

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Лабораторная №1

«Временная и частотная формы сигналов. Преобразования Фурье.
Дискретизация сигналов»

Выполнил: Студент группы ИА-231 Зырянов Иван

«___» _____ 2024г.

Новосибирск 2024

Оглавление

Цель работы.....	3
Задачи	3
Краткие теоретические сведения:.....	4
Исходные данные:.....	4
Выполнение работы.....	5
Анализ полученных результатов	14
Контрольные вопросы	15
Приложение	16

Цель работы

Получить представление о формах радиосигналов, их частотном и временном представлении, а также о преобразованиях Фурье и аналогово-цифровых преобразованиях сигналов, частоте дискретизации сигналов.

Задачи

1. Сгенерировать и визуализировать непрерывный сигнал по заданной формуле
2. Определить максимальную частоту в спектре сгенерированного сигнала
3. Определить минимальную частоту дискретизации по теореме Котельникова
4. Оцифровать сигнал с найденной частотой дискретизации, сохранив значения в массив.
5. Выполнить ДПФ над оцифрованным сигналом, оценить ширину спектра и объем памяти для хранения массива.
6. Восстановить аналоговый сигнал по оцифрованным отсчетам и визуально сравнить с оригиналом.
7. Увеличить частоту дискретизации в 4 раза и повторить пункты 4-6.
8. Записать аудиофайл со своим голосом и определить максимальную частоту.
9. Проанализировать записанный голос в Matlab, считав файл и получив массив отсчетов и частоту дискретизации.
10. Рассчитать частоту дискретизации на основе количества отсчетов и длительности, сравнить с данными из файла.
11. Проредить сигнал, уменьшив частоту дискретизации, воспроизвести результат и оценить искажения.
12. Сравнить спектры амплитуд оригинального и прореженного сигналов, определить и сравнить их ширину.
13. Исследовать влияние разрядности АЦП на спектр сигнала, промоделировав квантование с разной разрядностью.

Краткие теоретические сведения:

- Радиосигналы:

Электромагнитные волны, выступающие переносчиками информации на расстояние. Ключевые характеристики радиосигналов - это амплитуда, частота и фаза.

- Преобразования Фурье:

Математический инструмент, позволяющий представить сигнал как набор простых синусоидальных волн с различными частотами, амплитудами и фазами. Прямое преобразование Фурье (ПФ) переводит сигнал из временной области в частотную, раскрывая его спектральный состав, а обратное преобразование Фурье (ОПФ) – восстанавливает исходный сигнал по его спектру.

- Дискретизация сигнала:

Процесс преобразования непрерывного сигнала в цифровой путем взятия отсчетов его амплитуды через равные интервалы времени. Частота дискретизации (F_s) определяет количество отсчетов в секунду.

- Теорема Котельникова:

Фундаментальный принцип цифровой обработки сигналов. Утверждает, что для точного восстановления аналогового сигнала без потерь информации частота дискретизации должна быть не менее чем в два раза выше максимальной частоты, присутствующей в спектре этого сигнала.

- Квантование сигнала:

Процесс округления амплитуды дискретного сигнала до конечного набора уровней. Разрядность аналого-цифрового преобразователя (АЦП) определяет количество уровней квантования, влияя на точность представления амплитудных значений.

Исходные данные:

Вариант:

