

Trabajo práctico 1

Especificación y WP

21 de abril de 2024

Algoritmos y Estructuras de Datos

${\bf Grupo} \ {\bf TQFFTWPMGUVBRKHMSPJL}$

Integrante	LU	Correo electrónico
Yodko, Kiara	785/23	kiarayodko9@gmail.com
Sanza, Gian Lucca	149/23	gianluccalord723@gmail.com
Mosteiro, Augusto	1034/23	mosteiroaugusto1@gmail.com
Souto, Sebastian	43/23	soutosebastianma@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja) Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina Tel/Fax: (++54+11) 4576-3300

http://www.exactas.uba.ar

1. Especificación

1.1. Funciones Auxiliares

1.2. Predicados

```
\begin{aligned} & \text{pred esTrayectoria } (r:seq\langle\mathbb{R}\rangle, \text{w}:seq\langle \text{Bool}\rangle, \text{a}:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, \text{p}:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, \text{c}:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle\rangle, \text{t}:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle) \ \{ \\ & |t| = |r| \land_L \ (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \longrightarrow_L t[i]] = |r| \} \\ & \land (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \longrightarrow_L |t[i]| = |r| + 1) \\ & \land_L \ (\forall i, j : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \land 0 < j < |t[i]| \longrightarrow_L t[i][j] = pagoActualizado(i, j, w, a, p, e, t) \ \} \end{aligned} \begin{aligned} & \text{pred esTrayectoria2} \ (t_0 : seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, w : seq\langle \text{Bool}\rangle, a : seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, p : seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, e : seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle), t : seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle) \{ \\ & |t| = |t_0| \land_L \ (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \longrightarrow_L t[i][0] = t_0[i][0]) \\ & \land (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \longrightarrow_L t[i]| = |e| + 1) \land \\ & \land_L \ (\forall i, j : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |t| \land 0 < j < |t[i]| \longrightarrow_L t[i][j] = pagoActualizado(i, j, w, a, p, e, t) \ \} \end{aligned} \begin{aligned} & \text{pred todosPositivos} \ (s:seq\langle\mathbb{R}\rangle) \ \{ \\ & (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i \le |s| \longrightarrow_L s[i] > 0) \ \} \end{aligned} \begin{aligned} & \text{pred todosPositivosListas} \ (s:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle) \ \{ \\ & (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i \le |s| \longrightarrow_L todosPositivos(s[i])) \ \} \end{aligned} \end{aligned} \end{aligned} \begin{aligned} & \text{pred todosSuman1} \ (s:seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle) \ \{ \\ & (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i \le |s| \longrightarrow_L suma(s[i]) = 1) \ \end{aligned}
```

1.3. Ejercicios

1.3.1. Ej 1

```
\begin{aligned} & \text{proc redistribucionDeLosFrutos (in recursos}: seq\langle \mathbb{R} \rangle, \text{ in cooperan}: seq\langle \rangle): seq\langle \mathbb{R} \rangle \\ & \text{requiere } \{|recursos| = |cooperan| \land todosPositivos(recursos)\} \\ & \text{asegura } \{(\forall i: \mathbb{Z}) \ (0 \leq i < |recursos| \longrightarrow_L \\ & \text{if } cooperan[i] \text{ then } res[i] = \frac{fondoMonetario(recursos, cooperan)}{|recursos|} \text{ else } res[i] = \frac{fondoMonetario(recursos, cooperan)}{|recursos[i] \text{ fi}} + recursos[i] \text{ fi} \ ) \ \} \end{aligned}
```

1.3.2. Ej 2

```
proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo (inout trayectorias :seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in cooperan:seq\langle\rangle, in apuestas: seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in pagos: seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in eventos: seq\langle seq\langle \mathbb{N}\rangle\rangle): requiere \{trayectorias=T_0 \land |cooperan|=|trayectorias|=|apuestas|=|pagos|=|eventos| \land todosPositivosListas (apuestas) \land todosPositivosListas(pagos) \land todosSuman1(apuestas)\} asegura \{esTrayectoria_2(T_0,cooperan,apuestas,pagos,eventos,trayectorias)\}
```

