



Trabajo práctico 1

Especificación y WP

19 de mayo de 2024

Algoritmos y Estructuras de Datos

Grupo TQFFTWPIMGUVBRKHMSPJL

| Integrante | LU | Correo electrónico |
|-------------------|---------|----------------------------|
| Yodko, Kiara | 785/23 | kiarayodko9@gmail.com |
| Sanza, Gian Lucca | 149/23 | gianluccalord723@gmail.com |
| Mosteiro, Augusto | 1034/23 | mosteiroaugusto1@gmail.com |
| Souto, Sebastian | 43/23 | soutosebastianma@gmail.com |



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Especificación

1.1. Funciones Auxiliares

$\text{aux fondoMonetario} (\text{recursos} : \text{seq}(\mathbb{R}), \text{cooperan} : \text{seq}(\text{Bool})) : \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|\text{recursos}|-1} \text{if cooperan}[i]=\text{true then recursos}[i] \text{ else } 0 ;$
 $\text{aux gananciaXApuesta} (i : \mathbb{N}, j : \mathbb{N}, a : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), t : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) : \mathbb{R} = t[i][j-1] * p[i][e[i][j-1]] * a[i][e[i][j-1]] ;$
 $\text{aux fondoComún} (j : \mathbb{N}, w : \text{seq}(\text{Bool}) \ a : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), t : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) : \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|w|-1} \text{if } w[i]=\text{true then gananciaXApuesta}(i, j, a, p, e, t) \text{ else } 0 \text{ fi} ;$
 $\text{aux pagoActualizado} (i : \mathbb{N}, w : \text{seq}(\text{Bool}) \ j : \mathbb{N}, a : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), t : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) : \mathbb{R} = \text{if } w[i] = \text{true then } \frac{\text{fondoComún}(j, w, a, p, e, t)}{|w|} \text{ else } \frac{\text{fondoComún}(j, w, a, p, e, t)}{|w|} + \text{gananciaXApuesta}(i, j, a, p, e, t) \text{ fi} ;$
 $\text{aux suma} (s : \text{seq}(\mathbb{R})) : \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|s|-1} s[i] ;$

1.2. Predicados

$\text{pred esTrayectoria} (r : \text{seq}(\mathbb{R}), w : \text{seq}(\text{Bool}), a : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), t : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) \{$
 $|t| = |r| \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \longrightarrow_L t[i][0] = r[i])$
 $\wedge (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \longrightarrow_L |t[i]| = |e| + 1)$
 $\wedge_L (\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \wedge 0 < j < |t[i]| \longrightarrow_L t[i][j] = \text{pagoActualizado}(i, j, w, a, p, e, t))$
 $\}$
 $\text{pred esTrayectoria}_2 (t_0 : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), w : \text{seq}(\text{Bool}), a : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), t : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) \{$
 $|t| = |t_0| \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \longrightarrow_L t[i][0] = t_0[i][0])$
 $\wedge (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \longrightarrow_L |t[i]| = |e| + 1)$
 $\wedge_L (\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |t| \wedge 0 < j < |t[i]| \longrightarrow_L t[i][j] = \text{pagoActualizado}(i, j, w, a, p, e, t))$
 $\}$
 $\text{pred todosPositivos} (s : \text{seq}(\mathbb{R})) \{$
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i \leq |s| \longrightarrow_L s[i] > 0)$
 $\}$
 $\text{pred todosPositivosListas} (s : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) \{$
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i \leq |s| \longrightarrow_L \text{todosPositivos}(s[i]))$
 $\}$
 $\text{pred todosSuman1} (s : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R}))) \{$
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i \leq |s| \longrightarrow_L \text{suma}(s[i]) = 1)$
 $\}$
 $\text{pred tienenMismaLong} (s : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{T})), p : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{T}))) \{$
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |s| \longrightarrow_L \neg(\exists j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |p| \wedge |s[i]| \neq |p[j]|))$
 $\}$
 $\text{pred longitud} (e : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N})), l : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{T}))) \{$
 $(\exists i : \mathbb{Z}) ((\forall s : \text{seq}(\mathbb{N})) ((\forall j : \mathbb{Z}) (s \in e \wedge j \in s \wedge i \geq j \longrightarrow_L (\forall d : \text{seq}(\mathbb{T})) (d \in l \longrightarrow_L |d| = i))))$
 $\}$

