Solución examen final 2023-10

Pregunta 1

Dos fuentes sonoras independientes S_1 y S_2 producen por separado niveles de intensidad sonoro de 80 dB y 85 dB respectivamente, en un punto dado P. El nivel de intensidad neto β_n en P es:
a) $\beta_n = 165\,\text{dB}$; **b)** $\beta_n = 89\,\text{dB}$; $\boxed{\textbf{c)}}$ $\beta_n = 86\,\text{dB}$; **d)** $\beta_n = 95\,\text{dB}$; **e)** $\beta_n = 90\,\text{dB}$

Solución

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \iff I = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} * I_0 = 10^{\left(\frac{\beta}{10}\right)} * 10^{-12} = 10^{\left(\frac{\beta}{10}-12\right)}$$

$$I_1 = 10^{\left(\frac{80}{10}-12\right)} = 10^{-4}\,\text{W}\,\text{m}^2$$

$$I_2 = 10^{\left(\frac{85}{10}-12\right)} = 10^{-3.5}\,\text{W}\,/\,\text{m}^2$$

$$\beta_n = 10\log\left(\frac{I_n}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{I_1+I_2}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{10^{-4}+10^{-3.5}}{10^{-12}}\right) = 86\,\text{dB}$$

Pregunta 2

Un tubo sonoro dado tiene dos frecuencias de resonancia consecutivas en 750 Hz y 1050 Hz. Asumiendo que Ud. no conoce de antemano la rapidez de propagación del sonido en el aire, entonces, la frecuencia del fundamental del tubo estudiado está dada por:
a) $f_1 = 300\,\text{Hz}$; **b)** $f_1 = 125\,\text{Hz}$; **c)** $f_1 = 130\,\text{Hz}$; **d)** $f_1 = 260\,\text{Hz}$; $\boxed{\textbf{e)}}$ $f_1 = 150\,\text{Hz}$

Solución

Sean $f_n = 750\,\text{Hz}$ y $f_{n+1} = 1050\,\text{Hz}$ y supóngase que el tubo es $A-A$. Debe cumplirse entonces que

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \iff 1050 - 750 = 300\,\text{Hz}$$

Pero,

$$\frac{f_n}{f_1} = \frac{750}{300} = 2.5 \notin \mathbb{N},\ \text{además, } \frac{f_n}{f_1} = \frac{1050}{300} = 3.5 \notin \mathbb{N}$$

Por lo tanto el tubo no puede ser $A-A$. Como solo hay dos posibilidades, entonces debe ser $A-C$.
Para un tubo $A-C$ se debe cumplir que

$$f_{n+1} - f_n = 2f_1 \implies f_1 = \frac{f_{n+1}-f_n}{2} = \frac{1050-750}{2} = 150\,\text{Hz}$$

Nótese que además

$$\frac{f_n}{f_1} = \frac{750}{150} = 5 \in \mathbb{Z}^{(+)}_{impar} \quad \text{y} \quad \frac{f_n}{f_1} = \frac{1050}{150} = 7 \in \mathbb{Z}^{(+)}_{impar}$$

Pregunta 3

Dos ondas de igual frecuencia y longitud de onda se propagan en un medio de densidad ρ. Si sus niveles de intensidad sonoro difieren en 3 dB, entonces el cociente o razón entre las amplitudes de presión de las ondas consideradas es:
a) 1.55; **b)** 5.25; **c)** 3.12; **d)** 2.42; $\boxed{\textbf{e)}}$ 1.41

Solución

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - 10\log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10\left[\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)\right] = 10\left[\log\left(\frac{\frac{I_1}{I_0}}{\frac{I_2}{I_0}}\right)\right] = 10\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

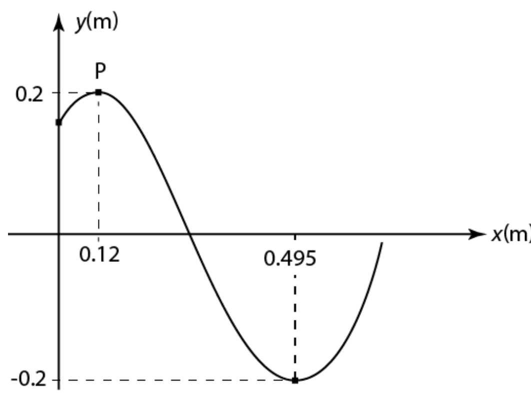
$$\frac{(\beta_1 - \beta_2)}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \iff \frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{(\beta_1-\beta_2)}{10}} = 10^{\frac{3}{10}} = 1.9953$$

