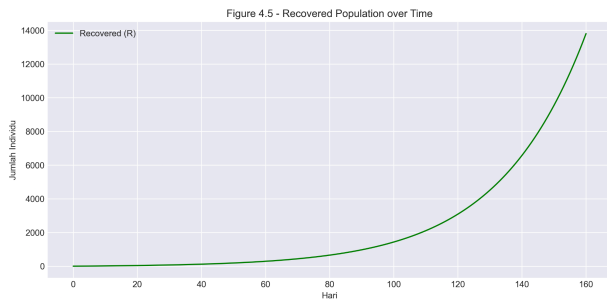


Fig. 3. Grafik populasi sembuh (Recovered) terhadap waktu.

Pada hari ke-160, populasi sembuh telah mencapai 13.801 orang, menandakan bahwa sebagian besar individu yang pernah terinfeksi berhasil pulih. Perlu dicatat bahwa model SIR mengasumsikan bahwa individu yang pulih tidak dapat terinfeksi kembali.

D. Gabungan Model SIR

Agar dapat mengamati dinamika populasi secara menyeluruh, grafik gabungan ketiga kompartemen (S, I, R) disajikan.

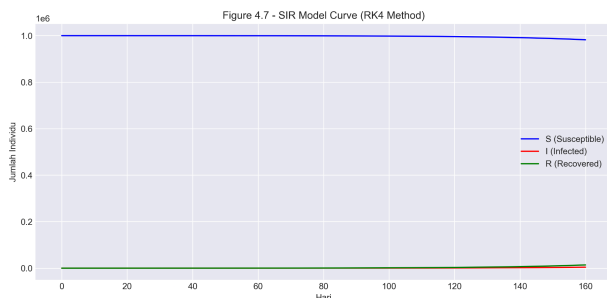


Fig. 4. Grafik gabungan populasi S, I, dan R terhadap waktu.

Grafik ini menggambarkan bagaimana interaksi antara ketiga populasi terjadi secara simultan. Populasi rentan menurun, populasi terinfeksi naik lalu mulai menurun, dan populasi sembuh meningkat. Titik potong antar kurva S dan I mengindikasikan masa krusial infeksi, sedangkan jarak antara kurva R dan I memberikan gambaran tentang efektivitas pemulihan terhadap penularan.

E. Subplot Populasi S, I, dan R

Untuk mempermudah analisis dan perbandingan skala antar populasi, disediakan subplot dari masing-masing kompartemen secara terpisah namun sejajar dalam satu tampilan.

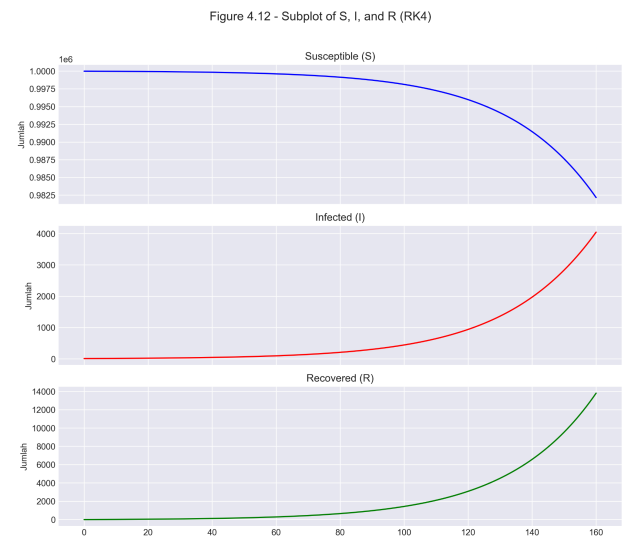


Fig. 5. Subplot populasi S, I, dan R terhadap waktu.

Dari subplot dapat disimpulkan bahwa meskipun populasi terinfeksi meningkat, proporsinya tetap kecil dibandingkan populasi rentan dan sembuh, menandakan epidemi belum sepenuhnya terjadi selama simulasi.

VI. KESIMPULAN

Hasil simulasi model SIR menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 menunjukkan metode ini efektif dalam menyelesaikan persamaan diferensial penyebaran penyakit pada populasi tertutup. Selama 160 hari simulasi, populasi rentan menurun dari 999.990 menjadi sekitar 982.155, populasi terinfeksi naik hingga 4.044 namun belum mencapai puncak, dan populasi sembuh meningkat sampai 13.801 orang.

Visualisasi data memperkuat hasil numerik dengan pola yang sesuai karakteristik model SIR. Kesimpulannya, model ini mampu merepresentasikan dinamika penyebaran penyakit secara realistis dan berguna sebagai alat bantu dalam strategi mitigasi serta pengambilan keputusan epidemiologi.

LINK GITHUB

https://github.com/kiarasarief/TugasPemrogramanB_Kelompok_2

REFERENCES

- [1] D. Iskandar and O. C. Tiong, "The application of Runge-Kutta fourth order method in SIR model for simulation of COVID-19 cases," *Proc. Sci. Math.*, vol. 10, pp. 61–70, 2022.
- [2] Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, "Numerical Methods for Engineers," Sixth Edition, McGraw Hill Higher Education, 2010.
- [3] Chapman, S. J., "Numerical Methods for Engineers and Scientists: Using MATLAB and C", 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
- [4] "Fourth Order Runge-Kutta," *LPSA: Linear Physical Systems Analysis*, Swarthmore College. [Online]. Available: <https://lpsa.swarthmore.edu/NumInt/NumIntFourth.html>. [Accessed: May 30, 2025].
- [5] "Solving ODEs with Runge-Kutta Methods," *MIT Course Notes – 10.001: Introduction to Computers and Engineering Problem Solving*. [Online]. Available: https://web.mit.edu/10.001/Web/Course_Notes/Differential_Equations_Notes/node5.html. [Accessed: May 30, 2025].