1.3. Ejercicios

1.3.1. Ej 1

$\text{proc redistribucionDeLosFrutos} (\text{in recursos} : \text{seq}(\mathbb{R}), \text{in cooperan} : \text{seq}(\text{Bool})) : \text{seq}(\mathbb{R})$
 $\text{requiere } \{ |recursos| = |cooperan| \wedge \text{todosPositivos}(recursos) \}$
 $\text{asegura } \{ (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |recursos| \longrightarrow_L$
 $\text{if cooperan}[i] \text{ then } res[i] = \frac{\text{fondoMonetario}(recursos, cooperan)}{|recursos|} \text{ else } res[i] = \frac{\text{fondoMonetario}(recursos, cooperan)}{|recursos|} +$
 $recursos[i] \text{ fi}) \}$

1.3.2. Ej 2

$\text{proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo} (\text{inout trayectorias} : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), \text{in cooperan} : \text{seq}(\text{Bool}), \text{in apuestas} : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), \text{in pagos} : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{R})), \text{in eventos} : \text{seq}(\text{seq}(\mathbb{N}))) :$
 $\text{requiere } \{ \text{trayectorias} = T_0 \wedge |cooperan| = |trayectorias| = |apuestas| = |pagos| = |eventos| \wedge \text{todosPositivosListas}(\text{apuestas}) \wedge \text{todosPositivosListas}(\text{pagos}) \wedge \text{todosSuman1}(\text{apuestas}) \wedge \text{tienenMismaLong}(\text{apuestas}, \text{pagos}) \wedge \text{longitud}(\text{eventos}, \text{pagos}) \wedge \text{longitud}(\text{eventos}, \text{apuestas}) \}$

$\text{asegura } \{ \text{esTrayectoria}_2(T_0, \text{cooperan}, \text{apuestas}, \text{pagos}, \text{eventos}, \text{trayectorias}) \}$

1.3.3. Ej 3

```
proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria : seq(R)) : Bool
  requiere {True}
  asegura {res = True  $\leftrightarrow$  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{trayectoria}| \wedge_L (\forall j, k : \mathbb{Z}) ((1 \leq k \leq i \rightarrow_L \text{trayectoria}[k-1] < \text{trayectoria}[k]) \wedge (i < j < |\text{trayectoria}| \rightarrow_L \text{trayectoria}[j-1] > \text{trayectoria}[j]))$ )}
```

1.3.4. Ej 4

```
proc individuoDecideSiCooperaONo (in individuo : N, in recursos : seq(R), inout cooperan : seq(Bool), in apuestas : seq(seq(R)), in pagos : seq(seq(R)), in eventos : seq(seq(N)))
  requiere { |cooperan| = |trayectorias| = |apuestas| = |pagos| = |eventos|
     $\wedge$  todosPositivosListas(apuestas)  $\wedge$  todosPositivosListas(pagos)  $\wedge$  todosSuman1(apuestas)
     $\wedge$   $0 \leq \text{individuo} < |\text{cooperan}| \wedge \text{cooperan} = \text{Co} \wedge \text{tienenMismaLong}(\text{apuestas}, \text{pagos})$ 
     $\wedge \text{longitud}(\text{eventos}, \text{pagos}) \wedge \text{longitud}(\text{eventos}, \text{apuestas})$  }
  asegura { |cooperan| = |Co|  $\wedge_L (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |\text{cooperan}| \wedge i \neq \text{individuo} \rightarrow_L \text{cooperan}[i] = \text{Co}[i])$ 
     $\wedge \text{cooperan}[\text{individuo}] = \text{true} \iff (\exists v, w : \text{seq(Bool)}) (\text{individuoEstaCoopeando}(w, \text{individuo}, \text{Co})$ 
     $\wedge \text{individuoNoEstaCooperando}(v, \text{individuo}, \text{Co})$ 
     $\wedge (\exists s, t : \text{seq(seq(R))}) (\text{esTrayectoria}(\text{recursos}, w, \text{apuestas}, \text{pagos}, \text{eventos}, s)$ 
     $\wedge \text{esTrayectoria}(\text{recursos}, v, \text{apuestas}, \text{pagos}, \text{eventos}, t)$ 
     $\wedge_L s[\text{individuo}][|s[\text{individuo}|] - 1] \geq t[\text{individuo}][|t[\text{individuo}|] - 1])$  }
```

```
pred individuoEstáCooperando (w : seq(Bool), i : N, c : seq(Bool)) {
  |c| = |w|  $\wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |c| \wedge i \neq j \rightarrow_L w[j] = c[j]) \wedge w[i] = \text{True}$ 
}
pred individuoNoEstáCooperando (v : seq(Bool), i : N, c : seq(Bool)) {
  |c| = |v|  $\wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |c| \wedge i \neq j \rightarrow_L v[j] = c[j]) \wedge v[i] = \text{False}$ 
}
```