De otro lado, como

$$I = \frac{\Delta p_{\max}^2}{2\rho v} \implies \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{\Delta p_{\max 1}^2}{2\rho v}}{\frac{\Delta p_{\max 2}^2}{2\rho v}} = \frac{\Delta p_{\max 1}^2}{\Delta p_{\max 2}^2} \implies \frac{\Delta p_{\max 1}}{\Delta p_{\max 2}} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \sqrt{1.9953} = 1.4126$$

Pregunta 4

La figura muestra una fotografía instantánea de onda armónica viajera en movimiento tomada en el instante $t = 0.3\,\mathrm{s}$. Si la cresta P de la onda estaba en $x = 0\,\mathrm{m}$ en $t = 0\,\mathrm{s}$, entonces la función que describe la perturbación estudiada en unidades del S.I, está dada por:



a) $y(x,t) = 0.2\cos(8.38x - 3.35t)$ **b)** $y(x,t) = 0.2\sin(8.38x - 3.35t)$ **c)** $y(x,t) = -0.2\sin(8.38x - 3.35t)$ **d)** $y(x,t) = 0.2\cos(8.38x + 3.35t + \pi)$ **e)** $y(x,t) = 0.2\cos\left(8.38x - 3.35t + \frac{3\pi}{2}\right)$

Solución

De la figura, la amplitud de la onda está dada por $y_0 = 0.2\,\mathrm{m}$ y su longitud de onda por

$$\lambda = 2(0.495 - 0.12) = 0.75\,\mathrm{m} \implies k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.75} = 8.38\,\mathrm{m}^{-1}$$

Ademas en $t = 0.3\,\mathrm{s}$ la onda avanza $0.12\,\mathrm{m}$, entonces

$$v = \frac{0.12}{0.3} = 0.4\,\mathrm{m/s}$$

Con los dos resultados anteriores se calcula

$$\omega = kv = (8.38)(0.4) = 3.35\,\mathrm{rad/s}$$

De acuerdo con lo anterior

$$y(x,t) = y_0\cos(kx - \omega t + \varphi) = 0.2\cos(8.38x - 3.35t + \varphi)$$

Aplicanco la condición inicial $y(0,0) = y_0 = 0.2$, se tiene

$$0.2 = 0.2\cos(8.38x - 3.35t + \varphi) \iff \cos(\varphi) = 1 \implies \varphi = 0$$

Por lo tanto la función de onda para la perturbación es

$$y(x,t) = 0.2\cos(8.38x - 3.35t)$$

Pregunta 5

Si la frecuencia del segundo armónico de una cuerda de longitud $L_C = 60\,\mathrm{cm}$ y densidad lineal de masa $\mu = 1.2\,\mathrm{g}\,/\,\mathrm{cm}$, fija en ambos extremos coincide con la frecuencia del quinto armónico de un tubo abierto en un extremo y cerrado en el otro de longitud $L_T = 1.0\,\mathrm{m}$, entonces la tensión T en la cuerda referida es:
`Nota: Asuma que la rapidez del sonido en el aire es` $v_s = 340\,\mathrm{m}\,/\,\mathrm{s}$.
$\boxed{\textbf{a)}}$ $T = 7803\,\mathrm{N}$; **b)** $T = 780.3\,\mathrm{N}$; **c)** $T = 78030\,\mathrm{N}$; **d)** $T = 1779.8\,\mathrm{N}$; **e)** $T = 197.78\,\mathrm{N}$

Solución

Para la cuerda fija en ambos extremos

$$f_2^{(C)} = \frac{2}{2L_C}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{0.6}\sqrt{\frac{T}{0.12}}\,\mathrm{Hz}$$

Para el tubo $A - C$

$$f_5^{(T)} = \frac{5}{4L_T}v_s = \frac{(5)(340)}{4(1)} = 425\,\mathrm{Hz}$$

Del enunciado

$$f_2^{(C)} = f_5^{(T)} \iff \frac{1}{0.6}\sqrt{\frac{T}{0.12}} = 425 \implies T = ((425)(0.6))^2(0.12) = 7803\,\mathrm{N}$$

Problema 1

Una cuerda ligera de masa $M = 10.0\,\text{g}$ y longitud $L = 3.00\,\text{m}$ tiene sus extremos sujetos a dos paredes que están separadas por una distancia $D = 2.00\,\text{m}$. Dos esferas, cada una de masa $m = 2.00\,\text{kg}$ y densidad $\rho = 2700\,\text{kg}\,/\,\text{m}^3$, están suspendidas de esta cuerda y están totalmente sumergidas en agua como se muestra en la figura. Está soplando un fuerte viento, lo cual provoca que la porción AB de la cuerda vibre en su tercer sobretono. Suponga que la rapidez del sonido en el aire es de $344\text{m}\,/\,\text{s}$, $\rho_{H_2O} = 1000\,\text{kg}\,/\,\text{m}^3$ y que $\theta = 70.5°$.