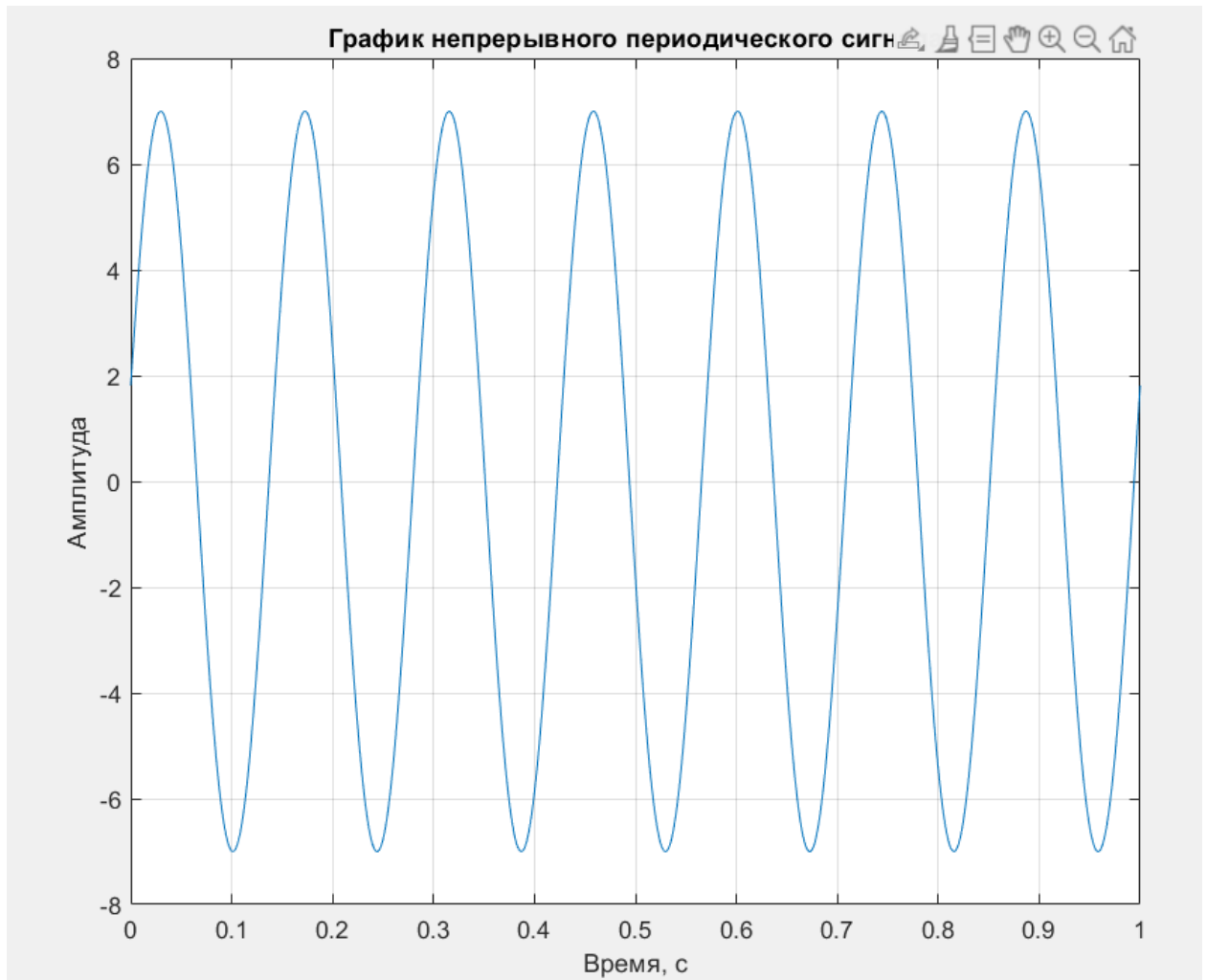
7

$$y(t) = 7 \sin \left(2\pi f t + \frac{\pi}{12} \right), \\ f = 7$$

Выполнение работы

1-

Начнем с генерации непрерывного сигнала. Выберем нужный вариант сигнала из предложенных и напишем код на Matlab, чтобы создать его, используя функцию `sin()`. Обязательно визуализируем полученный сигнал на графике с помощью `plot()`, добавив подписи к осям и заголовок, чтобы было понятно, что мы видим.



2,3-

2) Максимальная частота в спектре:

Сигнал описывается простой синусоидой:

$$y(t) = 7 * \sin(2\pi * 7 * t + \pi/12)$$

В данном случае, **максимальная частота в спектре равна частоте самой синусоиды, то есть 7 Гц.**

3) Минимальная частота дискретизации:

Согласно теореме Котельникова, для корректного восстановления сигнала без потерь информации, частота дискретизации должна быть **не менее чем в два раза выше максимальной частоты в спектре сигнала.**

В твоём случае это означает:

$$\text{Минимальная частота дискретизации} = 2 * 7 \text{ Гц} = \mathbf{14 \text{ Гц}}$$

4,5-

С помощью найденной частоты дискретизации оцифруем наш сигнал, создав массив его отсчетов. Применим к этому массиву быстрое преобразование Фурье (`fft()`), чтобы получить представление о его частотном составе. Построим график спектра амплитуд, используя `abs()`, и попробуем оценить его ширину – визуально или с помощью кода, например, найдя частоты, на которых амплитуда падает до уровня -3 дБ. Также посмотрим, сколько памяти занимает наш оцифрованный сигнал, воспользовавшись функцией `whos()`.

Columns 1 through 12

1.8117 -3.3772 4.7464 -5.8398 6.5938 -6.9645 6.9306 -6.4938 5.6796 -4.5354 3.1276 -1.5380

Columns 13 through 14

-0.1410 1.8117

Workspace	
Name ▲	Value
A	7
f	7
fs	1000
Fs	1000
fs_kotelnikov	14
N	14
phi	0.2618
t	1x1001 double
t_discrete	1x14 double
y	1x1001 double
y_discrete	1x14 double

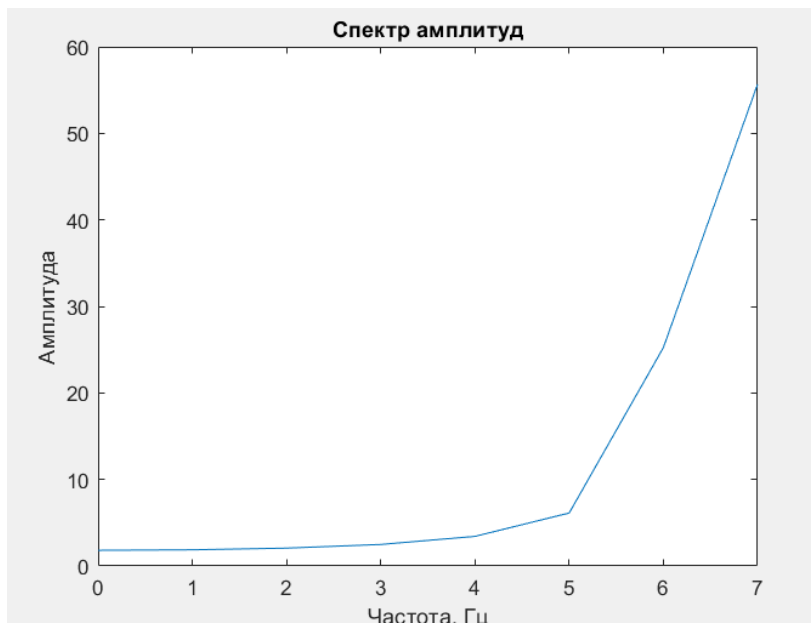
Как мы видим отсчетов 14!

Ширина спектра (по уровню -3 дБ) :