1.3.3. Ej 3

```
proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria : seq\langle \mathbb{R} \rangle) : Bool
         requiere \{True\}
         asegura \{(\exists i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |trayectoria| \land_L (\forall j, k : \mathbb{Z}) \ ((1 \le k \le i \longrightarrow_L trayectoria[k-1] < trayectoria[k]) \}
         \land (i < j < |trayectoria| \longrightarrow_L trayectoria[j-1] > trayectoria[j]))) \}
1.3.4. Ej 4
proc individuoDecideSiCooperaONo (in individuo : \mathbb{N}, in recursos : seq\langle\mathbb{R}\rangle, inout cooperan : seq\langle\mathsf{Bool}\rangle, in apuestas :
seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in eventos : seq\langle seq\langle \mathbb{N}\rangle\rangle)
         requiere \{|cooperan| = |trayectorias| = |apuestas| = |pagos| = |eventos|
         \land todosPositivosListas(apuestas) \land todosPositivosListas(pagos) \land todosSuman1(apuestas)
         \land 0 \leq individuo \langle |cooperan| \land cooperan = Co \rangle
         asegura \{|cooperan| = |Co| \land_L (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i < |cooperan| \land i \ne individuo \longrightarrow_L cooperan[i] = Co[i])
         \land cooperan[individuo] = true \iff (\exists v, w : seq\langle \mathsf{Bool} \rangle) \ (individuoEstaCoopeando(w, individuo, Co))
         \land \neg individuoEstaCooperando(v, individuo, Co)
         \land (\exists s, t : seq \langle seq \langle \mathbb{R} \rangle \rangle) \ (esTrayectoria(recursos, w, apuestas, pagos, eventos, s)
         \land esTrayectoria(recursos, v, apuestas, pagos, eventos, t)
         \land_L s[individuo][|s[individuo]|-1] \ge t[individuo][|t[individuo]|-1]))
pred individuoEstáCooperando (w : seq\langle \mathsf{Bool} \rangle, i : \mathbb{N}, c : seq\langle \mathsf{Bool} \rangle) {
      |c| = |w| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |c| \wedge i \neq j \longrightarrow_L w[i] = c[i]) \wedge w[i] = True
1.3.5. Ej 5
proc maximizarApuestas (in Individuo : \mathbb{N}, in recursos : seq\langle\mathbb{R}\rangle, in Cooperan : seq\langle\mathsf{Bool}\rangle, inout Apuestas : seq\langle\mathsf{seq}\langle\mathbb{R}\rangle\rangle,
in Pagos: seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in Eventos: seq\langle seq\langle \mathbb{N}\rangle\rangle\rangle: tipoRes
         \texttt{requiere} \; \{Apuestas = L0 \land |cooperan| = |trayectorias| = |apuestas| = |pagos| = |eventos| \land todos Positivos Listas \}
         (apuestas) \land todosPositivosListas(pagos) \land todosSuman1(apuestas) \land 0 \leq Individuo \leq |Recursos|\}
         asegura \{(\forall w : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle \rangle) \ (|w| = |recursos|\}
         \land todosIgExcepto3(w, L0, individuo) \land todosIgExcepto(apuestas, L0, individuo)
         \land todosPositivos(w[individuo]) \land todosPositivos(apuestas[individuo])
         \land todosSuman1(w) \land todosSuman1(apuestas)
         \land (\exists s, t : seq \langle seq \langle \mathbb{R} \rangle \rangle) (esTrayectoria(recursos, cooperan, apuestas, pagos, eventos, s)
         \land esTrayectoria(recursos, cooperan, w, pagos, eventos, t) \longrightarrow_L
         (s[individuo][|s[individuo]|-1] \ge t[individuo0][|t[individuo]|-1])))
pred todosIgExcepto3 (w,a : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle,n:\mathbb{N}) {
      w[n] \neq a[n] \land (\forall i : \mathbb{Z}) \ (0 \le i \ |w| \land i \ne n \land_L w[i] = a[i])
```