1.3.5. Ej 5

```
proc maximizarApuestas (in Individuo : N, in recursos : seq(R), in Cooperan : seq(Bool), inout Apuestas : seq(seq(R)),
in Pagos : seq(seq(R)), in Eventos : seq(seq(N))) : tipoRes
  requiere { Apuestas = L0  $\wedge$  |cooperan| = |trayectorias| = |apuestas| = |pagos| = |eventos|  $\wedge$  todosPositivosListas
    (apuestas)  $\wedge$  todosPositivosListas(pagos)  $\wedge$  todosSuman1(apuestas)  $\wedge$   $0 \leq \text{Individuo} \leq |\text{Recursos}|$ 
     $\wedge$  tienenMismaLong(apuestas, pagos)  $\wedge$  longitud(eventos, pagos)  $\wedge$  longitud(eventos, apuestas) }
  asegura { ( $\forall w : \text{seq(seq(R))}) (|w| = |\text{recursos}|$ 
     $\wedge$  todosIgExcepto3(w, L0, individuo)  $\wedge$  todosIgExcepto(apuestas, L0, individuo)
     $\wedge$  todosPositivos(w[individuo])  $\wedge$  todosPositivos(apuestas[individuo])
     $\wedge$  todosSuman1(w)  $\wedge$  todosSuman1(apuestas)
     $\wedge$  ( $\exists s, t : \text{seq(seq(R))}) (\text{esTrayectoria}(\text{recursos}, \text{cooperan}, \text{apuestas}, \text{pagos}, \text{eventos}, s)$ 
     $\wedge \text{esTrayectoria}(\text{recursos}, \text{cooperan}, w, \text{pagos}, \text{eventos}, t) \wedge_L$ 
     $(s[\text{individuo}][|s[\text{individuo}|] - 1] \geq t[\text{individuo}][|t[\text{individuo}|] - 1])$  ) }
```

```
pred todosIgExcepto3 (w, a : seq(seq(R)), n : N) {
  w[n]  $\neq$  a[n]  $\wedge (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |w| \wedge i \neq n \wedge_L w[i] = a[i])$ 
}
```

2. Demostración de Correctitud y WP.

$$P_c \equiv res = recurso \wedge i = 0 \wedge apuesta_c + apuesta_s = 1 \wedge pago_c > 0 \wedge pago_s > 0 \wedge apuesta_c > 0 \wedge apuesta_s > 0 \wedge recurso > 0$$

$$Q_c \equiv res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(eventos, T)} (apuesta_s pago_s)^{\#(eventos, F)}$$

$$I \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos, 0, i), T)} (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos, 0, i), F)}$$

$$f_v \equiv |eventos| - i$$

$$B \equiv i < |eventos|$$

2.1.