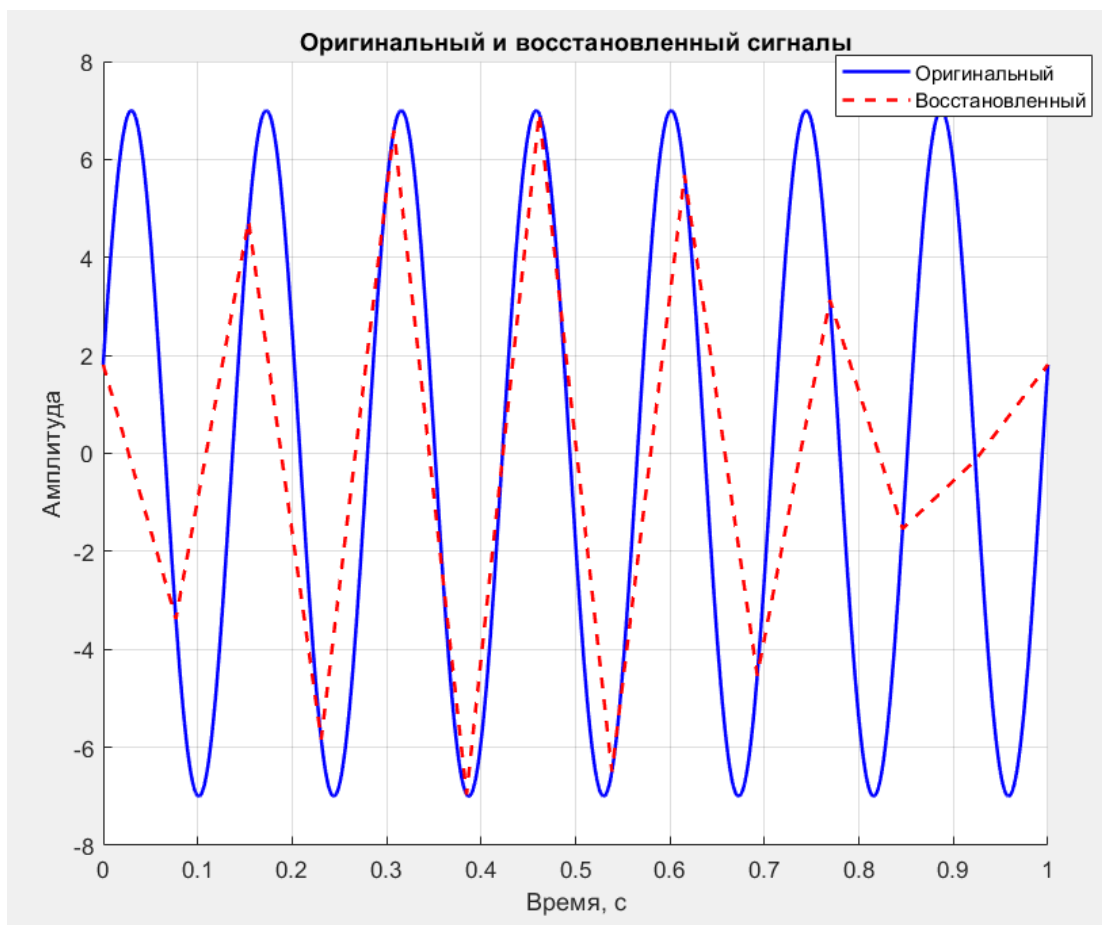
7

Объем памяти для массива :

112

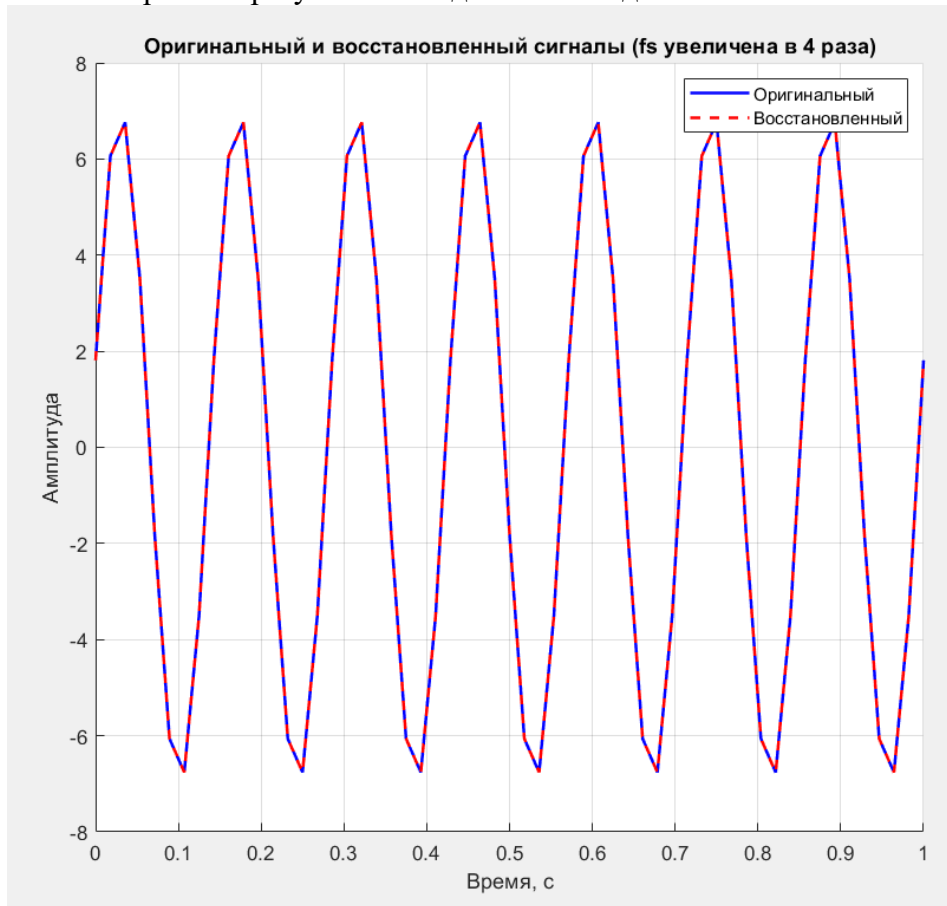


6- Попробуем теперь восстановить аналоговый сигнал из оцифрованного. Для этого воспользуемся функцией интерполяции `interp1()` и построим графики оригинального и восстановленного сигналов на одной фигуре, чтобы сравнить их и убедиться, что мы не потеряли важную информацию



7-

Увеличим частоту дискретизации в 4 раза по сравнению с той, что использовали изначально, и повторим все действия по оцифровке, анализу спектра и восстановлению сигнала. Сравним результаты и сделаем выводы.