2. Demostración de Correctitud y WP.

```
P_c \equiv res = recurso \land i = 0 \land apuesta_c + apuesta_s = 1 \land pago_c > 0 \land pago_s > 0 \land apuesta_c > 0 \land apuesta_s > 0 \land recurso > 0 \land apuesta_s 
                                         Q_c \equiv res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(eventos,T)}(apuesta_spago_s)^{\#(eventos,F)}
                                         I \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)}
                                         f_v \equiv |eventos| - i
                                         B \equiv i < |eventos|
                2.1.

ightharpoonup \operatorname{Pc} \longrightarrow I
                                        \equiv i = 0 \land res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \land_L \\ \text{res=-recurso}(\text{apuesta}_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)}
                                         \equiv i = 0 \land res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \land_L \\ \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,0),T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,0),F)} 
                                         \equiv i = 0 \land res = recurso \longrightarrow 0 \le |eventos| \land_L res = recurso(apuesta_cpago_c)^0 * (apuesta_spago_s)^0
                                         \equiv i = 0 \land res = recurso \longrightarrow 0 \le |eventos| \land_L res = recurso
                                         \equiv True
                2.2.
\blacksquare \{I \land B\}S\{I\}
                                         wp(S,I)
                                         \equiv wp(if...; i = i + 1, I)
                                         \equiv wp(if..., wp(i = i + 1, I))
                                         Cálculo Auxiliar:
                                          wp(i = i+1, I)
                                          \equiv wp(i=i+1, 0 \leq i \leq |eventos| \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos, 0, i), T)} * (apuestas_c * pa
                                            (\text{apuestas}_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i),F)})
                                          \equiv 0 \leq i+1 \leq |eventos| \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)} * (apuestas_c * pagos_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)} * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)
                                            (\text{apuestas}_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)}
                                         Llamo a esta expresión \Delta
                                         Retomamos:
                                          \equiv wp(if...,\Delta)
                                          \equiv 0 \leq i < |eventos| \land ((e[i] \land wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta) \lor (\neg e[i] \land wp(res = res * apuestas_s * pagos_s, \Delta))
                                          Resolvemos por separado:
                                          eventos[i] \land wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta)
                                          \equiv eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_c*pagos_c = recurso*(apuestas_c*pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)}* = eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_c*pagos_c = recurso*(apuestas_c*pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)}* = eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_c*pagos_c = recurso*(apuestas_c*pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)}*
                                            (\text{apuestas}_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)}
                                          \equiv eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)-1} * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(sub
                                            (\text{apuestas}_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)}
                                         Llamo a esto \star
                                          \neg eventos[i] \land wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta)
                                          \equiv \neg eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_s*pagos_s = recurso*(apuestas_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)}* = |eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_s*pagos_s = |eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_s*pagos_s = |eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_s*pagos_s = |eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res*apuestas_s*pagos_s = |eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos[i] \land -1 \leq |eventos[
```

```
\begin{split} &(\text{apuestas}_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)} \\ &\equiv \neg eventos[i] \land -1 \leq i \leq |eventos| -1 \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)} * \\ &(\text{apuestas}_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F-1)} \end{split}
```

Llamo a esto \heartsuit

Finalmente:

```
\equiv 0 \leq i < |eventos| \land (\star \lor \heartsuit)
\equiv (0 \leq i < |eventos| \land ((eventos[i] \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)-1} *
(apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)}) \lor (\neg eventos[i] \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)} *
(apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F-1)}
```

Lo que obtuvimos finalmente es la wp.

Último Paso:

Hay que ver si $I \wedge B \to wp$

```
0 \le i < |eventos| \land res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i),T)} * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i),F)} 
\equiv True \quad (Estamos \ asumiendo \ que \ I \land B \ es \ True.)
```

Como i está en rango, hay dos opciones:

1)eventos[i]=True:

Miramos la parte de \star en la wp:

```
\begin{aligned} &\operatorname{res} = \operatorname{recurso}^*(\operatorname{apuestas}_c * \operatorname{pagos}_c)^{\#(\operatorname{subSeq}(\operatorname{eventos},0,i),T)} * (\operatorname{apuestas}_s * \operatorname{pagos}_s)^{\#(\operatorname{subSeq}(\operatorname{eventos},0,i),F)}) \\ &\to \operatorname{res} = \operatorname{recurso} * (\operatorname{apuestas}_c * \operatorname{pagos}_c)^{\#(\operatorname{subSeq}(\operatorname{eventos},0,i+1),T)-1} * (\operatorname{apuestas}_s * \operatorname{pagos}_s)^{\#(\operatorname{subSeq}(\operatorname{eventos},0,i+1),F)}) \end{aligned}
```

Esto es una tautología, ya que estamos en el caso eventos[i]=True, entonces hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i+1 (exclusive) y restarle 1 al exponente de apuestas_c * $pagos_c$ es lo mismo que hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i (exclusive). Esto se debe a que si incluímos a la posición i en la subsecuencia, True tendrá una aparición más.