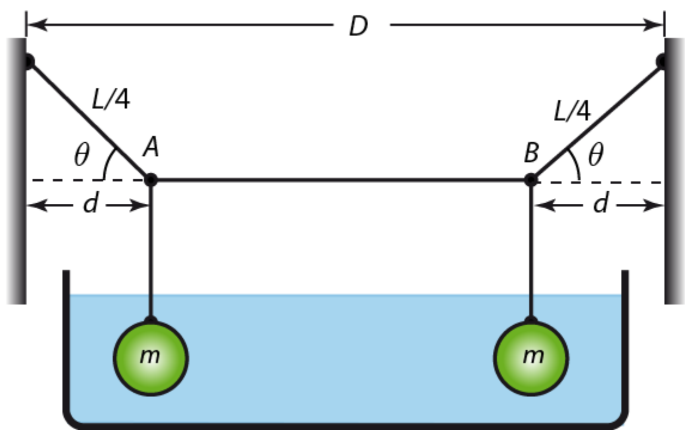
a) Dibuje el modo normal de vibración del segmento AB de la cuerda.

b) Determine la tensión en la cuerda AB. i) Dibuje un diagrama de cuerpo libre del punto A, ii) dibuje un diagrama de cuerpo libre de la masa sumergida, iii) escriba las ecuaciones de equilibrio y resuélvalas.

c) De la geometría de la figura determine la longitud de la cuerda AB.

d) Determine la frecuencia del sonido que produce la cuerda AB.

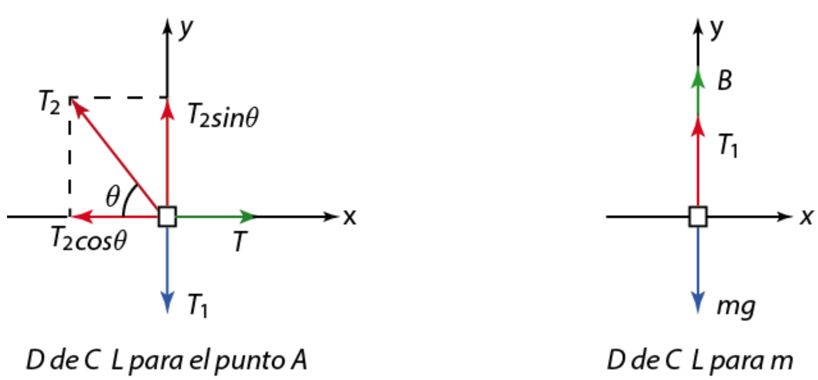
e) Determine la longitud de onda del sonido que produce la cuerda AB.



Solución

Tercer sobretono o cuarto armónico de la onda estacionaria que se forma en el segmento AB.

Diagramas de cuerpo libre del punto A y la masa m



Del DCL del punto A se tiene

$$\sum F_y = T_2 \sin\theta - T_1 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad T_2 \sin\theta = T_1 \tag{1}$$

$$\sum F_x = -T_2\cos\theta + T = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad T_2\cos\theta = T \tag{2}$$

Del DCL de la masa m se tiene

$$\sum F_y = B + T_1 - mg = 0 \Longrightarrow T_1 = mg - B = mg - \rho_{H_2O} g V_m = mg - \rho_{H_2O} g\frac{m}{\rho_m} = mg\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_m}\right) \tag{3}$$

De (1) y (3) se tiene

$$T_2\sin\theta = mg\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_m}\right) \tag{4}$$

Dividiendo (4) entre (2) miembro a miembro, se tiene

$$\frac{T_2\sin\theta}{T_2\cos\theta} = \frac{mg\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_m}\right)}{T} \quad \Longrightarrow \quad T = \frac{mg\left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_m}\right)}{\tan\theta} = \frac{(2)\,(9.8)\left(1 - \frac{1000}{2700}\right)}{\tan 70.5^\circ} = \boxed{4.37\,\mathrm{N}}$$