—
Ширина спектра (по уровню -3 дБ) :
6.8772

Объем памяти для массива :
456

1

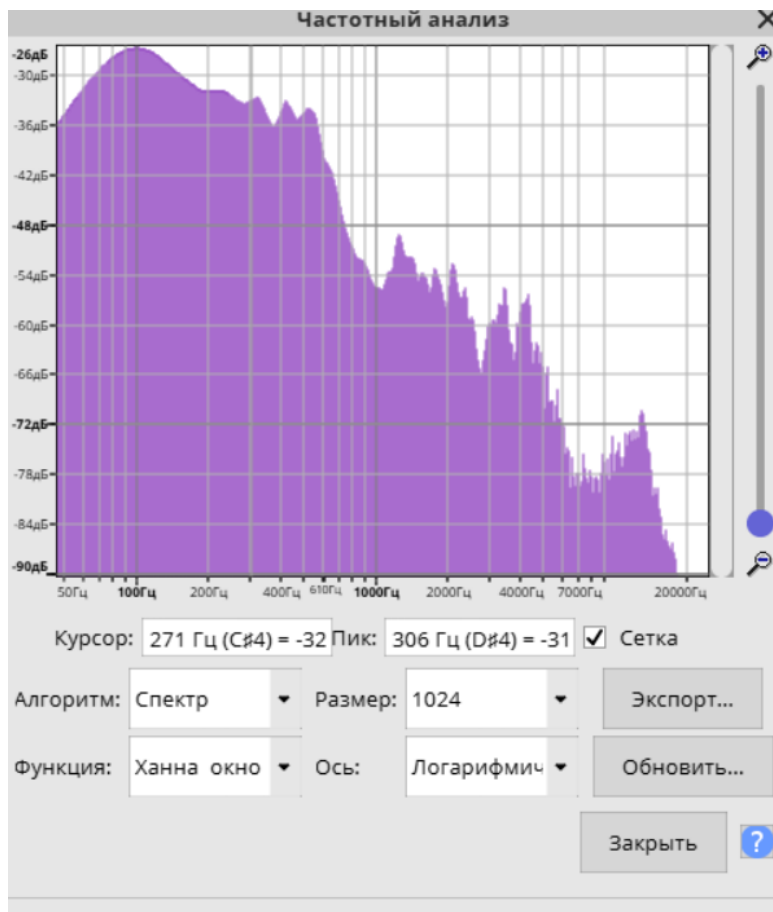
Name ▲	Value	
<input type="checkbox"/> A	7	
<input checked="" type="checkbox"/> above_thresh...	1x29 logical	
<input type="checkbox"/> amplitude_sp...	1x57 double	
<input type="checkbox"/> bandwidth	0	
<input type="checkbox"/> f	7	
<input type="checkbox"/> frequencies	1x29 double	
<input type="checkbox"/> fs	56	
<input type="checkbox"/> Fs	1000	
<input type="checkbox"/> fs_kotelnikov	14	
<input type="checkbox"/> k	1	
<input type="checkbox"/> main_lobe_in...	8	
<input type="checkbox"/> memory	112	
<input type="checkbox"/> memory_size	456	
<input type="checkbox"/> N	57	

Количество отсчетов равняется 57

8-

Запишем наш голос формате wav, и с помощью audacity проанализируем файл.

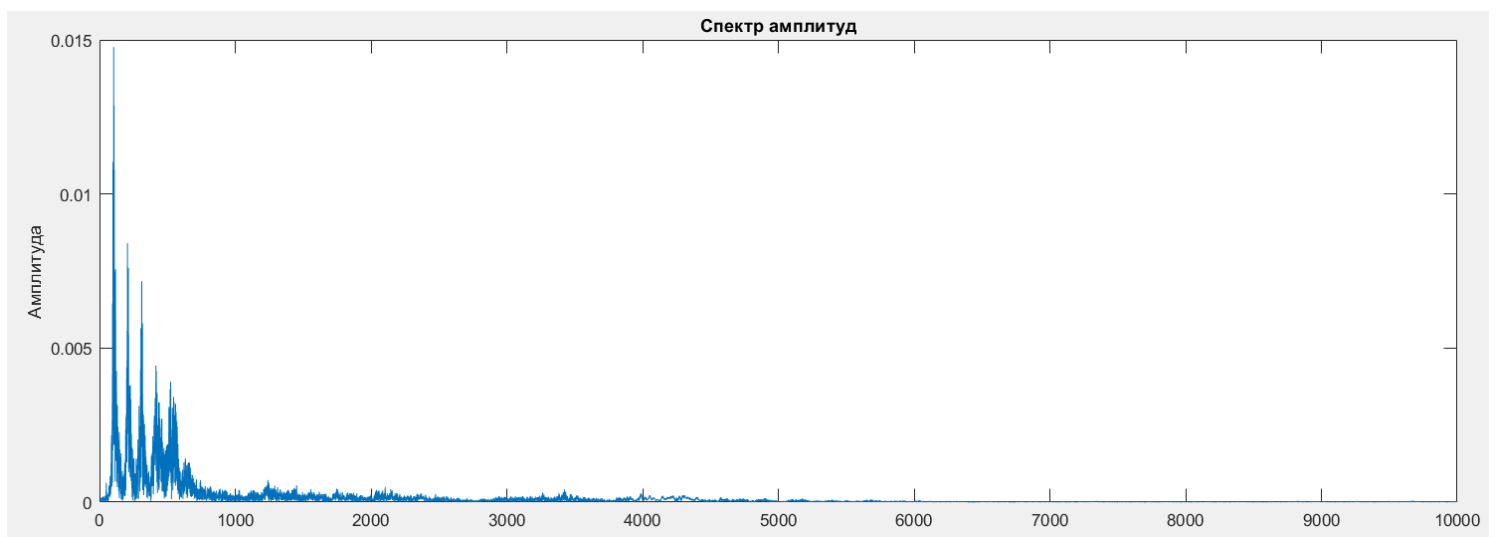
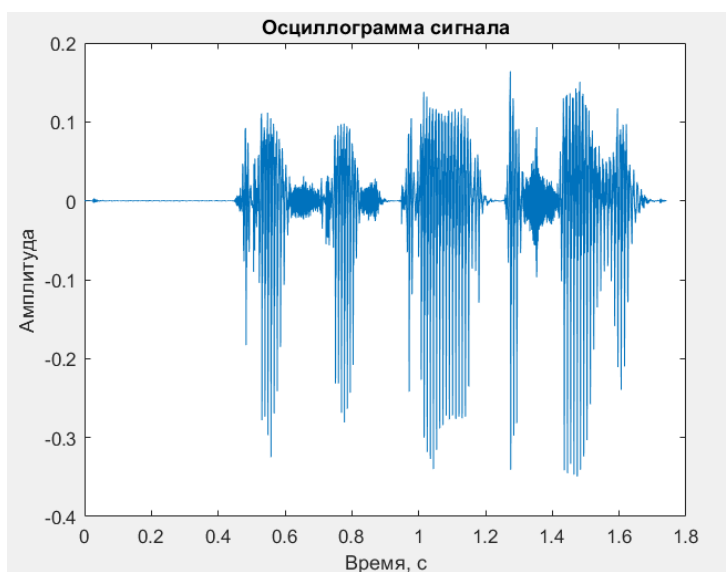
Максимальная частота почти достигает 20 кГц, значит по теореме Котельникова, для оцифровки нам потребуется не менее 40 кГц, но лучше выбрать стандартное значение - 44,1 кГц



9-

Перейдем к анализу записи голоса. Загрузим аудиофайл в Matlab с помощью `audioread()` и выведем информацию о нём, используя `audioinfo()`. Проверим, какая частота дискретизации была использована при записи голоса, и сравним её с рассчитанной нами ранее.

```
>> lab1_zad9
      Filename: 'C:\Program Files\Polyspace\R2020b\bin\projects\osms\11lab\voice.wav'
      CompressionMethod: 'Uncompressed'
      NumChannels: 1
      SampleRate: 48000
      TotalSamples: 83520
      Duration: 1.7400
      Title: []
      Comment: []
      Artist: []
      BitsPerSample: 16
```



10-

Сделать 2 сигнала, высокочастотный и низкочастотный сигналы

Для определения частоты дискретизации, которая была использована при записи голоса возьмем количество элементов в файле с записью и разделим на длительность записи в секундах.