■ $P_c \longrightarrow I$

$$\equiv i = 0 \wedge res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos, 0, i), T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos, 0, i), F)}$$

$$\equiv i = 0 \wedge res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos, 0, 0), T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos, 0, 0), F)}$$

$$\equiv i = 0 \wedge res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso(apuesta_c pago_c)^0 * (apuesta_s pago_s)^0$$

$$\equiv i = 0 \wedge res = recurso \longrightarrow 0 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso$$

$$\equiv True$$

2.2.

■ $\{I \wedge B\} S \{I\}$

$$wp(S, I)$$

$$\equiv wp(if...; i = i + 1, I)$$

$$\equiv wp(if..., \underline{wp(i = i + 1, I)})$$

Cálculo Auxiliar:

$$wp(i = i + 1, I)$$

$$\equiv wp(i = i + 1, 0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos, 0, i), T)} * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos, 0, i), F)})$$

$$\equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), T)} * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), F)}$$

Llamo a esta expresión Δ

Retomamos:

$$\equiv wp(if..., \Delta)$$

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge ((e[i] \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta)) \vee (\neg e[i] \wedge wp(res = res * apuestas_s * pagos_s, \Delta)))$$

Resolvemos por separado:

$$eventos[i] \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta)$$

$$\equiv eventos[i] \wedge -1 \leq i \leq |eventos| - 1 \wedge res * apuestas_c * pagos_c = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), T)} * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), F)}$$

$$\equiv eventos[i] \wedge -1 \leq i \leq |eventos| - 1 \wedge res = recurso * (apuestas_c * pagos_c)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), T) - 1} * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), F)}$$

Llamo a esto \star

$$\neg eventos[i] \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, \Delta)$$

$$\equiv \neg eventos[i] \wedge -1 \leq i \leq |eventos| - 1 \wedge res * apuestas_s * pagos_s = recurso * (apuestas_s * pagos_s)^{\#(subSeq(eventos, 0, i+1), T)} *$$

$$\begin{aligned}
& (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F)} \\
& \equiv \neg \text{eventos}[i] \wedge -1 \leq i \leq |\text{eventos}| - 1 \wedge \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), T)} * \\
& (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F-1)}
\end{aligned}$$

Llamo a esto \heartsuit

Finalmente:

$$\begin{aligned}
& \equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge (\star \vee \heartsuit) \\
& \equiv (0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge ((\text{eventos}[i] \wedge \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), T)} - 1 * \\
& (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F)}) \vee (\neg \text{eventos}[i] \wedge \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), T)} * \\
& (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F-1)}
\end{aligned}$$

Lo que obtuvimos finalmente es la wp.

Último Paso:

Hay que ver si $I \wedge B \rightarrow wp$

$$\begin{aligned}
& 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), F)} \\
& \equiv \text{True} \quad (\text{Estamos asumiendo que } I \wedge B \text{ es True.})
\end{aligned}$$

Como i está en rango, hay dos opciones:

1) eventos[i]=True:

Miramos la parte de \star en la wp :

$$\begin{aligned}
& \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), F)} \\
& \rightarrow \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), T)-1} * (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F)}
\end{aligned}$$

Esto es una tautología, ya que estamos en el caso eventos[i]=True, entonces hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i+1 (exclusive) y restarle 1 al exponente de apuestas_c * pagos_c es lo mismo que hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i (exclusive). Esto se debe a que si incluimos a la posición i en la subsecuencia, True tendrá una aparición más.

2) eventos[i]=False:

Miramos la parte de \heartsuit en la wp :

$$\begin{aligned}
& \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i), F)} \\
& \rightarrow \text{res} = \text{recurso} * (\text{apuestas}_c * \text{pagos}_c)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), T)} * (\text{apuestas}_s * \text{pagos}_s)^{\#(\text{subSeq}(\text{eventos}, 0, i+1), F)-1}
\end{aligned}$$

Esto es una tautología, ya que estamos en el caso eventos[i]=False, entonces hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i+1 (exclusive) y restarle 1 al exponente de apuestas_s * pagos_s es lo mismo que hacer el cálculo para res mirando la subsecuencia hasta i (exclusive). Esto se debe a que si incluimos a la posición i en la subsecuencia, False tendrá una aparición más.