De la figura la longitud del segmento AB está dada por:

$$\overline{AB} = D - 2d = D - 2\left(\frac{L}{4}\cos\theta\right) = 2 - 2\left(\frac{3}{4}\cos 70.5^\circ\right) = \boxed{1.5\,\mathrm{m}}$$

La frecuencia de la onda sonora producida por la cuerda es igual a la frecuencia de su tercer sobretono. Esto es

$$f = \frac{4}{2\overline{AB}}\sqrt{\frac{T}{\mu}}; \quad \text{con} \quad \mu = \frac{M}{L} = \frac{0.01}{3.0} = 0.0033\,\mathrm{kg}\,/\,\mathrm{m}$$

Por lo tanto

$$f = \frac{2}{1.5}\sqrt{\frac{4.37}{0.0033}} = \boxed{48.52\,\mathrm{Hz}}$$

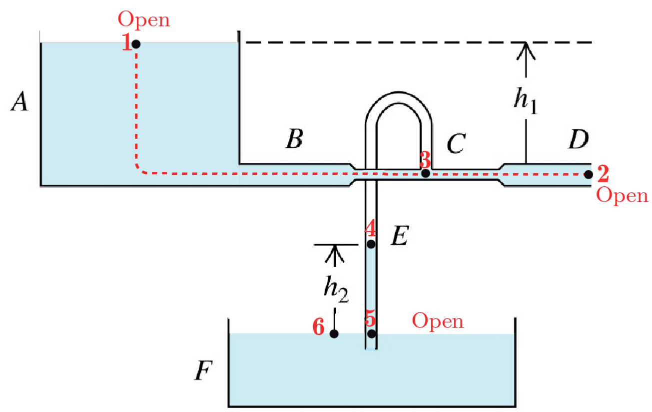
La longitud de onda de la onda sonora asociada se calcula mediante

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344}{48.52} = \boxed{7.08\,\mathrm{m}}$$

Problema 2

Dos tanques abiertos muy grandes A y F contienen el mismo líquido. Un tubo horizontal BCD, con una constricción en C y abierto al aire en D, sale del fondo del tanque A. Un tubo vertical E emboca en la constricción en C y baja al líquido del tanque F. Suponga flujo de línea de corriente y cero viscosidad. Si D está a una distancia h_1 bajo el nivel del líquido en A, y la altura h_2 a la que subirá el líquido en el tubo E es $3h_1$, calcule la razón entre las áreas transversales D y C. No hay fluido sobre la columna de líquido en el tubo E.

Solución



Aplicando teorema de Torricelli entre los puntos 1 y 2, se tiene que

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} \tag{5}$$

Aplicando E de B entre los puntos 3 y 2, se tiene

$$A_3 v_3 = A_2 v_2 \iff \frac{A_2}{A_3} = \frac{v_3}{v_2} \tag{6}$$

De otro lado aplicando E de B entre los puntos 3 y 2, se tiene

$$p_3 + \rho g y_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Del enunciado $p_2 = p_0$. Colocando el referencial sobre la horizontal que pasa por los puntos 3 y 2, se tiene que $y_3 = y_2 = 0$. De acuerdo con lo anterior, la ecuación anterior se reescribe como

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \iff \frac{p_3 - p_0}{\rho} = \frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_3^2\right) \tag{7}$$

En el tanque F, los puntos 5 y 6 estan al mismo nivel y el fluido está en reposo, por lo tanto

$$p_5 = p_6 \tag{8}$$

Además $p_6 = p_0$ y $p_5 = p_4 + \rho g h_2$. Del enunciado, en el trayecto entre los puntos 3 y 4 dentro del tubo E no hay fluido, entonces $p_3 = p_4$ y también del enunciado $h_2 = 3h_1$. De acuerdo con lo anterior (8) puede reescribirse como

$$p_3 + \rho g h_2 = p_0 \iff \frac{p_3 - p_0}{\rho} = -3gh_1 \tag{9}$$

De (7), (9) y (5), se tiene

$$\frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_3^2\right) = -3gh_1 \implies v_3 = \sqrt{v_2^2 + 6gh_1} = \sqrt{2gh_1 + 6gh_1} = \sqrt{8gh_1}$$

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{\sqrt{8gh_1}}{\sqrt{2gh_1}} = \frac{2\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_1}} = 2 \iff \boxed{A_2 = 2A_3}$$

$\mathcal{ALFREDO\ E.\ LORA\ M.}$

$Profesor.$