% Расчет частоты дискретизации

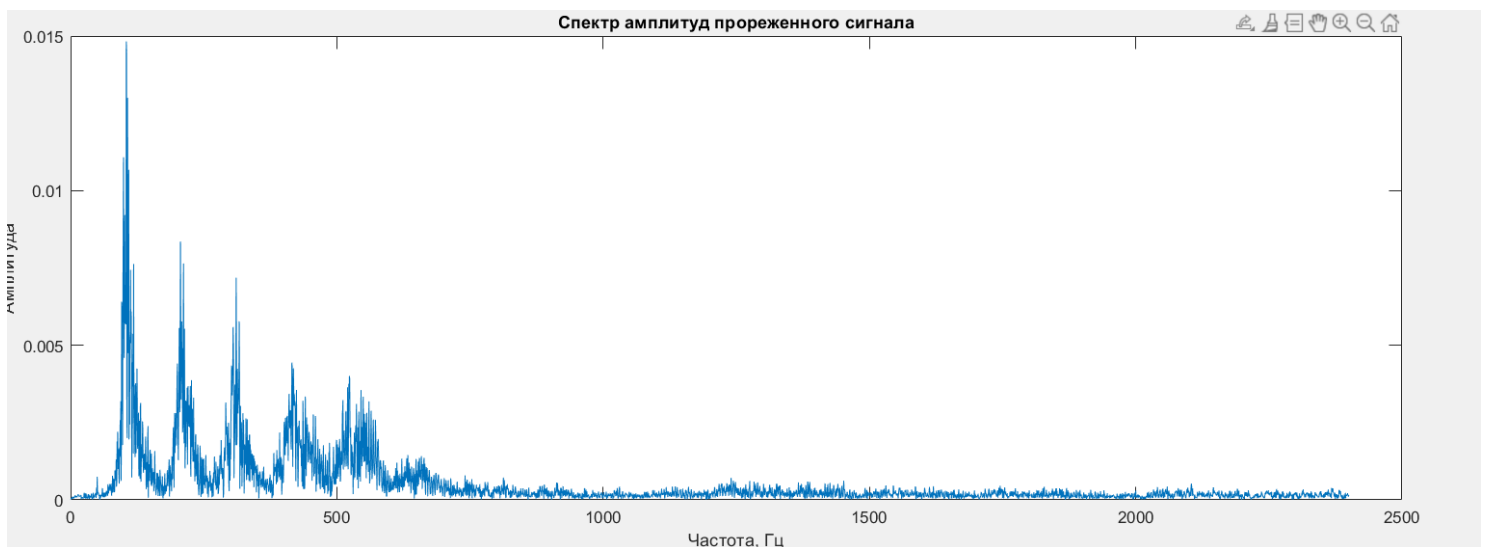
Fs_calculated = info.TotalSamples / info.Duration;

Рассчитанная частота дискретизации: 48000 Гц

Частота дискретизации из audioinfo: 48000 Гц

11-

Проредим наш сигнал, уменьшив частоту дискретизации с помощью функции `downsample()`. Прослушаем, как изменился звук, воспроизведя его с помощью `audioplayer()` и `play()`, и построим график прореженного сигнала.

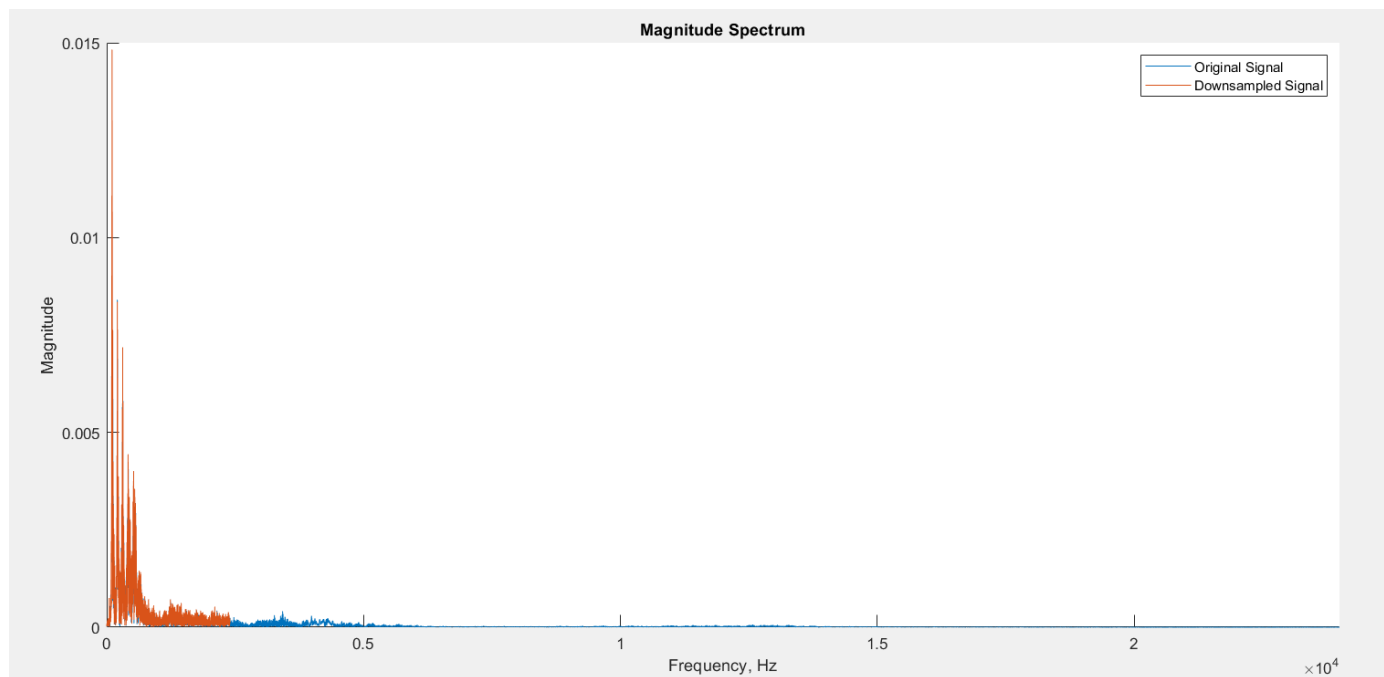


12-

Чтобы понять, как изменился частотный состав, сравним спектры амплитуд оригинального и прореженного сигналов и оценим их ширину.