2)eventos[i]=False:

Miramos la parte de \heartsuit en la wp:

```
res = recurso*(apuestas_c*pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i),T)}(apuestas_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i),F)})
\rightarrow res = recurso*(apuestas_c*pagos_c)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),T)}*(apuestas_s*pagos_s)^{\#(subSeq(eventos,0,i+1),F)-1})
```

Esto es una tautología, ya que estamos en el caso eventos[i]=False, entonces hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i+1 (exlusive) y restarle 1 al exponente de apuestas $_s*pagos_s$ es lo mismo que hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i (exlcusive). Esto se debe a que si incluímos a la posición i en la subsecuencia, False tendrá una aparición más.

Conclusión:

 $I \wedge B \to wp$

2.3.

■ I $\land \neg B \rightarrow Q_c$ $\equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \land \neg (i < |eventos|) \longrightarrow res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(eventos,F)}$ $\equiv i = |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \longrightarrow res = recurso (apuesta_cpago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(eventos,F)}$ $\equiv i = |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,|eventos|),T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,|eventos|),F)} \longrightarrow res = recurso (apuesta_cpago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(eventos,F)}$

```
\equiv res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_spago_s)^{\#(eventos,F)} \longrightarrow
             res=recurso (apuesta<sub>c</sub>pago_c)<sup>#(eventos,T)</sup> * (apuesta_spago_s)<sup>#(eventos,F)</sup>
             \equiv Q_c \longrightarrow Q_c
             \equiv True
     2.4.
• { I \wedge B \wedge V_o = Fv}S{ Fv < V_o}
             S = if then else...; i = i + 1
             \equiv wp(if...; i = i + 1, Fv < Vo)
             \equiv wp(..., wp(i = i + 1, Fv < Vo))
             Resuelvo lo subrayado:
              \equiv wp(i = i + 1, Fv < Vo) \equiv |eventos| - i - 1 < Vo
             Luego...
              \equiv wp(if..., |eventos| - i - i < Vo)
              \equiv def(eventos[i]) \land_L (eventos[i] \land wp(res = recurso * apuesta_c * pago_c, |eventos| - i - 1 < Vo))
                \vee (\neg eventos[i] \wedge wp(res = recurso * apuesta_s * pago_s, |eventos| - i - 1)
             \equiv 0 \leq i < |eventos| \land_L (eventos[i] \land |eventos| - i - 1 < Vo) \lor (\neg eventos[i] \land |eventos| - i - 1 < Vo)
              \equiv 0 < i < |eventos| \land_L (|eventos| - i - 1 < Vo)
              Busco Implicación:
              \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \land_L res = recursos(apuesta_s * pagos_s)^{\#apariciones(subseq(eventos,0,i),F)}
              * (apuesta_c * pagos_c)^{\#apariciones(subseq(eventos,0,i),T)} \land i \in |eventos| \land Vo = |eventos| - i \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \land L
                    (|eventos| - i - 1 < Vo)
             \equiv 0 \leq i < |eventos| \land Vo = |eventos| - i \land res = \dots \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \land |eventos| - 1 - i < Vo
              Asumo lado izquierdo TRUE:
              \equiv 0 \leq i < |eventos| \land Vo = |eventos| - i \land res = \dots \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \land (|eventos| - 1 - i < |eventos| - i)
              Se cancelan las -i e i esta en rango:
              \equiv 0 \leq i < |eventos| \land Vo = |eventos| - i \land res = ... \rightarrow True
             Conclusión:
             I \land B \land Vo = Fv \rightarrow wp(if...; i = i + 1, Fv < Vo)
     2.5.
\blacksquare I \wedge f_v < 0 \rightarrow \neg B
              \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} \land res = recurso(apuesta_spago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} \land recurso(apue
              -\text{eventos} -\text{i} \le 0 \longrightarrow \neg (i < |eventos|)
             \equiv 0 \le i \le |eventos| \land |eventos| \le i \land
             res=recurso (apuesta<sub>c</sub>pago_c) #(subseq(eventos,0,i),T) (apuesta<sub>s</sub>pago_s) #(subseq(eventos,0,i),F) \longrightarrow \neg (i < |eventos|)
              \equiv i = |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \longrightarrow i = |eventos| \land res = recurso(apuesta_cpago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_spago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}
              \neg (i < |eventos|)
```

 $\equiv i = |eventos| \longrightarrow \neg (i < |eventos|)$

 $\equiv i = |eventos| \longrightarrow (i \ge |eventos|)$

 $\equiv True$