Conclusión:

$$I \wedge B \rightarrow wp$$

2.3.

■ $I \wedge \neg B \rightarrow Q_c$

$$\begin{aligned}
& \equiv 0 \leq i \leq |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)} \wedge \\
& \neg(i < |\text{eventos}|) \longrightarrow \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{eventos}, T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{eventos}, F)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \equiv i = |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)} \longrightarrow \\
& \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{eventos}, T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{eventos}, F)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \equiv i = |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, |\text{eventos}|), T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{subseq}(\text{eventos}, 0, |\text{eventos}|), F)} \longrightarrow \\
& \text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c)^{\#(\text{eventos}, T)} * (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s)^{\#(\text{eventos}, F)}
\end{aligned}$$

$$\equiv res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(eventos,F)} \longrightarrow$$

$$res = recurso (apuesta_c pago_c)^{\#(eventos,T)} * (apuesta_s pago_s)^{\#(eventos,F)}$$

$$\equiv Q_c \longrightarrow Q_c$$

$$\equiv True$$

2.4.

$$\blacksquare \{ I \wedge B \wedge V_o = Fv \} S \{ Fv < V_o \}$$

$$S = \text{if then else... ; } i = i + 1$$

$$\equiv wp(if...; i = i + 1, Fv < V_o)$$

$$\equiv wp(..., \underline{wp(i = i + 1, Fv < V_o)})$$

Resuelvo lo subrayado:

$$\equiv wp(i = i + 1, Fv < V_o) \equiv |eventos| - i - 1 < V_o$$

Luego...

$$\equiv wp(if..., |eventos| - i - i < V_o)$$

$$\equiv def(eventos[i]) \wedge_L (eventos[i] \wedge wp(res = recurso * apuesta_c * pago_c, |eventos| - i - 1 < V_o))$$

$$\vee (\neg eventos[i] \wedge wp(res = recurso * apuesta_s * pago_s, |eventos| - i - 1))$$

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge_L (eventos[i] \wedge |eventos| - i - 1 < V_o) \vee (\neg eventos[i] \wedge |eventos| - i - 1 < V_o)$$

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge_L (|eventos| - i - 1 < V_o)$$

Busco Implicación:

$$\equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge_L res = recursos(apuesta_s * pagos_s)^{\#apariciones(subseq(eventos,0,i),F)}$$

$$* (apuesta_c * pagos_c)^{\#apariciones(subseq(eventos,0,i),T)} \wedge i \in |eventos| \wedge V_o = |eventos| - i \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \wedge_L$$

$$(|eventos| - i - 1 < V_o)$$

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge V_o = |eventos| - i \wedge res = ... \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \wedge |eventos| - 1 - i < V_o$$

Asumo lado izquierdo TRUE:

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge V_o = |eventos| - i \wedge res = ... \rightarrow 0 \leq i < |eventos| \wedge \underline{(|eventos| - 1 - i < |eventos| - i)}$$

Se cancelan las -i e i esta en rango:

$$\equiv 0 \leq i < |eventos| \wedge V_o = |eventos| - i \wedge res = ... \rightarrow True$$

Conclusión:

$$I \wedge B \wedge V_o = Fv \rightarrow wp(if...; i = i + 1, Fv < V_o)$$

2.5.

$$\blacksquare I \wedge f_v \leq 0 \rightarrow \neg B$$

$$\equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \wedge$$

$$\neg eventos \rightarrow i \leq 0 \rightarrow \neg(i < |eventos|)$$

$$\equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge |eventos| \leq i \wedge$$

$$res = recurso (apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \longrightarrow \neg(i < |eventos|)$$

$$\equiv i = |eventos| \wedge res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)} (apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} \longrightarrow$$

$$\neg(i < |eventos|)$$

$$\equiv i = |eventos| \longrightarrow \neg(i < |eventos|)$$

$$\equiv i = |eventos| \longrightarrow (i \geq |eventos|)$$

$$\equiv True$$