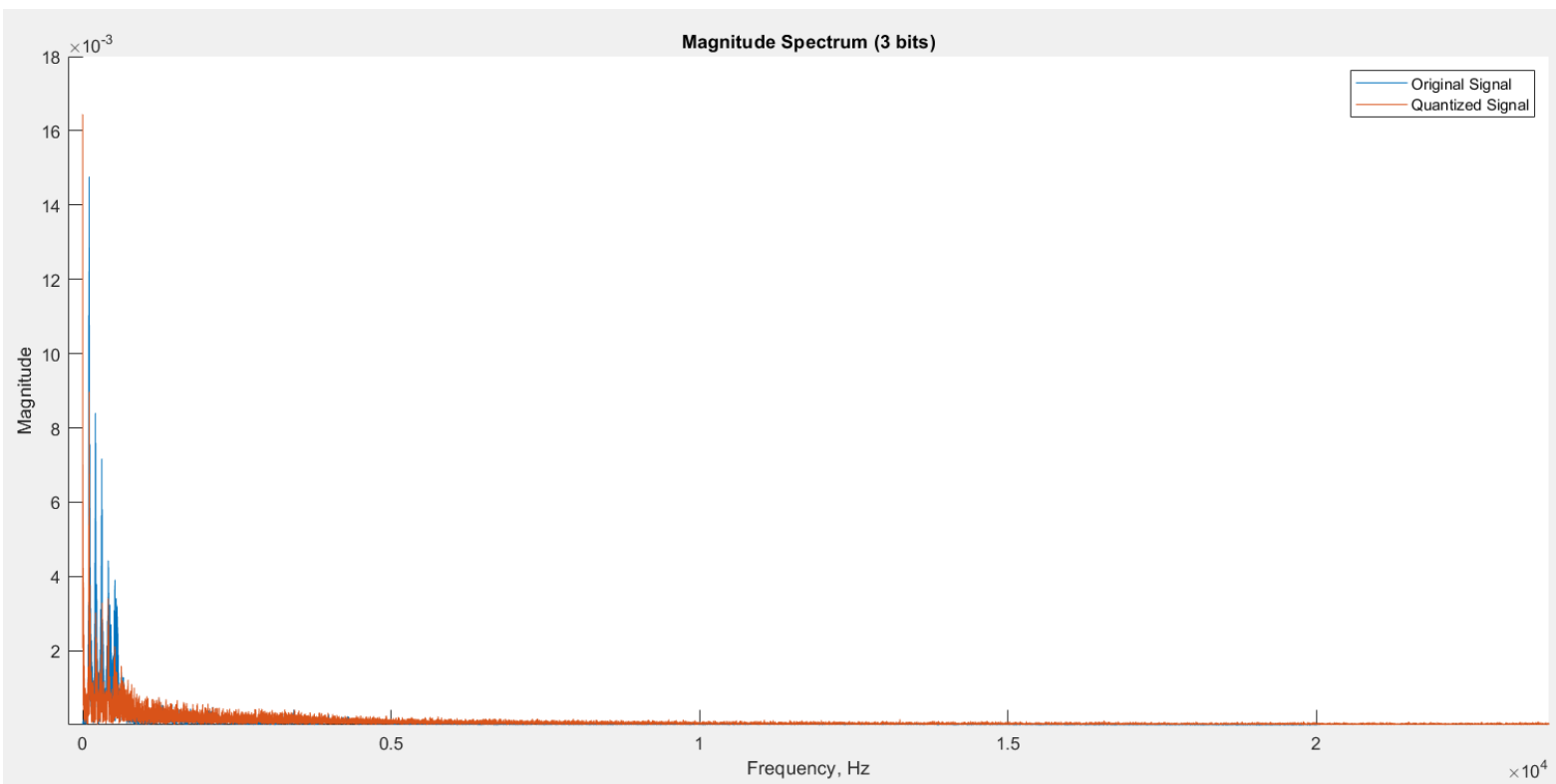
Оригинальный сигнал - Ширина спектра (порог -3 дБ): 23900.5747 Гц

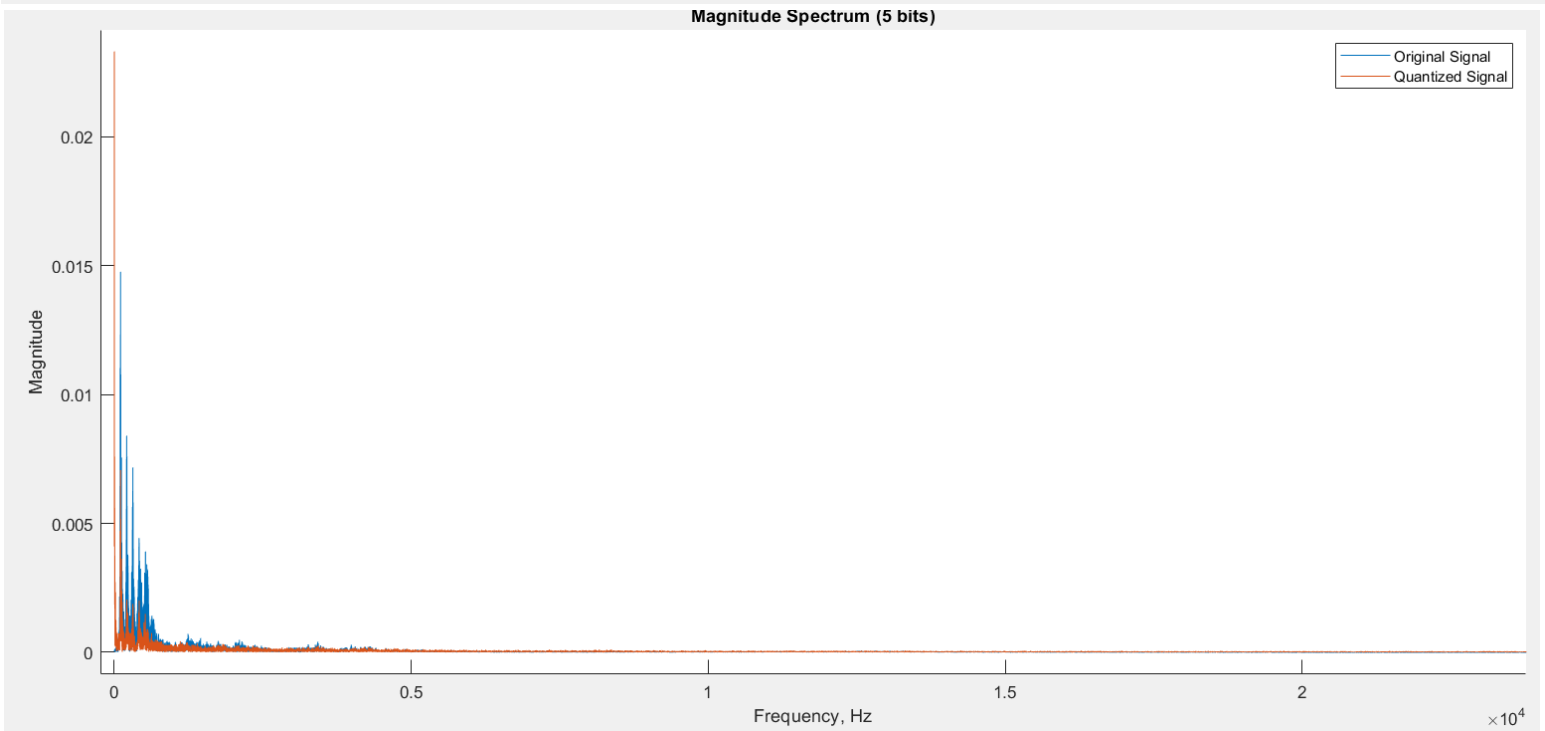
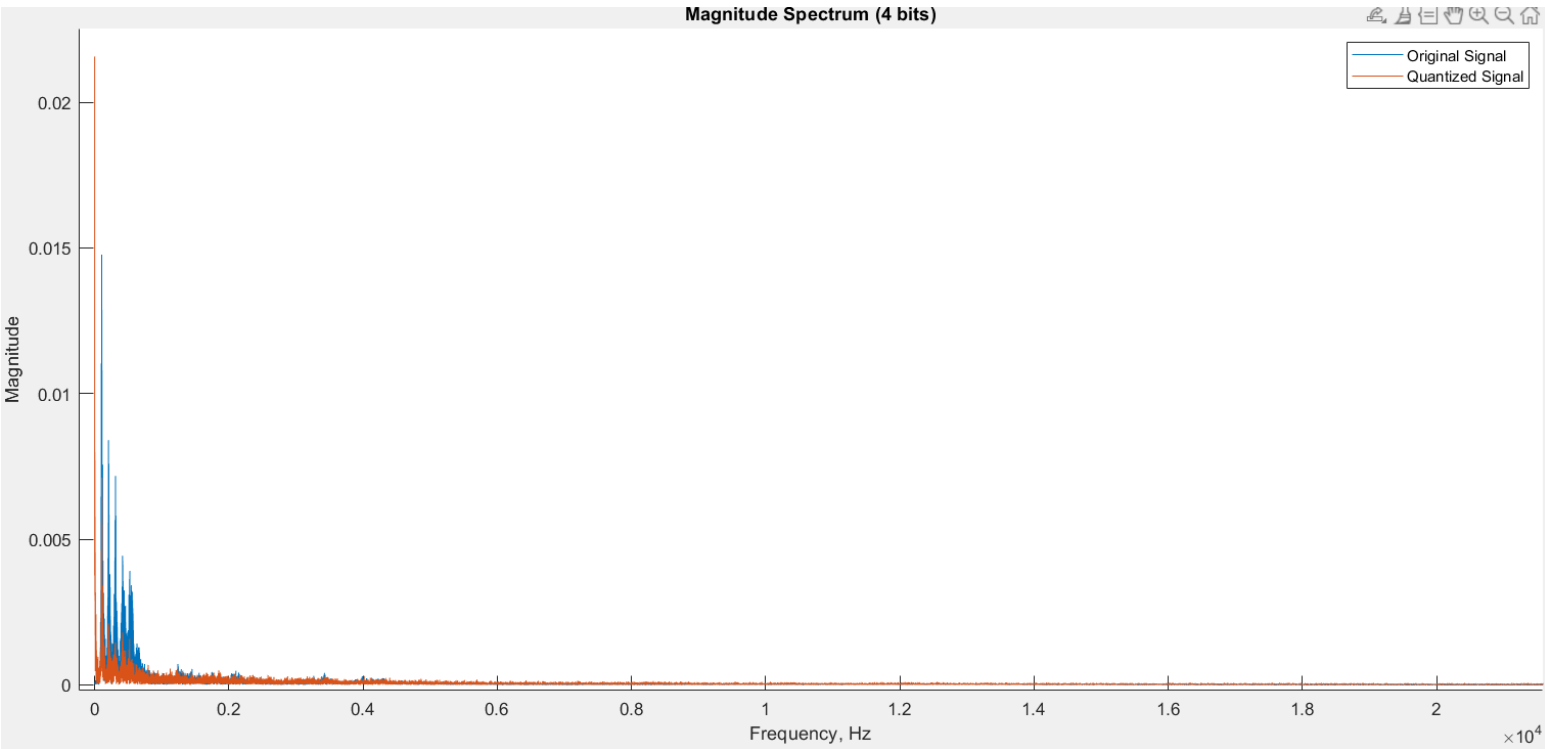
Прореженный сигнал - Ширина спектра (порог -3 дБ): 2300.5747 Гц



13-

В конце исследуем, как разрядность аналого-цифрового преобразователя влияет на качество оцифровки. Напишем функцию, которая будет квантовать наш сигнал, имитируя работу АЦП с разной разрядностью. Проанализируем, как меняется спектр сигнала при квантовании с разным количеством бит, и оценим ошибку квантования для каждого случая.





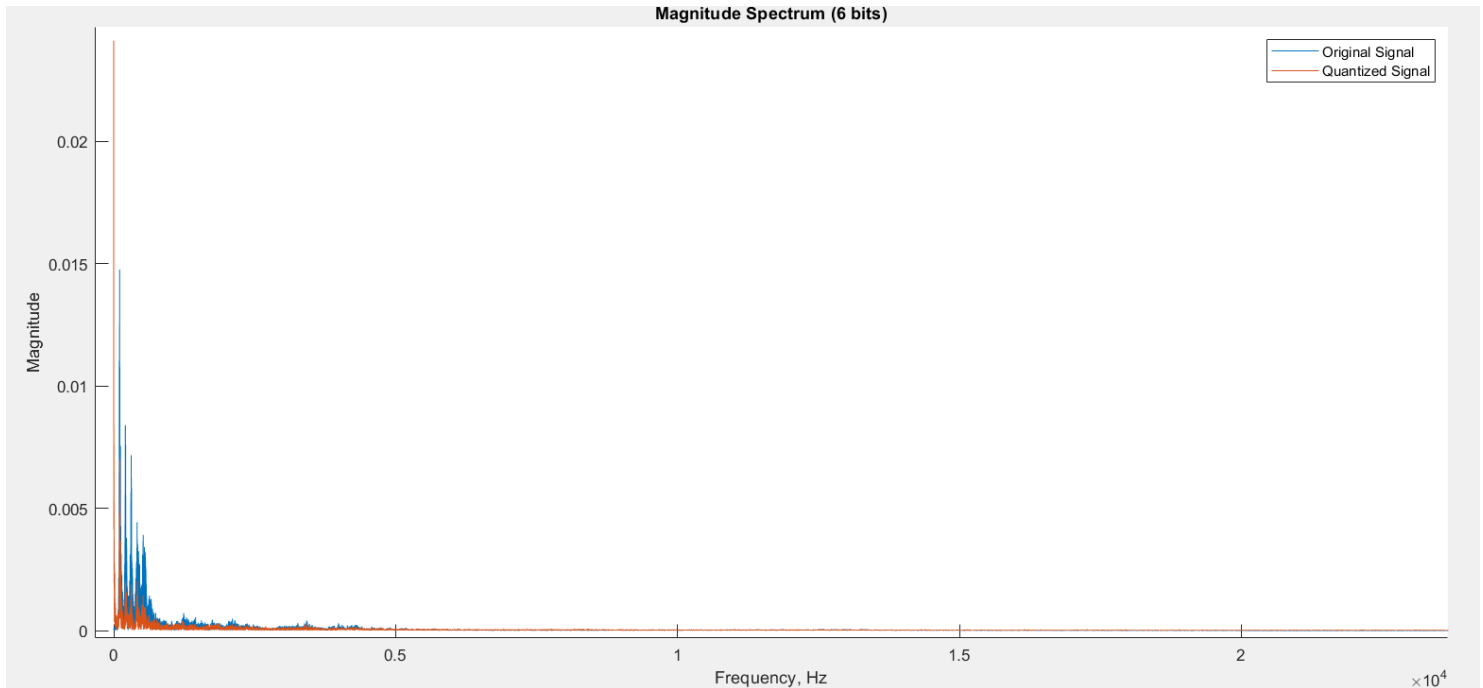
Средние ошибки квантования:

Разрядность АЦП: 3, Ошибка: 0.022269

Разрядность АЦП: 4, Ошибка: 0.01738

Разрядность АЦП: 5, Ошибка: 0.015062

Разрядность АЦП: 6, Ошибка: 0.013785



Анализ полученных результатов

В ходе выполнения лабораторной работы мы детально изучили принципы представления сигналов как во временной, так и в частотной областях. Экспериментально, с помощью функций Matlab, освоили методы дискретизации и квантования сигналов, позволяющие переводить аналоговые сигналы в цифровую форму.

Мы убедились в справедливости теоремы Котельникова: при дискретизации сигнала с частотой, превышающей установленный теоремой предел, форма восстановленного сигнала практически полностью совпадает с формой исходного сигнала, что говорит о сохранении всей важной информации о сигнале. Однако при нарушении этого условия наблюдаются значительные искажения.

Исследуя влияние разрядности аналого-цифрового преобразователя (АЦП) на качество квантованного сигнала, мы выявили, что с уменьшением разрядности АЦП возрастает ошибка квантования, что проявляется в появлении дополнительных пиков (искажений) в спектре сигнала.

Контрольные вопросы

- Для чего используются прямое и обратное преобразование Фурье?

Прямое преобразование Фурье (ДПФ): Разлагает сигнал, заданный во временной области (например, амплитуда от времени), на сумму синусоидальных колебаний разных частот. Результат - спектр сигнала, показывающий амплитуду и фазу каждой частотной компоненты.

Обратное преобразование Фурье (ОДПФ): Выполняет обратную операцию - собирает сигнал во временной области по его спектру.

- Что такое ошибка квантования и дискретизации?

Ошибка дискретизации: Потеря информации о сигнале, возникающая из-за представления его ограниченным количеством отсчетов во времени. Проявляется как искажения при восстановлении сигнала, особенно высокочастотных компонент.

Ошибка квантования: Потеря информации, возникающая из-за представления амплитуды сигнала ограниченным количеством уровней (бит). Проявляется как шум квантования, искажения формы сигнала и появление ложных частотных компонент.

- Какое количество разрядов АЦП требуется, чтобы оцифровать голос?

Потребуется 16 бит.

- Как математически получить дискретные отсчеты непрерывного сигнала?

$$x[n] = \tilde{x}(t)|_{t=nT} = x(nT),$$

где n – номер дискретного отсчета.

- Какой спектр у периодического сигнала $\sin(10\pi t + \pi/2)$?

Начальная фаза — $\pi/2$, частота 5 Гц.

- Что такое быстрое преобразование Фурье?

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) - это алгоритм, который позволяет значительно ускорить вычисление дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

ДПФ: Требует $O(N^2)$ операций для сигнала из N отсчетов (очень много).

БПФ: Выполняет те же вычисления за $O(N \cdot \log_2(N))$ операций (намного быстрее, особенно для больших N).

БПФ использует рекурсивный подход и свойства симметрии ДПФ, чтобы разбить большую задачу на меньшие подзадачи, которые решаются быстрее.

- Как определяется минимальная требуемая для оцифровки частота дискретизации сигнала?

Определяется теоремой Котельникова (Найквиста-Шеннона): частота дискретизации (F_s) должна быть не менее чем в два раза выше максимальной частоты (f_{\max}), присутствующей в спектре сигнала:

$$F_s \geq 2 * f_{\max}$$

Приложение



[Sibsutis/3st Year/5th semester/OSMS/1lab at main · kibatora/Sibsutis \(github.com\)](https://github.com/kibatora/Sibsutis)